

PUCRS

ESCOLA POLITÉCNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA

DÉBORA CRISTINE FRASNELLI

**OS CONHECIMENTOS RELACIONADOS AO DESENVOLVIMENTO DO  
PENSAMENTO ALGÉBRICO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS  
INICIAIS: ANÁLISE DE PRODUÇÕES CIENTÍFICAS DA ÁREA, DOCUMENTOS  
OFICIAIS E SISTEMAS DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO NO BRASIL**

Porto Alegre - 2021

PÓS-GRADUAÇÃO - *STRICTO SENSU*



Pontifícia Universidade Católica  
do Rio Grande do Sul

DÉBORA CRISTINE FRASNELLI

**OS CONHECIMENTOS RELACIONADOS AO DESENVOLVIMENTO DO  
PENSAMENTO ALGÉBRICO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS  
INICIAIS: ANÁLISE DE PRODUÇÕES CIENTÍFICAS DA ÁREA, DOCUMENTOS  
OFICIAIS E SISTEMAS DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO NO BRASIL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

**Orientador:** Prof. Dr. João Bernardes da Rocha Filho

Porto Alegre

2021

## Ficha Catalográfica

F842c Frasnelli, Débora Cristine

Os conhecimentos relacionados ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico na formação de professores dos anos iniciais : análise de produções científicas da área, documentos oficiais e sistemas de avaliação da Educação no Brasil / Débora Cristine Frasnelli. – 2021.

97 f.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS.

Orientador: Prof. Dr. João Bernardes da Rocha Filho.

1. Pensamento Algébrico. 2. Anos Iniciais. 3. Conhecimentos Docentes. 4. Metanálise. I. Rocha Filho, João Bernardes da. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da PUCRS  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Bibliotecária responsável: Clarissa Jesinska Selbach CRB-10/2051

DÉBORA CRISTINE FRASNELLI

**OS CONHECIMENTOS RELACIONADOS AO DESENVOLVIMENTO DO  
PENSAMENTO ALGÉBRICO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS  
INICIAIS: ANÁLISE DE PRODUÇÕES CIENTÍFICAS DA ÁREA, DOCUMENTOS  
OFICIAIS E SISTEMAS DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO NO BRASIL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. João Bernardes da Rocha Filho (Orientador – PUCRS)

---

Prof. Dr. Marcos Villela Pereira (PUCRS)

---

Prof. Dr. Luciano Denardin de Oliveira (PUCRS)

Porto Alegre

2021

Dedico este trabalho ao meu esposo  
Cleber, que tanto apoiou e incentivou meu  
crescimento profissional.

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus, por ter me dado sabedoria, paciência e força durante a realização deste trabalho e por ser a luz que me guia sempre.

Ao meu esposo Cleber, pelo amor e paciência, companheirismo e dedicação, por nunca me deixar desistir do meu sonho e por estar sempre ao meu lado em todos os momentos.

Aos meus pais Nelsi e Eduardo e meus irmãos Astério e Solange, que mesmo estando distantes sempre se fizeram presentes, me dedicando seu amor e me apoiando em todas as minhas decisões.

Aos meus sogros Ilza e Marino (*in memoriam*) pelo incentivo na busca das minhas conquistas e por vibrarem por mim com muito carinho.

Aos meus sobrinhos Gabriel, Miguel, Antonio e Julia, que em meio a tantos obstáculos foram parte da minha alegria nesta jornada. Aos meus cunhados Danyelle, Clarice e Marcelo por sempre torcerem por mim.

Aos professores do mestrado, por todos os momentos especiais de aprendizagens vivenciados. Em especial, ao meu orientador João Bernardes, por todas as orientações dedicadas, não somente à realização deste trabalho, mas também, ao enfrentamento das dificuldades surgidas durante o processo. Agradeço também aos professores da banca examinadora Luciano e Marcos pelas considerações a este trabalho.

Aos colegas do mestrado por todas as vivências que compartilhamos em especial à Fernanda, Gabriela e Luana, com quem pude dividir minhas alegrias e angústias durante a construção da pesquisa e que sempre estiveram dispostas a ajudar.

Aos meus amigos e familiares, que aceitaram e entenderam as minhas ausências e me incentivaram sempre a seguir em frente. Em especial à Caroline e Diego que foram inspiração de jornada.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela Bolsa de Estudos concedida, o que permitiu o desenvolvimento desta pesquisa.

Enfim, agradeço a todos que incentivaram a conclusão do curso de mestrado, emitindo palavras de apoio e entusiasmo.

## RESUMO

Esta investigação teve por objetivo compreender como se constituem os conhecimentos necessários aos professores, no que tange o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos estudantes dos anos iniciais. Para alcançar tal objetivo, foi realizada uma metanálise qualitativa sobre 8 pesquisas acadêmicas, sendo 7 dissertações e 1 tese que investigaram o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como documentos oficiais e/ou fascículos de documentos da Educação brasileira que abordavam a temática. Esse *corpus* de análise foi constituído de acordo com critérios previamente estabelecidos. A metanálise desse *corpus* foi desenvolvida com base nas seguintes perspectivas de investigação: identificação dos elementos que constituem o Pensamento Algébrico nos documentos oficiais e na Educação praticada nos sistemas de ensino; identificação dos conhecimentos pedagógicos necessários para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais; e como os conhecimentos necessários para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais estão efetivamente presentes no cotidiano docente. Em relação aos elementos que constituem o Pensamento Algébrico, foram identificados elementos associados às vertentes de Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional em todos os documentos oficiais analisados e também em uma importante ferramenta da Educação Básica – o livro didático. O conhecimento especializado dos elementos vinculados às vertentes da Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional foi inferido necessário aos docentes para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais. No entanto, o conhecimento sobre esses elementos não se mostrou efetivamente presente no cotidiano docente. Em síntese, os resultados obtidos sinalizam que o conhecimento do conteúdo no que tange o Pensamento Algébrico, está associado essencialmente às suas experiências durante os seus processos de escolarização e formação inicial, o que reforça a suposição de que há muito a ser mobilizado em prol da formação continuada.

**Palavras-chave:** Pensamento Algébrico. Anos iniciais. Conhecimentos docentes. Metanálise.

## ABSTRACT

This research aimed to understand how the pedagogical knowledge necessary to teachers is constituted, regarding the development of Algebraic Thinking in students of the early years. To achieve this goal, a qualitative meta-analysis was carried out, 8 academic researches, 7 dissertations and 1 thesis that investigated the development of Algebraic Thought in the early years of Elementary Education, as well as official documents and / or fascicles of Brazilian Education documents that addressed the thematic. This analysis corpus was constituted according to previously established criteria. The meta-analysis of this corpus was developed based on the following research perspectives: identification of the elements that constitute Algebraic Thinking in official documents and in Education practiced in teaching systems; identification of the pedagogical knowledge necessary for the development of Algebraic Thought in the early years; and how the knowledge necessary for the development of Algebraic Thought in the early years is effectively present in the teaching routine. In relation to the elements that make up Algebraic Thinking, elements associated with the Generalized Arithmetic and Functional Thinking aspects were identified in all the official documents analyzed and also in an important Basic Education tool - the textbook. The specialized knowledge of the elements linked to the aspects of Generalized Arithmetic and Functional Thinking, was inferred as necessary for teachers for the development of Algebraic Thinking in the early years. However, knowledge about these elements was not effectively present in the teaching routine. In summary, the results obtained indicate that the knowledge of the content regarding Algebraic Thinking, is essentially associated with their experiences during their schooling and initial training process, which reinforces a long time to be mobilized in favor of continuing education.

**Keywords:** Algebraic Thinking. Initial years. Teaching knowledge. Meta-analysis.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino .....	34
Figura 2 - Focos temáticos das produções analisadas .....	44

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Ações relacionados à Aritmética Generalizada e ao Pensamento Funcional .....	22
Quadro 2 – Competência: Compreender padrões, relações e funções. ....	25
Quadro 3 - Competência: Representar e analisar situações e estruturas Matemáticas usando símbolos algébricos.....	25
Quadro 4 - Competência: Usar modelos matemáticos para representar e entender relacionamentos quantitativos .....	25
Quadro 5 - Competência: Usar modelos matemáticos para representar e entender relacionamentos quantitativos .....	26
Quadro 6 - Unidade temática Álgebra 1º ano.....	28
Quadro 7 - Unidade temática Álgebra 2º ano.....	29
Quadro 8 - Unidade temática Álgebra 3º ano.....	29
Quadro 9 - Unidade temática Álgebra 4º ano.....	29
Quadro 10 - Unidade temática Álgebra 5º ano.....	30
Quadro 11 - Relação de produções encontradas no banco de dados da CAPES, SciELO e Google Acadêmico, selecionadas segundo os critérios estabelecidos no estudo. ....	42
Quadro 12 – Informações sobre dissertação disponível - BDTD.....	55
Quadro 13 – <i>Corpus</i> da análise .....	57
Quadro 14 – Principais características: FREIRE_2011T .....	57
Quadro 15 – Principais características: CARNIEL_2013D .....	58
Quadro 16 – Principais características: FERREIRA_2017D .....	58
Quadro 17 – Principais características: BITENCOURT_2018D .....	58
Quadro 18 – Principais características: LIMA_2018D .....	58
Quadro 19 – Principais características: PINHEIRO_2018D.....	59
Quadro 20 – Principais características: GOMA_2019D .....	59
Quadro 21 – Principais características: SANTANA_2019D .....	59
Quadro 22 – Relação dos documentos analisados.....	60
Quadro 23 - Categorias emergentes e subcategorias.....	66
Quadro 24 – Descritores Números e Operações/Álgebra e Funções .....	68
Quadro 25 – Objetivos de aprendizagem do eixo estruturante Pensamento Algébrico	70
Quadro 26 – Habilidades da unidade temática Números, do 4º ano .....	71

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Número de produções obtidas a partir do banco de dados da CAPES, SciELO e Google Acadêmico, de acordo com os descritores utilizados. .... 41

Tabela 2 – Distribuição das produções selecionadas com base no *Qualis* do periódico (classificação de periódicos quadriênio 2013-2016) onde foram publicadas. .... 42

## **LISTA DE SIGLAS**

ANA – Avaliação Nacional de Alfabetização

APM – Associação de Professores de Matemática

BDTD – Banco Digital de Teses e Dissertações

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

MEC – Ministério da Educação e Cultura

MKT – Mathematical Knowledge Teaching

NTCM – National Council of Teachers of Mathematics

OCMAI – Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PNAIC – Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

SciELO – Scientific Electronic Library Online<sup>78</sup>

TIC – Tecnologia da Informação e Comunicação

UFMS – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

UNESP – Universidade Estadual Paulista

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	13
2.REFERENCIAL TEÓRICO.....	17
2.1. Em que consiste o Pensamento Algébrico?.....	17
2.1.1. O desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais .....	20
2.1.2. O Pensamento Algébrico e as orientações curriculares para o ensino da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	23
2.2. Conhecimento Matemático para o Ensino.....	32
2.3. O papel do professor na promoção do Pensamento Algébrico.....	37
3. O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS: UM MAPEAMENTO DE ARTIGOS BRASILEIROS .....	40
3.1. Identificação .....	40
3.2. Classificação e organização.....	42
3.3. Reconhecimento e análise .....	47
4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	50
4.1. Bases da proposta metodológica .....	50
4.2. Procedimentos para seleção e coleta dos dados .....	53
4.3. Procedimentos para sistematização e análise dos dados .....	61
5. RELAÇÕES E COMPREENSÕES METANALÍTICAS ENTRE AS DISSERTAÇÕES E DOCUMENTOS OFICIAIS .....	66
5.1. Compreensões metanalíticas sobre a caracterização do Pensamento Algébrico .....	67
5.1.1. Elementos que caracterizam o Pensamento Algébrico no currículo escolar .....	67
5.1.2. Elementos que caracterizam o Pensamento Algébrico no livro didático .....	73
5.2. Compreensões metanalíticas sobre a crença da auto-eficácia docente no desenvolvimento do Pensamento Algébrico.....	76
5.2.1. A comunicação escrita docente sobre o Pensamento Algébrico .....	77
5.2.2. Conhecimentos mobilizados pelos docentes sobre o Pensamento Algébrico .....	79
5.2.3. A crença de autoeficácia dos docentes no desenvolvimento do Pensamento Algébrico.....	82
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	87
7. REFERÊNCIAS .....	91

## 1. INTRODUÇÃO

Para Sá (2009), a Matemática possui um lugar de destaque na sociedade do conhecimento. Porém, o autor adverte que as constantes modificações contemporâneas alteram o ambiente escolar e perfis de estudantes, tornando-se relevante refletir sobre como devemos ensinar Matemática para a nova geração de estudantes, cercada de aparatos digitais, e como os estudantes podem se apropriar desse conhecimento, favorecendo sua vida acadêmica e profissional.

Para que isso ocorra, é necessário que alguns preconceitos sobre a natureza da Matemática sejam superados pelo professor como, por exemplo, que esta seria um “[...] conhecimento restrito a poucas mentes privilegiadas” (SÁ, 2009, p. 15) ou um “[...] fazer intelectual árido somente passível de ser apropriado por iluminados” (VALE, 2008, p. 6).

A Álgebra é um campo da Matemática que é tema de pesquisa desde que a humanidade passou a usá-la como objeto a própria realidade para construir seu conhecimento, chegando às abstrações que permitem novas visões sobre cada conceito criado. Assim, a Álgebra, de acordo com Ribeiro e Cury (2015, p. 11), deveria ser estudada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, “[...] pois dela faz parte um conjunto de processos e pensamentos que têm origem em experiência com números padrões, entes geométricos e análise de dados”.

No entanto, “O ensino de Matemática, ao longo de seu desenvolvimento histórico, seguiu um percurso metodológico no qual houve maior valorização da compreensão instrumental do que da compreensão relacional [...]” (SÁ, 2009, p. 22). Nesse sentido, Canavarro (2007) distingue o pensamento algébrico da visão tradicional da Álgebra:

A Álgebra escolar tem estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão [...]. No entanto, no cerne do pensamento algébrico estão os significados, está o uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão. (p. 88)

A partir disso, questões referentes às dificuldades, potencialidades e desafios no desenvolvimento do Pensamento Algébrico vêm sendo foco de várias pesquisas no Brasil e no exterior (BLANTON; KAPUT, 2005; CARPENTER *et al.*, 2005; IRWIN; BRITT, 2005; CANAVARRO, 2007; FUJII; STEPHENS, 2008; STEPHENS; WANG, 2008).

Nessa perspectiva, alguns documentos oficiais (NCTM, 2000; BRASIL, 2017) já apresentam uma proposta para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) afirma que embora muitos pensem que Álgebra seja uma área da Matemática para estudantes

mais velhos, do Ensino Médio, por exemplo, estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental podem usar o raciocínio algébrico para generalizar, identificar padrões e criar regras enquanto estudam aritmética (NTCM, 2007).

A implantação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) trouxe à tona uma discussão sobre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Tradicionalmente, nas aulas de Matemática a Álgebra é apresentada aos estudantes na segunda parte dos anos finais do Ensino Fundamental, quando, segundo Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), é o momento em que os estudantes já adquiriram os pré-requisitos para estudar esse segmento da Matemática. O documento considera essencial que as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade estejam presentes nos processos de ensino e de aprendizagem desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017).

Embora haja citação do desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a BNCC não apresenta orientações sobre como torná-lo concreto nos processos de ensino e de aprendizagem, pois a BNCC não é um currículo, mas um documento norteador, por isso a concretização dependerá da autonomia do professor. Essa concretização pode se tornar ainda mais difícil, pois, de acordo com Santos (2013), os professores que lecionam nos anos iniciais não possuem, em geral, uma formação mínima necessária para abordarem temas que oportunizem o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, desfavorecendo que os estudantes alcancem condições para que eles próprios façam generalizações Matemáticas.

Diante do desafio da implementação da proposta do desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais, muitas inquietações surgiram, especialmente as que se referem ao modo como tais conceitos serão abordados e à preparação dos professores, principalmente daqueles que trabalham ou trabalharão com os anos iniciais. Contudo, torna-se relevante identificar as possibilidades e os desafios do desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais e sua contribuição para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Desse modo, justifica-se a escolha do tema desta dissertação como sendo o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais, partindo-se da seguinte questão de pesquisa: *Como se constituem os conhecimentos necessários aos professores, no que tange ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos estudantes dos anos iniciais?*

Para responder à questão central da pesquisa, outros questionamentos específicos são propostos:

- a. Quais os elementos que constituem o Pensamento Algébrico e que estão dispostos em documentos oficiais da educação no Brasil?
- b. Quais elementos do Pensamento Algébrico estão efetivamente presentes na educação Matemática praticada nos sistemas de ensino?
- c. Quais conhecimentos relacionados ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico são exigidos para a docência nos anos iniciais?
- d. Quais conhecimentos associados ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico estão presentes no cotidiano docente?

A partir disso, o objetivo geral desta pesquisa é *Compreender como se constituem os conhecimentos necessários aos professores, no que tange ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos estudantes dos anos iniciais*. Para delimitar melhor o foco da investigação, foram elaborados os seguintes objetivos específicos, orientadores da presente pesquisa:

- a. identificar os elementos que constituem o Pensamento Algébrico e que estão dispostos em documentos oficiais da educação no Brasil;
- b. apreender quais elementos do Pensamento Algébrico estão efetivamente presentes na educação Matemática praticada nos sistemas de ensino;
- c. inferir os conhecimentos relacionados ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico que são exigidos para a docência nos anos iniciais;
- d. distinguir quais conhecimentos associados ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico estão presentes no cotidiano docente.

Para tanto, esta pesquisa foi organizada em sete seções. Na primeira, *Introdução*, são apresentadas a contextualização da pesquisa, o tema de pesquisa e sua justificativa, o problema, o objetivo geral e os objetivos específicos.

Na segunda seção é apresentado o Referencial Teórico, organizado em duas subseções: Em que consiste o Pensamento Algébrico e Conhecimento Matemático para o Ensino. Na primeira subseção é descrito um panorama sobre o conceito de Pensamento Algébrico, seu desenvolvimento nos anos iniciais e orientações curriculares nacionais e internacionais. Já na segunda subseção são apresentados os conhecimentos matemáticos para o ensino, bem como o papel do professor na promoção do Pensamento Algébrico.

Na terceira seção é apresentado um mapeamento de artigos brasileiros sobre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais e sobre o conhecimento matemático dos professores para esse ensino.

Quanto à metodologia da pesquisa, a qual é considerada na quarta seção, optou-se por uma metanálise qualitativa. Nessa seção é apresentado o conceito de metanálise qualitativa, assim como o percurso metodológico para a seleção e análise das produções brasileiras que compuseram o *corpus* da metanálise.

Na quinta seção são apresentadas as compreensões metanalíticas entre os estudos selecionados e documentos oficiais analisados. Esta seção está dividida em duas subseções que correspondem as duas categorias finais, obtidas durante o processo de análise.

As considerações finais referentes a esta pesquisa estão descritas na sexta seção. E, por fim as referências bibliográficas estão listadas na sétima e última seção.

Acredita-se que esta pesquisa tenha um potencial de contribuir para a melhoria na formação continuada dos docentes dos anos iniciais, no que tange o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, pois evidenciou conhecimentos específicos do conteúdo e conhecimentos pedagógicos do conteúdo que são necessários para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, que, no entanto, não foram fortemente manifestados pelos docentes nas pesquisas analisadas.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção são apresentados os pressupostos teóricos de base desta pesquisa. Estas informações constituem o substrato necessário para que os objetivos fossem alcançados e as questões, respondidas. Para tanto, são apontados os principais conceitos e os autores estrangeiros e brasileiros que estudam a teoria do desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais, bem como as orientações curriculares para seu desenvolvimento. Por fim, são abordados os conhecimentos pedagógicos e a formação Matemática do professor dos anos iniciais, e qual seu papel na promoção do Pensamento Algébrico.

### 2.1. Em que consiste o Pensamento Algébrico?

Nos últimos anos, inúmeros pesquisadores (CARPENTER; FRANKE; LEVI, 2003; LINS; KAPUT, 2004; KIERAN, 2004; BLANTON; KAPUT, 2005; FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005; CARPENTER *et al.*, 2005; IRWIN; BRITT, 2006; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2007; CANAVARRO, 2007; FUJII; STEPHENS, 2008; STEPHENS; WANG, 2008) têm dedicado suas atenções para o que se entende por Pensamento Algébrico, em especial no contexto do ensino da Matemática dos anos iniciais. Estes autores procuraram contribuir para uma melhoria na aprendizagem da Álgebra e no trabalho correspondente a desenvolver em sala de aula, oportunizando experiências e aprendizagens favoráveis à compreensão desse conjunto de conteúdos, com vistas ao desenvolvimento nos estudantes.

Canavarro (2007) ressalta que o conceito de Pensamento Algébrico difere da perspectiva da Álgebra Formal que, por sua vez, é resultante do ensino tradicional escolar de décadas. Para esta autora “A Álgebra escolar tem estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos terem adquirido um estatuto de primazia *per si*” (CANAVARRO, 2007, p. 88).

Essa concepção é congruente com o entendimento de outros autores, como Kieran (2007, p. 5, tradução livre nossa<sup>1</sup>): “A álgebra não era apenas um conjunto de procedimentos envolvendo a forma simbólica da letra, mas também que consistia em generalizar a atividade e fornecia uma série de ferramentas para representar a generalidade de relações, padrões e

---

<sup>1</sup> “Algebra was not merely a set of procedures involving the letter-symbolic form, but also that it consisted of generalizing activity and provided a range of tools for representing the generality of mathematical relationships, patterns, and rules (e.g., Mason, 2005). Thus, Algebra came to be seen not merely as technique, but also as a way of thinking and reasoning about mathematical situations.

regras Matemáticas [...]”. Essa autora ainda destaca a evolução da Álgebra, que deixa de ser apenas um mero conjunto de técnicas para ser vista como uma forma de pensar e raciocinar sobre situações Matemáticas.

Defendendo a evolução desse processo, Ferreira (2017, p. 28-29) explica que “[...] se por um lado a Álgebra, com o passar do tempo começou a ser vista como o estudo ou o uso dos sistemas simbólicos, por outro, a visão do Pensamento Algébrico está na busca da compreensão das estruturas Matemáticas”.

Maria Blanton e James Kaput consideram que o Pensamento Algébrico é um “processo pelo qual os estudantes generalizam ideias Matemáticas a partir de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade” (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução livre nossa<sup>2</sup>).

Equivalente à consideração de Blanton e Kaput (2005), no que se refere à generalização, Cyrino e Oliveira (2011) definem o Pensamento Algébrico “[...] como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da Álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto de generalização destes objetos” (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 103).

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p. 5) afirmam que esse pensamento “[...] pode ser desenvolvido gradativamente antes mesmo da existência de uma linguagem algébrica simbólica”. Também afirmam que esse pensamento envolve estabelecimento de relações, de regularidades e processo de generalizações, bem como compreensão de propriedades Matemáticas importantes, agrupamentos, ordenação, justificação e validação de ideias (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVAO, 2005).

Complementarmente, Kieran (2004) aponta que o Pensamento Algébrico

[...] envolve o desenvolvimento de modos de pensar dentro das atividades para as quais a álgebra simbólica pode ser usada como uma ferramenta, mas que não são exclusivas da álgebra e que poderiam ser usadas sem qualquer álgebra simbólica de letras, como analisar relações entre quantidades, observar estruturas, estudar mudanças, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, provar e prever. (p. 149, tradução livre nossa<sup>3</sup>)

---

<sup>2</sup> “[...] a process in which students generalize mathematical ideas from a set particular instances, establish those generalizations through the discourse of argumentation and Express them in increasingly formal and age-ways”.

<sup>3</sup> “[...] involves the development of ways of thinking within activities for which letter-symbolic algebra can be used as a tool but which are not exclusive to algebra and which could be engaged in without using any letter-symbolic algebra at all, such as, analyzing relationships between quantities, noticing structure, studying change, generalizing, problem solving, modeling, justifying, proving, and predicting”.

A partir de episódios em que o Pensamento Algébrico se manifesta, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 87) apontam elementos caracterizadores desse pensamento: “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e presença do processo de generalização”.

Lins e Kaput (2004) concordam provisoriamente em duas características principais para o Pensamento Algébrico: a primeira “[...] envolve o ato de generalização deliberada e a expressão de generalidades”, e a segunda “[...] envolve, usualmente como um comportamento separado, um raciocínio baseado em formas de generalizações sintaticamente estruturadas, incluindo ações guiadas sintática e semanticamente” (LINS; KAPUT, 2004, p. 48, tradução livre nossa<sup>4</sup>).

Nessa perspectiva, Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) apontam três fases para a evolução do Pensamento Algébrico: (1) pré-algébrica, quando o estudante utiliza elementos considerados algébricos, porém ainda não consegue fazer generalizações; (2) transição, quando o estudante estabelece alguns processos de generalizações, podendo ou não utilizar elementos algébricos simbólicos, e; (3) Pensamento Algébrico mais desenvolvido, quando o estudante expressa genericamente e opera variáveis dentro de um intervalo numérico.

Desse modo, o desenvolvimento do Pensamento Algébrico está centrado na generalização (BLANTON; KAPUT, 2011). Esse processo é esclarecido por Kaput (1999, p.6, tradução livre nossa<sup>5</sup>):

A generalização envolve estender deliberadamente o alcance do raciocínio ou comunicação além do caso ou casos considerados, identificando e expondo explicitamente os pontos comuns e casos, ou elevando o raciocínio ou a comunicação a um nível em que o foco não esteja mais nos casos ou situações em si, mas nos padrões, procedimentos, estruturas e relações entre eles (que, por sua vez, tornam-se novos objetos de raciocínio ou comunicação de nível superior).

A generalização é apontada por Branco (2013) como um caminho para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, bem como uma característica do Pensamento Algébrico, podendo o foco ser “[...] o processo de generalização que contribui para a produção da expressão da generalização, bem como o produto generalizado” (KIERAN, 2011,

---

<sup>4</sup>“it involves acts of deliberate generalisation and expression of generality. [...] it involves, usually as a separate endeavour, reasoning based on the forms of syntactically-structured generalisations, including syntactically and semantically guided actions”.

<sup>5</sup>“Generalization involves deliberately extending the range of reasoning or communication beyond the case or cases considered, explicitly identifying and exposing commonality across cases, or lifting the reasoning or communication to a level where the focus is no longer on the cases or situations themselves, but rather on the patterns, procedures, structures, and the relations across and among them (which, in turn, become new, higher level objects of reasoning or communication)”.

p. 582-583, tradução livre nossa<sup>6</sup>). De maneira simples: “[...] a generalização está no coração do Pensamento Algébrico” (SCHLIEMANN; CARRAHER; BRIZUELA, 2007, p. 12, tradução livre nossa<sup>7</sup>).

### 2.1.1. O desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais

Segundo Araújo (2008), o ensino e desenvolvimento da Álgebra devem ser progressivos, dando sentido e valor ao seu uso.

Não se pode utilizar uma nova linguagem, no caso a algébrica, sem que lhe seja dado sentido, sem que não se sinta a necessidade de sua utilização. Deve-se entender que a linguagem é, pelo menos a princípio, a expressão de um pensamento. O pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem na escola; sendo assim, pode-se afirmar que a álgebra perde seu valor como um rico instrumento para o desenvolvimento de um raciocínio mais abrangente e dinâmico. (ARAÚJO, 2008, p. 338-339)

Kieran (2007) defende que a Álgebra é entendida como “[...] uma forma de pensar e raciocinar sobre situações Matemáticas” (p. 5, tradução nossa), deixando de ser vista como mero conjunto de técnicas (idem). Já Lins e Gimenez (2001, p. 89) acreditam que não há um consenso sobre o que é pensar algebricamente, eles afirmam que o que existe é “[...] certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças [...]”.

No âmbito dessa discussão, no ano de 1998 foi desenvolvido o projeto *Early Algebra*, que desenvolve pesquisas e materiais que incentivam o desenvolvimento do Pensamento Algébrico desde os anos iniciais da Educação Básica. Participaram desse projeto psicólogos e educadores matemáticos, entre os quais se destacam Analúcia D. Schliemann, Bárbara M. Brizuela e David W. Carraher.

Esse projeto propõe, em termos de concepção, não a Álgebra como conteúdo, mas um modo de pensar – pensar algebricamente – nos outros campos matemáticos, como por exemplo, números, símbolos, comparações, essenciais para desenvolver seu ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental, focando na aprendizagem e raciocínio dos estudantes.

O propósito do projeto *Early Algebra*, é introduzir o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nas salas de aula, de modo que valorize a aprendizagem de construção e compreensão e possa facilitar o posterior estudo formal de Álgebra. Além disso, de acordo com Molina (2009) o *Early Algebra* considera que as dificuldades que os estudantes

---

<sup>6</sup> “[...] the generalization process that contributes to the production of the generalization expression as well as the generalized product”.

<sup>7</sup> “Generalizing lies at the heart of algebraic reasoning”.

encontram quando se deparam com a Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental se devem principalmente à forma como a Matemática dos anos iniciais é ensinada.

Nessa perspectiva, Canavarro (2007) defende que introdução da Álgebra nos anos iniciais não tenha apenas a intenção de preparar os estudantes para a Álgebra dos anos posteriores, mas propicie o surgimento de situações que contribuam para uma compreensão aprofundada dessa área do saber Matemático.

Ponte e Branco (2013 p. 136) alertam que é preciso levar em consideração que “[...] para a promoção deste modo de pensar, é essencial proporcionar experiências que envolvem conjecturar, generalizar e justificar usando uma variedade de representações e linguagens”. Nessa perspectiva, o Pensamento Algébrico é desenvolvido por meio da compreensão das relações, padrões e estruturas Matemáticas, partindo inicialmente da Aritmética (FIORENTINI, FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005; CARRAHER *et al.*, 2006; KAPUT, 2008; MASON, STEPHENS; WATSON, 2009), sendo esse entendimento importante para o processo de ensino nos anos iniciais.

As autoras Leitão e Canguero (2007, p. 9), ao citarem Carpenter e Levi (1999) afirmam que há dois temas centrais do Pensamento Algébrico que se revelam particularmente adequados aos estudantes mais novos: “O primeiro envolve generalizações e a utilização de símbolos para representar as ideias Matemáticas, enquanto o segundo consiste na representação e na resolução de problemas”.

Corroborando, Blanton e Kaput (2005) defendem que o Pensamento Algébrico se revela de várias formas entre elas:

- a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); b) a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); c) a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações; d) a generalização sobre sistemas matemáticos a partir de cálculos e relações. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução livre nossa<sup>8</sup>).

Das quatro formas de manifestação do Pensamento Algébrico, duas delas – Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional – são possíveis de serem desenvolvidas com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois é a partir da estrutura da aritmética que são analisadas expressões numéricas para além do valor numérico obtido com o cálculo (BLANTON; KAPUT, 2005). É possível, por exemplo, concluir que na expressão  $8 + 4 = 4 +$

---

<sup>8</sup>(a) the use of arithmetic as a domain for expressing and formalizing generalizations (generalized arithmetic); (b) generalizing numerical patterns to describe functional relationships (functional thinking); (c) modeling as a domain for expressing and formalizing generalizations; and (d) generalizing about mathematical systems abstracted from computations and relations.

8, não só que ambos os membros representam 12, mas que na adição a ordem das parcelas é indiferente. Já o Pensamento Funcional, inicia-se normalmente, com a “[...] generalização de padrões, estabelecendo conexões entre padrões geométricos e numéricos para descrever relações funcionais.” (CANAVARRO, 2007, p. 90).

Esses autores (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007) ainda associam essas duas formas de manifestações a outras ações. No quadro 1, a seguir, são apresentadas algumas ações que representam aspectos importantes nessas duas vertentes do Pensamento Algébrico.

**Quadro 1 - Ações relacionados à Aritmética Generalizada e ao Pensamento Funcional**

<b>Aritmética Generalizada</b>
Explorar as propriedades e relações dos números.
Explorar as propriedades das operações com números.
Explorar o sinal de igualdade como uma expressão de uma relação entre quantidades.
Tratar o número algebricamente, enfatizando sua estrutura e não apenas seu valor.
Resolver expressões numéricas com um número desconhecido
<b>Pensamento Funcional</b>
Usar símbolos para modelar problemas.
Representar dados graficamente.
Desenvolver uma regra para descrever relações e explorar relações recursivas.
Prever resultados desconhecidos usando dados conhecidos.
Identificar e descrever padrões numéricos e geométricos.

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir de CANAVARRO (2007, p. 89-90).

Leitão e Canguieiro (2007, p. 9) complementam, afirmando que as bases do Pensamento Algébrico dos estudantes dos anos iniciais são construídas “Quando os estudantes observam os números e as operações, e a forma como se comportam, e, a partir dessas observações, fazem generalizações [...]”. As autoras citam como exemplo situações como a de realização de pequenos cálculos mentais, onde os estudantes inferem que a ordem das parcelas não importa, ou ainda, que se certos números forem decompostos, os cálculos serão mais fáceis.

Canavarro (2007), além de apresentar argumentos relativos à importância do trabalho com Álgebra desde os anos iniciais para a aprendizagem futura da Álgebra, enfatiza que o desenvolvimento do Pensamento Algébrico é importante por sua própria natureza:

Quando explorados convenientemente, os diferentes aspectos da Álgebra tornam-se ‘hábitos da mente’ (Kaput, 1999), formas de ver e agir matematicamente — em particular, formas de generalizar, abstrair e formalizar — que se repercutem transversalmente em todos os temas, apoiando a construção do conhecimento matemático por parte dos estudantes e proporcionando uma experiência Matemática significativa. (CANAVARRO, 2007, p. 91)

Dentro de um contexto preparatório, Lins e Kaput (2004) defendem o reconhecimento de que o Pensamento Algébrico capacita os estudantes, fornecendo ferramentas que permitem diferentes graus de generalização. Isso já acontece, porém agora empodera estudantes mais jovens do que em gerações passadas.

### **2.1.2. O Pensamento Algébrico e as orientações curriculares para o ensino da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental**

No contexto educacional, os documentos oficiais têm grande importância, pois assinalam os conteúdos/tópicos e habilidades cognitivas que se esperam que os estudantes desenvolvam. Nessa subseção são apresentadas as concepções de Álgebra e Pensamento Algébrico e, ainda, orientações presentes em documentos oficiais do Brasil e internacionais para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

#### **2.1.2.1. Principles and Standards for School Mathematics (Princípios e Normas para a Matemática Escolar)**

O *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* - Conselho Nacional de Professores de Matemática é uma entidade norte-americana que foi fundada em 1920 e é considerada a maior organização de ensino de Matemática do mundo e defende o ensino e a aprendizagem de Matemática de alta qualidade para cada aluno.

O documento Princípios e Normas para a Matemática Escolar foi elaborado pelo NCTM no ano de 2000 e foi traduzido e editado em 2007 pela Associação de Professores de Matemática (APM) de Portugal. Durante sua elaboração contou com a participação crítica de professores, matemáticos e investigadores em educação. O documento apresenta uma proposta que serve de referência, orientação e recurso para todos aqueles cujas decisões afetam a educação Matemática, da Educação Infantil ao Ensino Médio, em particular, professores e integrantes dos governos responsáveis pela elaboração dos currículos e políticas de educação Matemática.

Esse documento apresenta seis princípios para a Matemática Escolar:

- Que haja equidade, ou seja, excelência na educação Matemática para todos.
- Que o currículo seja coerente, bem articulado e incidindo numa Matemática relevante.
- Que todos os estudantes tenham a oportunidade de aprender uma Matemática de elevada qualidade.

- Que todos os estudantes compreendam a Matemática e sejam capazes de aplicar esses conhecimentos.
- Que a avaliação sirva de apoio à aprendizagem e seja fonte de informação para professores e estudantes.
- Que as tecnologias sejam ferramentas para o ensino, a aprendizagem e para fazer Matemática.

O documento apresenta também a sua opção quanto aos conteúdos e processos matemáticos que os estudantes deverão saber e serem capazes de mobilizar durante a sua escolaridade. Diz, com clareza, o que deve ser valorizado na educação Matemática escolar: “São exigidos padrões ambiciosos para alcançar uma sociedade que possua a capacidade de pensar e raciocinar matematicamente” (NCTM, 2007, p. 3).

São cinco “normas de conteúdo”: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidade, que explicitamente descrevem os conteúdos de Matemática que os estudantes devem aprender. E são cinco “normas de procedimentos”: Resolução de Problemas, Raciocínio e Prova, Comunicação, Conexões e Representação, que destacam meios de se adquirir e de saber usar o conteúdo do conhecimento trabalhado.

O documento transmite as ideias consideradas relevantes e a forma como estas se desenvolvem ao longo dos quatro<sup>9</sup> níveis de aprendizagem. Realçam-se, ainda, os aspectos relativos aos quais são esperados determinados níveis de competência. Em relação à Álgebra, o documento afirma que embora muitos pensem que seja uma área da Matemática para estudantes mais velhos, do Ensino Médio, por exemplo, estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental podem usar o raciocínio algébrico para generalizar, identificar padrões e criar regras enquanto estudam aritmética (NCTM, 2000).

O documento apresenta quatro competências gerais para o ensino da Álgebra desde a Educação Infantil até o Ensino Médio:

- Compreender padrões, relações e funções.
- Representar e analisar situações e estruturas Matemáticas usando símbolos algébricos.
- Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas.
- Analisar a variação em diversos contextos.

---

<sup>9</sup> O documento divide os anos escolares em quatro níveis de aprendizagem:

- 1) período pré-escolar até a 2ª série (educação infantil ao 2º ano);
- 2) 3ª a 5ª série (3º ao 5º ano);
- 3) 6ª a 8ª série (6º ao 8º ano); e
- 4) 9ª a 12ª série (9º ano - Ensino Fundamental a 3ª série - Ensino Médio).

Nos Quadros 2, 3, 4 e 5, a seguir, serão apresentadas as habilidades específicas para o desenvolvimento das competências gerais da Educação Infantil e nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

**Quadro 2 – Competência: Compreender padrões, relações e funções.**

Nível de aprendizagem	Habilidades específicas
Pré-escola até 2º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Classifique, classifique e ordene objetos por tamanho, número e outras propriedades.</li> <li>• Reconheça e descreva padrões, como sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples, e traduza de uma representação para outra.</li> <li>• Analise como os padrões de repetição e crescimento são gerados.</li> </ul>
3º a 5º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descreva e faça generalizações sobre padrões geométricos e numéricos.</li> <li>• Represente e analise padrões e funções, usando palavras, tabelas e gráficos.</li> </ul>

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir dos dados disponíveis em NCTM (2007).

**Quadro 3 - Competência: Representar e analisar situações e estruturas Matemáticas usando símbolos algébricos.**

Nível de aprendizagem	Habilidades específicas
Pré-escola até 2º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ilustre princípios gerais e propriedades das operações, como comutatividade, usando números específicos.</li> <li>• Use representações concretas, pictóricas e verbais para desenvolver uma compreensão das notações simbólicas inventadas e convencionais.</li> </ul>
3º a 5º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifique propriedades, como comutatividade, associatividade e distributividade, e use-as para fazer operações com números inteiros.</li> <li>• Represente a ideia de uma variável como uma quantidade desconhecida usando uma letra ou um símbolo.</li> <li>• Expresse relações Matemáticas usando equações.</li> </ul>

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir dos dados disponíveis em NCTM (2007).

**Quadro 4 - Competência: Usar modelos matemáticos para representar e entender relacionamentos quantitativos**

Nível de aprendizagem	Habilidades específicas
Pré-escola até 2º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modele situações que envolvam a adição e subtração de números inteiros, usando objetos, figuras e símbolos.</li> </ul>
3º a 5º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modele situações problemáticas com objetos e use representações como gráficos, tabelas e equações para tirar conclusões.</li> </ul>

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir dos dados disponíveis em NCTM (2007).

**Quadro 5 - Competência: Usar modelos matemáticos para representar e entender relacionamentos quantitativos**

Nível de aprendizagem	Habilidades específicas
Pré-escola até 2º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Descreva mudanças qualitativas, como o crescimento de um aluno.</li> <li>● Descreva a mudança quantitativa, como a de um aluno crescendo duas polegadas em um ano.</li> </ul>
3º a 5º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Investigue como uma mudança em uma variável se relaciona com uma mudança em uma segunda variável.</li> <li>● Identifique e descreva situações com taxas de mudança constantes ou variáveis, comparando-as.</li> </ul>

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir dos dados disponíveis em NCTM (2007).

“Os padrões constituem uma forma pela qual os estudantes mais novos reconhecem a ordem e organizam o seu mundo” (NCTM, 2007, p. 7). O reconhecimento, a comparação e a análise dos padrões, que fazem parte do cotidiano dos estudantes dos primeiros níveis de aprendizagem, são atividades que estruturam o seu desenvolvimento intelectual. A identificação dos padrões que existem em determinados conjuntos de objetos, formas e números, e a utilização desses padrões para prever o termo seguinte, desenvolve o raciocínio lógico e o pensamento pré-algébrico.

Quando os estudantes observam os números, as operações e a forma como se comportam, e a partir dessas observações fazem generalizações, as bases do Pensamento Algébrico estão sendo construídas (NCTM, 2007). De um modo informal os estudantes descobrem e fazem generalizações sobre as propriedades das operações.

Ao longo dos primeiros anos do Ensino Fundamental os estudantes deverão desenvolver a capacidade de usar símbolos para registrar o seu raciocínio, discutindo em conjunto com os colegas as diferentes formas de representação (NCTM, 2007).

Outro conceito algébrico muito importante, que os estudantes deverão trabalhar e começar a compreender nos primeiros anos, é o de igualdade. “É necessário que reconheçam que o sinal de igual expressa uma relação. Isto é, que as quantidades em ambos os lados do sinal são iguais” (NCTM, 2007, p. 9).

Além disso, o documento faz algumas considerações em relação às compreensões de variações que os estudantes devem adquirir:

A compreensão de que a maioria das coisas varia ao longo do tempo, de que grande parte dessas variações pode ser descrita matematicamente, e de que muitas são

previsíveis, contribui para estabelecer as bases para uma futura aplicação da Matemática a outras áreas e ajuda à compreensão do mundo. (NCTM, 2007, p.10)

O documento afirma que o desenvolvimento do Pensamento Algébrico deverá ser encarado como um processo contínuo desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. Considerar a Álgebra como um fio condutor, desde os primeiros anos, ajudará os estudantes a adquirirem uma base sólida para um trabalho algébrico baseado na compreensão, e por isso com consistência, nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (NCTM, 2007).

#### **2.1.2.2. Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**

Como documento oficial nacional da Educação Básica do Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) referente ao Ensino Fundamental foi homologada em 20 de dezembro de 2017, e em 2018 o documento foi complementado com as normas para o Ensino Médio. A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes (tanto da rede pública quanto rede privada) devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (BRASIL, 2017).

Em sua estrutura, a BNCC apresenta competências gerais que devem ser desenvolvidas por meio das aprendizagens essenciais definidas pelo documento, ao longo de toda a Educação Básica e em cada etapa da escolaridade, como expressão dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento de todos os estudantes.

Em relação ao ensino de Matemática, de modo geral, o documento justifica a importância desse componente curricular: “O conhecimento matemático é necessário para todos os estudantes da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais” (BRASIL, 2017, p. 265).

Particularizando para os anos iniciais do Ensino Fundamental, o documento defende que na aprendizagem em Matemática sejam retomadas as vivências cotidianas dos estudantes com números, formas e espaço:

[...] orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os estudantes estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. (BRASIL, 2017, p. 276)

Em sua proposta curricular a BNCC apresenta a Álgebra como uma unidade temática, na qual o principal objetivo é desenvolvimento do Pensamento Algébrico:

Para esse desenvolvimento, é necessário que os estudantes identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis Matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. [...] Em síntese, [...] deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações. (BRASIL, 2017, p. 270)

Assim como nos documentos internacionais (NCTM), a BNCC enfatiza a importância do desenvolvimento do Pensamento Algébrico já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com ideias de regularidade, generalizações padrões e propriedades da igualdade, deixando claro que nessa fase não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental essa unidade temática terá uma relação direta com a unidade temática Números: no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, ou na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. Além disso, nessa relação, enfatizam-se atividades que contribuam para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. E ainda, a noção intuitiva de função que pode ser explorada por meio da resolução de problemas simples e do cotidiano dos estudantes que envolvam variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilização da regra de três).

Desse modo, o desenvolvimento do Pensamento Algébrico por meio do estudo da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental está dividido na BNCC conforme mostrado nos Quadros 6, 7, 8, 9 e 10:

**Quadro 6 - Unidade temática Álgebra 1º ano**

Objetos do conhecimento	Habilidades
Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.</li> </ul>
Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	<ul style="list-style-type: none"> <li>Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.</li> </ul>

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir dos dados disponíveis em BRASIL (2017, p. 236 – 253).

**Quadro 7 - Unidade temática Álgebra 2º ano**

Objetos do conhecimento	Habilidades
Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.</li> </ul>
Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.</li> <li>• Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.</li> </ul>

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir dos dados disponíveis em BRASIL (2017, p. 236 – 253).

**Quadro 8 - Unidade temática Álgebra 3º ano**

Objetos do conhecimento	Habilidades
Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.</li> </ul>
Relação de igualdade.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.</li> </ul>

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir dos dados disponíveis em BRASIL (2017, p. 236 – 253).

**Quadro 9 - Unidade temática Álgebra 4º ano**

Objetos do conhecimento	Habilidades
Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.</li> </ul>
Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.</li> </ul>
Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a</li> </ul>

Propriedades da igualdade.	<p>relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.</li> </ul>
----------------------------	---

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir dos dados disponíveis em BRASIL (2017, p. 236 – 253).

#### Quadro 10 - Unidade temática Álgebra 5º ano

Objetos do conhecimento	Habilidades
Propriedades da igualdade e noção de equivalência.	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.</li> <li>● Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença Matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.</li> </ul>
Grandezas diretamente proporcionais. Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais.	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.</li> <li>● Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.</li> </ul>

Fonte: elaborado pela autora (2019) a partir dos dados disponíveis em BRASIL (2017, p. 236 – 253).

Embora os Parâmetros Curriculares Nacionais<sup>10</sup> (PCN) tenham sido superados pela BNCC, a título de compreensão do tema em estudo vale uma comparação: nos PCN a Álgebra era apresentada aos estudantes apenas nos anos finais do Ensino Fundamental, sem fazer referência ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico, e seu encaminhamento se dava a partir da generalização de padrões, bem como pelo estudo da variação de grandezas, tudo direcionado ao conceito de função (BRASIL, 1997). Com a implantação da BNCC, a Álgebra passou a ser estudada desde o 1º ano do Ensino Fundamental, com foco para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, e não apenas nas operações algébricas. As atividades devem relacionar o estabelecimento de padrões e regularidades, propriedades das operações, o significado do sinal de igualdade, ideias de proporcionalidade e equivalência.

<sup>10</sup> Diretrizes que orientaram a Educação Básica no Brasil entre os anos de 1996 a 2017.

### 2.1.2.3. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)

O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) é um compromisso dos governos (federal, estaduais e municipais) para garantir que toda criança esteja alfabetizada (inclusive em Matemática) até os oito anos de idade, ao final do 3º ano do Ensino Fundamental. O PNAIC se materializa a partir do oferecimento de cursos de formação continuada aos professores (BRASIL, 2014).

“Alfabetização Matemática é entendida como um instrumento para a leitura do mundo, uma perspectiva que supera a simples decodificação dos números e a resolução das quatro operações básicas” (BRASIL, 2014, p. 5). Com o objetivo de garantir a alfabetização em Matemática, o Ministério da Educação propôs uma discussão sobre os Direitos de Aprendizagem em Matemática para este ciclo, que correspondem a um conjunto de conceitos e habilidades que se considera adequado às crianças de até oito anos de idade (BRASIL, 2014).

Entre os Direitos de Aprendizagem, destacam-se dois deles que estão associados implicitamente a atividades que desenvolvam o Pensamento Algébrico

- I) [...] a criança pode experimentar situações em que é solicitada [...] a classificar, a comparar, a medir, a quantificar e a prever;
- II) [...] manipular objetos; construir e desconstruir sequências; desenhar, medir, comparar, classificar e modificar sequências estabelecidas por padrões. (BRASIL, 2014, p. 49)

A proposta curricular do PNAIC (BRASIL, 2014) considera o Pensamento Algébrico como um eixo que articula outros eixos, como números, operações e geometria em situações que envolvam o reconhecimento de padrões. Destaca-se que o objetivo geral é “[...] compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos” (BRASIL, 2014, p. 50), ou seja, possibilitar aos estudantes:

- \*estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos;
- \*reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples;
- \*produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples. (BRASIL, 2014, p. 50)

Nessa proposta curricular, embora o Pensamento Algébrico apareça como um eixo estruturante dos Direitos de Aprendizagem, o documento não apresenta uma concepção de Pensamento Algébrico, bem como não apresenta sugestões de como desenvolvê-lo a partir das atividades propostas.

## 2.2. Conhecimento Matemático para o Ensino

De acordo com Trivilin e Ribeiro (2015, p. 40) as inovações curriculares contribuíram para estimular as investigações que se referem “[...] aos conhecimentos que os professores necessitam deter para poder ensinar”, pois, conforme os autores, a atuação do professor “[...] marca de forma decisiva as aprendizagens dos estudantes e sua contribuição é essencial para viabilizar mudanças significativas nos sistemas de ensino”. Esse direcionamento tem levado pesquisadores a adotarem o conceito de *base de conhecimento*, que no entendimento de Trivilin e Ribeiro (2015, p. 40) “[...] se refere ao conhecimento que os professores devem possuir para realizar um bom ensino”.

Shulman (1986, 1987) alicerçou os estudos sobre o *knowledge base* (base de conhecimento para o ensino), o qual busca compreender como são adquiridos os conhecimentos profissionais do professor e como esses conhecimentos se combinam com o conhecimento do professor sobre o conteúdo em particular para formar uma base de conhecimentos. Shulman (1986, 1987) afirma que essa combinação de conhecimentos distingue o Matemático do professor de Matemática, por exemplo; o especialista na matéria a entende de uma maneira diferente do professor.

Diante disso, Shulman (1986) propôs distinguir três categorias de conhecimento que compõem a base para o ensino: o conhecimento do conteúdo específico (*subject matter knowledge*); o conhecimento pedagógico de conteúdo (*pedagogical content knowledge*); e o conhecimento curricular (*curricular knowledge*).

O conhecimento específico de conteúdo “[...] refere-se à quantidade e à organização do conhecimento *per se* na mente do professor” (SHULMAN, 1986, p. 09, grifo nosso, tradução livre nossa<sup>11</sup>), ou seja, refere-se às compreensões do professor sobre a estrutura da matéria e como ele compreende o conteúdo que será objeto de ensino.

O conhecimento pedagógico de conteúdo refere-se a um conhecimento que vai além do conhecimento do assunto ou tema, “[...] uma forma particular de conhecimento de conteúdo que engloba os aspectos do conteúdo mais próximos de seu processo de ensino” (SHULMAN, 1986, p. 09, tradução livre nossa<sup>12</sup>), ou seja, o professor deve reconhecer o que facilita ou dificulta a aprendizagem de um determinado tema, além de reconhecer os erros conceituais frequentes dos estudantes e suas implicações na aprendizagem.

---

<sup>11</sup> “[...] refers to the amount and organization of knowledge per se in the mind of the teacher.”

<sup>12</sup> “[...] of the particular form of content knowledge that embodies the aspects of content most germane to its teachability.”

A terceira categoria de Shulman (1986), o conhecimento curricular, seria o conhecimento dos programas de ensino, os materiais instrucionais e alternativos para o ensino de um tópico específico, considerando tanto as suas indicações como as contra-indicações. Esse conhecimento compreende outros dois aspectos: currículo horizontal, que seria habilidade de relacionar conteúdo e contexto dentro da mesma disciplina, ou não; e currículo vertical, que se refere à familiaridade com tópicos e questões que já foram ou serão trabalhados na mesma disciplina em diferentes momentos ao longo da Educação Básica (SHULMAN, 1896).

Influenciado pelo movimento de profissionalização do ensino, Shulman (1987) amplia para sete tipos de conhecimentos básicos que consolidam a compreensão necessária do professor para estimular a compreensão entre os estudantes:

1. conhecimento do conteúdo;
2. conhecimento pedagógico geral;
3. conhecimento do currículo;
4. conhecimento pedagógico do conteúdo;
5. conhecimento dos estudantes e de suas características;
6. conhecimento do contexto educacional; e
7. conhecimento dos fins, propósitos e valores educacionais e de suas bases históricas e filosóficas.

Percebe-se agora que o conhecimento pedagógico do conteúdo é considerado como um dos conhecimentos básicos que o professor deve possuir. Shulman (1987, p. 207) define esse conhecimento como: “[...] a combinação de conteúdo e pedagogia no entendimento de como tópicos específicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e aptidões dos estudantes, e apresentados no processo educacional em sala de aula”.

Em relação aos estudos sobre a base do conhecimento do professor para ensinar Matemática, optou-se por explorar os resultados de pesquisa obtidos pelo grupo liderado por Deborah Ball (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; HILL; ROWAN; BALL, 2005). Nesses trabalhos é desenvolvida - fundamentada a partir da teoria de Shulman (1986) - a noção de *Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)* - Conhecimento Matemático para o Ensino.

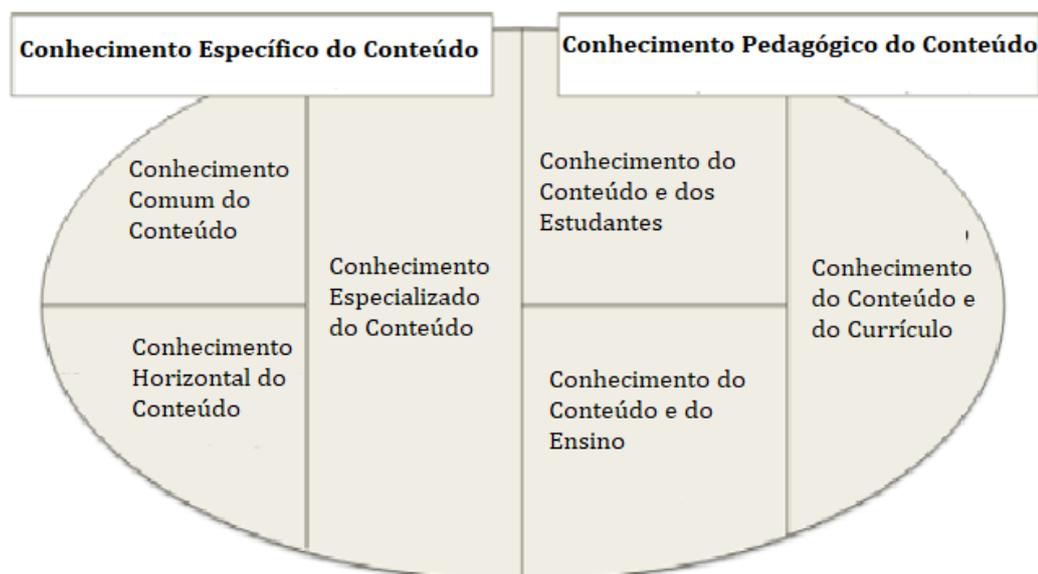
Ball, Thames e Phelps (2008) ampliam e aprofundam as compreensões do conhecimento profissional do professor que ensina Matemática, a partir dos trabalhos desenvolvidos por Shulman (1986, 1987), apresentando dois projetos nos quais trabalharam

por 15 anos: *Ensinar e Aprender a Ensinar Matemática (Mathematics Teaching and Learning to Teach)* - focado no trabalho que os professores fazem no ensino de Matemática - e *Aprendendo Matemática para o Ensino (Learning Mathematics for Teaching)* - que desenvolveu pesquisas de conhecimento de conteúdo para o ensino de Matemática. Os autores declaram que “[...] esses estudos nos levaram a sugerir alguns refinamentos ao conceito popular de conhecimento pedagógico de conteúdo e ao conceito mais amplo de conhecimento de conteúdo para o ensino” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 390, grifo nosso, tradução livre nossa<sup>13</sup>).

Sustentados no trabalho de Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) consideram incluir o conhecimento curricular no conhecimento pedagógico do conteúdo, e que tanto o conhecimento do conteúdo como o conhecimento pedagógico do conteúdo poderiam ser subdivididos, cada um deles, em três subdomínios (Figura 1).

Esse modelo comporta dois conjuntos de conhecimentos: Conhecimento Específico do Conteúdo<sup>14</sup> e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo<sup>15</sup>. O primeiro refere-se principalmente ao conteúdo matemático a ser ensinado. O segundo relaciona-se à maneira como esse conteúdo pode ser ensinado, incluindo o currículo, os estudantes e as próprias relações entre estes e o conteúdo matemático.

**Figura 1 - Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino**



<sup>13</sup> “[...] these studies have led us to hypothesize some refinements to the popular concept of pedagogical content knowledge and to the broader concept of content knowledge for teaching.”

<sup>14</sup> Subject Matter Knowledge (SMK).

<sup>15</sup> Pedagogical Content Knowledge (PCK).

Fonte: adaptado e traduzido da figura apresentada em Ball, Thames e Phelps (2008, p. 243)

Cabe destacar que, apesar de serem apresentados separados, esses conhecimentos não são independentes um do outro, mas é a combinação deles que define o conhecimento necessário para o ensino de Matemática (FERNANDEZ; FIGUEIRAS, 2014).

Dentro do domínio do Conhecimento Específico do Conteúdo, os autores apresentam o Conhecimento Comum do Conteúdo<sup>16</sup> que é definido como o conhecimento e a habilidade Matemáticas usadas em outros contextos além do ensino:

Os professores precisam conhecer o material que ensinam; eles devem reconhecer quando seus estudantes dão respostas erradas ou quando o livro dá uma definição imprecisa. [...]. Mas parte disso requer conhecimento e habilidade Matemática que outros também têm - portanto, não é especial para o trabalho de ensinar. Por 'comum', no entanto, não queremos sugerir que todos tenham esse conhecimento. Em vez disso, queremos indicar que esse é um tipo de conhecimento usado em uma ampla variedade de contextos - em outras palavras, não exclusivo do ensino. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 399, tradução livre nossa<sup>17</sup>)

Ainda que este conhecimento comum seja necessário e fundamental à prática docente, ele não é suficiente ao desempenho da função do professor (FERNANDEZ; FIGUEIRAS, 2014). Por isso é necessário o Conhecimento Especializado do Conteúdo que é o conhecimento matemático específico e necessário para a prática do ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Diferente do Conhecimento Comum, o Conhecimento Especializado é específico do professor. Ferreira (2017, p. 46) traz uma situação que ilustra a diferença entre o Conhecimento Comum e o Conhecimento Especializado:

[...] quando fazemos contas no supermercado para nos assegurar que o que está sendo devolvido de troco está correto, não precisamos lembrar, por exemplo, uma das características do sistema de numeração decimal, sua posicionalidade, para fazer o cálculo em questão e resolver a situação em que nos encontramos. Mas, para ensinar sim, o professor precisa saber que nosso sistema de numeração está baseado tanto no agrupamento de dez elementos quanto se configura como um sistema posicional [...].

O Conhecimento Especializado de Conteúdo refere-se ao conteúdo que é próprio do professor. “Ensinar requer conhecimento além do ensinado aos estudantes. Por exemplo, exige entender diferentes interpretações das operações de maneira que os estudantes não

---

<sup>16</sup>Common Content Knowledge (CCK).

<sup>17</sup> “Teachers need to know the material they teach; they must recognize when their students give wrong answers or when the textbook gives an inaccurate definition. When teachers write on the board, they need to use terms and notation correctly.[...] But some of this requires mathematical knowledge and skill that others have as well—thus, it is not special to the work of teaching. By ‘common’ however, we do not mean to suggest that everyone has this knowledge. Rather, we mean to indicate that this is knowledge of a kind used in a wide variety of settings—in other words, not unique to teaching.”

precisam distinguir explicitamente [...]” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400, tradução livre nossa<sup>18</sup>).

Com relação ao terceiro subdomínio do Conhecimento Específico do Conteúdo, o Conhecimento Horizontal do Conteúdo<sup>19</sup> é definido por Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403, tradução livre nossa<sup>20</sup>) como “[...] uma consciência de como os tópicos matemáticos estão relacionados ao longo da extensão da Matemática incluída no currículo”. Essa perspectiva nos remete a uma das dimensões do Conhecimento de Currículo que Shulman (1986) classificou como conhecimento curricular vertical, que se refere à familiaridade com os tópicos e questões do período anterior e anos posteriores. Em síntese, esse subdomínio, refere-se ao conhecimento das relações existentes entre os diferentes tópicos e questões Matemáticas e da maneira como as aprendizagens de um mesmo tópico ou questão vão evoluindo ao longo da escolaridade (FERNANDEZ; FIGUEIRAS, 2014).

No domínio do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo<sup>21</sup>, o Conhecimento de Conteúdo e de Estudantes<sup>22</sup> combina o conhecimento sobre os estudantes e sobre Matemática. Esse conhecimento refere-se à capacidade de antecipar o que os estudantes estão propensos a pensar e o que e quando eles encontrarão dificuldades acerca de um determinado conteúdo. Além disso, contempla uma compreensão Matemática específica e familiaridade com os estudantes e seu pensamento matemático (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Como exemplo de Conhecimento de Conteúdo de Estudantes, Ball, Thames e Phelps (2008) apontam a familiaridade com os erros comuns e a decisão sobre quais dos vários erros os estudantes têm mais probabilidade de cometer.

O subdomínio Conhecimento do Conteúdo e do Ensino<sup>23</sup> combina o saber sobre o ensino e sobre Matemática. Muitas das tarefas Matemáticas de ensino exigem um conhecimento matemático da organização dos conteúdos específicos para o ensino: selecionar uma abordagem de ensino que seja eficiente para superar certas dificuldades e/ou explorar certos aspectos de um conteúdo. Em síntese, esse conhecimento requer uma interação entre o

---

<sup>18</sup> “Teaching requires knowledge beyond that being taught to students. For instance, it requires understanding different interpretations of the operations in ways that students need not explicitly distinguish [...]”.

<sup>19</sup> Horizon Content Knowledge (HCK).

<sup>20</sup> [...] is na awareness of how mathematical topics are related over the span of mathematics included in the curriculum.

<sup>21</sup> Pedagogical Content Knowledge (PCK).

<sup>22</sup> Knowledge of Content and Students (KCS).

<sup>23</sup> Knowledge of Content and Teaching (KCT).

entendimento matemático específico e o entendimento das questões pedagógicas que afetam o aprendizado do aluno (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

O terceiro subdomínio do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo, o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo<sup>24</sup>, relaciona-se com a necessidade de ter uma visão completa da diversidade de programas para o ensino, ou seja, conhecer os assuntos, tópicos e questões em determinado nível/ano de escolaridade, bem como a variedade de materiais didáticos disponíveis (FERREIRA, 2017), novamente remetendo-se ao que é proposto por Shulman (1986).

Por fim, Ball, Thames e Phelps (2008) destacam que os professores precisam conhecer a matéria que ensinam por um simples motivo: “[...] é improvável que os professores que não conhecem bem um conteúdo tenham o conhecimento necessário para ajudar os estudantes a aprender esse conteúdo” (p. 404, tradução livre nossa<sup>25</sup>). Entretanto, apenas saber/conhecer bem um conteúdo não é suficiente para ensiná-lo: “[...] os professores precisam conhecer a Matemática de maneiras úteis para, entre outras coisas, dar sentido matemático ao trabalho do estudante e escolher maneiras poderosas de representar o assunto, para que seja compreensível para os estudantes” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 404, tradução livre nossa<sup>26</sup>).

### 2.3. O papel do professor na promoção do Pensamento Algébrico

As investigações mais recentes apontam que a Álgebra dos anos iniciais está voltada para a promoção de maneiras de pensar, de modo evolutivo, desde o processo de particularização até a generalização expressa por linguagem. Essa abordagem reforça a importância do papel do professor na promoção de ambientes e situações de aprendizagens adequadas que visem ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos estudantes (KIERAN, 2011).

Lins e Kaput (2004, p. 48, tradução livre nossa<sup>27</sup>), ao caracterizarem o Pensamento Algébrico, enfatizam que é necessária a criação de condições apropriadas para promovê-lo nos anos iniciais, entre as quais destacam “[...] uma maior integração de diferentes tópicos

---

<sup>24</sup>Knowledge of Content and Curriculum (KCC).

<sup>25</sup> “Teachers who do not themselves know a subject well are not likely to have the knowledge they need to help students learn this content.”

<sup>26</sup> “[...] teachers need to know mathematics in ways useful for, among other things, making mathematical sense of student work and choosing powerful ways of representing the subject so that it is understandable to students.”

<sup>27</sup> “[...] is a need for greater integration of different mathematical topics, in order to promote the development of algebraic forms of thinking, which would yield better problem-solving abilities in students.”

matemáticos, a fim de promover o desenvolvimento de formas algébricas de pensamento, o que traria melhores habilidades de resolução de problemas nos estudantes”.

No entendimento de Leitão e Canguero (2007, p. 9) quando os estudantes, de um modo informal, durante a realização de pequenos cálculos mentais, descobrem e fazem generalizações sobre as propriedades das operações, é papel do professor “[...] explorar estas descobertas, torná-las relevantes e incentivar os estudantes a investigar se certas observações e conjecturas são generalizáveis”.

Além disso, cabe ao professor, auxiliar e incentivar os estudantes durante o processo de desenvolvimento da capacidade de usar símbolos para organizar, representar e registrar o seu raciocínio, promovendo o uso consciente de modos de representação favoráveis à generalização, por meio das discussões na turma sobre essas diferentes formas (LEITÃO; CANGUEIRO, 2007; CANAVARRO, 2007; KIERAN, 2007).

Durante os processos de compreensão e reconhecimento de que o sinal de igualdade expressa uma relação, ou seja, as quantidades em ambos os lados do sinal são iguais, conforme Leitão e Canguero (2007, p. 9) é papel do professor “[...] proporcionar aos estudantes oportunidades para estabelecer conexões entre a notação simbólica e a representação concreta da identidade”, recorrendo a experimentos ou exemplos, conforme o caso.

Durante a investigação de padrões numéricos e geométricos os estudantes devem ser encorajados a explicarem os padrões verbalmente e a fazerem previsões acerca do que acontece quando se continua a sequência (LEITÃO; CANGUEIRO, 2007).

Corroborando a ideia de encorajar os estudantes a explicarem verbalmente os padrões encontrados, Kaput (1999) alerta para a importância da capacidade do professor ouvir bem os estudantes:

[...] expressar a generalização significa acomodá-la numa linguagem, seja uma linguagem formal, ou, para crianças mais jovens, em entonações e gestos. No caso de estudantes jovens, identificar a expressão da generalidade ou a tentativa de que uma declaração acerca de um caso particular seja tomada como geral pode requerer o ouvido atento e qualificado do professor que sabe como ouvir cuidadosamente as crianças. (KAPUT, 1999, p. 6, tradução livre nossa<sup>28</sup>)

Além disso, Canavarro (2007) chama a atenção para a importância do papel do professor para construção coletiva da generalização procurada, quando não vislumbrada pelos estudantes, ou na sua clarificação, no seu aprofundamento ou ampliação: “Será importante

---

<sup>28</sup> [...] expressing generalizations means rendering them into some language, whether in a formal language, or, for young children, in intonation and gesture. In the case of young children, identifying the expressed generality or the child’s intent that a statement about a particular case be taken as general may require the skilled and attentive ear of a teacher who knows how to listen carefully to children.

que a turma reconheça não só o valor do processo desenvolvido na realização da atividade, mas também o valor do produto que obteve - e que, de preferência, o integre no seu patrimônio de conhecimentos matemáticos” (CANAVARRO, 2007, p. 111).

Reforçando a importância do professor para promover um ambiente de aprendizagem que favoreça o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, Billings (2008) destaca que:

Antes de promover o Pensamento Algébrico nas suas salas de aula, os professores têm que desenvolver uma compreensão pessoal sobre o que significa pensar algebricamente, para o que ‘precisam de múltiplas experiências de análise de variação, de identificação, representação e generalização de relações entre variáveis’. (p. 279, tradução livre nossa<sup>29</sup>)

Nesse sentido, Canavarro (2007) destaca que o professor deve acreditar e se envolver na possibilidade dos estudantes construir conhecimento matemático por meio dessa atividade: “A necessidade do desenvolvimento de ‘hábitos da mente’ não pode incidir apenas nos estudantes - eles devem necessariamente instalar-se e transbordar dos professores” (CANAVARRO, 2007, p. 113).

Blanton e Kaput (2008) recomendam aos professores interessados em promover o Pensamento Algébrico nos estudantes, a transformação das tarefas típicas da aula de Matemática, sugerindo a “algebrização” dos problemas aritméticos - a sua conversão de problemas aritméticos de resposta única em oportunidades de construção de regularidades, conjecturas, generalizações e sua justificção e explicitação.

Nesse sentido, Canavarro (2007, p. 110) destaca a atenção continuada por parte do professor para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico: “Não se trata apenas de selecionar tarefas adequadas, por muito ‘algebrizadas’ que sejam, nem de permitir o uso de representações diversas por parte dos estudantes”. Essa atenção exige, além disso, que o professor altere a relação com o seu repertório de materiais didáticos: de consumidor e aplicador para transformador ativo (BLANTON; KAPUT, 2008).

---

<sup>29</sup> Before promoting Algebraic Thinking in their classrooms, teachers have to develop a personal understanding of what it means to think algebraically, to what “they need multiple experiences of variance analysis, identification, representation and generalization of relationships between variables”.

### 3. O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS: UM MAPEAMENTO DE ARTIGOS BRASILEIROS

Nesta seção, apresentam-se os resultados de um mapeamento<sup>30</sup> de produções brasileiras existentes sobre questões referentes às dificuldades, potencialidades e desafios no desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pelo viés da formação de professores. Para tanto, buscou-se identificar e analisar pesquisas acadêmicas, no formato de artigos, que abordam essa temática, identificando as abordagens metodológicas e as principais contribuições que esses estudos podem trazer aos processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra. A seguir, apresenta-se a metodologia utilizada para a obtenção de trabalhos publicados sobre o tema em análise.

#### 3.1. Identificação

Para levantamento das produções acadêmicas existentes sobre questões referentes às dificuldades, potencialidades e desafios no desenvolvimento do Pensamento Algébrico, inicialmente foram feitas consultas<sup>31</sup> nas bases de periódicos da CAPES ([www.periodicos.capes.gov.br](http://www.periodicos.capes.gov.br)) e no *SciELO* ([www.scielo.org](http://www.scielo.org)). Para isso, foi utilizada, em um primeiro momento, a expressão “Pensamento Algébrico” como palavra-chave, sendo localizadas 11 produções na base *SciELO* e 107 produções na base da CAPES. Uma segunda busca realizada, acrescentando como palavra-chave “Anos Iniciais”, propiciou a obtenção de 1 produção na base *SciELO* e 36 produções na base da CAPES. Dessas produções, houve a repetição do trabalho localizado na base *SciELO*.

Considerando-se haver restrição ao material obtido - uma vez que após a leitura minuciosa das 36 produções encontradas verificou-se que apenas 2 produções versavam sobre o tema - foram realizadas novas buscas na base do *Google Acadêmico* ([scholar.google.com.br](http://scholar.google.com.br)). Considerando-se como palavra-chave “Pensamento Algébrico” foram localizados 13.700 trabalhos. Uma nova busca foi realizada nesta base, acrescentando as expressões “Anos Iniciais” e “Formação Inicial”, obtendo-se 260 produções. Novamente, houve repetição de produções localizadas nas bases da CAPES e *SciELO*, em especial 2

---

<sup>30</sup> Metodologicamente, em um mapeamento, conforme Biembengut (2008, p. 90), trata-se de “[...] fazer a revisão, na literatura disponível, dos conceitos e das definições sobre o tema ou a questão a ser investigada e, a seguir, das pesquisas acadêmicas recentemente desenvolvidas, em especial, nos últimos cinco anos”.

<sup>31</sup> Consultas realizadas em outubro de 2020.

produções versavam sobre o tema. A Tabela 1 apresenta os dados relativos aos momentos da coleta de dados.

**Tabela 1 – Número de produções obtidas a partir do banco de dados da CAPES, SciELO e Google Acadêmico, de acordo com os descritores utilizados.**

Banco de dados	Descritores	Produções localizadas
Sítio da CAPES	Pensamento Algébrico	107
	Pensamento Algébrico e Anos Iniciais	36
Sítio da SciELO	Pensamento Algébrico	11
	Pensamento Algébrico e Anos Iniciais	1
Google Acadêmico	Pensamento Algébrico	13.700
	Pensamento Algébrico, Anos Iniciais e Formação Inicial	260

**Fonte:** Elaborada pela autora (2020), a partir dos dados fornecidos pelos sites *SciELO*, *CAPES* e *Google Acadêmico*.

A partir da obtenção dos dados consultados foi realizada a leitura minuciosa dos resumos das produções científicas disponíveis nos *sites* da CAPES, da *SciELO* e do *Google Acadêmico*. Não foi delimitado um período, mas optou-se por levar em conta a afinidade com o tema da pesquisa. Dessa forma, foram selecionadas 10 produções brasileiras, consideradas relevantes por abordarem questões relativas ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Além disso, ao inventariar o material houve a preocupação de identificar o *Qualis*<sup>32</sup> de cada periódico em que se encontravam as produções, principalmente aquelas localizadas na base de dados do *Google Acadêmico*. A consulta sobre o *Qualis* de cada periódico foi feita na plataforma Sucupira<sup>33</sup> (CAPES, 2019), tomando como referência o parâmetro “Ensino” no campo “Área de Avaliação”. A Tabela 2 mostra a distribuição das 11 produções acadêmicas selecionadas com base no *Qualis* do periódico onde foram publicadas.

<sup>32</sup> *Qualis* é o conjunto de procedimentos utilizados pela CAPES para estratificação da qualidade da produção intelectual dos programas de pós-graduação. Foi concebido para atender as necessidades específicas do sistema de avaliação e é baseado nas informações fornecidas por meio do aplicativo Coleta de Dados.

<sup>33</sup> <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/veiculoPublicacaoQualis/listaConsultaGeralPeriodicos.jsf>

**Tabela 2 – Distribuição das produções selecionadas com base no *Qualis* do periódico (classificação de periódicos quadriênio 2013-2016) onde foram publicadas.**

Banco de dados	Produções selecionadas		
	<i>Qualis</i> A2	<i>Qualis</i> B1	<i>Qualis</i> B3
Plataforma Sucupira	4	5	2

**Fonte:** Elaborada pela autora (2020), a partir dos dados fornecidos pela plataforma Sucupira (CAPES).

De acordo com a distribuição na estratificação de avaliação dos periódicos nos quais foram publicados os artigos selecionados – A2, B1 e B3 -, que segue uma lista de requisitos rigorosa, pode-se afirmar que os materiais analisados foram avaliados por pareceristas *ad hoc* antes de serem aceitos para publicação, e que receberam ampla divulgação entre os pesquisadores da área de ensino.

### 3.2. Classificação e organização

Para apresentar cada uma dessas produções, elaborou-se o Quadro 11, no qual se destacam o ano da publicação, o título de cada artigo, os autores e o periódico no qual foi publicado.

**Quadro 11 - Relação de produções encontradas no banco de dados da CAPES, SciELO e Google Acadêmico, selecionadas segundo os critérios estabelecidos no estudo.**

Cód.	Ano	Título	Autor(es)	Periódico
A1	2013	Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Ana Virginia De Almeida Luna e Cremilzza Carla Carneiro Ferreira Souza	Educação Matemática e Pesquisa
A2	2014	Manifestação do Pensamento Algébrico em resoluções de tarefas por estudantes do Ensino Fundamental I	Daniele Peres da Silva e Angela Marta Pereira das Dores Savioli	Revista Paranaense de Educação Matemática
A3	2014	O ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: o problema da formação do professor e as contribuições de Lee Shulman e de V. V. Davydov	Valdivina Alves Ferreira e Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas	Poiésis.

A4	2017	A álgebra e o Pensamento Algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental	José Roberto De Campos Lima e Bárbara Lutaif Bianchini	Revista da Produção Discente de Educação Matemática
A5	2017	Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando o currículo da formação inicial de professores de Matemática	Henrique Rizek Elias, Angela Marta Pereira Das Dores Savioli e Alessandro Jacques Ribeiro	Educação Matemática e Pesquisa
A6	2017	Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos documentos curriculares nacionais	Miriam Criez Nobrega Ferreira	RenCiMa
A7	2017	Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Miriam Criez Nobrega Ferreira, Alessandro Jacques Ribeiro, Miguel Ribeiro	Zetetiké
A8	2018	Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico	Miriam Criez Nobrega Ferreira, Alessandro Jacques Ribeiro, Miguel Ribeiro	Perspectiva da Educação Matemática (UFMS)
A9	2018	O Raciocínio Algébrico no Ensino Fundamental: O debate a partir da visão de quatro estudos	Sandra Magina, Caio Fabio dos Santos de Oliveira e Vera Merlini	EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
A10	2018	Pensamento Algébrico: uma discussão com futuras professoras	Maria das Graças Santos Abreu, Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid e Alessandra Rodrigues de Almeida	REVASF
A11	2020	A comunicação matemática escrita de futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental envolvendo o pensamento algébrico	Jane Lopes de Souza Goma, Ana Lúcia Manrique e Maria Helena Martinho	Quadrante

**Fonte:** Elaborada pela autora (2020), a partir dos dados fornecidos pelos sites *SciELO*, *CAPES* e *Google Acadêmico*.

Ao realizar a leitura dos respectivos resumos das produções selecionadas, observou-se a formação de três focos temáticos principais sobre o desenvolvimento do Pensamento

Algébrico nos anos iniciais. Esses focos temáticos, bem como suas subdivisões são apresentados na figura 2.

**Figura 2 - Focos temáticos das produções analisadas**



**Fonte:** Elaborada pela autora (2019), a partir dos dados fornecidos pela pesquisa.

Para realizar o reconhecimento e a análise das produções selecionadas, elaborou-se uma síntese de cada trabalho, apresentada a seguir, a partir dos aspectos mencionados anteriormente.

Iniciando pelo artigo A1 - “Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental”, Luna e Souza (2013) tiveram como objetivo apontar como o Pensamento Algébrico pode ser desenvolvido nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da análise de documentos curriculares nacionais oficiais, livros e publicações de pesquisa com enfoque no ensino de álgebra. A principal contribuição apontada é a apresentação de diferentes enfoques para a pesquisa e prática de ensino de álgebra nos anos iniciais.

No artigo A6 - “Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos documentos curriculares nacionais”, Ferreira (2017) teve como objetivo investigar se e como os elementos que constituem o Pensamento Algébrico estão dispostos em alguns dos documentos curriculares nacionais. Destacando que a intencionalidade do ensino de álgebra nos anos iniciais de forma clara surgiu nos documentos da BNCC, porém nos documentos que se relacionam à formação de professores não foi possível identificar um trabalho com a mesma intencionalidade.

Já na produção A2 - “Manifestação do Pensamento Algébrico em resoluções de tarefas por estudantes do Ensino Fundamental I”, Silva e Savioli (2014) buscaram identificar a manifestação de características do Pensamento Algébrico, analisando a produção escrita de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Foram aplicadas oito atividades para 35 estudantes que não tiveram contato com a linguagem algébrica simbólica. As pesquisadoras concluíram que o Pensamento Algébrico pode revelar-se sem o uso da linguagem algébrica simbólica, uma vez que os estudantes produziram relações e atribuíram significado aos conceitos a partir de seus conhecimentos prévios.

Em sua produção “A álgebra e o Pensamento Algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental” – A4, Lima e Bianchini (2017) tiveram como objetivos realizar um levantamento de como foi proposto o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental na BNCC e de como essas discussões podem influenciar a formação inicial e continuada de professores, bem como a elaboração de materiais curriculares. Por meio de uma pesquisa qualitativa os pesquisadores destacaram que a introdução do Pensamento Algébrico já nos anos iniciais do Ensino Fundamental contribuirá para a evolução do mesmo, auxiliando a formalização e sistematização da linguagem simbólica algébrica.

Ferreira e Freitas (2014), em seu artigo “O ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: o problema da formação do professor e as contribuições de Lee Shulman e de V. V. Davydov” – A3, apresentaram uma discussão mostrando contribuições dos teóricos Lee Shulman e V. V. Davydov sobre a formação inicial de professores. Os pesquisadores apontam que a formação inicial do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é insuficiente, tanto no modelo de professor polivalente (pedagogo), quanto no de professor especialista (licenciado em Matemática), e que essa preparação frágil oferecida nos dois modelos acarreta prejuízos incalculáveis ao desenvolvimento dos estudantes. Com isso, os pesquisadores defenderam uma revisão da política de formação de professores dos anos iniciais, melhorando assim o desempenho dos estudantes em avaliações externas e internacionais de Matemática, auxiliando-os no desenvolvimento de cidadãos na sociedade.

No artigo A5 - “Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando o currículo da formação inicial de professores de Matemática”, Elias, Savioli e Ribeiro (2017) levantaram discussões sobre o espaço dado aos números racionais e à estrutura algébrica corpo nos currículos de Licenciatura em Matemática. Baseados na metodologia de análise

documental foram estudados 14 currículos de cursos de diferentes regiões do Brasil. Além disso, os pesquisadores propuseram uma sequência de tarefas que aborda os números racionais e a estrutura algébrica em diferentes contextos, com objetivo de os licenciandos buscarem novas reflexões enquanto futuros professores. Os pesquisadores concluíram que a sequência de tarefas ilustra um modo de organizar o currículo na formação inicial de professores, problematizando as Matemáticas (Acadêmica e Escolar), estabelecendo suas diferenças em prol do conhecimento matemático para o ensino.

Em se tratando do artigo A7 - “Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”, Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017) procuraram debater o conhecimento matemático de um grupo de professores dos anos iniciais. As discussões surgiram a partir de tarefas com potencial algébrico realizadas por 14 professores durante um curso de extensão. O estudo aponta para uma reduzida familiaridade dos professores participantes em relação ao Pensamento Algébrico, especialmente quando associado a um conhecimento matemático para ensinar. Nesse sentido, os pesquisadores consideraram uma reformulação na formação inicial e continuada de professores, não no sentido de acréscimo de conteúdo, mas em termos de foco e objetivos associados à prática, buscando uma perspectiva de trabalho com o Pensamento Algébrico que vá além dos algoritmos e da técnica operatória.

Já no artigo A8 - “Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico”, Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2018) buscaram identificar a compreensão de professores dos anos iniciais sobre o Pensamento Algébrico e os elementos que o constituem. Os dados foram coletados em um curso de extensão com professores dos anos iniciais. Os pesquisadores concluíram que, embora, os professores tenham demonstrado certa compreensão acerca de alguns elementos inerentes ao Pensamento Algébrico, como, por exemplo, a valorização do raciocínio dos estudantes e a contextualização das atividades, bem como a representação Matemática com o uso de diferentes linguagens e regularidades traduzidas em generalizações, ainda há muitas questões em aberto, principalmente em relação a uma formação inicial sólida e continuada de professores.

O artigo A9 - “O Raciocínio Algébrico no Ensino Fundamental: O debate a partir da visão de quatro estudos”, de Magina, Oliveira e Merlini (2018), teve como objetivo promover uma discussão sobre a introdução do Pensamento Algébrico nos anos iniciais, a partir da visão de estudantes e professores que atuam nesse nível de escolarização. Participaram desse estudo estudantes que cooperaram com uma intervenção de ensino, estudantes que responderam a um

instrumento diagnóstico, além de professores que atuam nos anos iniciais e que participaram de uma formação em serviço. De acordo com o estudo, é possível introduzir conceitos algébricos já nos anos iniciais, ressaltando a forma como serão trabalhados. Dessa forma, os autores concluíram que não basta propor uma mudança de currículo, incluindo conceitos algébricos, mas é preciso preparar os professores, responsáveis efetivamente por implantar esse currículo.

A produção A10 - “Pensamento Algébrico: uma discussão com futuras professoras”, Abreu, Megid e Almeida (2018) tiveram como objetivo discutir com futuros professores a possibilidade do desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais. O estudo se desenvolveu em torno de uma sequência didática que envolveu atividades com foco em sequência, generalização, percepção de regularidades, socialização das descobertas e construção da lógica de um Pensamento Algébrico por meio dos conceitos de fluência e variável, sendo discutidas as aprendizagens dos futuros professores e suas percepções, tanto na perspectiva de aprendizagem das noções algébricas, quanto na perspectiva de ensino. As pesquisadoras concluíram que um trabalho que integre álgebra, aritmética e geometria constitui um desafio não só para o professor, mas para a formação de professores. E ainda, que é necessário oferecer oportunidades de ações que integrem as áreas da disciplina, além de criar atividades que sirvam de alicerce ao conhecimento do professor que ensina Matemática nos anos iniciais.

Por fim o artigo A11 – “A comunicação matemática escrita de futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental envolvendo o pensamento algébrico”, as autoras Goma, Manrique e Martinho (2020) tiveram como objetivo estudar a comunicação matemática escrita de futuras professoras dos anos iniciais do ensino fundamental em relação ao pensamento algébrico. A pesquisa se desenvolveu a partir da observação da resolução de tarefas matemáticas a fim de identificar quatro dimensões da comunicação matemática escrita – clareza, fundamentação, lógica e profundidade. As pesquisadoras concluíram que, de modo geral, as futuras professoras participantes da pesquisa não conseguiram expressar durante a realização das tarefas, construções algébricas com o devido rigor, tanto para explicar determinadas situações como no próprio contexto das tarefas.

### **3.3. Reconhecimento e análise**

De acordo com Biembengut (2008, p. 95): “Reconhecer significa identificar e assinalar concepções teóricas e principais resultados. Analisar implica combinar vários dados ou

resultados específicos em um, mais geral, realizando combinações por meio de associações em função de similares [...]”. Assim, para realizar a análise de cada produção optou-se por utilizar os códigos descritos no Quadro 10, facilitando o processo e descartando a necessidade da repetição dos títulos dos artigos.

Seguindo os objetivos propostos para esta pesquisa, buscou-se evidenciar convergências e divergências entre os objetivos, os instrumentos de coleta de dados e método de análise de dados e as principais contribuições das produções selecionadas.

Em relação aos objetivos, as produções visam a apresentar: uma análise documental sobre os elementos que constituem o Pensamento Algébrico nos anos iniciais em documentos curriculares nacionais (A4 e A6), bem como em livros e publicações de pesquisas com esse enfoque (A1); manifestações de características do Pensamento Algébrico em estudantes dos anos iniciais (A2) e em professores dos anos iniciais (A8, A11); discussões sobre a formação inicial de professores (A3 e A5); uma análise dos saberes necessários para ensinar álgebra nos anos iniciais (A7); e, por fim, uma discussão sobre a introdução do Pensamento Algébrico nos anos iniciais com futuros professores (A10, A11) e com estudantes e professores que atuam nos anos iniciais (A9).

No que diz respeito aos procedimentos metodológicos utilizados nessas pesquisas, as produções A8 e A11 apontam o uso da pesquisa qualitativa no desenvolvimento de suas investigações. A pesquisa qualitativa com análise documental foi utilizada pelas produções A1, A4 e A5. Já a pesquisa qualitativa numa perspectiva interpretativa foi utilizada pelas produções A6, A7 e A10. As produções A2, A3 e A9 não identificaram a abordagem metodológica utilizada nas investigações.

As contribuições e/ou conclusões para o âmbito do desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais elencadas pelas produções selecionadas e analisadas são variadas, e todas apresentam subsídios positivos à introdução deste nos anos iniciais. Não houve apontamento de qualquer objeção à mudança apresentada nos currículos oficiais nacionais pela BNCC.

As produções A2, A4 e A9 destacaram que a introdução do Pensamento Algébrico nos anos iniciais, utilizando a representação pictórica, colaborará para a evolução, formalização e sistematização da linguagem algébrica simbólica.

Embora os professores dos anos iniciais reconheçam alguns elementos inerentes ao Pensamento Algébrico, como apontado pelas produções A7, A8 e A10, as pesquisas A1, A3, A4, A6, A7, A8, A9 e A11 advertem que é preciso investir na formação inicial e continuada

de professores, sobretudo dos anos iniciais, envolvendo a prática pedagógica de ensino de álgebra para se tenha efetivamente a introdução desses conceitos nos primeiros anos de escolarização.

Complementando, a produção A6 afirma que os investimentos na formação inicial e continuada são necessários para que não haja diferenças entre o que está prescrito nos currículos e o que verdadeiramente ocorre em sala de aula. Nesse sentido, A5 aponta a necessidade de relacionar a Matemática Acadêmica com a Matemática Escolar para ampliar a visão de Matemática enquanto campo de conhecimento do estudante/futuro professor.

## 4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção são apresentados os procedimentos metodológicos utilizados nesta investigação. A primeira subseção apresenta as bases da proposta metodológica, referindo-se à metanálise qualitativa. A seguir estão descritos os procedimentos necessários para a seleção e coleta de dados. Por fim, são apresentados os procedimentos para sistematização e análise dos dados, segundo Moraes (1999).

### 4.1. Bases da proposta metodológica

Com o intuito de responder à pergunta da pesquisa, a metanálise qualitativa foi utilizada como método de pesquisa, definida por Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 103) como “[...] uma revisão sistemática de outras pesquisas, visando realizar uma avaliação crítica das mesmas e/ou produzir novos resultados ou sínteses a partir do confronto desses estudos, transcendendo aqueles anteriormente obtidos”. Paterson *et al* (2001, p. 7) definem esse tipo de pesquisa como a “[...] análise de outras análises disponíveis em trabalhos de pesquisa já realizados”.

Com a crescente produção de informações científicas nas últimas décadas, torna-se necessário que essas informações sejam reunidas, organizadas, criticamente avaliadas e interpretadas (PINTO, 2015). Por isso a relevância desse tipo de pesquisa, como destacam Lima, Ramos e Gessinger (2014, p. 128), encontra-se na

[...] sua capacidade de contribuir para qualificação do conhecimento produzido, de auxiliar no estabelecimento de parâmetros para validação dos resultados existentes e de apontar potencialidades e fragilidades presentes em estudos individuais. A Metanálise [...] propicia uma visão aprimorada de determinado objeto de conhecimento e amplia a precisão e a consistência dos resultados obtidos isoladamente em cada investigação.

Porém, os estudos metanalíticos não podem ser comparados aos estudos denominados *estado da arte* (que procuram sistematizar e avaliar a produção científica de um tema),

[...] pois não pretendem descrever aspectos ou tendências gerais da pesquisa num determinado campo de conhecimento, mas, tão somente, realizar uma análise crítica de um conjunto de estudos já realizados, tentando extrair deles informações adicionais que permitam produzir novos resultados. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 71)

Difere, também, da revisão de literatura (ou revisão [bibliográfica] narrativa) - etapa presente em todos os tipos de pesquisa -, pois além de ser feita a seleção e resumos de trabalhos prévios sobre o problema de pesquisa a ser considerado, estudos metanalíticos têm o intuito de refletir sobre os resultados desses estudos, utilizando métodos explícitos e

rigorosos, aplicados uniformemente para seleção, apreciação e sintetização de estudos relevantes (LOPES; FRACOLLI, 2008).

Embora a primeira revisão sistemática sobre uma situação clínica (estudos que se mantêm até hoje) tenha sido realizada em 1955, o termo metanálise foi utilizado pela primeira vez em 1976 por Gene V. Glaus, durante uma palestra, que o apresentou como novo método de análise de dados (PINTO, 2015). Em seus primórdios, as pesquisas metanalíticas utilizavam abordagem quantitativa, bem como métodos estatísticos clássicos (PINTO, 2015; LIMA; RAMOS; GESSINGER, 2014).

A primeira abordagem metanalítica qualitativa foi publicada pelos estudiosos da área de enfermagem Stern e Harris (1985), que interpretaram os resultados de sete estudos, tendo em vista criar um modelo para orientar enfermeiros sobre o autocuidado das mulheres (ZIMMER, 2004).

Atualmente, estudos metanalíticos vêm sendo desenvolvidos nas diversas áreas do conhecimento, porém encontrados em maior número na área médica, bem como outros domínios científicos, como Agricultura, Física e Matemática - áreas que utilizam com maior intensidade abordagens puramente quantitativas (CARDOSO, 2007).

Entretanto, busca-se a promoção de dados qualitativos no desenvolvimento da metanálise, salientando nesse método de pesquisa técnicas de descrição, narração e interpretação (CARDOSO, 2007; CARDOSO; ALARCÃO; CELORICO, 2010). Pinto (2015, p. 56) salienta que “Essa evolução, de uma perspectiva homogeneamente quantitativa a uma perspectiva qualitativa, alcança uma síntese interpretativa de dados, embora estejam presentes ainda em alguns estudos técnicas quantitativas”.

Assim, pesquisas metanalíticas qualitativas, embora incipientes, têm muito a contribuir com as investigações na área das Ciências Humanas, incorporando dados descritivos com enfoque interpretativo dos significados (PINTO, 2015; LIMA; RAMOS; GESSINGER, 2014). Lopes e Fracolli (2008, p. 774) complementam afirmando que “Essas interpretações não podem ser encontradas em nenhum relatório de investigação, mas são inferências derivadas de se tomar todos os artigos em uma amostra, como um todo”.

Assim sendo, a pesquisa objetiva produzir novos resultados, com intenção de transcender aqueles obtidos pelas investigações a serem analisadas. Desse modo, este estudo utilizou uma abordagem qualitativa, pois esta permite investigar aspectos específicos dos objetos de investigação, aprofundando a compreensão sobre esses aspectos. Nesse sentido, fizemos o que Goldenberg (2007, p. 50, grifo do autor) propõe quando afirma que “[...] os

métodos qualitativos enfatizam as particularidades de um fenômeno em termos de seu significado para o grupo pesquisado. É como um mergulho em profundidade dentro de um grupo ‘bom para pensar’ questões relevantes para o tema estudado”.

Para Flick (2009, p. 8, grifos do autor) a pesquisa qualitativa “[...] visa a abordar o mundo ‘lá fora’ [...] e entender, descrever e, às vezes explicar os fenômenos sociais ‘de dentro’[...]”. O autor complementa afirmando que essa abordagem pode ser realizada de diversas maneiras, entre elas “investigando documentos (textos, imagens, filmes ou música) ou traços semelhantes de experiências ou interações” (FLICK, 2009, p. 8).

Com forte orientação para o impacto e sua capacidade de transformação, Denzin e Lincoln definem pesquisa qualitativa como

[...] uma atividade situada que localiza o observador no mundo. A pesquisa qualitativa consiste em um conjunto de práticas materiais interpretativas que tornam o mundo visível. Essas práticas transformam o mundo. [...]. Isso significa que os pesquisadores qualitativos estudam as coisas dentro dos seus contextos naturais, tentando entender, ou interpretar, os fenômenos em termos dos significados que as pessoas lhe atribuem. (DENZIN; LINCOLN, 2011, p.3)

Ao se particularizar a abordagem qualitativa aplicada à área de Educação Matemática, uma pesquisa efetuada por Bicudo e Paulo (2011) evidenciou que uma grande quantidade de investigações publicadas seguiam procedimentos qualitativos, implicando a necessidade de realizar sínteses críticas com a finalidade de ampliar a compreensão sobre uma temática específica, construindo conhecimento atualizado para assim “[...] tornar visíveis estudos qualitativos relevantes [...]” (PINTO, 2015, p. 58).

Ao realizar uma metanálise qualitativa sobre as pesquisas na Área da Educação Matemática, em especial no processo de desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais, deve-se procurar identificar, por meio de determinadas categorias, conhecimentos docentes relacionados ao Pensamento Algébrico em uma quantidade determinada de estudos. Para isso “[...] procura-se reunir todo o conteúdo disponível sobre determinada temática a fim de ajudar a compreender os fenômenos e ampliar o conhecimento” (LOPES; FRACOLLI, 2008, p. 775). “O resultado final, portanto, é uma visão mais acurada do desenvolvimento da área analisada” (PINTO, 2015, p. 58).

Sob essa perspectiva, a realização de estudos por meio da abordagem proposta pela metanálise qualitativa pode possibilitar maior visibilidade e impacto a um conjunto significativo das pesquisas qualitativas realizadas no campo do Pensamento Algébrico. Assim, “[...] esforços no sentido de sintetizar estudos qualitativos são vistos como essenciais

para atingir proposições analíticas mais elevadas e também ampliar a generalização<sup>34</sup> da pesquisa qualitativa” (LOPES; FRACOLLI, 2008, p. 775), criando amplas interpretações dos estudos examinados.

#### 4.2. Procedimentos para seleção e coleta dos dados

A pesquisa do tipo metanálise qualitativa, como já mencionado, é uma integração interpretativa que permite uma visão aprimorada de um conjunto de resultados qualitativos, que é, em si mesmo, a síntese interpretativa de certo conjunto de dados. Além disso, contribui para a qualificação do conhecimento produzido isoladamente em cada estudo. A integração de estudos proporcionada pela metanálise qualitativa ultrapassa a soma das partes, pois oferece uma nova interpretação de resultados (PINTO, 2015).

De acordo com Pinto (2013, p. 1040), existem duas abordagens que podem ser utilizadas para a realização da metanálise: “[...] a clássica, por recuperar técnicas semelhantes ao que Glass (1976) priorizou para uma metanálise quantitativa; e a Teoria Fundamentada, por ser uma técnica constantemente utilizada em pesquisas com abordagem metanalítica qualitativa”.

A metanálise clássica foi utilizada para sistematização dos dados desta pesquisa. Segundo Castro (2001, p. 1), os passos para uma metanálise qualitativa clássica são determinados em duas publicações complementares: “Cochrane Handbook, produzido pela Colaboração Cochrane e CDR Report 4, produzido pelo Centre for Reviews and Dissemination, University of York”. Essa colaboração recomenda que sejam efetuados sete passos, distribuídos em três momentos: *1º momento*: (1) formulação da pergunta; (2) localização e seleção dos estudos; (3) avaliação crítica dos estudos; *2º momento*: (4) coleta dos dados; *3º momento*: (5) tabulação e análise dos dados; (6) interpretação dos dados e (7) relatório final, demonstrando a expansão dos resultados individuais para responder à questão inicialmente formulada.

A **formulação clara da pergunta** “[...] é um elemento que distingue a metanálise de referenciais teóricos, presentes na contextualização de qualquer pesquisa científica, pois os referenciais teóricos não partem de perguntas [...]” (LIMA; RICHTER, 2018, p. 130). Castro (2001, p. 2), também alerta que “[...] questões mal formuladas levam a decisões obscuras sobre o que deve ou não ser incluído na revisão”. Desse modo, a elaboração e o refinamento

---

<sup>34</sup> “Não se considera, aqui, a generalização como baseada em amostragem e significância estatística, mas como uma generalização sobre particularidades, que cria amplas interpretações de todos os estudos examinados, de modo a se permanecer fiel a cada um, em particular” (LOPES, FRACOLLI, 2008, p. 775).

da pergunta devem passar pelo crivo de algumas indagações básicas, como: A pergunta é pertinente? (Verifica-se aqui a capacidade da pergunta para responder a situações relevantes); A pergunta é realista? (A pergunta da pesquisa deve ser passível de ser respondida); O assunto é amplo ou limitado? (Verificar quantidade de textos existentes na área); Espera-se fazer uma metanálise qualitativa, apenas, ou utilizar métodos quantitativos? (Verificar a necessidade de aplicação de métodos estatísticos na análise qualitativa) (CASTRO, 2001; PINTO, 2015).

A partir disso foi delimitada a pergunta de pesquisa: “Como se constituem os conhecimentos necessários aos professores no que tange ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico? E, com base nos critérios citados anteriormente, verificou-se que a pergunta era pertinente e possível de ser respondida com uma seleção específica do *corpus*, o que auxiliou na delimitação dos dados. Além disso, foi definido que os dados seriam analisados qualitativamente e, se necessário, com o uso de recursos estatísticos de quantificação.

O próximo passo – **localização e seleção dos estudos** – diz respeito à busca do *corpus* a ser analisado. De acordo com Castro (2001, p. 2), “[...] não existe uma única fonte de busca de estudos”. Para identificar os estudos relevantes foram utilizadas as bases de dados eletrônicos. Além disso, em virtude da disponibilidade de materiais, Pinto (2015, p. 60) recomenda “[...] limitar a pesquisa bibliográfica no espaço [...] e tempo [...]”.

Para compor o *corpus* desta pesquisa, optou-se por utilizar apenas teses e dissertações. Essa escolha deu-se pelo fato desses textos serem considerados inéditos e representativos, resultantes de pesquisas aprofundadas e detalhadas. Dessa forma, visando a inventariar as pesquisas que tratam do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, optou-se por realizar uma consulta online na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), no período compreendido entre abril de 2020 a junho de 2020, considerando os estudos realizados nos últimos dez anos (de 2010 a 2019).

O descritor utilizado para delimitar a busca foi “Pensamento Algébrico”, sempre prestando atenção ao título, resumo e palavras-chave. Além disso, utilizaram-se ainda alguns refinamentos disponíveis no banco de dados: apenas pesquisas de mestrado e doutorado acadêmicos foram consideradas. A área multidisciplinar foi utilizada no refinamento Grande Área do Conhecimento, pois nessa área estão inseridos programas de pós-graduação diretamente ligados à Educação Matemática; como Área do Conhecimento foi utilizado o refinamento Ensino de Ciências e Matemática, pois esta se relaciona diretamente com a temática do estudo. E, como Áreas de Concentração foram consideradas as seguintes: Educação Básica; Educação em Ciências; Educação em Ciências e Matemática; Educação

Matemática; Educação Matemática Cultura e Diversidade; Ensino; Ensino de Ciências e Matemática; Ensino de Ciências; Ensino de Ciências e Educação Matemática; Ensino de Ciências e Matemática; Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos Científicos; Ensino e História da Matemática e da Física; Ensino e História das Ciências e da Matemática; Educação em Ciências e em Matemática; Qualificação de Professores de Ciências e Matemática. Assim, foram identificados 201 estudos, passando para a terceira etapa da metanálise.

A **avaliação crítica dos estudos** caracteriza o terceiro passo da elaboração da metanálise, e consiste em definir critérios que validem os estudos selecionados, descartando aqueles que não preenchem esses critérios. Para Castro (2001), além da citação dos estudos considerados válidos para a revisão, aqueles que não preenchem os critérios de validade são citados, explicando o porquê de sua exclusão. Inicialmente, os critérios elencados para a seleção do *corpus* foram os seguintes: temática (estudos referentes ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais, voltada para a formação inicial/continuada de professores), área (estudo produzidos por pesquisadores da área de Educação Matemática) e disponibilidade (os estudos devem estar disponíveis na íntegra).

A partir dos critérios estabelecidos, foi realizada uma leitura minuciosa do resumo das pesquisas identificadas, com o objetivo de verificar se os estudos se enquadraram nos critérios estabelecidos. Esse resumo (conforme exemplo no quadro 12), disponível na BDTD, auxiliou para verificar e excluir pesquisas que tratavam sobre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos finais do Ensino Fundamental, como também para excluir pesquisas que não se referiam à formação de professores. Quanto à disponibilidade, foi verificado se o texto estava disponível na íntegra no banco de dados da BDTD, bem como nas bibliotecas digitais de teses e dissertações de universidades brasileiras.

**Quadro 12 – Informações sobre dissertação disponível - BDTD**

<b>Nível de Acesso:</b>	openAccess
<b>Data de Defesa:</b>	2018
<b>Autor/a:</b>	Pinheiro, Anderson Cangane
<b>Orientador/a:</b>	Pirola, Nelson Antonio [UNESP]
<b>Tipo Documento:</b>	Dissertação
<b>Idioma:</b>	Português

<b>Instituição de Defesa:</b>	Universidade Estadual Paulista (UNESP)
<b>Assuntos em Português:</b>	Educação algébrica Pensamento algébrico Crenças de autoeficácia
<b>Download Texto Completo:</b>	<a href="http://hdl.handle.net/11449/154898">http://hdl.handle.net/11449/154898</a>
<b>Resumo Português:</b>	<p>Esta pesquisa de mestrado objetivou uma análise das crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental da rede pública do Estado de São Paulo. Para a análise das crenças de autoeficácia dos docentes que lecionam Matemática nos anos iniciais e anos fundamentais, foram utilizadas duas escalas elaboradas e validadas nas quais os participantes da pesquisa manifestaram seus julgamentos sobre suas capacidades em atividades que visam ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Cada escala foi composta por uma série de afirmações que representam situações didáticas em que os participantes puderam discordar totalmente, discordar, concordar ou concordar totalmente. As alternativas foram organizadas no formato likert e para cada afirmação o docente participante só pôde assinalar uma única alternativa. Participaram da pesquisa nove professores dos anos iniciais e 39 professores dos anos finais do ensino fundamental. Para a análise e interpretação dos resultados utilizamos a metodologia mista. Constatamos que os professores demonstram crenças de autoeficácia positivas, porém essas crenças não são fortes. Dentre as variáveis que podem influenciar nas crenças citamos a idade, concepções de álgebra, autoconceito, formação inicial, pós-graduação, persuasão social, materiais curriculares e o interesse dos alunos na percepção dos professores. Discutimos, neste trabalho, como as crenças de autoeficácia impactam as motivações, escolhas e comportamentos dos docentes em suas práticas.</p>

Fonte: BDTD, disponível em <https://bdtd.ibict.br/vufind/>; acesso em 02 jul 2020.

Após essa análise, o *corpus* foi reduzido para 8 pesquisas acadêmicas, sendo 7 dissertações e 1 tese, referentes aos anos de 2011 a 2019, conforme identificação no quadro 13. Embora existam critérios detalhados de busca e disponibilidade, no processo de coleta de

teses e dissertações é inevitável considerar que alguns estudos brasileiros podem não ter sido incluídos no *corpus*.

**Quadro 13 – Corpus da análise**

<b>Identificação</b>	<b>Autor/a</b>	<b>Ano</b>	<b>Tipo</b>
FREIRE_2011T	Raquel Santiago Freire	2011	Tese
CARNIEL_2013D	Ivna Gurniski Carniel	2013	Dissertação
FERREIRA_2017D	Miriam Criez Nobrega Ferreira	2017	Dissertação
BITENCOURT_2018D	Daiane Venancio Bitencourt	2018	Dissertação
LIMA_2018D	José Roberto de Campos Lima	2018	Dissertação
PINHEIRO_2018D	Anderson Cangane Pinheiro	2018	Dissertação
GOMA_2019D	Jane Lopes De Souza Goma	2019	Dissertação
SANTANA_2019D	Roseli Regina Fernandes Santana	2019	Dissertação

**Fonte:** Elaborado pela autora (2020).

Observa-se uma concentração dos estudos a partir de 2017, o que pode estar relacionado ao fato que no ano de 2015 iniciaram-se mobilizações em escolas de todo o Brasil para a discussão do texto preliminar da BNCC, com desdobramentos da implantação nos anos seguintes.

Na **coleta de dados**, o quarto passo, e único do segundo momento, se deu a estruturação do *corpus*. O material, após ser devidamente codificado, foi reunido em quadros-resumo individuais que contemplaram as características do método, dos participantes e dos resultados. Com isso, foi possível, nos estudos selecionados, buscar pontos de convergência, avaliar os resultados e sistematizar o problema de pesquisa.

Nos quadros 14 a 21, a seguir, são apresentadas as principais características dos estudos selecionados, conforme apresentados no quadro 13, enfatizando a abordagem da pesquisa, participantes ou fonte de dados e principais resultados.

**Quadro 14 – Principais características: FREIRE\_2011T**

<b>Título:</b> Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental		
<b>Método de pesquisa</b>	<b>Participantes</b>	<b>Principais resultados</b>
Pesquisa qualitativa de cunho interpretativo.	Inicialmente 11 professores dos anos iniciais do Ensino fundamental participaram de uma oficina. Após a oficina uma professora foi selecionada para planejar e utilizar as atividades na sua prática.	As atividades utilizadas favorecem o desenvolvimento de conceitos ligados ao Pensamento Algébrico nos professores investigados. Ressalta a importância de investir em formação continuada.

**Fonte:** elaborado pela autora (2020) a partir dos dados disponíveis em Freire (2011)

**Quadro 15 – Principais características: CARNIEL\_2013D**

<b>Título:</b> Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática		
<b>Método de pesquisa</b>	<b>Participantes</b>	<b>Principais resultados</b>
Pesquisa qualitativa de cunho interpretativo.	Uma professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Identificação de aspectos da prática letiva da professora investigada, de modo a caracterizar os conhecimentos mobilizados ao longo do processo.

Fonte: elaborado pela autora (2020) a partir dos dados disponíveis em Carniel (2013)

**Quadro 16 – Principais características: FERREIRA\_2017D**

<b>Título:</b> Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico		
<b>Método de pesquisa</b>	<b>Participantes/Documentos</b>	<b>Principais resultados</b>
Pesquisa qualitativa de cunho interpretativo no formato multipaper.	Documentos curriculares nacionais. Professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental participantes de um curso de extensão.	O Pensamento Algébrico tem presença limitada nos documentos curriculares nacionais. Os professores investigados apresentam pouca familiaridade com questões centrais que envolvem a caracterização e o trabalho com o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais.

Fonte: elaborado pela autora (2020) a partir dos dados disponíveis em Ferreira (2017)

**Quadro 17 – Principais características: BITENCOURT\_2018D**

<b>Título:</b> <i>Early Algebra</i> na perspectiva do livro didático		
<b>Método de pesquisa</b>	<b>Documentos</b>	<b>Principais resultados</b>
Pesquisa qualitativa de caráter documental.	Coleções de livros didáticos aprovadas pelo PNLD 2016 e utilizadas do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.	Os livros das coleções analisadas apresentam tarefas que convergem para as normas da BNCC com foco no desenvolvimento algébrico, bem como para as discussões dos pesquisadores da <i>Early Algebra</i> , no desenvolvimento de competências em álgebra.

Fonte: elaborado pela autora (2020) a partir dos dados disponíveis em Bitencourt (2018)

**Quadro 18 – Principais características: LIMA\_2018D**

<b>Título:</b> Pensamento Algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas.		
<b>Método de pesquisa</b>	<b>Documentos</b>	<b>Principais resultados</b>
Pesquisa qualitativa de caráter documental.	Documentos curriculares nacionais (BNCC) e estadual (Orientações Curriculares de Matemática para os	Na BNCC, há uma aproximação conceitual à denominada área de pesquisa <i>Early Álgebra</i> .

	Anos Iniciais - OCMAI – SP).	Nas OCMAI, há indícios que podem conduzir ao desenvolvimento do pensamento algébrico, mas de modo implícito, sendo pouco citada essa forma de pensamento matemático.
--	------------------------------	--

Fonte: elaborado pela autora (2020) a partir dos dados disponíveis em Lima, (2018)

#### Quadro 19 – Principais características: PINHEIRO\_2018D

<b>Título:</b> O ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do Pensamento Algébrico		
<b>Método de pesquisa</b>	<b>Participantes</b>	<b>Principais resultados</b>
Pesquisa de abordagem mista, quanti-qualitativa.	Nove professores dos anos iniciais e 39 professores dos anos finais do Ensino Fundamental.	Constatação de que os professores demonstram crenças de autoeficácia positivas, porém essas crenças não são fortes.

Fonte: elaborado pela autora (2020) a partir dos dados disponíveis em Pinheiro (2018)

#### Quadro 20 – Principais características: GOMA\_2019D

<b>Título:</b> A comunicação escrita matemática envolvendo o Pensamento Algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental		
<b>Método de pesquisa</b>	<b>Participantes</b>	<b>Principais resultados</b>
Pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo.	Quinze estudantes (futuras professoras) do 8º semestre de um curso de Pedagogia.	As futuras professoras não conseguem, de modo geral, expressar com precisão construções algébricas para explicar determinadas situações, por vezes, no próprio contexto das tarefas elas revelaram não possuir nenhum domínio.

Fonte: elaborado pela autora (2020) a partir dos dados disponíveis em Goma (2019)

#### Quadro 21 – Principais características: SANTANA\_2019D

<b>Título:</b> A comunicação escrita matemática envolvendo o Pensamento Algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental		
<b>Método de pesquisa</b>	<b>Participantes</b>	<b>Principais resultados</b>
Pesquisa de abordagem mista, quanti-qualitativa.	Cento e vinte e oito estudantes do curso de Pedagogia ( <i>pre-service</i> ) de instituições privadas e 119 professores ( <i>in-service</i> ) dos anos iniciais, da rede pública de ensino.	Os participantes se sentiram menos seguros para o ensino do pensamento algébrico do que quanto ao conhecimento de conteúdo curricular, embora revelassem conhecer pouco a respeito de elementos conceituais e pedagógicos, bem como os caracterizadores desse pensamento matemático.

Fonte: elaborado pela autora (2020) a partir dos dados disponíveis em Santana (2019)

Além das pesquisas acadêmicas selecionadas, alguns documentos oficiais da educação brasileira foram utilizados neste estudo. Optou-se pela análise de documentos relacionados ao currículo da educação básica, em especial aqueles que se referem aos anos iniciais do Ensino

Fundamental, bem como documentos relacionados à formação de professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os documentos analisados foram obtidos no portal do Ministério da Educação e Cultura (MEC)<sup>35</sup>.

No que se refere à formação de professores, o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2014) foi o documento analisado. Embora este documento passe atualmente por um processo de reformulação, foi mantida a sua proposição maior, que é a de corrigir a distorção série-idade e alfabetizar a criança nos três primeiros anos do Ensino Fundamental, ou seja, até os oito anos de idade.

E, no que se refere às diretrizes de currículos para o trabalho com os estudantes, foram selecionados três documentos: BNCC, por ser um documento de caráter normativo; o PNAIC, por apresentar os Direitos de Aprendizagem do estudante, entendidos como objetivos de aprendizagem e, por fim, as Matrizes de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em Matemática, por apresentarem a associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelos estudantes, que remetem a certas competências e habilidades (BRASIL, 2020).

Como os documentos são compostos por fascículos e/ou cadernos formativos que abrangem todas as unidades temáticas de Matemática a serem desenvolvidas nos anos iniciais, foram selecionados aqueles que trazem explicitamente objetivos relacionados ao Pensamento Algébrico ou Álgebra, conforme descrito no quadro 22.

**Quadro 22 – Relação dos documentos analisados**

Nome do documento	Tipo de documento	Fascículo/caderno utilizado na análise
Base Nacional Comum Curricular – BNCC - (BRASIL, 2017)	Diretriz curricular	Matemática no Ensino Fundamental – anos iniciais
Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa – PNAIC – (BRASIL, 2014)	Diretriz curricular e formação de professores	Pensamento Algébrico
Matrizes de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em Matemática	Diretriz curricular	Números e operações. Álgebra e funções.

Fonte: elaborado pela autora (2020)

Nas etapas de **tabulação, análise e interpretação dos dados** – respectivamente, quinto e sexto passos - foram elencados alguns tópicos (descritores) de análise que ajudaram a

<sup>35</sup>Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br>

melhor organizar os dados, agrupá-los e facilitar a análise propriamente dita. Os dados recolhidos pelos descritores de cada estudo foram gradualmente reduzidos e agrupados em categorias de análises, definidas a partir de indicadores presentes nos estudos selecionados. O que se propõe nessa fase é uma análise de conteúdo (essa etapa será detalhada na subseção 4.3). Segundo Moraes (1999, p. 8), essa metodologia de pesquisa é “usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos”.

Por fim, no último passo – **aprimoramento e atualização da metanálise** – diz respeito à constante atualização do texto final toda vez que a pesquisa receber críticas e sugestões, que devem ser incorporadas às edições subsequentes, caracterizando, de acordo com Castro (2001), uma publicação viva.

#### **4.3. Procedimentos para sistematização e análise dos dados**

Esta subseção tem por objetivo apresentar a análise de conteúdo como método de análise, sob a perspectiva de Moraes (1999, p. 8). Para este autor “Essa análise, conduzindo a descrições sistemáticas, qualitativas ou quantitativas, ajuda a reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum”.

Os dados para a análise de conteúdo podem ser retirados de qualquer material proveniente de comunicação verbal ou não verbal (cartas, cartazes, jornais, revistas, livros, relatos autobiográficos, gravações, entrevistas, filmes, fotografias, vídeos, entre outros). Contudo, Moraes (1999, p. 08) alerta que esses dados “[...] chegam ao investigador em estado bruto, necessitando, então ser processados para, dessa maneira, facilitar o trabalho de compreensão, interpretação e inferência a que aspira a análise de conteúdo”.

Na abordagem qualitativa, segundo Moraes (1999), a definição dos objetivos geralmente se dá ao longo da investigação, enquanto que na abordagem quantitativa os objetivos são pré-definidos de modo preciso. Santos, Soares e Fontoura (2004, p. 2) preferem “[...] trabalhar com a ideia de objetivos definidos no impulso inicial da pesquisa, mas com a possibilidade da emergência de novos objetivos a medida em que a realidade se mostra através do material coletado”. Os autores ainda complementam que “[...] a análise de conteúdo exige a explicitação clara dos objetivos, para que os dados possam ser selecionados de acordo com sua real utilidade para os mesmos”.

A análise de conteúdo, embora admita um número ilimitado de formas de categorizar possíveis objetivos, tem historicamente se enquadrado em seis questões básicas: 1) “Quem

fala?"; 2) "Para dizer o quê?"; 3) "A quem?"; 4) "De que modo?"; 5) "Com que finalidade?"; 6) "Com que resultados?".

Quando a análise de conteúdo objetiva conhecer "Quem fala?", as inferências serão em relação ao emissor da mensagem. Sua meta é determinar características de quem emite a mensagem (personalidade, comportamento verbal, valores, universo semântico, características psicológicas).

No caso da análise dirigir-se à questão "Para dizer o quê?" seu enfoque será voltado às características da mensagem propriamente dita. As palavras, argumentos, ideias.

Na análise direcionada "A quem?" as inferências serão sobre quem recebe a mensagem, ou seja, procura desvendar as características do receptor. Santos, Soares e Fontoura (2004) apresentam o conteúdo das propagandas de televisão, e sua alteração ao longo da programação diária, como exemplo para esse direcionamento de análise.

Ao analisar "De que modo?" ou "Como?", a pesquisa estará voltada para a forma como a comunicação se processa, seus códigos, estilos, estruturas da linguagem, ou seja, características do meio pelo qual a mensagem é transmitida.

Se o direcionamento do estudo for "Com que finalidade?" o pesquisador questionará os objetivos de uma dada comunicação, sejam explícitos ou implícitos. Novamente focada no emissor, essa análise procura captar as finalidades com que se emite a mensagem, sejam elas manifestas ou ocultas.

Por fim, realizar uma análise focada na perspectiva de "Com que resultados?" implica que o pesquisador procura identificar e descrever os resultados efetivos de uma comunicação. Considerando que os resultados não necessariamente coincidem com os objetivos, a pesquisa pode explorar as incongruências entre fins e resultados.

Esta classificação dos enfoques dos objetivos da análise de conteúdo não impede que o pesquisador utilize mais de uma abordagem para sua análise. Moraes (1999, p. 10) afirma que "[...] os métodos e técnicas de análise poderão variar em função dos objetivos propostos. A percepção do conteúdo e de modo especial as inferências atingidas dependem dos objetivos propostos".

Embora diferentes autores proponham processos diversificados para a análise de conteúdo, Moraes (1999) sugere que ela seja realizada em cinco etapas: (1) preparação das informações; (2) transformação do conteúdo em unidades; (3) classificação das unidades em categorias; (4) descrição; e, (5) interpretação.

A **preparação das informações** consiste em identificar as diferentes amostras, selecionando as informações a serem analisadas. Moraes (1999, p. 11) orienta: “Os documentos assim incluídos na amostra devem ser representativos e pertinentes aos objetivos da análise”. Na sequência são estabelecidos códigos que permitam identificar rapidamente cada elemento da amostra de documentos a serem analisados.

Após essa organização, inicia-se o processo de **transformação do conteúdo em unidades**, ou **unitarização**. Esse processo subdivide-se em quatro etapas: (1) definir as unidades de análises; (2) identificar as unidades de análises; (3) isolar cada unidade de análise; e, (4) definir as unidades de contexto.

Inicia-se o processo de unitarização fazendo-se uma releitura cuidadosa de todos os materiais com a finalidade de *definir as unidades de análise*, que também podem ser denominadas unidades de registro ou unidades de significado. Segundo Moraes (1999, p. 11), este “[...] é o elemento unitário de conteúdo a ser submetido posteriormente à classificação. Toda categorização ou classificação necessita definir o elemento ou indivíduo unitário a ser classificado”. Definidas pelo pesquisador, as unidades de análise “[...] podem ser tanto as palavras, frases, temas ou mesmo os documentos em sua forma integral” (MORAES, 1999, p. 11), ou seja, pode-se optar por manter o material em sua forma integral ou dividi-lo em unidades menores. Esta decisão depende dos objetivos da pesquisa e do tipo de material a ser analisado.

Dando continuidade ao processo de unitarização, deve-se, novamente, reler todos os materiais para neles identificar as *unidades de análise*. Nesse momento, deve-se codificar cada unidade estabelecendo códigos adicionais, associados à codificação pré-existente. De acordo com Santos, Soares e Fontoura (2004), é desta maneira que as diferentes frações originárias de um mesmo documento poderão ser identificadas como inerentes àquele, por meio do código.

A terceira etapa consiste em *isolar cada unidade de análise*, ou seja, “[...] retirar o fragmento escolhido do texto integral para que possa classificar tal fragmento” (SANTOS; SOARES; FONTOURA, 2004, p. 4). Recomenda-se reescrever cada um dos fragmentos de modo a ficarem individualizados e isolados, de modo que possam ser compreendidos fora do contexto original. Nesse processo é importante levar em conta que as unidades de análise “[...] devem representar conjuntos de informações que tenham um significado completo em si mesmas. Devem poder ser interpretadas sem auxílio de nenhuma informação adicional”

(MORAES, 1999, p. 12). Isso é importante, já que nas etapas posteriores da análise estas unidades serão observadas fora do contexto da mensagem original.

Na última etapa faz-se necessário *definir as unidades de contexto*. Essas unidades representam um contexto mais amplo e servem de referência, fixando limites contextuais para interpretá-las. “Cada unidade de contexto, geralmente, contém diversas unidades de registro” (MORAES, 1999, p. 12). De acordo com Santos, Soares e Fontoura (2004, p. 4) as unidades de contexto são importantes, pois se pode “[...] retornar ao material de forma integral e analisar, quando necessário, o contexto no qual estava inserido um determinado fragmento”.

Na fase de **classificação das unidades em categorias**, ou **categorização**, os dados são agrupados, “[...] considerando a parte comum existente entre eles” (MORAES, 1999, p. 12). Essa classificação pode seguir critérios semânticos (originando categorias temáticas) ou sintáticos (as categorias se originam a partir de verbos, adjetivos, substantivos, entre outros). A classificação das unidades em categorias pode constituir-se, ainda, de critérios léxicos, entretanto essa classificação deve fundamentar-se em apenas um desses critérios.

As categorias representam o produto de um esforço de síntese de uma mensagem, destacando seus aspectos mais importantes. As categorias podem ser definidas *a priori* ou emergir durante o processo. Moraes (1999, p. 13) orienta que essa etapa não é feita em um momento único, e “que a análise do material se processa de forma cíclica e circular e não de forma sequencial e linear. [...], em que em cada ciclo podem atingir-se novas camadas de compreensão”.

O estabelecimento das categorias - etapa considerada por Moraes (1999) como a mais criativa da análise - deve obedecer a um conjunto de critérios. As categorias devem ser *válidas, exaustivas e homogêneas*. Já a classificação do conteúdo deve ser *mutuamente exclusiva e consistente*. Para que a categoria seja considerada *válida* esta precisa ser condizente com os objetivos de pesquisa, ou seja, deve ser pertinente e útil ao trabalho. Nessa perspectiva, Santos, Soares e Fontoura (2004, p. 4) salientam que o “[...] pesquisador deve buscar o equilíbrio para que não precise recorrer a um número elevado de categorias, sem, ao mesmo tempo, deixar de abarcar temas necessários a análise”.

O segundo critério refere-se à *exaustividade* (ou inclusividade) e deve “possibilitar a categorização de todo o conteúdo significativo definido de acordo com os objetivos da análise” (MORAES, 1999, p. 14), ou seja, nenhum dado significativo deve ficar fora da análise. Além de serem válidas e suficientemente abrangentes, as categorias devem ser *homogêneas*, sendo sua organização fundamentada em um único critério de classificação.

Santos, Soares e Fontoura (2004, p. 5) exemplificam esse critério: “Se as categorias serão criadas a partir de temas, é inviável estabelecer alguma categoria a partir de palavras ou frases”.

Além dos critérios anteriores, é necessário garantir que uma mesma unidade de análise não seja incluída em mais de uma categoria. É o critério de *exclusão mútua*. Por fim, o critério da *consistência* está relacionado com a clareza nas regras de classificação das unidades de análise, não deixando qualquer dúvida quanto às categorias em que cada unidade de análise deveria estar integrada.

Ainda sobre a categorização, os dados podem ser agrupados dentro de vários níveis, sempre atendendo em cada nível aos critérios estabelecidos. Serão denominadas categorias iniciais aquelas resultantes do primeiro esforço de classificação, geralmente mais numerosas, homogêneas e precisas. Já as categorias intermediárias e finais serão as que provêm do reagrupamento progressivo, com uma homogeneidade mais fraca, em menor número e mais amplas.

Depois de terem sido criadas as categorias, outra etapa importante é a **descrição**, momento de comunicar os resultados da pesquisa. A divulgação pode ser feita por intermédio de diferentes tipos de tabelas, de quadros ou textos, de acordo com os níveis de categorização utilizados. Além disso, por tratar-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, para cada uma das categorias, será produzido um texto síntese “[...] em que se expresse o conjunto de significados presentes nas diversas unidades de análise incluídas em cada uma delas” (MORAES, 1999, p. 15). Citações diretas dos dados originais deverão ser utilizadas para exemplificar as informações.

Não limitando a análise à descrição, parte-se para a fase final, chamada de **interpretação**. Nesse momento é preciso ir além, atingir uma compreensão mais “[...] aprofundada do conteúdo das mensagens através da inferência e interpretação” (MORAES, 1999, p. 15). Para Cury e Konzen (2006, p. 36), nesse momento o pesquisador deve “[...] refletir sobre os dados e, com base no referencial teórico e em suas concepções sobre o tema, vai buscar respostas às suas questões de pesquisa”. Complementando, Constantino (2002, p. 192) afirma que nesse momento deverão “[...] ser comunicadas as novas compreensões, explicitadas as novas descobertas emergentes da análise, tornando compreensíveis os fenômenos ou processos investigados”.

## 5. RELAÇÕES E COMPREENSÕES METANALÍTICAS ENTRE AS DISSERTAÇÕES E DOCUMENTOS OFICIAIS

Nessa seção, buscou-se fazer uma aproximação das pesquisas, buscando características do Pensamento Algébrico nos documentos curriculares oficiais e como essas características se manifestam nos sistemas de ensino, por meio da análise de livros didáticos e, ainda, como os docentes se sentem em relação a suas preparações para o desenvolvimento dessas competências.

Como um dos objetivos da metanálise consiste em confrontar resultados das pesquisas, tentando extrair desses estudos “[...] informações adicionais que permitem produzir novos resultados” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 71), nessa seção será apresentado o entrelaçamento das nove pesquisas brasileiras selecionadas, que compõem o *corpus* da metanálise.

Para esse fim, o método de análise de conteúdo (MORAES, 1999) foi adotado, conforme detalhado na subseção anterior. Primeiramente, os dados extraídos das pesquisas e documentos oficiais selecionados foram agrupados em um único arquivo e devidamente codificados. Após, foi realizada a desconstrução dos materiais em unidades de sentido para, em seguida, ser elaborada a escrita interpretativa sobre cada unidade.

Após essa etapa, o agrupamento das unidades foi realizado, respeitando a similaridade e significado, resultando assim em categorias iniciais. Desse modo, novamente foi realizado o agrupamento e surgiram as categorias intermediárias. Ao serem reorganizadas, essas categorias resultaram em duas categorias finais de análise, que são: Crença da Autoeficácia Docente no Desenvolvimento do Pensamento Algébrico e Caracterização do Pensamento Algébrico. O quadro 23 apresenta as categorias emergentes e as respectivas subcategorias.

**Quadro 23 - Categorias emergentes e subcategorias**

<b>Categorias emergentes</b>	<b>Subcategorias</b>
Caracterização do Pensamento Algébrico.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pensamento Algébrico no currículo escolar.</li> <li>• Pensamento Algébrico no livro didático.</li> </ul>
Crença da autoeficácia docente no desenvolvimento do Pensamento Algébrico.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A comunicação escrita dos docentes.</li> <li>• Conhecimentos mobilizados pelos docentes.</li> <li>• A crença da autoeficácia docente.</li> </ul>

Fonte: autora (2020)

## **5.1. Compreensões metanalíticas sobre a caracterização do Pensamento Algébrico**

Buscou-se relacionar as características do Pensamento Algébrico presentes nos documentos oficiais e que estão efetivamente presentes no sistema de ensino, em especial nos livros didáticos, explícitas ou implícitas nas pesquisas selecionadas, com o intuito de responder às duas questões propostas pela pesquisa: **Quais os elementos que constituem o Pensamento Algébrico que estão dispostos em documentos oficiais da educação no Brasil?** e **Quais os elementos do Pensamento Algébrico estão efetivamente presentes na educação Matemática praticada nos sistemas de ensino?**

Alguns elementos que constituem o Pensamento Algébrico foram apresentados na seção do referencial teórico, no entanto, a retomada de dois deles nesta subseção permite uma discussão mais direta, pois se revelam particularmente viáveis para serem trabalhados com os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental: a Aritmética Generalizada (utilização de símbolos para representar as ideias Matemáticas) e o Pensamento Funcional (representação e resolução de problemas) (BLANTON; KAPUT, 2005; LEITÃO; CANGUEIRO, 2007).

Dessa forma, foram encontradas no *corpus* da metanálise duas pesquisas que se detiveram em analisar documentos oficiais completos ou fascículos desses documentos. Os documentos analisados pelos pesquisadores, e que são abordados nesta metanálise, são: a BNCC (BRASIL, 2017), o PNAIC (BRASIL, 2014) e o Saeb (BRASIL, 2011).

Cabe ressaltar que as duas pesquisas utilizadas nesta etapa da análise não partiram de um modelo quantitativo, ou seja, não foi estimada a quantidade de vezes que cada elemento do Pensamento Algébrico foi citado, mas sim como esses elementos foram se manifestando ao longo dos documentos.

Também foi encontrada no *corpus* da metanálise uma pesquisa que teve como objetivo analisar tarefas de livros didáticos de coleções avaliadas e aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático PNLD (BRASIL, 2016). Inicialmente, a pesquisadora contabilizou o total de tarefas relacionadas ao Pensamento Algébrico e, em seguida, contabilizou e relacionou as tarefas de cada livro aos elementos que constituem o Pensamento Algébrico.

### **5.1.1. Elementos que caracterizam o Pensamento Algébrico no currículo escolar**

#### **Matriz de referência do Sistema de Avaliação de Educação Básica (Saeb)**

A partir de 2019, houve uma mudança no Sistema de Avaliação de Educação Básica, que foi a unificação de todas as avaliações externas aplicadas pelo Governo Federal, que agora são identificadas como Saeb. Avaliações nacionais, como a ANA (Avaliação Nacional

de Alfabetização) e a Prova Brasil, deixaram de existir com essa nomenclatura. O que marca a diferença é a indicação da etapa e das áreas do conhecimento que são avaliadas.

E, embora essa mudança tenha ocorrido no ano de 2019, assim como tenha sido feita uma promessa de revisão das matrizes de avaliação (a última revisão ocorreu em 2001), levando em consideração os novos aspectos apresentados pela BNCC, inclusive com a possibilidade de serem aferidas habilidades socioemocionais, o documento permanece o mesmo.

Na pesquisa de Ferreira (2017) foi analisado o fascículo “Tema III. Números e Operações/Álgebra e Funções” da matriz de referência de Matemática, que é composto por 14 descritores que especificam o que cada habilidade implica, traduzindo a associação entre os conteúdos curriculares e as operações mentais realizadas pelos estudantes, conforme apresentado no quadro 24, a seguir.

**Quadro 24 – Descritores Números e Operações/Álgebra e Funções**

<b>III. Números e Operações/Álgebra e Funções</b>	
D13	Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.
D14	Identificar a localização de números naturais na reta numérica.
D15	Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.
D16	Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
D17	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.
D18	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
D19	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).
D20	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.
D21	Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
D22	Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
D23	Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.
D24	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
D25	Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.
D26	Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

Fonte: Brasil (2020, p. 14).

De acordo com a pesquisadora, embora o fascículo traga no seu título “Álgebra e Funções” é observado apenas um aspecto relacionado à Aritmética Generalizada: a utilização

de propriedades e relações dos números, quando dois descritores (D15 e D16) fazem referência à composição e decomposição dos números naturais.

Porém, observa-se ainda um aspecto que pode estar relacionado ao Pensamento Funcional: a descoberta de relações funcionais, quando dois descritores (D19, D20) fazem referência aos diferentes significados das operações com números naturais (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Evidencia-se que o documento analisado apresenta poucos elementos que constituem o Pensamento Algébrico de acordo com Blanton e Kaput (2005), os que foram identificados se referem a uma categoria da Aritmética Generalizada e a uma categoria do Pensamento Funcional, este último de forma implícita.

### **Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)**

Como mencionado, esse programa está passando por um processo de reformulação, e passa a se chamar Política Nacional de Alfabetização (BRASIL, 2019), porém sua principal intenção foi mantida: alfabetizar crianças no máximo até o final do 3º ano do Ensino Fundamental.

Em seu novo documento, embora faça menção à necessidade da criança dominar conceitos básicos de matemática, não são apresentados objetivos específicos para a alfabetização matemática, por isso será mantida a análise do documento de 2012/2014, onde é identificado o eixo estruturante do Pensamento Algébrico em conjunto com as demais unidades temáticas (Números e Operações, Geometria, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação).

O PNAIC (2012, 2014) considera que os elementos que constituem o Pensamento Algébrico, como por exemplo, reconhecer padrões e criar critérios para classificar, agrupar e ordenar fazem parte e articulam todos os eixos estruturantes em diferentes contextos.

Além disso, ao apresentar os objetivos de aprendizagem de cada eixo estruturante, que são iguais para os três primeiros anos do Ensino Fundamental, o documento aponta que no 1º ano o objetivo deve ser apenas introduzido, no 2º ano o objetivo deve ser introduzido e aprofundado, e no 3º ano o objetivo deve ser aprofundado e consolidado. No quadro 25, a seguir, são apresentados os objetivos de aprendizagem do eixo estruturante Pensamento Algébrico.

**Quadro 25 – Objetivos de aprendizagem do eixo estruturante Pensamento Algébrico**

EIXO ESTRUTURANTE PENSAMENTO ALGÉBRICO Objetivos de Aprendizagem	1º ano	2º ano	3º ano
Compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos.			
Estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos.	I	I/A	A/C
Reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples	I	I/A	A/C
Produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	I	I/A	A/C
LEGENDA: I – Introduzir; A – Aprofundar; C – Consolidar.			

Fonte: Brasil (2012, p.77)

Na pesquisa de Ferreira (2017) foram identificados dois objetivos (o segundo e o terceiro) que estão relacionados ao Pensamento Funcional, quando fazem referência à identificação e reprodução de padrões numéricos e geométricos.

De forma implícita, observa-se que o primeiro objetivo também se relaciona com o Pensamento Funcional, se considerarmos os critérios de agrupamento, classificação e ordenação como uma relação funcional, onde um mesmo objeto não poderá pertencer a dois ou mais grupos ao mesmo tempo.

Embora sejam identificados apenas dois elementos relacionados ao Pensamento Funcional, a importância de um eixo estruturante intitulado Pensamento Algébrico é ressaltada pela pesquisadora Ferreira (2017), pois, segundo ela, a existência desse eixo em um documento de um programa de alfabetização em esfera federal reforça a possibilidade e a necessidade de desenvolvimento do Pensamento Algébrico desde os primeiros anos de escolaridade.

### **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**

Em sua proposta curricular, a BNCC apresenta cinco unidades temáticas: Números; Probabilidade e Estatística; Grandezas e Medidas; Geometria e Álgebra. Esse documento orienta para a articulação desses diversos campos, apresentando, inclusive, uma competência específica de Matemática para o Ensino Fundamental, que é desenvolver a capacidade de entender que a Matemática não é fragmentada e que existe uma relação entre os diversos campos dessa área (BRASIL, 2017).

Em sua pesquisa, Lima (2018) defende que o maior desafio para iniciar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental está justamente no estabelecimento de relações entre Álgebra e a demais unidades temáticas desse

documento, e destaca a importância do papel do professor na análise e elaboração de materiais didáticos que promovam tais relações.

De acordo com o pesquisador Lima (2018), o desenvolvimento do Pensamento Algébrico não deve restringir a unidade temática da Álgebra, mas sim deve ser desenvolvido no trabalho com diferentes conteúdos. O autor afirma que na BNCC são encontrados objetos de conhecimento e habilidades como comparação e padronização, que estão presentes em todos os eixos temáticos do Ensino Fundamental.

Como exemplo de relação entre as unidades temáticas, o pesquisador Lima (2018) cita o sistema numérico decimal (SND), que pertence à unidade temática Números, no entanto apresenta elementos que estão ligados tanto à Aritmética Generalizada quanto ao Pensamento Funcional, afirmando que “[...] o sistema de numeração decimal possui uma regra de formação, fundamentada em propriedades matemáticas e contempla sequências [...]” (LIMA, 2018, p. 56). No quadro 26, a seguir, são apresentados alguns objetos de conhecimentos e habilidades do 4º ano do Ensino Fundamental da unidade temática Números, onde são identificados elementos ligados à Aritmética Generalizada.

**Quadro 26 – Habilidades da unidade temática Números, do 4º ano**

<b>Unidade temática</b>	<b>Objetos de conhecimento</b>	<b>Habilidades</b>
Números	Composição e decomposição de um número natural de até cinco ordens, por meio de adições e multiplicações por potências de 10.	(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo.
	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais.	(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.

Fonte: Adaptado de Brasil (2017, p. 290-291).

Além disso, Lima (2018) ainda destaca a relação entre Álgebra e Geometria evidenciada na BNCC. Quando o estudante representa graficamente números em uma reta ou até mesmo em sistema de coordenadas, com o objetivo de localização, existe uma aproximação com uma das ações do Pensamento Funcional, que é representar graficamente dados.

São encontrados elementos ligados ao Pensamento Funcional nos objetivos da unidade temática Grandezas e medidas, quando o estudante compara comprimentos e capacidades ou massas, utilizando termos como mais baixo, mais comprido, mais pesado, entre outros, para

ordenar objetos no cotidiano (objetivo do 1º ano do Ensino Fundamental). Já em relação à Aritmética Generalizada, nessa mesma unidade temática são encontrados elementos, como quando o estudante estabelece equivalência de valores entre moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações cotidianas (objetivos do 2º e 3º anos do Ensino Fundamental).

Fazendo uma análise mais voltada para a unidade temática Álgebra, a pesquisadora Ferreira (2017) destaca a presença de um elemento ligado à Aritmética Generalizada que não é contemplado em qualquer dos documentos analisados em sua pesquisa: o estudo do sinal da igualdade para além do significado operacional, conforme se observa no objetivo de aprendizagem do 5º ano do Ensino Fundamental: “Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência” (BRASIL, 2017, p. 295).

Em sua pesquisa, Lima (2018) destaca a presença de uma continuidade, com ampliação da complexidade no desenvolvimento do Pensamento Algébrico no decorrer dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nos elementos relacionados ao Pensamento Funcional, inicia-se com atividades de simples observação de regularidades e padrões até atividades onde é possível prever resultados a partir de dados conhecidos. Já relacionada, a Aritmética Generalizada inicia-se com a construção de sequências com os números naturais, utilizando suas propriedades até a resolução de problemas, explorando as propriedades das operações com números naturais e formalizando o conceito de equivalência.

Os elementos relacionados à Aritmética Generalizada são identificados a partir do segundo ano do Ensino Fundamental, com a criação de sequências que explorem as propriedades e relações dos números naturais. No terceiro ano, mantém-se o estudo de sequências com números naturais, mas amplia-se a complexidade para utilização de propriedades da adição e subtração com números naturais. Nesse ano, ainda, inicia-se o estudo da igualdade, com diferentes adições ou subtrações que resultem na mesma soma ou diferença.

No quarto ano, amplia-se a complexidade de sequências, utilizando além das propriedades da adição e subtração, a multiplicação e divisão. Sobre o estudo com a igualdade, são ampliadas ainda mais as noções de equivalência, com atividades em que o estudante seja capaz de reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que uma igualdade não se altera quando se adiciona ou subtrai o mesmo número em ambos os lados. E, no quinto

ano, os estudantes devem concluir que uma igualdade não se altera quando se adiciona, subtrai, multiplica ou divide o mesmo número em ambos os lados da igualdade.

Na categoria do Pensamento Funcional, os estudantes do primeiro ano iniciam com a observação de regularidades e padrões em objetos familiares, organizando-os por meio de atributos como cor, forma ou medida. Já no segundo ano, além de dar continuidade à observação de regularidades e padrões, amplia-se a complexidade para a construção de sequências repetitivas ou recursivas e identificação de elementos ausentes. No terceiro e quarto anos não foram identificados elementos relacionados ao Pensamento Funcional. Por fim, no quinto ano espera-se que os estudantes sejam capazes de prever resultados, usando dados conhecidos.

Os pesquisadores Lima (2018) e Ferreira (2017) notam na BNCC uma intencionalidade com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, evidenciando elementos da Aritmética Generalizada e do Pensamento Funcional em todas as unidades temáticas do documento e constituindo a Álgebra como unidade temática, delimitando inclusive, objetivos/habilidades a serem desenvolvidas.

### **5.1.2. Elementos que caracterizam o Pensamento Algébrico no livro didático**

A Educação Básica no Brasil conta com o Programa Nacional do Livro e Material didático (PNLD), que se destina a avaliar e disponibilizar livros e materiais didáticos de forma sistemática, regular e gratuita às escolas públicas. Para participar do PNLD é necessário que as escolas façam a adesão formal ao programa e participem do Censo Escolar do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira).

Os materiais e livros distribuídos são avaliados e escolhidos pelas escolas entre um portfólio que inclui obras selecionadas conforme critérios estabelecidos em editais, sendo avaliadas por especialistas das diferentes áreas do conhecimento.

Em sua pesquisa Bitencourt (2018) analisou livros didáticos de coleções que foram a mais distribuída e a menos distribuída pelo PNLD (2016). A pesquisadora salienta que essa escolha não teve objetivo comparativo, pois “[...] não significa que a coleção mais distribuída seja a melhor, da mesma forma que a coleção que obteve a menor distribuição não implica que seja a pior coleção” (BITENCOURT, 2018, p. 59).

Nos livros do primeiro ano do Ensino Fundamental que foram analisados existe um maior número de atividades relacionadas ao Pensamento Funcional quando comparadas às atividades relacionadas à Aritmética Generalizada. Porém, esse resultado já era esperado por

conta das orientações da BNCC, onde são identificadas, explicitamente na unidade temática Álgebra, apenas habilidades que se relacionam com o Pensamento Funcional, enquanto que as habilidades relacionadas à Aritmética Generalizada são identificadas implicitamente na unidade temática Números.

Relacionadas ao Pensamento Funcional, as atividades são predominantemente caracterizadas por identificar e descrever padrões numéricos e geométricos, iniciando com sequências formadas por figuras e, no decorrer do processo, essas sequências são substituídas por sequências numéricas. Foram identificadas também atividades em que é necessário descobrir relações funcionais como, por exemplo, descobrir o preço de 3 litros de gasolina, dado o valor de 2 litros do combustível.

As atividades relacionadas à Aritmética Generalizada são caracterizadas por explorar as propriedades e relações dos números naturais, quando os estudantes são desafiados a reconhecer a composição e decomposição dos números naturais pelos processos de adição e subtração.

Nos livros do segundo ano do Ensino Fundamental que foram analisados, seguindo o padrão identificado nos livros do primeiro ano, foram identificadas mais atividades relacionadas ao Pensamento Funcional em comparação às atividades relacionadas à Aritmética Generalizada.

Com relação às atividades relacionadas ao Pensamento Funcional, observa-se uma complexidade na identificação e descrição de padrões, diminuindo-se a quantidade de atividades que exploram sequências com figuras e ampliando as que envolvem sequências numéricas, sendo necessário, inclusive, identificar e descrever padrões numéricos envolvendo a estrutura multiplicativa. Esse mesmo padrão de utilização da multiplicação é observado nas atividades em que é necessário descobrir relações funcionais.

Já as atividades relacionadas à Aritmética Generalizada, embora mais complexas, seguem explorando as propriedades e relações dos números naturais e operações. Em uma das coleções analisadas foram identificadas atividades que se caracterizam por explorar a igualdade como uma relação entre quantidades, com a utilização de balança de dois pratos.

Nos livros do terceiro ano do Ensino Fundamental que foram analisados observa-se uma maior complexidade na identificação de padrões em sequências com figuras geométricas e as sequências numéricas estão ainda mais associadas à exploração das propriedades das operações com números naturais, sendo necessário identificar e descrever, por exemplo, a sequência dos múltiplos de 2 como sendo os números pares, os múltiplos de 5 e suas

influências na leitura de minutos nos relógios analógicos e dos múltiplos de 6 nos assuntos relacionados a dúzias. Nas atividades onde é necessário descobrir relações funcionais, nota-se uma complexidade nos problemas e uma maior utilização da estrutura multiplicativa e divisão nas soluções. Além disso, em algumas atividades faz-se necessário descobrir relações funcionais em tabelas.

Os elementos da Aritmética Generalizada relacionados à noção de equivalência seguem sendo explorados por atividades que fazem uso de figuras de balanças de dois pratos, com problemas mais complexos que aqueles identificados em uma das coleções de livros do segundo ano do Ensino Fundamental. As atividades com igualdades numéricas exploram o conceito de operação inversa (adição e subtração), bem como que um mesmo número pode ser escrito por operações diferentes (exemplo:  $9 - 3 = 2 \times 3$ ).

Nos livros do quarto ano do Ensino Fundamental, os elementos do Pensamento Funcional são identificados em atividades em que é necessário identificar e descrever um padrão de uma sequência formada por algarismos romanos e as sequências numéricas apresentam números com centenas e milhares. As atividades relacionadas à descoberta de relações funcionais foram identificadas em apenas uma das coleções analisadas, e continuam a explorar conceitos da estrutura multiplicativa e da divisão em suas soluções, porém com uma maior complexidade quando comparadas com as atividades do ano anterior.

Os elementos relacionados à Aritmética Generalizada são identificados em atividades que exploram o conceito de equivalência numérica, com um aumento da complexidade em relação ao ano anterior, utilizando novamente o conceito de operação inversa (adição e subtração). São identificadas nas duas coleções atividades que utilizam balanças para explorar o conceito de igualdade como uma relação entre duas quantidades, que também apresentam maior complexidade em relação ao ano anterior.

E, por fim, nos livros do quinto ano do Ensino Fundamental que foram analisados são identificadas tarefas com um nível de complexidade maior e já com a intenção de formalização de alguns conceitos como, por exemplo, o de equivalência. As atividades relacionadas a este elemento da Aritmética Generalizada exploram os conceitos de operações inversas, tanto da adição e subtração quanto da multiplicação e divisão. Além disso, são identificadas atividades que exploram o conceito de elemento neutro da adição e subtração.

As atividades que desenvolvem elementos relacionados ao Pensamento Funcional também apresentam um nível de complexidade maior, conforme destacado pela pesquisadora Bitencourt (2018, p. 80), quando afirma que “[...] o autor quer saber não a cor da próxima

bandeira, mas, sim, qual a cor da bandeira que ocupa a vigésima oitava posição, sendo que na sequência ele apresenta até a nona posição”. O aumento na complexidade também é observado nas atividades que buscam identificar uma relação funcional, utilizando proporção simples, porém com múltiplos de 8 e 12 por exemplo, onde os estudantes são instigados a nomear a sequência de números encontrada, percebendo a regularidade.

A partir da análise feita pela pesquisadora Bitencourt (2018), identificam-se em todos os livros didáticos elementos relacionados à Aritmética Generalizada e ao Pensamento Funcional, elementos estes considerados por Blanton e Kaput (2005) possíveis de serem desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, identificou-se aumento no nível de complexidade no decorrer dos anos escolares.

Em acréscimo, observa-se que as coleções analisadas - tanto a mais distribuída, quanto a menos distribuída - estão em conformidade com a proposta da BNCC sobre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, antecipando, por exemplo, discussões de propriedades das operações, como a comutatividade e o elemento neutro.

## **5.2. Compreensões metanalíticas sobre a crença da autoeficácia docente no desenvolvimento do Pensamento Algébrico**

Após terem sido apontados os elementos que caracterizam o Pensamento Algébrico e que estão presentes implícita e explicitamente nos documentos oficiais de Educação do Brasil e nos livros didáticos, nesta subseção são apresentadas as possíveis respostas a mais duas questões da pesquisa: **Quais os conhecimentos relacionados ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico são exigidos para a docência nos anos iniciais?** e **Quais conhecimentos associados ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico estão presentes no cotidiano docente?**

Para isso, foi necessário identificar o conhecimento do conteúdo matemático, revelado ou não pelos docentes ou futuros docentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental por meio da comunicação oral e escrita, no que se refere ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Dessa forma, foram encontradas no *corpus* da metanálise seis pesquisas que se detiveram em analisar o conhecimento do conteúdo matemático de docentes ou futuros docentes. Quatro das seis pesquisas analisadas partiram de um modelo qualitativo, enquanto duas pesquisas foram ancoradas em uma abordagem mista, quanti-qualitativa. Os dados foram obtidos por meio de aplicação de cursos de formação continuada (2 pesquisas), aplicação de oficinas (2 pesquisas) e aplicação de questionários e/ou entrevistas (2 pesquisas).

### 5.2.1. A comunicação escrita docente sobre o Pensamento Algébrico

Os estudantes devem ser incentivados a se comunicar matematicamente por meio do estímulo ao espírito questionador. Porém, o que se observa é a predominância do silêncio durante as aulas de Matemática, decorrente do excesso de cálculos mecânicos bem como da ênfase nos procedimentos (CÂNDIDO, 2001).

Cândido (2001) defende que a comunicação escrita matemática auxilia os estudantes de muitas formas: clarifica ideias, encoraja a reflexão e fomenta as discussões em grupos e esse incentivo, é claro, parte do docente que deve propiciar a possibilidade de estabelecer uma rede de significados para os conceitos matemáticos.

Mas para que o docente possa incentivar os estudantes para uma comunicação mais reflexiva sobre a matemática, sobretudo sobre o Pensamento Algébrico, ele também precisa ser encorajado a comunicar-se matematicamente, tanto na sua formação inicial quanto em sua formação continuada. Porém, se observa uma dificuldade de docentes e futuros docentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental para comunicarem-se matematicamente, principalmente nos aspectos relacionados à aprendizagem algébrica.

Durante uma oficina matemática em um curso de formação continuada a pesquisadora Freire (2011, p.152), observou dificuldades relacionadas à aprendizagem algébrica, afirmando que muitos docentes “[...] não lembravam como resolviam uma equação de 1º grau”, e como consequência não conseguiram comunicar-se com clareza e fundamentação, ligando à álgebra apenas ao ensino de símbolos e trabalho com letras.

Ao encontro dos resultados obtidos por Freire (2011), Goma (2019), em sua pesquisa com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, identificou no geral uma comunicação matemática moderadamente clara, demonstrando algum entendimento sobre o Pensamento Algébrico, no entanto com um vocabulário pouco preciso e representações pouco adequadas.

No que se refere à fundamentação durante a comunicação escrita matemática, Goma (2019, p.80) observou em sua pesquisa uma “[...] forte concentração de ideias imprecisas, que não permitiram identificar o raciocínio”, caracterizando assim o nível de fundamentação do grupo de futuras professoras analisadas como baixo, vislumbrando uma comunicação escrita sem uma organização precisa e sem complexidade.

Em relação à compreensão da lógica adotada, embora tenha sido identificado um registro com nível elevado na pesquisa de Goma (2019), nos demais registros não foi possível

identificar uma organização lógica precisa ou mesmo certa complexidade. E, quando relacionada ao Pensamento Algébrico, são observadas limitações, pois não são evidenciados “[...] muitos elementos acerca do Pensamento Algébrico, apenas a relação aritmética presente no contexto”. Na maioria das tarefas analisadas as participantes não conseguiram descrever uma regra geral ou até mesmo uma expressão algébrica que permitisse explicar a situação no problema proposto.

A escassez de elementos que caracterizam o Pensamento Algébrico, também é observada na pesquisa de Freire (2011, p. 84), quando é analisada, por exemplo, a comunicação escrita de docentes sobre a compreensão de sentido das expressões, pois as professoras participantes da pesquisa de Freire (2011, p. 93) apresentaram dificuldades para “[...] atribuir significado às letras existentes em uma expressão” e “[...] passar informação da linguagem natural para a algébrica”. Essa dificuldade também é observada em uma tarefa sobre gráficos: “[...] as professoras não entendem como podem trabalhar e explorar as atividades em um gráfico”. Além disso, a pesquisadora ressalta que a maioria das professoras que participaram da pesquisa, não demonstrou ter domínio do Pensamento Algébrico, pois utilizou estratégias ligadas ao pensamento aritmético para resolução das tarefas com valores desconhecidos.

Isso também é observado na pesquisa de Goma (2019), ao analisar a clareza da comunicação escrita das participantes da sua pesquisa. A autora destaca que mesmo sendo identificada certa precisão nas ideias, o vocabulário empregado não é suficientemente coerente para se viabilizar uma representação algébrica da situação, no entanto observa-se algum domínio do pensamento aritmético.

Santana (2019) destaca que o grupo de participantes da sua pesquisa (licenciados em Pedagogia e professores dos anos iniciais) demonstrou em vários momentos dificuldades na transposição da linguagem materna para a linguagem algébrica, principalmente nas atividades que envolviam o conceito de generalização. As dificuldades em utilizar representações algébricas em resoluções de problemas podem ter sido adquiridas na trajetória escolar das docentes ou até mesmo a partir das limitações de sua formação inicial (FREIRE, 2011).

Ao propor uma tarefa envolvendo a noção de proporcionalidade entre duas grandezas e generalizações, Santana (2019) observou que a maioria dos participantes (83,3%) conseguiu identificar a relação entre as variáveis, perceberam a interdependência entre as grandezas e conseguiram apresentar a generalização em linguagem adequada. Porém a pesquisadora destaca que aqueles que não conseguiram resolver a tarefa, não admitiram o uso de letras para

generalizar, não demonstraram percepções de ideias sobre variáveis e interdependências entre elas.

Freire (2011) destaca que em sua pesquisa os participantes não demonstraram ter um conceito elaborado sobre o que seria álgebra e também tiveram dificuldades em caracterizar ou exemplificar tarefas que utilizassem algum conceito algébrico. O mesmo é destacado na pesquisa de Goma (2019) que, ao analisar a profundidade dos registros das participantes da pesquisa, na maioria das vezes não identificou um conhecimento matemático mais aprofundado sobre os conceitos algébricos, pois as participantes não conseguiram descrever uma regra geral ou expressão algébrica que generalizasse a situação. Como já destacado, há uma predominância do Pensamento Aritmético, porém a utilização de estratégias ligadas a este pensamento não se distancia do contexto da situação, fazendo com que a aplicação em outros contextos ou até mesmo a abstração possam não ocorrer (GOMA 2019). Santana (2019) ressalta que alguns participantes, devido às suas experiências escolares, sentem-se inseguros para fazerem como estão pensando por tentarem encontrar fórmulas e padrões em tudo que tentam resolver.

Já na segunda parte da pesquisa de Freire (2011), ao analisar as transcrições dos planejamentos de aula de uma das professoras após sua participação na oficina, apesar da docente relacionar conteúdos aritméticos às tarefas, foram identificados elementos acerca do Pensamento Algébrico em tarefas diversificadas de comparação, pensamento relacional e uma tarefa de generalização.

Freire (2011) observa que os participantes da sua pesquisa enxergam a matemática como um conhecimento que deve ser aceito, absorvido, não como algo que possa ser apropriado ou adquirido. Indo ao encontro, na pesquisa de Santana (2019, p. 270) a matemática é vista pelos participantes como “[...] algo inatingível, para poucos, que desperta medo, assusta, acentuando o sentimento de incapacidade para aprendê-la.”

A partir da análise das comunicações escritas de docentes e futuros docentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, por meio das análises das produções, foi possível afirmar que discussões acerca do Pensamento Algébrico ainda não são comuns entre os docentes dos anos iniciais e observa-se pouca familiaridade com atividades que possam desenvolver o Pensamento Algébrico. No entanto, observa-se que as docentes participantes das pesquisas analisadas, atribuem à álgebra apenas o ensino de símbolos e trabalho com letras.

### **5.2.2. Conhecimentos mobilizados pelos docentes sobre o Pensamento Algébrico**

O conhecimento matemático para o ensino do professor de matemática ou do professor que ensina matemática, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), divide-se em dois conjuntos de conhecimentos: conhecimento específico do conteúdo e conhecimento pedagógico de conteúdo. Os aspectos do conhecimento matemático para o ensino estão sempre presentes de alguma maneira na prática e estão fortemente interligados quando um professor ensina matemática. Desse modo, os processos de ensino e aprendizagem, o currículo, os estudantes e as próprias relações entre estes e o conteúdo de matemática sofrem influência do conhecimento matemático mobilizado pelo docente nesses processos.

Em sua pesquisa com um grupo de professores durante um curso de extensão, Ferreira (2017) identificou a manifestação de um conhecimento que valoriza a construção de um ambiente em sala de aula, onde o estudante possa verbalizar seu raciocínio a partir da troca de ideias. Conhecer o cotidiano dos estudantes, a busca pela contextualização, a fim de construir um maior significado para as atividades matemáticas, foram, também, aspectos mobilizados pelos professores na pesquisa de Ferreira (2017).

Esse conhecimento também foi mobilizado pela professora investigada por Carniel (2013) que, ao propor uma tarefa em grupos com uso do material dourado para instigar os estudantes sobre as relações numéricas abstratas, enfatizou dois aspectos presentes no ensino e aprendizagem da Matemática: a argumentação e a demonstração da estrutura do conteúdo matemático. Além disso, durante a realização da tarefa foi identificado um elemento do conhecimento pedagógico do conteúdo (BALL; THAMES; PHELPS, 2008): conhecimento do conteúdo e dos estudantes, pois a professora demonstrou preocupação em seu planejamento e encaminhamento ao modo como os estudantes aprendem.

Apresentadas algumas questões metodológicas inerentes ao ensino e aprendizagem da Matemática que não são exclusivas do Pensamento Algébrico, porém, a sua utilização pode contribuir para o seu desenvolvimento (SILVA; SAVIOLI, 2012), pois esse conhecimento do conteúdo e dos estudantes auxilia o professor na orientação e esclarecimento dos estudantes para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Serão apresentados a seguir aspectos do conhecimento específico do conteúdo (Pensamento Algébrico) mobilizado pelos professores.

Ferreira (2017, p. 104) identificou nas discussões do grupo de professores investigados elementos que se referissem à generalização (essa que é considerada por Schliemann, Carraher e Brizuela (2007) como um dos elementos centrais do Pensamento Algébrico) ou busca de regularidades, quando estes citam a utilização de uma “[...] linguagem matemática diferente do habitual algoritmo – o quadro numérico”, utilizado com a intencionalidade de

buscar regularidades, observando o que acontece em cada linha, em especial a multiplicação do número por ele mesmo.

A utilização de quadros, com a intencionalidade de buscar regularidades e generalizações, também foi destacada na pesquisa de Carniel (2013), em uma tarefa em que existe uma relação entre as alturas de três indivíduos e espera-se que essa relação seja descrita na forma generalizada. Durante essa atividade a professora investigada conseguiu representar por meio de uma expressão generalizada a relação entre as alturas, demonstrando que compreender a regularidade e a seguir, expressando-a por meio da linguagem algébrica e linguagem natural.

Na pesquisa de Freire (2011) o conhecimento sobre regularidades e generalizações dos professores é manifestado por meio de um exemplo de atividade com gráficos e tabelas que possibilitem observações de regularidade e estabelecimento de relações. No entanto, a pesquisadora revela que embora os professores demonstraram esse saber, ele está essencialmente vinculado ao conhecimento comum do conteúdo, pois os participantes “[...] tiveram dificuldades em diferenciar como esse conhecimento favorece a resolução de problemas ou mesmo diferenciar como se trabalha com símbolos na aritmética e na álgebra” (FREIRE, 2011, p. 75).

Outro elemento do Pensamento Algébrico mobilizado pela professora investigada na pesquisa de Carniel (2013), durante as discussões sobre uma tarefa que utilizava o Material Cuisenaire, foi a interpretação do sinal de igualdade como equivalência entre as expressões aritméticas, não apenas na sua perspectiva operacional. O mesmo é identificado na pesquisa de Freire (2011) em que a professora analisada, apesar de compreender que atividades com uso da balança de dois pratos possam desenvolver conceitos de comparação entre quantidades (conhecimento comum do conteúdo), ela não soube explicar como o trabalho com essas relações entre quantidades desconhecidas pode favorecer o desenvolvimento de conceitos relacionados ao Pensamento Algébrico.

Em sua pesquisa, Santana (2019) aponta que durante a realização de uma atividade com potencial para a discussão dos diferentes significados para o sinal de igualdade, os participantes da pesquisa recorreram, na maior parte da atividade, aos cálculos aritméticos para validar a igualdade apresentada, assumindo o sinal de igualdade apenas como um elemento operacional. Na pesquisa de Ferreira (2017), este elemento também foi mobilizado durante as discussões e contribuiu para uma análise dos participantes do quanto o ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental enfatiza o uso do sinal de igualdade apenas na

perspectiva operacional. No entanto, a pesquisadora Ferreira (2017) alerta que, embora a mobilização desse conhecimento tenha provocado discussões acerca do ensino objetivando a fluência do cálculo, as justificativas utilizadas pelos participantes não demonstraram domínio do conhecimento especializado do conteúdo.

Quando analisados os discursos dos professores em relação às propriedades das operações, estes novamente encontram-se no nível de conhecimento comum do conteúdo conforme relatado pela pesquisadora Ferreira (2017). Em sua pesquisa, os participantes descrevem a propriedade do elemento neutro como “a propriedade da multiplicação”, demonstrando desconhecimento das outras propriedades da multiplicação. Durante as atividades desenvolvidas pela pesquisadora Santana (2019), nenhum dos participantes nomeou corretamente as propriedades das operações (associativa e comutativa ou mesmo elemento neutro da adição e multiplicação). Nas discussões evidenciadas pela pesquisa de Carniel (2013) sobre as propriedades das operações, o conhecimento que mais foi mobilizado foi o conhecimento do conteúdo e dos estudantes, que estão relacionados ao conhecimento pedagógico do conteúdo, enquanto que o conhecimento especializado do conteúdo, assim como na pesquisa de Ferreira (2017), não foi mobilizado.

A partir dos dados apresentados pelas pesquisadas analisadas foi possível identificar que o domínio do conhecimento matemático para ensinar dos participantes, em relação aos aspectos relacionados ao Pensamento Algébrico, está vinculado, essencialmente, ao conhecimento comum do conteúdo.

### **5.2.3. A crença de autoeficácia dos docentes no desenvolvimento do Pensamento Algébrico**

O conceito de autoeficácia foi definido como “a crença na própria capacidade de organizar e executar cursos de ações requeridas para produzir determinadas realizações” (BANDURA, 1997, p.3), ou seja, não se trata de possuir ou não tais capacidades e sim de a pessoa acreditar que as possua. De acordo com Bandura (1997), existem quatro fontes principais que se integram na constituição das crenças de autoeficácia docente: 1) as experiências diretas, ou seja, situações vivenciadas pelo docente; 2) experiências de observação, situações observadas pelo docente que servirão de modelo; 3) persuasão social, por meio dos comportamentos sociais que podem suprir ou mudar o comportamento dos docentes; e, 4) estados afetivos e fisiológicos decorrentes das experiências vividas no domínio avaliado.

Os sentimentos dos docentes com relação a sua autoeficácia têm um papel importante no planejamento de suas atividades. De acordo com Tortora e Pirola (2020), para o docente tem grande valor significativo sentir-se autoeficaz, para proporcionar aos estudantes atividades que resultem na aprendizagem de conceitos matemáticos. O engajamento e a segurança em relação ao conhecimento especializado do conteúdo também são fatores que podem influenciar no sentimento de autoeficácia.

Inicialmente em sua pesquisa Pinheiro (2018, p. 85) ao investigar as concepções e entendimentos que professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental apresentam sobre “o que é Álgebra”, observa que em sua maioria os professores atribuem à Álgebra conceitos como generalização e formalização de padrões, centrada na aritmética e suas operações: “É definida como ramo responsável por estudar números e suas propriedades correspondentes.”

Essa concepção pode ser resultante de os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e até mesmo estudantes do curso de Pedagogia ainda não terem se apropriado desse conhecimento, por meio da participação em cursos ou oficinas relacionados ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico, como aponta a pesquisa de Santana (2019) onde aproximadamente 97% dos estudantes de Pedagogia e aproximadamente 80% dos professores dos anos iniciais participantes da pesquisa não haviam realizado qualquer curso ou oficina relacionados ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais.

Outro dado apresentado na pesquisa de Santana (2019) é a crença de alguns licenciandos em Pedagogia, aproximadamente 38%, que os estudantes dos anos iniciais não deveriam aprender conceitos algébricos nesta etapa da escolaridade. Esse percentual se reduz para aproximadamente 7,5% quando são analisadas as respostas do grupo professores dos anos iniciais. Essa informação pode ser considerada impactante, visto que atualmente a álgebra é uma unidade temática na BNCC inserida em todos os anos do Ensino Fundamental.

Ao investigarem as crenças de autoeficácia em relação ao conhecimento especializado do conteúdo para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, Pinheiro (2018) e Santana (2019) apresentaram dados que demonstram que em sua maioria os participantes manifestaram sentimentos de segurança. Na pesquisa de Pinheiro (2018) aproximadamente 89% dos participantes sentiram-se seguros ou plenamente seguros em planejar e executar atividades que favoreçam o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Já na pesquisa de Santana (2019) aproximadamente 11% dos licenciados participantes da pesquisa se sentiram inseguros ou totalmente inseguros em planejar e executar atividades que favoreçam o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, enquanto

que no grupo de professores investigados todos manifestaram sentimento de segurança para planejar e executar atividades referentes ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

No entanto, quando comparada a percepção da segurança no planejamento e execução das atividades com a segurança no resultado da ação pedagógica, observa-se uma pequena redução. Na pesquisa de Santana (2019) aproximadamente 13% dos licenciandos e 2% dos professores participantes da pesquisa apresentaram crenças negativas em ações que visam a desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas algébricos. Na pesquisa de Pinheiro (2018) a redução observada foi nos docentes que se consideram totalmente seguros no planejamento e execução, de aproximadamente 33% para aproximadamente 22% de total segurança no resultado da ação pedagógica.

Ao investigarem a crença da autoeficácia docente em relação à utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para a aprendizagem de conceitos algébricos, as pesquisas analisadas apresentaram que os professores e licenciandos demonstraram menor segurança no uso de recursos tecnológicos como subsidiários e facilitadores no desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Na pesquisa de Pinheiro (2018) aproximadamente 22% dos professores sentem-se inseguros para utilização de recursos tecnológicos e na pesquisa de Santana (2019) foram 26% entre os licenciandos e 14% entre os professores que demonstram esse sentimento de insegurança. Isso, talvez, possa se justificar pela resistência da inserção das TIC's encontrada no âmbito escolar, normalmente justificada pela falta de recursos financeiros, falta de conhecimento e familiaridade para com a utilização de recursos tecnológicos, entre outros.

Porém quando questionados sobre o sentimento de segurança em relação à utilização de materiais manipulativos, como jogos, material dourado ou algeplan, como facilitadores para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, as crenças de autoeficácia negativas se reduzem significativamente nas pesquisas analisadas. Na pesquisa de Santana (2019), 21% dos licenciandos demonstram insegurança em trabalhar com materiais manipulativos. Entre os professores esse sentimento é demonstrado em 7% dos participantes. Já na pesquisa de Pinheiro (2018), todos os participantes demonstraram sentirem-se seguros para o trabalho com materiais manipulativos como facilitadores do desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

No que se refere ao sentimento de segurança em trabalhar com conceito de equivalência e a compreensão dos diferentes sentidos do sinal de igualdade ( $=$ ), sendo este um importante elemento característico do Pensamento Algébrico, para sentir-se seguro em seu

ensino o docente deve conhecer seus diferentes significados (conhecimento especializado). Na pesquisa de Santana (2019), 78% dos estudantes de Pedagogia sentem-se seguros para desenvolver esse tema, porém apenas 8% desse grupo sentem-se totalmente seguros, enquanto que 67% dos professores sentem-se seguros e 19% desse grupo sentem-se totalmente seguros. Na pesquisa de Pinheiro (2018) temos aproximadamente 66% dos professores que se sentem seguros e aproximadamente 11% que se sentem totalmente seguros para trabalhar com os diferentes significados da igualdade.

Todos os participantes da pesquisa de Pinheiro (2018) demonstraram sentirem-se seguros para desenvolverem nos estudantes a noção de generalização, a partir do reconhecimento de padrões e regularidades de sequências numéricas e pictóricas e por meio do reconhecimento da noção de proporcionalidade entre duas grandezas. Já na pesquisa de Santana (2019), 88% dos professores demonstraram sentirem-se seguros para desenvolver a noção de generalização nos estudantes, mas no grupo de licenciandos esse percentual que indica segurança dos participantes diminui para 78%.

Pinheiro (2018) destaca que ao avaliar a segurança dos professores em desenvolver nos estudantes a aprendizagem do conceito de incógnita, nenhum professor manifestou sentir-se totalmente seguro, no entanto aproximadamente 67% dos professores demonstraram sentirem-se seguros, enquanto que aproximadamente 33% dos professores manifestaram-se inseguros para o desenvolvimento de tal aprendizagem.

Com o intuito de reafirmar a convicção (ou não) dos participantes sobre seus conhecimentos relacionados ao Pensamento Algébrico e seu ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental, Santana (2019) questionou se os professores definitivamente acreditavam que se sentiam capazes de ensinar conceitos algébricos no ensino de Matemática nos iniciais do Ensino Fundamental. No grupo de licenciandos apenas 9% concordou totalmente, e 62% concordaram com a afirmação, enquanto no grupo de professores 22% concordam totalmente e 71% concordaram com a afirmação. A pesquisadora aponta que nos dois grupos investigados as crenças de autoeficácia para o conhecimento especializado do conteúdo para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico mostraram-se positivas, embora os participantes tenham demonstrado pouca familiaridade com os elementos caracterizados, conceituais e pedagógicos do Pensamento Algébrico.

Esses resultados vão ao encontro do que Pinheiro (2018) concluiu em sua pesquisa. O pesquisador afirma que a maioria dos professores demonstrou crenças positivas sobre suas capacidades para desenvolver o Pensamento Algébrico, no entanto, destaca que essas crenças

não são fortes, por isso, “[...] podem não se sustentar frente às adversidades que surjam na realização de atividades algébricas”, pois “[...] os itens em que os docentes apresentaram menor sentimento de segurança foram os que envolviam os conceitos de equivalência, incógnita e variável.” (PINHEIRO, 2018, p. 94 e 96).

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa teve o objetivo de responder a questão: *Como se constituem os conhecimentos necessários aos professores, no que tange ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos estudantes?* Para respondê-la foi realizada uma análise de produções científicas da área, documentos oficiais e sistemas de avaliação da Educação no Brasil, com base na metodologia proposta pela metátese qualitativa.

Ancorada na metodologia proposta pela metátese qualitativa, após o estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão, os dados da pesquisa foram coletados a partir da seleção de oito pesquisas acadêmicas realizadas entre os anos de 2011 e 2019, sendo 7 dissertações e 1 tese. Além disso, foram analisados 3 documentos oficiais da Educação Básica brasileira que se referem aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Cabe destacar que as considerações aqui evidenciadas são provenientes de uma pesquisa interpretativa, a partir de um conjunto de estudos selecionados e, portanto, não têm a pretensão de serem entendidas como verdades absolutas, mas sim como um estudo que apresenta uma integração interpretativa que pode permitir uma visão mais aprimorada do conjunto de resultados analisados.

A partir da análise das pesquisas e de documentos oficiais da educação brasileira foi possível identificar elementos da Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional, vertentes que constituem o Pensamento Algébrico e que são possíveis de serem desenvolvidas nos anos iniciais (BLANTON; KAPUT, 2005), nos três documentos analisados. No documento do PNAIC (BRASIL, 2014), embora este esteja passando por um processo de reformulação (BRASIL, 2019), foram identificados apenas elementos relacionados à vertente do Pensamento Funcional, no entanto, por se tratar de um documento da esfera federal, relacionado à formação continuada de professores dos anos iniciais, a presença desses elementos e de um eixo estruturante do Pensamento Algébrico reforça a necessidade de desenvolvimento desse pensamento matemático nessa etapa escolar.

No documento da matriz de referência do Saeb foram identificados um elemento da vertente Aritmética Generalizada e um elemento (implícito) do Pensamento Funcional. A escassez de elementos característicos do Pensamento Algébrico nesse documento pode estar relacionada ao período em que foi proposto. Embora esse documento tenha passado por um processo de reformulação no ano de 2019, as matrizes de avaliação foram revisadas pela última vez no ano de 2001, período que antecede as principais pesquisas sobre o que se entende por Pensamento Algébrico nos anos iniciais (CARPENTER; FRANKE; LEVI, 2003;

LINS; KAPUT, 2004; KIERAN, 2004; BLANTON; KAPUT, 2005; FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005; CARPENTER *et al.*, 2005; IRWIN; BRITT, 2006; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2007; CANAVARRO, 2007; FUJII; STEPHENS, 2008; STEPHENS; WANG, 2008). No entanto, a presença desses elementos, mesmo que um deles de forma implícita, em um documento datado de 2001, pode ser considerado um dos indícios para o início das discussões acerca do desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais.

Na BNCC (BRASIL, 2017), documento norteador dos currículos da Educação Básica no Brasil, da esfera pública e privada, foi identificado uma intencionalidade para com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais. Ao longo de todo o documento foram identificados elementos característicos da Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional, além de uma unidade temática onde são delimitados objetivos/habilidades que favorecem o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais. Ao contrário dos outros documentos, na BNCC foram identificados elementos relacionados ao estudo da noção de equivalência. Esse elemento do Pensamento Algébrico desenvolvido nos anos iniciais pode colaborar na superação de dificuldades na aprendizagem da álgebra nos anos finais.

Para além dos documentos oficiais, foi possível perceber elementos do Pensamento Algébrico vinculados às vertentes da Aritmética Generalizada e do Pensamento Funcional nos componentes da Educação Matemática praticada nos sistemas de ensino, a partir da investigação realizada por Bitencourt (2018). O livro didático é uma ferramenta importante do docente para o planejamento e execução de suas aulas, bem como para o estudante em sua organização para os estudos. Os livros didáticos analisados estão em conformidade com a proposta da BNCC, apresentando elementos como discussão das propriedades das operações, o conceito de noção de igualdade e busca de regularidades e generalizações em níveis de complexidade que progridem no decorrer das etapas da escolaridade.

No entanto, todas as discussões a respeito do desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes só serão possíveis se o professor for o mediador desse conhecimento. Portanto é imprescindível que o docente ancore-se para além do conhecimento comum do conteúdo. A partir da metanálise realizada, esta pesquisa sinaliza para a necessidade do docente conhecer os diferentes significados do sinal da igualdade; considerar a representação matemática por meio de diferentes linguagens como a pictórica, tabelas, gráficos, reta numérica, entre outros, para além da linguagem natural e numérica; identificar relações funcionais entre grandezas, bem como representar relações funcionais por meio de

uma expressão generalizada; reconhecer que a noção de proporcionalidade entre duas grandezas se aplica em diversos contextos do cotidiano; compreender que as propriedades dos números (composição e decomposição) e das operações (associativa, comutativa, elemento neutro) potencializam a aprendizagem tanto da aritmética quanto da álgebra; compreender regularidades e formular conjecturas e expressá-las por meio da linguagem algébrica e a linguagem natural.

Além disso, o docente deve conhecer diferentes estratégias de ensino que possam potencializar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, como recursos manipuláveis (jogos diversos, material dourado, algeplan, entre outros) e recursos tecnológicos; valorizar as experiências e o cotidiano dos estudantes, buscando a contextualização e a construção de significados para os conteúdos matemáticos; construir um ambiente favorável à verbalização do raciocínio do estudante e que enfatize os diferentes caminhos para se chegar ao resultado esperado em determinada situação apresentada.

Contudo, foi possível notar, nas pesquisas analisadas, que alguns desses conhecimentos, citados anteriormente, não estão efetivamente presentes no cotidiano docente. Conhecimentos relacionados ao conteúdo e aos estudantes foram aqueles mais manifestados pelos professores durante as investigações analisadas. Os docentes concordam que um ambiente que dê voz ao raciocínio do estudante, que valorize suas aprendizagens anteriores e seu cotidiano potencializa o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais.

Já os conhecimentos que podem ser considerados exclusivos do Pensamento Algébrico, não foram fortemente manifestados. Conhecimentos sobre regularidades e generalizações, noções de equivalência, uso de diferentes linguagens e conhecimento sobre as propriedades dos números e operações foram manifestados, mas sem o devido aprofundamento que o conhecimento especializado do conteúdo exige do docente.

Por fim, pode-se abstrair da análise desse conjunto de estudos, que os conhecimentos relacionados ao Pensamento Algébrico dos docentes investigados constituem-se essencialmente a partir de suas experiências durante o processo de escolarização e também da sua formação inicial. Nas pesquisas, as crenças de autoeficácia foram positivas em relação ao ensino da álgebra, porém essas crenças não foram consideradas fortes e por isso o desenvolvimento do Pensamento Algébrico pode estar mais propenso a enfrentar dificuldades. Pinheiro (2018), ao citar Bandura (1986), afirma que uma das principais fontes de informação para a crença de autoeficácia são justamente as experiências diretas e, por isso, é possível inferir que os conhecimentos mobilizados pelos docentes investigados se remetam às

experiências com álgebra que os mesmos tiveram (ou não) durante a sua trajetória escolar, ou mesmo na sua formação inicial. Isso demonstra que ainda há muito a ser mobilizado em prol da formação continuada, em especial dos docentes que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

## 7. REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, Elizabeth Adorno de. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 02, p. 331-346, jul./dez. 2008.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; PAULO, Rosa Monteiro. Um exercício filosófico sobre a pesquisa em Educação Matemática no Brasil. **Bolema**, Boletim de Educação Matemática, v. 25, n. 41, p. 251-298. Dez. 2011.
- BIEMBENGUT, Maria Sallet. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.
- BILLINGS, Esther Marie Huntzinger. Exploring generalization through pictorial growth patterns. In GREENES, Carole E.; RUBENSTEIN, Rheta (Eds.), **Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: 70th Yearbook**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, p. 279–293. 2008.
- BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, New York, v. 59, n. 05, p. 389 - 407, nov./dez. 2008.
- BITENCOURT, Daiane Venancio. **EarlyAlgebra na perspectiva do livro didático**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus (BA), 2018.
- BLANTON, Maria. *et al.* Early Algebra. In: **Algebra Gateway to a Technological Future**. Ed. Victor J. p. 7-14, 2007.
- BLANTON, Maria; KAPUT, J. James. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, 36, n. 05, p. 412–446, 2005.
- BLANTON, Maria; KAPUT, J. James. Building district capacity for teacher development in algebraic reasoning. In KAPUT, J. James; CARRAHER, David W; BLANTON, Maria (Eds.), **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, p. 133–160. 2008.
- BANDURA, Albert. **Self-efficacy: the exercise of control**. New York: Freeman, 1997.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Apresentação. Brasília: MEC, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. Brasília: MEC, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Alfabetização. **PNA Política Nacional de Alfabetização/Secretaria de Alfabetização**. Brasília: MEC, SEALF, 2019.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Matrizes de referência de língua portuguesa e matemática do SAEB: documento de referência do ano de 2001**. Brasília: INEP, 2020.

CANAVARRO, Ana Paula. O Pensamento Algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. São Paulo: **Quadrante**, XVI, n. 02, p. 81-118, 2007.

CÂNDIDO, Patrícia T. Comunicação em matemática. In: SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, p. 15-28, 2001.

CARDOSO, Teresa Margarida Loureiro. **Interação verbal em aulas de línguas: meta-análise da investigação portuguesa entre 1982 a 2002**. 2007. Tese (Doutorado em Didática) - Universidade de Aveiro, Portugal, 2007.

CARDOSO, Teresa; ALARCÃO, Isabel; CELORICO, Jacinto Antunes. **Revisão da literatura e sistematização do conhecimento**. Porto: Porto Editora, 2010.

CARNIEL, Ivna Gurniski. **Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática**. 2013. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2013.

CARPENTER, Thomas P.; FRANKE, Megan Loef; LEVI, Linda. **Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school**. Heinemann, 361, Hanover Street, Portsmouth, 2003.

CARPENTER, Thomas P.; LEVI, Linda; FRANKE, Megan Loef; ZERINGUE, Julie Koehler. Algebra in the elementary school: developing relational thinking. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 37, n. 1, p. 53-59, 2005.

CARRAHER, David William; SCHLIEMANN, Analucia Dias; BRIZUELA, Bárbara M.; EARNEST, Darrell. Arithmetic and Algebra in early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 37, n. 02, p. 87-115, 2006.

CARRAHER, David W.; SCHLIEMANN, Analucia D. Early algebra and algebraic reasoning. In: LESTER, F. K. (Ed.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing, 2007. p. 669-705.

CONSTANTINO, Núncia Santoro de. Pesquisa histórica e análise de conteúdo: pertinência e possibilidades. **Estudos Ibero-Americanos PUCRS**, v. 26, n. 01, p. 183-194, jun. 2002.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Hélia Margarida de. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.

DENZIN, Norman K; LINCOLN, Yvonna S. Introduction: The discipline and practice of qualitative research. **The Sage handbook of qualitative research**, 4 ed., p. 01-19. 2011.

FERNANDEZ, Sainza; FIGUEIRAS, Lourdes. Horizon Content Knowledge: Shaping MKT for a Continuous Mathematical Education. **REDIMAT**, vol. 03, n.01, p. 07-29, 2014.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega. **Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática) - Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Angela; MIGUEL, Antonio. Contribuições para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 04, n. 01 (10), p. 78-90, 1993.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações Matemáticas no desenvolvimento do Pensamento Algébrico**. Relatório de Projeto da Fapesp [processo 03/11233-4]. FE – UNICAMP: Campinas, 2005.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FLICK, U. **Introdução à Pesquisa Qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FREIRE, Raquel Santiago. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

FUJII, Toshiakira; STEPHENS, Max. Using number sentences to introduce the idea of variable. In: GREENES, Carole E.; RUBENSTEIN, Rheta Norma Pollock. (Eds). **Algebra and algebraic thinking in school**, v. 70, p. 127-149. National Council of Teachers of Mathematics, 2008.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 10 ed. Rio de Janeiro: Record, 2007.

GOMA, Jane Lopes de Souza. **A comunicação escrita matemática envolvendo o Pensamento Algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

HILL, Heather C.; ROWAN, Brian; BALL, Deborah Loewenberg. Effects of teachers' mathematics knowledge for teaching on student achievement. **American Education Research Journal**, Boston v. 42, n. 2, Oct., 2005.

IRWIN, Kathryn C.; BRITT, Murray S. The Algebraic Nature of Students' Numerical Manipulation in the New Zealand Numeracy Project. **Educational Studies in Mathematics**, v. 58, n. 2, p. 169-188, 2005.

KAPUT, J. James. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: KAPUT, J.

James; CARRAHER, David William; BLANTON, Maria L. (Org.). **Algebra in the early grades**. Nova York: Routledge, 2008, p. 05-18.

KIERAN, Carolyn. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, v. 08, p. 139-151, 2004.

KIERAN, Carolyn. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**, v. 16, n. 01, p. 05-26, 2007.

KIERAN, Carolyn. Overall Commentary on Early Algebraization: Perspectives for Research and Teaching. In: CAI J.; KNUTH E. (Orgs.). **Early Algebraization. Advances in Mathematics Education**. Springer, Berlin, Heidelberg, p. 579-593, 2011.

LEITÃO, Ana; CANGUEIRO, Lourdes. **Princípios e Normas do NCTM – um percurso pela Álgebra**. Grupo de trabalho das Publicações, APM, Lisboa, 2007.

LIMA, José Roberto de Campos. **Pensamento Algébrico no currículo do Ciclo de Alfabetização**: estudo comparativo de duas propostas. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

LIMA, Valderez Marina do Rosário; RAMOS, Maurivan; GESSINGER, Rosana. Metanálise dos processos analíticos presentes em dissertações de um programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. **IndagatioDidactica**, vol. 06, n. 03, outubro 2014.

LIMA, Valderez Marina do Rosário; RICHTER, Luciana. Metanálise como possibilidade para a pesquisa na Área da Educação. In: LIMA, Valderez Marina do Rosário; HARRIS, João Batista Siqueira; PAULA, Marlúbia Corrêa de. (Org). **Caminhos da pesquisa qualitativa no campo da educação em ciências**: pressupostos, abordagens e possibilidades. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2018, p. 127-133.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 4 ed. Campinas: Papirus, 2001.

LINS, Rômulo Campos; KAPUT, James J. The early development of algebraic thinking. In: STACEY, K.; CHICK, H. (Orgs.). **The future of the teaching and learning of algebra**. Dordrecht: Kluwer, p. 47-70, 2004.

LOPES, Ana Lucia Mendes; FRACOLLI, Lislaine Aparecida. Revisão sistemática e metassíntese qualitativa: considerações sobre sua aplicação na pesquisa em enfermagem. **Texto, Contexto, Enfermagem**, Florianópolis, v. 17, n. 04, p. 771-778, 2008.

MASON, John; STEPHENS, Max; WATSON, Anne. Appreciating mathematical structure for all. **Mathematics Education Research Journal**, v. 21, n. 2, p. 10-32, jul. 2009.

MORAES, Roque. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). **Principles and Standards for**

**School Mathematics.** Reston, Va: NCTM, 2000.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**, Lisboa: APM, 2007.

PATERSON, Barbara L; THORNE, Sally E; CANAM, Connie; JILLINGS, Carol. **Meta-study qualitative health research: a practical guide to meta-analysis and meta-synthesis.** Thousand Oaks, California: Sage, 2001.

PINHEIRO, Anderson Cangane. **O ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do Pensamento Algébrico.** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018.

PINTO, Cândida Martins. Metanálise qualitativa como abordagem metodológica para pesquisas em Letras. **Atos de Pesquisa em Educação.** v. 08, n. 03, p. 1033-1048, set./dez. 2013.

PINTO, Cândida Martins. **Metanálise qualitativa de investigação brasileira sobre letramento digital na formação de professores de línguas.** 2015. Tese (Doutorado em Letras) - Universidade Católica de Pelotas, Pelotas, 2015.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. **Álgebra para a formação do professor: Explorando os conceitos de equação e função.** 1 ed. Autêntica Editora, Belo Horizonte, 2015.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental.** Belém, EDUEPA, 2009.

SANTANA, Roseli Regina Fernandes. **Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores *pre-service* e *in-service*.** 2019. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciência) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2020.

SANTOS, Jefferson Rodrigues dos; SOARES, Paulo Roberto Rodrigues; FONTOURA, Luiz Fernando Mazzini. **Análise de conteúdo: a pesquisa qualitativa no âmbito da geografia agrária.** In: XXIV Encontro Estadual de Geografia. Santa Cruz do Sul - RS. UNISC. 2004.

SANTOS, Carla Cristiane Silva. **Os Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental.** Universidade São Francisco. 2013.

SCHLIEMANN, Analucia Dias; CARRAHER, David William; BRIZUELA, Barbara M. **Bringing out the algebraic character of arithmetic: From children's ideas to classroom practice.** Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.

SHULMAN, Lee S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, vol. 15, n. 2, p. 04-14. Feb, 1986.

SHULMAN, Lee S. “**Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform**”, a *Harvard Educational Review*, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987 (Copyright by the President and Fellows of Harvard College). Traduzido e publicado com autorização. Tradução de Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, v.04, n.02, p. 196-229. dez. 2014.

STEPHENS, Max. Some key junctures in relational thinking. **Navigating current and charting directions**, p. 491-498, 2008.

STEPHENS, Max; WANG, Xu. Investigating some junctures in relational thinking: a study of year 6 and year 7 students from Australia and China. **Journal of Mathematics Education**, v. 1, n. 1, p. 28-39, 2008.

SILVA, Daniele Peres da; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. Caracterização do Pensamento Algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, nº 1, p. 206-222, mai. 2012.

TORTORA, Evandro; PIROLA, Nelson Antonio. Percepções e crenças de autoeficácia no trabalho com matemática e resolução de problemas na Educação Infantil. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo (SP), v. 17, p. 1-21, 2020.

TRIVILIN, Lineia Ruiz; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 38-59, abr. 2015.

VALE, Jose Misael Ferreira do. Educação Matemática e temas político-sociais. In: MORAES, Mara Sueli Simão, [et al]. Org. **Educação Matemática e temas políticos-sociais**. Campinas, Autores Associados, 2008.