

# MEDICINA E BIOMEDICINA

Lais Daiene Cosmoski  
(Organizadora)



**Atena**  
Editora

Ano 2019

**Lais Daiene Cosmoski**  
(Organizadora)

# **Medicina e Biomedicina**

**Atena Editora**  
**2019**

## RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS DE TOMOGRAFIA POR IMPEDÂNCIA ELÉTRICA POR MEIO DO MÉTODO DE RECOZIMENTO SIMULADO MODIFICADO

### **Jefferson Santana Martins**

Universidade de Santa Cruz do Sul,  
Departamento de Química e Física  
Santa Cruz do Sul – Rio Grande do Sul

### **Cássio Stein Moura**

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do  
Sul, Escola de Ciências  
Porto Alegre – Rio Grande do Sul

### **Rubem Mário Figueiró Vargas**

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do  
Sul, Escola de Politécnica  
Porto Alegre – Rio Grande do Sul

**RESUMO:** O problema de reconstrução da tomografia por impedância elétrica (TIE) é inverso, não linear e mal-condicionado, onde se objetiva minimizar a diferença entre dados medidos e simulados. No presente trabalho, é descrita uma nova abordagem do método de recozimento simulado aplicado à reconstrução de imagens de TIE. A principal vantagem do algoritmo apresentado é que todos os parâmetros de condutividade do domínio são atualizados conjuntamente, enquanto que outros métodos que empregam o recozimento simulado ao problema da TIE avaliam individualmente cada parâmetro de condutividade, por isso possuindo alto custo computacional. O algoritmo foi testado com medidas realizadas em um tanque de simulação física, sendo capaz de determinar

a posição, as dimensões e a condutividade de diferentes materiais em um plano transversal de um objeto de interesse.

**PALAVRAS-CHAVE:** Tomografia por impedância elétrica, problemas inversos, recozimento simulado.

**ABSTRACT:** Image reconstruction in electrical impedance tomography (EIT) deals with an ill-posed and nonlinear inverse problem. It intends to minimize the difference between simulated (virtual) object data and data from a non simulated (real) object. In this paper, a new approach to the Simulated Annealing method applied to reconstruction of EIT images is described. The main advantage in this approach is that all conductivity parameters are updated simultaneously. Other methods that employ Simulated Annealing to the problem of EIT evaluate each conductivity parameter individually resulting in high computational cost. The algorithm was tested both with computationally generated data and with measurements performed on a physical simulation tank. In both cases, the method was able to make data inversion, determining the position, the dimensions and the conductivity of materials in an opaque object plane.

**KEYWORDS:** Electrical impedance tomography, inverse problem, simulated annealing.

## 1 | INTRODUÇÃO

A técnica de Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) é um método de imagens não invasivo, no qual são mensuradas certas grandezas elétricas no contorno de um objeto opaco, para obtenção de imagens de seu interior inacessível. Se for considerada a sua modalidade bidimensional, na TIE as imagens são construídas a partir da determinação de propriedades elétricas, tais como a condutividade e a permissividade elétrica, para diversos pontos de um plano transversal do objeto, cujo interior se deseja conhecer (MENIN, 2009).

Para fazer a inversão numérica dos dados, geralmente dois problemas devem ser resolvidos: direto e inverso. No problema direto é aproximada a solução de uma equação diferencial por métodos numéricos. Através da solução do problema direto e das medidas dos potenciais é resolvido o problema inverso. Essencialmente, busca-se a distribuição de condutividade que minimiza a diferença entre potenciais medidos e calculados (MENIN, 2009).

Distintos métodos numéricos de otimização têm sido aplicados para a solução do problema inverso da TIE, um desses métodos é o *simulated annealing* (SA) (HERRERA et. al. 2007).

O SA é um método metaheurístico iterativo de otimização global estocástico, capaz de escapar de mínimos locais da função objetivo, através do emprego do critério de Metrópolis (HERRERA et. al. 2007).

No trabalho de Herrera et. al. (2007) foi demonstrado que o SA pode produzir soluções bastante precisas para o problema inverso da TIE.

No entanto, o custo computacional para produzir as soluções é bastante elevado. Isso ocorre porque cada parâmetro de condutividade é modificado individualmente no domínio e, para cada modificação, é necessário fazer a solução do problema direto.

No presente trabalho é proposta uma abordagem do SA aplicada ao problema da TIE, utilizando uma heurística de procura por soluções vizinhas, onde todos os parâmetros do domínio de condutividade são atualizados ao mesmo tempo, diminuindo o tempo de busca pela solução que minimiza a função objetivo.

## 2 | PROBLEMA DIRETO

O problema direto da TIE envolve a determinação da distribuição dos potenciais no interior de uma região  $\Omega$  e a resposta no contorno  $\partial\Omega$ , supondo conhecida a distribuição de condutividade. A modelagem matemática desse problema, considerando uma distribuição quasi-estática de cargas (DENAI et al., 2010; MENIN, 2009), permite obter uma equação diferencial parcial capaz de modelar o potencial em  $\Omega$ , que é expressa como:

$$\vec{\nabla} \cdot (c \vec{\nabla} u) = 0 \text{ em } \Omega, \quad (1)$$

em que,  $u$  é o potencial e  $c$  é a condutividade elétrica em um ponto qualquer no interior da região. As condições de contorno (CC) para o problema direto da TIE correspondem aos valores de correntes/potenciais aplicados e medidos no contorno, sendo representadas matematicamente como (DENAI et al., 2010):

$$\vec{J}_n = -c \cdot \frac{\partial u}{\partial n} \hat{n} \text{ em } \partial\Omega, \quad (2)$$

onde,  $\hat{n}$  é um vetor normal à superfície do objeto e  $\vec{J}_n$  é a densidade de corrente na direção do vetor  $\hat{n}$ .

A aproximação da solução do problema direto da TIE foi realizada utilizando o MDF, como descrito no artigo de Martins et. al. (2015).

### 3 | PROBLEMA INVERSO

O problema inverso da TIE tem por objetivo obter uma aproximação para a condutividade no interior de  $\Omega$ , a partir dos potenciais elétricos e padrões de corrente elétricas, respectivamente, medidos e injetados no contorno  $\partial\Omega$ . Uma alternativa para a solução do problema inverso é formulá-lo como um problema de minimização. Nessa formulação, uma função objetivo  $E(c_k)$  é definida para representar a diferença entre as medidas realizadas no contorno e a solução do problema direto. Na literatura, alguns trabalhos como o de Kolehmainen et al. (2013), definem  $E(c_k)$  pela expressão apresentada a seguir:

$$E(c_k) = \sum_{i=1}^n [V_i - U_i(c_k)]^2 \quad (3)$$

onde,  $n$  representa o número de medidas realizadas no contorno,  $V_i$  é o valor da diferença de potencial entre dois eletrodos quaisquer em  $\partial\Omega$  e  $U(C_k)$  representa a diferença de potencial calculada por meio da solução do problema direto.

Além da escolha da função objetivo, para aproximar a solução do problema inverso da TIE é necessário adicionar informação ao problema, de modo a torná-lo bem condicionado.

Métodos locais resolvem o problema inverso adicionando um operador à função objetivo, num processo conhecido como regularização (TIKHONOV e ARSENIN, 1977).

Métodos estocásticos globais como o SA, não necessitam de um termo de regularização adicionado à função objetivo. Nesse caso, a informação adicional, necessária para solução do problema inverso da TIE, é adicionada através de restrições estabelecidas para o espaço de solução (HERRERA et. al. 2007).

### 4 | SA APLICADO A TIE

O recozimento simulado é um método de minimização baseado numa analogia com

o processo de recozimento físico. No procedimento experimental, o método consiste em aquecer inicialmente um material sólido. A seguir, lentamente a temperatura do material é reduzida até a temperatura ambiente. Quanto maior a temperatura inicial e menor a taxa de arrefecimento, mais próximo da estrutura cristalina de menor energia estará o material ao final do processo (KIRKPATRICK, GELATT e VECCHI, 1983).

Para implementar o SA para solução do problema inverso da TIE, novas configurações para a distribuição de condutividade devem ser procuradas aleatoriamente, de modo que novas distribuições sejam aceitas caso diminuam o valor da função objetivo  $E(c_k)$ . Por outro lado, se ocorrer um incremento do valor da função objetivo, a nova distribuição de condutividade pode ainda ser aceita, caso atenda um critério de seleção dependente de uma probabilidade  $P$ . Esta probabilidade é definida como o inverso da exponencial da diferença entre  $E(c_k)$  e  $E(c_{k+1})$  dividido por um parâmetro  $T$ , o qual varia inversamente com o aumento do número de iterações  $k$ . Matematicamente,  $P$  é representado pela equação apresentada a seguir (KIRKPATRICK, GELATT e VECCHI, 1983):

$$P = e^{-\left[\frac{E(C_{k+1})-E(C_k)}{T(k+1)}\right]} \quad (4)$$

Assim, para que uma nova distribuição de condutividade, caso esta aumente o valor de  $E(c_k)$ , seja aceita, é necessário que o valor de  $P$  seja inferior ao valor de um número aleatório gerado no intervalo entre 0 e 1, numa determinada iteração numérica. Este critério de seleção é conhecido como *critério de Metropolis* (METROPOLIS et al., 1953).

No trabalho de Herrera et. al. (2007) o SA foi aplicado para solução do problema inverso da TIE, utilizando uma versão do SA, proposta por Corana et. al. (1987). Nessa abordagem, de forma individual, cada parâmetro de condutividade do domínio é modificado e a variação de cada parâmetro depende da quantidade de soluções rejeitadas. Quanto maior o número de soluções rejeitadas, menor é a variação da condutividade do parâmetro analisado. Assim é possível obter soluções bastante precisas para o problema inverso da TIE. Em contrapartida, como é necessário resolver o problema direto para cada mudança de condutividade no domínio, o custo computacional para obter as soluções é elevado.

Diferente do trabalho de Herrera et. al (2007), no presente estudo é proposta uma versão do SA onde todos os valores de condutividade do domínio são modificados conjuntamente, minimizando o custo computacional para obter as reconstruções.

## 5 | A ABORDAGEM PROPOSTA

A solução do problema inverso da TIE utilizando o SA pode ser realizada modificando-se todos os parâmetros de condutividade do domínio ao mesmo tempo.

Para isso, é necessário definir um passo  $\Delta c$ , obtido através do produto dos elementos de uma matriz de números aleatórios, chamada de matriz de perturbação  $D_{m \times n}$ , por um escalar  $\alpha$ . O escalar  $\alpha$  é modificado a cada iteração  $k$  de modo a manter o número de aceitação de novas configurações em cerca de 50%. Por sua vez, a matriz de condutividade em uma dada iteração  $k+1$ , é calculada por meio da seguinte expressão, modificada do trabalho de Corana et. al. (1987):

$$c_{i,j}^{k+1} = c_{i,j}^k + \alpha d_{i,j} \quad (5)$$

Além da definição da variação da matriz de condutividade a cada iteração, para fazer a solução do problema inverso da TIE, é necessário adicionar informação ao problema, por meio de uma técnica de regularização. Na regularização através da adição de operadores, como a regularização generalizada de Tikhonov, o operador de regularização é o termo responsável por garantir a suavidade (regularidade) da solução, fazendo com que o problema inverso torne-se bem condicionado. Ele atua de modo a representar a variação espacial dos valores de condutividade. Deste modo, para uma dada iteração, mesmo se a diferença entre a solução do problema direto e os dados empíricos diminuíssem, a função a ser minimizada pode ter um acréscimo no seu valor, porque, nessa iteração, o gradiente médio de condutividade pode ser maior em comparação ao valor do gradiente médio na iteração anterior. Por outro lado, quando é realizada a solução do problema inverso da TIE sem empregar regularização, ao final do processo, quando o algoritmo satisfaz o critério de parada, pode ser obtida uma imagem sem qualquer padrão reconhecível. Isso acontece devido ao mau condicionamento do problema inverso e à técnica de ensaios aleatórios empregada. Como o problema aceita diversas soluções matemáticas e, sucessivamente, a matriz de condutividade  $C_{m \times n}$  é somada à matriz  $D_{m \times n}$ , ao final do processo de reconstrução, não é obtida uma imagem do domínio avaliado.

Isso pode ser contornado caso a  $D_{m \times n}$  passe por um processo de filtragem de baixas frequências antes de ser adicionada a  $C_{m \times n}$ . Esse processo deixa  $D_{m \times n}$  mais suave e, por consequência, deixa  $C_{m \times n}$  mais regular, fazendo com que não seja necessário utilizar o operador de regularização. Igualmente, essa abordagem permite a atualização de todos os parâmetros de condutividade do domínio ao mesmo tempo, diminuindo o custo computacional para fazer as reconstruções, quando comparada à abordagem de Herrera et. al. (2007).

## 6 | RESULTADOS

O Método proposto foi utilizado para obter imagens de um plano transversal de um tanque, com diferentes configurações de materiais dispostos dentro dele. As medidas de potencial e as “injeções” de corrente elétrica no contorno do tanque foram realizadas por meio de uma placa eletrônica de aquisição de dados. O tanque possui

no contorno do plano avaliado dezesseis eletrodos. Os testes do método foram feitos em uma primeira etapa para duas situações distintas: um objeto condutor e um objeto isolante imersos em água. O aparato experimental é apresentado na Figura 1.



Figura 1: Placa de aquisição de dados e tanque utilizado para os testes.

No primeiro ensaio com o tanque cheio de água da torneira, um cilindro de latão com 5 cm de base e 11 cm de altura foi colocado dentro do tanque conforme Figura 2a. Na Figura 2b é apresentada a reconstrução para tal configuração.

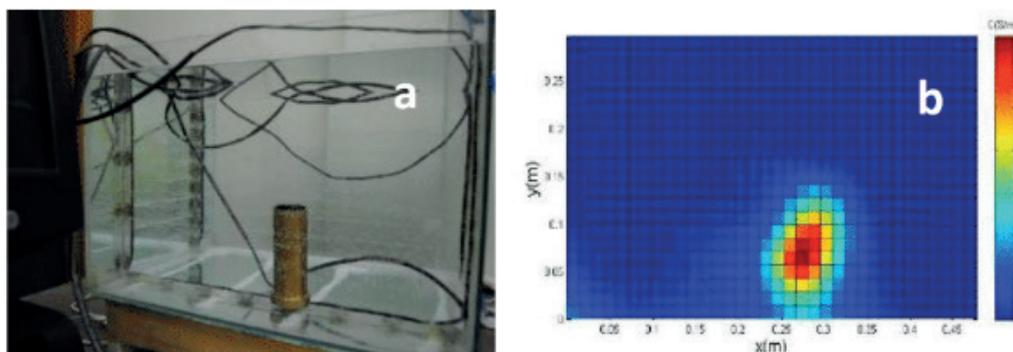


Figura 2: a) Primeira montagem

b) Imagem reconstruída da primeira montagem.

Para o segundo ensaio, um béquer de vidro foi colocado no tanque, ainda preenchido por água. Na figura 3a é apresentada uma imagem da montagem e na figura 3b é apresentada a reconstrução obtida.

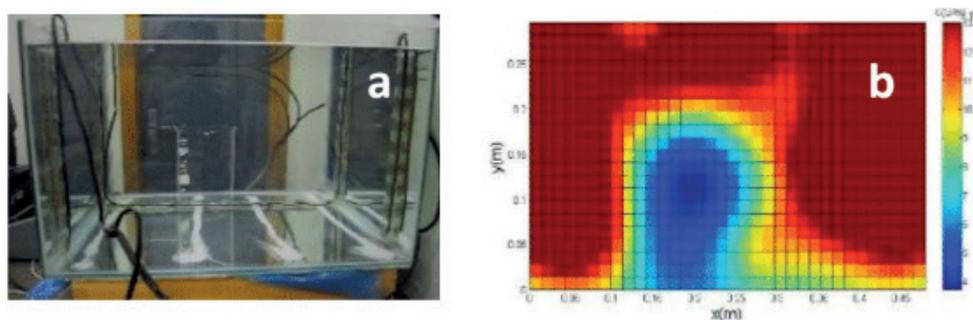


Figura 3: a) Segunda montagem.

b) Imagem obtida para segunda montagem.

As reconstruções mostram que a técnica pode avaliar as dimensões, a posição e a condutividade de materiais dispostos dentro do tanque. Além disso, a condutividade da água calculada pelo algoritmo ficou em torno de 0,016 S/m, valor compatível com o informado pelo Departamento Municipal de Água e Esgotos de Porto Alegre (DMAE), que em média é de 0,013 S/m. O valor obtido da condutividade do cilindro foi subestimado, talvez devido à grande condutividade do latão - cerca de  $1,43 \cdot 10^6$  S/m – o que teoricamente exigiria maior número de interações  $k$  do algoritmo para chegar a um valor aproximado. Para o bécquer, a condutividade foi sobrestimada<sup>1</sup>, possivelmente pelos mesmos motivos já mencionados para o cilindro metálico da primeira montagem.

## 7 | CONCLUSÃO

Neste trabalho foi desenvolvido um algoritmo para reconstrução de imagens de TIE, utilizando o SA. Os resultados obtidos com medidas realizadas em um tanque de ensaio mostram que o método pode estimar satisfatoriamente a posição, as dimensões e a condutividade de diferentes materiais em um plano transversal de um objeto de interesse. Considerando a simplicidade para sua aplicação e a precisão dos resultados obtidos, o algoritmo proposto e testado ao longo deste trabalho pode ser considerado uma boa alternativa para solução do problema inverso da TIE.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Prof. Juliano D’Ornelas Benfica pelo projeto e desenvolvimento da placa de aquisição de dados, às alunas Laura Córdova Matte e Aline Sanchez de Castro pela operação do sistema de coleta de dados, às alunas Michelle Guedes Perez e Ana Cecilia Ferraz de Loreto pela ajuda com as simulações. Este trabalho foi desenvolvido com o apoio financeiro de FAPERGS, CNPq e Petrobras.

## REFERÊNCIAS

Bossa, T. H., Díaz-Mora, N., Buchner, S., Crovace, M. C., Soares Jr, P. C., & Lepienski, C. M. (2007). Estudo da condutividade elétrica de vidros de isoladores de linhas de transmissão HVDC dopados. In CONGRESSO DA ACADEMIA TRINACIONAL DE CIÊNCIAS, II.

Corana, A., Marchesi, M., Martini, C. and Ridella, S. (1987), Minimizing Multimodal Functions of Continuous Variables with the “Simulated Annealing Algorithm”, ACM Transactions on Mathematical Software, March 1987, pp. 272–280.

Denai, M. A., Mahfouf, M., Mohamad-Samuri, S., Panoutsos, G., Brown, B. H., & Mills, G. H. (2010). Absolute electrical impedance tomography (aEIT) guided ventilation therapy in critical care patients: simulations and future trends. *Information Technology in Biomedicine, IEEE Transactions on*, 14(3), 641-649.

---

<sup>1</sup> A condutividade elétrica do vidro varia muito em virtude da sua composição. Considerando o trabalho de Bossa et. al., 2007, a condutividade pode assumir valores entre  $10^{-15}$  S/m até  $10^{-17}$  S/m.

Herrera, C. N. L., Vallejo, M. F. M., Moura, F. S., Aya, J. C. C., & Lima, R. G. (2007). Electrical impedance tomography algorithm using simulated annealing search method. *Proc. Int. Cong. Mech. Eng*, 7033-7036.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *science*, 220(4598), 671-680.

Kolehmainen, V., Lassas, M., Ola, P., & Siltanen, S. (2013). Recovering boundary shape and conductivity in electrical impedance tomography. *Inverse Problems and Imaging*, 7(1), 217-242.

Martins, J. S., Moura, C. S., & Vargas, R. F. (2015). Avaliação de 3 diferentes aproximações para a solução do problema direto da tomografia de impedância elétrica. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 31(1), 42-49.

Martins, T. C., & Tsuzuki, M. (2009). Placement over containers with fixed dimensions solved with adaptive neighborhood simulated annealing. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, 57(3), 273-280.

Menin, O. H. (2009). *Método dos elementos de contorno para tomografia de impedância elétrica* (Doctoral dissertation, Universidade de São Paulo).

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 21(6), 1087-1092.

Olmi, R., Bini, M., & Priori, S. (2000). A genetic algorithm approach to image reconstruction in electrical impedance tomography. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 4(1), 83-88.

Tikhonov, A. N.; Arsenin, V.Y (1977). *Solution of Ill-posed Problems*, John Wiley & Sons.

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-186-2

