

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS
E MATEMÁTICA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ALESSANDRA FABIAN SOSTISSO

MODELAÇÃO MATEMÁTICA: COMPETÊNCIA CIENTÍFICA DE UMA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Porto Alegre
2014

ALESSANDRA FABIAN SOSTISSO

**MODELAÇÃO MATEMÁTICA: COMPETÊNCIA CIENTÍFICA DE UMA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Dra Maria Salett Biembengut

Porto Alegre
2014

ALESSANDRA FABIAN SOSTISSO

"MODELAÇÃO MATEMÁTICA: COMPETÊNCIA CIENTÍFICA DE UMA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

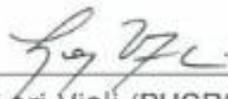
Aprovada em 27 de março de 2014, pela Banca Examinadora.



Dra. Maria Salett Biembengut (Orientadora - PUCRS)



Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer (UNICAMP)



Dr. Lóri Vialí (PUCRS)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S716m Sostisso, Alessandra Fabian.
Modelação matemática: competência científica de uma licenciatura em matemática. / Alessandra Fabian Sostisso. – Porto Alegre, 2014.
143 f.

Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS.
Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Maria Salett Biembengut

1. Educação. 2. Matemática - Ensino. 3. Modelos Matemáticos. 4. Matemática - Licenciatura. 5. Competência Científica. I. Biembengut, Maria Salett. II. Título.

CDD 372.7

Dedico aos meus pais, Celso e Vanice, por terem-me ensinado a não desistir dos meus objetivos e, ao meu querido esposo Jean Carlos, pela paciência que ninguém mais poderia ter tido.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora, Profa. Dra. Maria Salett Biembengut, pelas orientações, sugestões e críticas, que foram importantes para realizar este trabalho.

Aos estudantes do Curso de Licenciatura que colaboraram e aceitaram participar desta pesquisa, dedicando seus tempos para que eu pudesse “dar mais um passo” no caminho acadêmico com este trabalho.

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo identificar a alfabetização e competência científica em modelagem matemática de estudantes de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Privada do Rio Grande do Sul. O procedimento metodológico dividiu-se em quatro etapas, denominadas Mapas, a saber: Mapa de Identificação – constam dados e informações que justificam a escolha do tema, objetivos, pressupostos e procedimentos metodológicos que orientaram a pesquisa. Mapa Teórico – apresentam-se teorias sobre Modelagem Matemática, Alfabetização Científica e Competência em Modelagem na Educação e, pesquisas recentes que possibilitaram situar esta pesquisa em um mapa de produções. Mapa de Campo – descrição da aplicação didática e organização dos dados empíricos provenientes de atividades realizadas com estudantes de Licenciatura em Matemática. Mapa de Análise – efetuou-se o estudo qualitativo desses dados a partir das categorias de análise: saber aplicar matemática – alfabetização; saber fazer modelagem – competência. Identificou-se que os estudantes mostraram ter alfabetização e competência requeridas na percepção e apreensão, porém, nas outras etapas da modelação, compreensão e explicação, significação e expressão, mostraram dificuldades em competências que requeriam formular, solucionar e validar. Verificou-se, ainda, o progresso dos estudantes durante as etapas da modelação.

Palavras-chave: Modelagem Matemática na Educação. Alfabetização Científica. Competências em Modelagem Matemática. Licenciatura em Matemática.

ABSTRACT

This research aimed to identify the alphabetization and scientific competency in mathematical modeling of students in Mathematics in a Private University of Rio Grande do Sul. The methodological procedure was divided into four stages, called maps, namely: Identification Map - containing data and information supporting the choice of topic, objectives, subjects and methodological procedures that guided the research. Theoretical Map - are presented theories on Mathematical Modeling, Scientific Alphabetization and Competency Modeling in Education, and recent research that enabled this research to situate on a map of productions. Field Map - description of didactic implementation and organization of empirical data from activities with students in Mathematics. Analysis Map - carried out a qualitative study of the data from the categories of analysis able to apply mathematics - alphabetization; modeling how to do - competence. It was identified that students showed to have alphabetization and competency required in the perception and apprehension, but in the other stages of modeling, understanding and explanation, meaning and expression, showed difficulty in the skills required to formulate, solve and validate. It was found, also, the progress of students through the steps of modeling.

Keywords: Mathematical Modeling in Education. Scientific Alphabetization. Skills in Mathematical Modeling. Degree in Mathematics.

LISTA DE MAPAS

Mapa 1 – Estrutura do Mapa de Identificação	15
Mapa 2 – Divisão do Mapa Teórico	25
Mapa 3 – Estrutura do Mapa de Campo	27
Mapa 4 – Estrutura do Mapa Teórico	30
Mapa 5 – Etapas do Processo de Modelagem	33
Mapa 6 – Tipos de Modelagem Matemática	34
Mapa 7 – Dinâmica da Modelação	44
Mapa 8 – Concepções de Modelagem Matemática na Educação	48
Mapa 9 – Períodos da Alfabetização Científica	50
Mapa 10 – Pontuações similares sobre Alfabetização Científica.....	55
Mapa 11 – Níveis de Competências em Modelagem Matemática.....	65
Mapa 12 – Teses e Dissertações: Modelagem Matemática na Educação.....	70
Mapa 13 – Artigos: Modelagem Matemática na Educação.....	76
Mapa 14 – Tese e Dissertação: Alfabetização e Letramento Científico.....	83
Mapa 15 – Artigos: Alfabetização e Letramento Científico no Ensino.....	86
Mapa 16 – Artigos: Competências em Modelagem Matemática.....	90
Mapa 17 – Categorias de Análise.....	122
Mapa 18 – Níveis de Competência Científica.....	123

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A dívida do Sobrinho.....	99
Figura 2 – Questões dos estudantes.....	99
Figura 3 – Hipóteses para atividade 1.....	100
Figura 4 – Resolução apresentada pelo estudante J.....	101
Figura 5 – Resolução apresentada pelo estudante D.....	102
Figura 6 – Resolução conforme juros simples.....	105
Figura 7 – Resolução conforme juros compostos.....	107
Figura 8 – Dinâmica Populacional de uma colmeia.....	109
Figura 9 – Questões dos estudantes.....	110
Figura 10 – Hipóteses para atividade 2.....	111
Figura 11 – Resolução apresentada pelos estudantes B e C.....	111
Figura 12 – Resolução apresentada pelo estudante J.....	112
Figura 13 – Resolução conforme hipótese 1.....	114
Figura 14 – Resolução apresentada pelo estudante J.....	115
Figura 15 – Resolução apresentada pelo estudante F.....	116
Figura 16 – Dados da atividade 2.....	117
Figura 17 – Resolução conforme hipótese 2.....	118

LISTA DE SIGLAS

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNE – Conselho Nacional de Educação

CES – Câmara de Educação Superior

ENADE - Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes

IES – Instituições de Ensino Superior

ENADE – Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

ICME – Conferências Internacionais de Educação Matemática

ICTMA – Conferências Internacionais no Ensino de Modelagem Matemática e Aplicações

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC – Ministério da Educação

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Alunos

OCDE - Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico

SINAES - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior

MEMORIAL

Apresento¹, no início desta dissertação, trechos de minha trajetória desde a época em que fui como estudante de uma escola da rede pública de ensino da cidade de Sananduva, Estado do Rio Grande do Sul, até o ingresso como aluna do Programa de Pós-Graduação de Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS).

Meu caminho como estudante começou em 1997 no Ensino Fundamental. Lembro-me muito bem das aulas da 1ª série, da minha professora e dos conteúdos que ela ensinava. Recordo-me, principalmente, das aulas da matemática nesta série, dos “probleminhas” e “contínhas” que muito chamavam minha atenção e sempre pareciam simples e fáceis, pois já sabia as quatro operações. Nas atividades em sala de aula, ajudava meus colegas nos exercícios que a professora passava. Além disso, recordo-me de como as letras do alfabeto eram interessantes, em como conseguia associá-las e formar diferentes palavras e, assim, formular frases e pequenos parágrafos. Foi uma série importante para minha formação, sentia-me segura em utilizar esses conteúdos fora da sala de aula, principalmente, em situações simples do meu cotidiano.

Durante essa caminhada estudantil, sempre demonstrei interesse, curiosidade e paixão pela disciplina de matemática, tinha facilidade em aprender os conteúdos, em fazer os exercícios. Além disso, gostava muito de resolver desafios matemáticos. Entretanto, o que eu questionava, principalmente em meu Ensino Fundamental, era o fato da maioria dos meus professores não me explicarem onde eu fazia uso do que eu aprendia. Mesmo assim, não deixei de gostar de Matemática e, aos doze anos (na 6ª série), já pensava em escolher um curso de graduação que envolvesse matemática.

Ao ingressar no Ensino Médio, no ano de 2005, passei a gostar ainda mais de matemática, principalmente, ao conhecer suas aplicações e uso na Física. Em 2006, como estudante da 2ª série do Ensino Médio, tive uma professora de Matemática e Física que mostrava muito prazer em ministrar aquelas aulas. Lembro-me dos conteúdos que ela ensinava, dos exercícios que fazíamos, das gincanas de matemática que ela organizava e, de maneira de como tentava realizar um entrosamento entre as duas disciplinas. Percebo que os

¹ Diante do caráter subjetivo da apresentação, optou-se por utilizar o verbo na primeira pessoa do singular. Após a apresentação, utiliza-se o verbo a forma impessoal.

conteúdos, por ela ensinados, me fizeram progredir naquela série, pois realmente aprendi o que ela ensinava e, tinha interesse e motivação em querer saber e aprender ainda mais.

No período de Ensino Médio, tive a oportunidade de ir a vários eventos que auxiliaram na escolha da profissão. Assim, decidi que realizaria o vestibular para o curso de Engenharia Mecânica, pois tive a oportunidade de dialogar com estudantes de engenharia e ao conhecer a ementa do curso, meu interesse cresceu. Mesmo querendo seguir a carreira em Engenharia, decidi cursar, se possível e, por realização pessoal, o Bacharelado em Matemática. Ao final de 2007, ano de conclusão de meu Ensino Médio, ao ser aprovada no Exame Nacional do Ensino Médio, realizava o sonho de ser aluna da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), porém eu ingressava no curso de Matemática.

Durante a graduação de Matemática, muitas questões, referentes ao ensino de matemática, começaram a despertar-me inquietações. Ouvia as pessoas dizendo que a disciplina de Matemática era muito difícil, que os estudantes não gostavam, pois não sabiam se realmente usariam seus conteúdos em suas vidas e, que a maioria tinha dificuldades em aprendê-la. De todas as inquietações, aquela que mais me incomodava dizia respeito à forma de ensinar matemática. Essas questões me fizeram buscar maneiras para ensinar Matemática de uma forma que os estudantes conseguissem aplicá-la em suas vidas e, encontrassem sentido em aprender tais conteúdos.

Na graduação cursei disciplinas fascinantes. Porém, em relação ao Ensino de Matemática, lembro-me de duas disciplinas denominadas Metodologias do Ensino I e II e, uma disciplina denominada Práticas de Ensino de Matemática. Recordo-me claramente das aulas da professora que ministrava essas três disciplinas, do seu comprometimento e responsabilidade com os estudantes. Em todas as atividades das disciplinas, ela nos orientava e nos ensinava, era possível observar que seu principal objetivo era que tivéssemos clareza em relação aos conceitos que iríamos ensinar. Nas atividades de seminário, ela sempre contribuía de maneira significativa, sugerindo ideias para repensarmos em como ensinar matemática. A forma com que aquela professora apresentava os métodos de ensino e fazia uso deles, também chamava muito minha atenção. Após a realização dessas disciplinas, consigo identificar que aquelas aulas e a forma como a professora ensinava, contribuíram significativamente para minha formação acadêmica e docente.

Após concluir a graduação, em 2011, já atuava como professora de matemática de Ensino Fundamental e Médio, de um colégio da rede privada de ensino de Porto Alegre. Mesmo atuando como professora tinha certeza de que não queria parar de estudar e, minhas

inquietações, provenientes da graduação, sobre o ensino da matemática, ainda permaneciam. A decisão de fazer mestrado em Educação Matemática foi decorrente da vivência como professora de matemática. Mesmo buscando contextualizar e mostrar para meus alunos o sentido de estudar e aprender matemática sentia que algo ainda faltava. Sentia a necessidade de conhecer e estudar um método de ensino que atendesse todas as minhas expectativas, pois eu queria fazer pesquisa em matemática com meus alunos e motivá-los a estudar matemática.

Esse objetivo fez que, ao final de 2011, eu participasse da seleção do Programa de Pós Graduação em Educação e Ciências da PUCRS e, em março de 2012 eu voltava a essa universidade como mestranda em Educação Matemática. Ao ter em mãos minha grade curricular do semestre, soube que minha orientadora seria a professora Maria Salett Biembengut e sabia que suas orientações referiam-se a Modelagem Matemática. Mesmo com pouco conhecimento sobre Modelagem Matemática, sabia que esse era o tema que se aproximava dos meus objetivos de ensino.

As aulas começaram em março de 2012 e sentia-me ansiosa para saber se era mesmo Modelagem Matemática o que eu queria fazer e estudar. Minhas dúvidas se esclareceram quando tive minha primeira aula sobre Modelagem com a professora Salett. No primeiro encontro manifestei minhas primeiras ideias sobre o tema que eu queria pesquisar e, então, o trabalho começou.

Com minha orientadora, escolhemos o tema para a realização da pesquisa. As disciplinas contribuíram para que vagas ideias fossem amadurecendo e se consolidando. As leituras e discussões realizadas em algumas disciplinas contribuíram de forma significativa para minha formação. Aprendi que fazer pesquisa exige estudo e disciplina. Além disso, tive a oportunidade de fazer modelagem com meus alunos e senti-me satisfeita com os resultados obtidos.

Ao finalizar esta dissertação, recordo-me das primeiras ideias, trabalhos e apresentações, e posso ver o progresso que tive neste período. Percebo as diferenças entre as maneiras de pensar antes, durante e após este mestrado sobre os mesmos assuntos. Tenho a certeza de que esses trechos que me recordo contribuíram para minha alfabetização e competência científica.

ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação está estruturada em quatro capítulos denominados: Mapa de Identificação, Mapa Teórico, Mapa de Campo e Mapa de Análise, sendo organizados da seguinte maneira:

- Capítulo I: *Mapa de Identificação*: onde a pesquisa é apresentada. Este capítulo contém a contextualização, a caracterização e a relevância do objeto de pesquisa, os pressupostos, a delimitação das questões seus objetivos e a metodologia, por meio da qual se esclarece como a pesquisa foi realizada. O Mapa de Identificação encontra-se dividido em três partes: *1.1. A Licenciatura em Matemática; 1.2. Alfabetização e Competência Científica: Documentos e Proposições e 1.3. Procedimentos Metodológicos*, subdividido em: *1.3.1. Mapa Teórico, 1.3.2. Teórico de Campo e 1.3.3 Mapa de Análise*.
- Capítulo II: *Mapa Teórico*: apresenta conceitos e definições sobre elementos envolvidos na questão ou problema de pesquisa investigado, tendo por base uma revisão da literatura disponível sobre modelagem matemática, alfabetização científica e competência. Encontra-se dividido em quatro seções: *2.1. Teoria Suporte para obtenção de dados empíricos: Modelagem Matemática; 2.2. Teoria Suporte para análise de dados: Alfabetização Científica e Competências em Modelagem; 2.3. Produções Recentes e 2.4. Considerações sobre o Capítulo*.
- Capítulo III: *Mapa de campo*: apresenta a descrição do processo de obtenção dos dados empíricos, o grupo de estudantes participantes da pesquisa, o local da aplicação, os instrumentos de coletas de dados e a descrição dos encontros com os estudantes. Está dividido em duas etapas: *3.1. Descrição das atividades realizadas pelos estudantes e 3.2. Considerações sobre o Capítulo*
- Capítulo IV: *Mapa de Análise*: neste mapa foi realizada a integração entre os resultados do mapa de campo com as produções do mapa teórico, o que permitiu a interpretação e a análise dos dados coletados e, possibilitou responder a questão de pesquisa proposta. Divide-se: *4.1. Análise das atividades e 4.2. Conclusões e Recomendações*.

SUMÁRIO

1 MAPA DE IDENTIFICAÇÃO	15
1.1 A Licenciatura em Matemática.....	16
1.2 Alfabetização e Competência Científica: Documentos e Proposições.....	18
1.3 Procedimentos Metodológicos.....	23
1.3.1 Mapa Teórico.....	24
1.3.2 Mapa de Campo.....	26
1.3.3 Mapa de Análise.....	28
2 MAPA TEÓRICO	29
2.1 Teoria suporte para obtenção dos dados empíricos: Modelagem matemática.....	30
2.1.1 Modelagem Matemática: conceitos e definições.....	31
2.1.2 Modelagem Matemática na Educação: propostas e finalidades.....	35
2.2 Teoria para análise de dados empíricos: Alfabetização e Competência.....	49
2.2.1 Alfabetização e Letramento Científico na Educação.....	51
2.2.2 Competências em Modelagem Matemática na Educação.....	62
2.3 Produções Recentes.....	69
2.3.1 Tese e Dissertações: Modelagem Matemática na Educação.....	70
2.3.2 Artigos: Modelagem Matemática no Ensino Básico e Superior.....	76
2.3.3 Tese e Dissertação: Alfabetização Científica na Educação.....	83
2.3.4 Artigos: Alfabetização e Letramento Científico no Ensino.....	86
2.3.5 Artigos: Competências em Modelagem Matemática na Educação.....	90
2.4 Considerações sobre o Capítulo.....	94
3 MAPA DE CAMPO	96
3.1 Descrição das atividades realizadas pelos estudantes.....	97
3.2 Considerações finais sobre o capítulo.....	119
4 MAPA DE ANÁLISE	122
4.1 Análise das atividades.....	123
4.2 Conclusões e Recomendações.....	131
REFERÊNCIAS	134
APÊNDICES	141

CAPÍTULO I - MAPA DE IDENTIFICAÇÃO

Esta pesquisa tem como foco a alfabetização e competência científica do estudante de Licenciatura em Matemática na formulação e resolução de situações-problema seguindo o processo da modelagem matemática. Processo este que requer alfabetização e competência matemática.

Para situar o campo em que esta pesquisa faz-se inserida, passa-se à elaboração deste mapa de identificação que, segundo Biembengut (2008, p. 79), permite identificar os “[...] caminhos a serem percorridos, sequências de ações ou etapas no processo de pesquisa e reconhecimento da origem, da natureza e das características dos dados que serão a estrutura da descrição e da explicação do fenômeno ou da questão [...]”.

A delimitação da pesquisa permite visualizar a abrangência deste estudo e estabelecer os pressupostos, o grupo de estudantes colaboradores que fornecerá os dados empíricos e, assim, o aporte teórico que permitirá efetuar a análise destes dados.

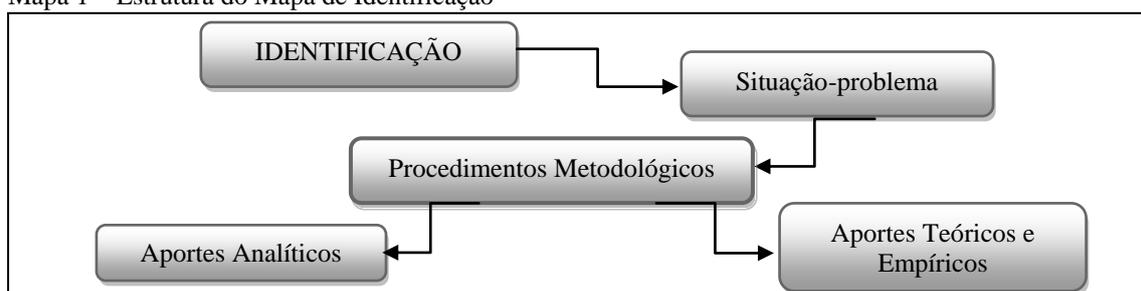
Para esclarecer o foco desta pesquisa, este capítulo é dividido em três seções:

1.1 – *A Licenciatura em Matemática*: breve apresentação de Leis e Avaliações oficiais relativas ao Ensino Superior, que dentre outras proposições encontram-se a defesa da alfabetização e competência do estudante.

1.2 – *Alfabetização e competência científica: documentos e proposições*: aborda o problema – alfabetização e competência, justifica e estabelece pressupostos, questão de pesquisa e objetivos (geral e específico);

1.3 – *Procedimentos metodológicos da pesquisa*: descreve os procedimentos metodológicos da pesquisa – caracterização, descrição e apresentação dos caminhos. O Mapa 1 expressa uma orientação deste capítulo. Os esquemas, tabelas e quadros, ou seja, as maneiras de representar informações importantes para a pesquisa foram resumidas e denominadas mapas.

Mapa 1 – Estrutura do Mapa de Identificação



Fonte: A autora (2013)

1.1 A LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Os Cursos de Licenciatura brasileiros seguem orientações governamentais como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), nº 9.394 de 1996, que diferenciam os Cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática²: “os cursos de Bacharelado em Matemática existem para preparar profissionais para a carreira de ensino superior e pesquisa, enquanto os cursos de Licenciatura em Matemática têm como objetivo principal a formação de professores para a educação básica.” (BRASIL, 2001a, p. 1). Assim, essas diretrizes têm por objetivos:

servir como orientação para melhorias e transformações na formação do Bacharel e do Licenciado em Matemática; assegurar que os egressos dos cursos credenciados de Bacharelado e Licenciatura em Matemática tenham sido adequadamente preparados para uma carreira na qual a Matemática seja utilizada de modo essencial, assim como para um processo contínuo de aprendizagem. (BRASIL, 2001a, p. 1).

Em relação à carga horária³, os Cursos de Licenciatura em Matemática deverão ter

no mínimo, 2800 (duas mil e oitocentas) horas, nas quais a articulação teoria-prática garanta, nos termos de seus projetos pedagógicos, as seguintes dimensões dos componentes comuns: I - 400 (quatrocentas) horas de prática como componente curricular, vivenciadas ao longo do curso; II - 400 (quatrocentas) horas de estágio curricular supervisionado a partir do início da segunda metade do curso; III - 1800 (mil e oitocentas) horas de aulas para os conteúdos curriculares de natureza científico cultural; IV - 200 (duzentas) horas para outras formas de atividades acadêmico-científico-culturais. (BRASIL, 2002b, p. 1).

E ainda, espera-se do licenciado em matemática uma visão sobre os seguintes aspectos:

papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos; da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania; de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina. (BRASIL, 2001a, p. 3).

De acordo com essas diretrizes, o futuro professor de matemática precisa ter competência para elaborar propostas de ensino e aprendizagem; formular materiais didáticos; analisar propostas curriculares referentes ao ensino de matemática; desenvolver estratégias de ensino que contribuam para desenvolver o senso crítico e criativo dos estudantes; dar

² Parecer CNE/CES 1.302/2001 apresenta diferenças entre cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática.

³ Resolução CNE/CP nº2/2002 determina a carga horária das Licenciaturas em Matemática.

importância à compreensão dos conceitos e não somente às técnicas e fórmulas; elaborar projetos interdisciplinares.

Para que as competências descritas por essas diretrizes sejam desenvolvidas pelos estudantes, faz-se necessário que a estrutura curricular dos Cursos de Licenciatura em Matemática seja elaborada de tal modo que os licenciandos sejam capazes de:

- Desenvolver sua capacidade de expressão oral e escrita;
- fazer uso de novas tecnologias na resolução de problemas;
- identificar, formular e resolver problemas matemáticos conforme o rigor matemático;
- identificar e compreender relações entre a matemática e outras áreas do conhecimento;
- desenvolver trabalhos em grupo e estar em constante aprendizagem continuada.

(BRASIL, 2001a, p. 3-4).

Assim, quanto à estrutura das Licenciaturas em Matemática, os conteúdos curriculares deverão ser organizados considerando, em sua composição, as seguintes orientações:

partir das representações que os alunos possuem dos conceitos matemáticos e dos processos escolares para organizar o desenvolvimento das abordagens durante o curso; construir uma visão global dos conteúdos de maneira teoricamente significativa para o aluno. (BRASIL, 2001a, p. 4).

E, ainda, estes conteúdos devem possibilitar “[...] o desenvolvimento de conteúdos dos diferentes âmbitos do conhecimento profissional de um matemático, de acordo com o perfil, competências e habilidades anteriormente descritas, levando-se em consideração as orientações apresentadas para a estruturação do curso”. (BRASIL, 2001a, p. 5).

A organização dos currículos pelas Instituições de Ensino Superior (IES) devem ter todos os conteúdos comuns a todos os cursos de Matemática. Esses conteúdos serão verificados no Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE)⁴. Este exame, obrigatório a todos os cursos do Ensino Superior, tem por objetivo geral:

[...] avaliar o desempenho dos estudantes em relação aos conteúdos programáticos previstos nas diretrizes curriculares do respectivo curso de graduação, suas habilidades para ajustamento às exigências decorrentes da evolução do conhecimento e suas competências para compreender temas exteriores ao âmbito específico de sua profissão, ligados à realidade brasileira e mundial e a outras áreas do conhecimento [...]. (BRASIL, 2008, p. 12).

⁴ ENADE é uma avaliação elaborada pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (SINAES), instituída pela Lei nº 10.861 de 14/04/2004, obrigatória a todos os cursos de Ensino Superior.

O ENADE é realizado anualmente no país pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), órgão vinculado ao Ministério de Educação (MEC). Abrange grupos de estudantes, selecionados por amostragem, situados em distintos momentos de sua graduação: um grupo considerado ingressante e o outro considerado concluinte. Ambos os grupos são submetidos à mesma prova.

Embora os documentos e avaliações referentes ao Ensino Superior, em especial das Licenciaturas em Matemática, contemplem uma formação geral, onde os estudantes sejam competentes para aplicar os conteúdos matemáticos em diferentes áreas do conhecimento, além de compreender a influência das mudanças socioculturais e tecnológicas, questiona-se: *de que maneira os Cursos de Licenciatura em Matemática têm contribuído para a alfabetização e competência científica de seus estudantes?*

1.2 ALFABETIZAÇÃO E COMPETÊNCIA CIENTÍFICA: DOCUMENTOS E PROPOSIÇÕES

A alfabetização científica pode ser entendida como o que as pessoas deveriam saber sobre conhecimentos científicos que são úteis para sua vida e para a sociedade na qual estão inseridas. Promovê-la no âmbito escolar implica “[...] ir além do conhecimento escolar, examinando a capacidade dos alunos de analisar, raciocinar e refletir ativamente sobre seus conhecimentos e experiências, enfocando competências que serão relevantes para suas vidas futuras.” (PISA, 2006, p. 33).

Soares (2001, p. 31) define a alfabetização como “ação de alfabetizar” e caracteriza que alfabetizar é “tornar o indivíduo capaz de ler e escrever.” Assim, para Chassot (2003, p. 38) a alfabetização científica é “[...] um conjunto de conhecimentos que facilitam aos homens e mulheres fazer uma leitura do mundo em que vivem”.

Chassot (2003) destaca que um ensino de qualidade deve ter por objetivo a alfabetização científica dos estudantes e sua formação cidadã. Isto implica que realizem experiências que lhes possibilitem o contato com situações-problema ou fenômenos que auxiliem no aprimoramento de suas competências em criar, compreender, estabelecer relações e conjecturas, solucionar, analisar e interpretar soluções que estejam relacionadas aos temas propostos.

De acordo com Demo (2000), o principal objetivo da Educação é proporcionar aos estudantes meios para adquirirem competências, ou seja, que comecem a fazer parte de

processo de aprendizagem, deixando de serem objetos de ensino. O autor destaca que para uma pessoa ser considerada competente é necessário que ela seja crítica e interprete os conhecimentos aprendidos, refletindo sobre como a utilização destes podem contribuir para melhorias da sociedade em que vive.

A competência é expressa como a “[...] capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles” (PERRENOUD, 1999, p. 7) ou “[...] a capacidade de mobilizar diversos recursos cognitivos para enfrentar um tipo de situação.” (PERRENOUD, 2000, p. 9). Possibilitar que os estudantes adquiram e aperfeiçoem suas competências é uma das responsabilidades do processo pedagógico.

Segundo Biembengut (2004), a despeito dos documentos relativos à estrutura educacional vigente, a maioria dos currículos encontra-se divididos em disciplinas, sem integração umas com as outras, formadas por planos de cursos, metodologias e avaliações de cunho tradicional; as disciplinas do componente específico são tratadas sem ligação com questões que venham a ser tratadas na Educação Básica, somente em disciplinas como Metodologias, Práticas Docentes e optativas, com carga horária menor, encontra-se a tarefa de apresentar, aos novos professores, novas metodologias e tendências de ensino.

De forma geral, as aulas não passam de transposição de conteúdos, exercícios, técnicas de resolução ou exposição de teoremas com demonstrações desprovidas de quaisquer objetivos ou significados (BIEMBENGUT, 2004). Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) apontam que parte dos problemas referentes à questão do ensino e aprendizagem de matemática encontra-se relacionado

[...] ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, 1997, p. 22).

Ainda, os PCNs destacam que o ensino de matemática, em todos os níveis, reduzido à prática de exercícios, não é capaz de propiciar que o estudante desenvolva competências para solucionar, interpretar, validar e discutir resultados e métodos referentes a situações-problema advindas de diferentes áreas do conhecimento ou da própria matemática.

Para contribuir com a competência dos estudantes, o Ensino de matemática precisa deixar de ser centralizado em procedimentos mecânicos, definições e demonstrações, e

utilizar métodos que envolvam a contextualização e a aplicação da matemática em diferentes áreas do conhecimento, compreendendo a necessidade de uma “[...] formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informação, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização”. (BRASIL, 2000, p. 5).

Bassanezi (2002, p. 180) destaca que os problemas referentes à formação do professor de matemática “[...] não está no conjunto de conteúdos matemáticos aprendidos – muitas vezes, ele estudou matemática de modo sistemático e exaustivo, tendo como referência os conteúdos que ele precisa ensinar nos cursos do ensino fundamental e médio – mas sim na essência do processo que orientou sua formação”.

Dessa maneira, é preciso que “[...] o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas”. (BRASIL, 1997, p. 19). Com base nessas pontuações, pode-se dizer que:

a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-los. (Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999, p. 40).

Os conceitos, as idéias e os procedimentos matemáticos podem ser explorados, inicialmente, por meio de problemas, fenômenos e situações provenientes de outras áreas do conhecimento, permitindo ao estudante aplicar de maneira significativa conteúdos já aprendidos. O que requer competência para integrar e relacionar diferentes conhecimentos científicos.

Ao utilizar situações que envolvam diferentes áreas do conhecimento no ensino, os estudantes necessitam associar seus conhecimentos matemáticos aos conhecimentos vindos de outras disciplinas, adquirindo “capacidade de ler, compreender e expressar opinião sobre assuntos de caráter científico (MILLER, 1983, p. 30)”, ou seja, adquirindo alfabetização e competência científica. Mesmo com tais justificativas, o Ensino de Matemática continua centralizado em demonstrações e procedimentos mecânicos desprovidos de significado.

Assim, para que esta situação seja mudada, é importante dispor de processos e métodos de ensino capazes de possibilitar ao estudante, desde sua formação inicial, identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender situações-problema e

fenômenos presentes no cotidiano. Com isso, o estudante adquire competências para compreender, interpretar e resolver situações-problema ao passo que este tem sua criatividade, curiosidade e interesse estimulados. Dentre esses métodos defende-se a modelagem matemática na educação – modelação matemática.

Biembengut (2014) afirma que a “modelagem é o processo envolvido na elaboração de um modelo de qualquer área do conhecimento. Trata-se de um processo de pesquisa”. Ao ser utilizada no processo de ensino e aprendizagem, a modelagem matemática requer adaptações no processo.

Conforme Biembengut (1990), a modelagem matemática, quando aplicada no Ensino de matemática, passa a se chamar modelação matemática. A autora afirma que utilizar modelagem no ensino de matemática – modelação matemática – implica em ensinar os conteúdos curriculares e, ao mesmo tempo, ensinar os estudantes a fazerem pesquisa. Conforme Biembengut (2004) a modelação pode ser utilizada em qualquer etapa de escolaridade, com o objetivo de favorecer aos estudantes a melhor compreensão de conceitos matemáticos, e proporcionando-lhes interpretar e resolver situações-problema, além de instigar seu senso crítico e criativo.

A modelação permite ao professor desenvolver o programa estabelecido, de acordo com os procedimentos da modelagem matemática, tendo como ponto de partida situações-problema presentes em diferentes áreas do conhecimento, proporcionando aos estudantes compreender conceitos e assuntos presentes em seu cotidiano. Além disso, permite ao estudante desenvolver pesquisas sobre temas de seu interesse, o que contribui para a aquisição de competências matemáticas. De acordo com Biembengut (2014), a modelação é realizada em três fases: *(1ª) percepção e apreensão, (2ª) compreensão e explicação, (3ª) significação e expressão.*

As etapas da modelação envolvem matematizar situações do mundo real, interpretar, refletir, representar e validar resultados matemáticos provenientes das situações-problema, processos estes que são essencialmente voltados a alfabetização e competência científica dos estudantes. Segundo Blum (2007), a modelagem matemática no ensino traz importantes contribuições para o desenvolvimento de competências nos estudantes.

Blum (2007) escreve que é preciso ensinar os conceitos matemáticos aos estudantes, ao mesmo tempo em que se ensinam competências para utilizar estes conceitos em situações-problema que envolvam conteúdos matemáticos e não matemáticos. Para Blum (2007, p. 10)

ter competência em modelagem significa “[...] ter habilidade de executar processos envolvidos na elaboração e validação de modelos matemáticos”.

Ao utilizar a modelagem como método de ensino e aprendizagem, o professor valoriza suas produções e práticas, assim como a produção dos estudantes, pois estes desenvolvem estudos sobre temas de seu interesse, o que contribui para aprenderem a fazer pesquisa e aplicar os conteúdos que aprenderam em diferentes contextos. Na modelação, o estudante deixa de ser passivo durante o processo de aprendizagem tornando-se responsável pelo seu próprio aprendizado.

Ao expedir documento reformulando os currículos dos Cursos de Licenciatura, nos anos de 1990, o MEC inseriu disciplinas, nestes currículos, que abordassem modelagem e aplicações matemáticas nas grades curriculares, com o objetivo de que os futuros professores viessem a utilizá-la como prática pedagógica em suas aulas (BIEMBENGUT, 2009). Pois, conforme Bassanezi (2002), a maioria dos estudantes não demonstra competências para aplicar a matemática em outras áreas do conhecimento.

Como prática de sala de aula, os resultados da modelação dão conta em desenvolver habilidades e competências propostas pelas Diretrizes Curriculares Nacionais Brasileiras sobre a formação de professores. Pois, considerando o estudo de situações-problema como ponto de partida para a definição de conceitos matemáticos e a realização de atividades matemáticas, no processo de ensino e aprendizagem, todos os conceitos e métodos matemáticos podem ser estudados por meio de problemas do cotidiano, instigando os estudantes a buscarem estratégias para resolvê-los.

De acordo com Doerr (2007), os cursos de Licenciatura em Matemática devem possibilitar aos futuros professores a utilização de diferentes práticas de ensino conforme o contexto em que irão atuar, sem limitar-se à transposição de conteúdos. Afirma ainda, que estes cursos requerem que os professores acadêmicos: tenham atenção entre as propostas metodológicas tradicionais e modelagem; saibam orientar os estudantes nos temas de estudos de suas propostas de modelagem; compreendam e apoiem as ideias dos estudantes e, estabeleçam conexões dos temas de estudos escolhidos pelos estudantes para que estes adquiram conhecimentos. (DOERR, 2007).

Segundo Kaiser (2006), para promover uma compreensão que tenha como base a modelagem matemática e o desenvolvimento de competências para a realização da modelagem no ensino, julga-se necessário oportunizar que os futuros professores desenvolvam estas competências durante seus estudos. Pois, “[...] se quisermos que

estudantes desenvolvam a competência para entender aplicações e métodos como resultados de sua educação, estas aplicações e modelos devem constar explicitamente no plano de aula de ensino e aprendizado da matemática”. (BLUM, 2007, p. 4).

O desenvolvimento de competências, para utilizar a matemática no cotidiano, parte do estudo de situações-problema de diferentes áreas do conhecimento. Porém, para resolvê-las, o estudante necessita adquirir competências que lhe permita compreender os dados contidos nestes fenômenos, além de buscar a compreensão dos significados matemáticos presentes nas diversas áreas do conhecimento e utilizar “[...] seus conhecimentos em contextos distintos daqueles em que aprendeu, para poder se relacionar com o mundo”. (BRASIL, 2006, p. 48). Assim, os métodos de ensino adotados pelos professores necessitam privilegiar a alfabetização e competência científica dos estudantes.

A partir das definições de alfabetização e competência, entende-se que uma pessoa que é capaz de aplicar os conhecimentos apreendidos na escola, que sabe posicionar-se criticamente em relação às discussões que permeiam a sociedade, tendo por base seus conhecimentos e, consegue selecionar e relacionar informações de modo que possa utilizá-las eficazmente, pode ser considerada alfabetizada cientificamente e competente. O objetivo da Educação deve ser preparar os estudantes para adquirirem tais competências; assim, busca-se na modelação matemática, uma forma para alcançar esse objetivo.

1.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Ao delimitar um problema é necessário saber se ele é relevante, se suas respostas não podem ser encontradas por meio de uma revisão de literatura ou se para respondê-lo é necessário efetuar uma pesquisa. Conforme Biembengut (2008, p. 71), “a verdadeira pesquisa deve permitir a produção de novos objetos, novas técnicas, novos espaços, novos rumos, novos conhecimentos ou, ainda, mudar a relação das pessoas com os meios, os processos, ou com as circunstâncias”.

A presente pesquisa – Modelação Matemática: Competência Científica de uma Licenciatura em Matemática – inclina-se ao Ensino Superior, de modo geral, à Licenciatura em Matemática, e busca responder a seguinte questão de pesquisa: *Qual a alfabetização e competência científica do estudante de Licenciatura em Matemática na resolução de situações-problema?*

A busca pela resposta dessa questão leva ao seguinte objetivo da pesquisa: *identificar a alfabetização e competência científica em modelagem matemática dos estudantes de Licenciatura em Matemática.*

Com foco nesse objetivo, busca-se atingir os seguintes objetivos específicos, durante a aplicação de atividades utilizando-se da modelagem:

- Identificar os procedimentos utilizados pelos estudantes na resolução de situações-problema;
- compreender a alfabetização matemática dos estudantes;
- verificar a competência na resolução de situações-problema.

Para alcançar os objetivos, geral e específicos, e responder à questão estabelecida nesta pesquisa utilizou-se o Mapeamento na Pesquisa Educacional, prescrito por Biembengut (2008), para o aporte teórico e empírico.

O mapeamento, de acordo com Biembengut (2008, p. 74), pode ser definido como:

um conjunto de ações que começa com a identificação dos entes ou dados envolvidos com o problema a ser pesquisado, para, a seguir, levantar, classificar e organizar tais dados de forma a tornarem mais aparentes as questões a serem avaliadas; reconhecer padrões, evidências, traços comuns ou peculiares, ou ainda características indicadoras de relações genéricas, tendo como referência o espaço geográfico, o tempo, a história, a cultura, os valores, as crenças e as ideias dos entes envolvidos – a análise.

Conforme Biembengut (2008) o mapeamento divide-se em quatro etapas, assim denominadas: *Mapa de Identificação, Mapa Teórico, Mapa de Campo e Mapa de Análise.* O Mapa de Identificação trata-se deste primeiro capítulo. A seguir, descrevem-se as etapas do mapeamento: *1.3.1 Mapa Teórico; 1.3.2 Mapa de Campo; 1.3.3 Mapa de Análise.*

1.3.1 Mapa Teórico

Segundo Biembengut (2008), o mapa teórico consiste em uma revisão da literatura disponível sobre os conceitos e definições acerca do tema ou problema a ser investigado, além das produções acadêmicas recentes e similares a este estudo, com o objetivo de delimitar o campo de análise.

Como nesta pesquisa os temas base são Modelagem Matemática, Alfabetização e Competência Científica, o mapa teórico foi organizado em duas etapas: a primeira consistiu em uma busca na literatura sobre os conceitos e definições sobre modelagem e modelação

matemática, alfabetização e competência científica, para verificar semelhanças e diferenças e organizar um mapa que possibilitasse facilitar o andamento da pesquisa. A segunda etapa referiu-se as produções acadêmicas similares a esta pesquisa.

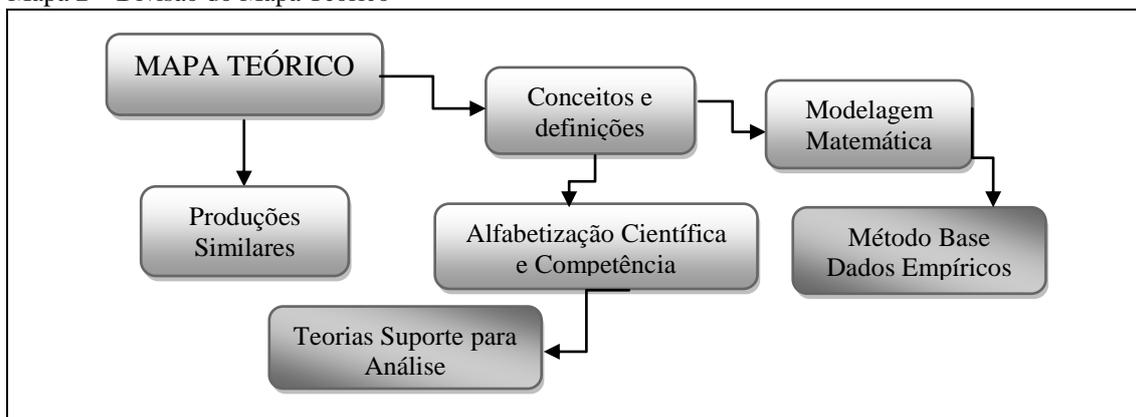
A primeira etapa – conceitos e definições – dividiu-se em duas subetapas:

- A primeira, sobre Modelagem e Modelagem na Educação que é base do método de ensino a ser adotado para a obtenção dos dados empíricos.
- A segunda, sobre Alfabetização e Competência Científica, temas suporte para a análise dos resultados obtidos das atividades pedagógicas de matemática com grupos voluntários de estudantes de Licenciatura em Matemática.

A busca dos conceitos e definições sobre os temas sobre modelagem e modelação matemática, alfabetização e competência científica, da primeira etapa, foi realizada em bibliotecas virtuais de Universidades, dissertações de mestrado, teses de doutorado, livros, artigos, revistas e periódicos.

A segunda etapa - produções similares – buscou saber o que existe, o que ainda pode ser feito e ainda, verificar se esta pesquisa pode vir ocupar um ponto no mapa destas produções existentes. Das pesquisas encontradas foram selecionadas 16 produções; destas, 2 teses, 4 dissertações e 10 artigos publicados no período de 2009 a 2013.

Mapa 2 – Divisão do Mapa Teórico



Fonte: A autora (2013)

As pesquisas foram identificadas por meio de sítios eletrônicos, tais como: <http://www.bdtd.ibict.br/> - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), <http://www.ictma.net/> - Conferências Internacionais no Ensino de Modelagem Matemática e Aplicações (ICTMA); <http://www3.pucrs.br/> - Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS); www.capes.gov.br/ - Coordenação de Aperfeiçoamento de

Pessoal de Nível Superior (CAPES); www.scholar.google.com/ – Google Acadêmico; www.bc.furb.br/ – Biblioteca da Universidade Regional de Blumenau (FURB).

Após, estes dados foram levantados, organizados e sistematizados de modo a identificar a importância e sustentar a análise da pesquisa. Na sequência fez-se um resumo, no qual foram destacados pontos importantes que serviram de guia para esta dissertação. Este levantamento, além de auxiliar nos aportes teóricos, permitiu justificar e apresentar o grau de relevância desta pesquisa. No capítulo II, o mapa teórico está descrito em quatro itens: 2.1. *Teoria Suporte para obtenção dos dados empíricos: Modelagem Matemática*; 2.2. *Teoria Suporte para análise de dados: Alfabetização Científica e Competência em Modelagem Matemática*; 2.3. *Produções Recentes* e 2.4. *Considerações sobre o Capítulo*.

1.3.2 Mapa de Campo

No mapa de campo descreve-se a aplicação das atividades pedagógicas. Segundo Biembengut (2008), nele associa-se levantamento, organização e classificação de um conjunto de dados baseados em informações provenientes de pessoas ou documentos que não retratam a totalidade da realidade analisada. Assim, o mapa de campo tem como principal objetivo:

estabelecer previamente um maior conjunto possível de meios e instrumentos para levantamento, classificação e organização de dados ou informações que sejam pertinentes e suficientes considerando pontos relevantes ou significativos e que nos valham como mapa para compreender os entes pesquisados (BIEMBENGUT, 2008, p. 101)

Para dispor de dados empíricos, este mapa seguiu duas etapas: *aplicação das atividades pedagógicas*; *organização dos dados coletados*.

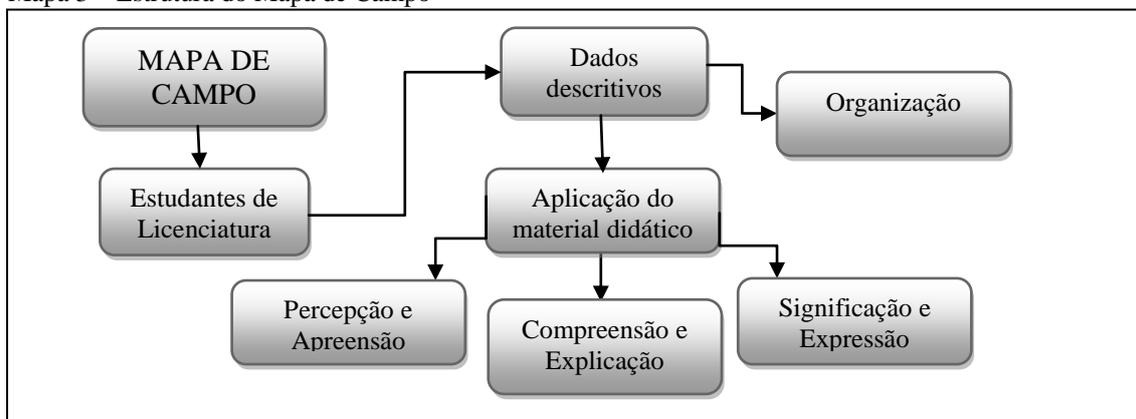
Na primeira etapa, *aplicação das atividades pedagógicas*, utilizou-se um material de modelação sobre os temas *Dívida do Sobrinho e Dinâmica Populacional de uma Colmeia*, elaborado por Biembengut (1990). Esta etapa se dividiu em três subetapas:

- Subetapa 1: o material didático foi estruturado de modo que os estudantes de Licenciatura em Matemática perpassassem pelas fases da modelação refazendo os respectivos modelos e aplicando seus conhecimentos científicos.
- Subetapa 2: por meio de *e-mail*, foram convidados para participar da aplicação das atividades 20 estudantes de diferentes semestres de um curso de Licenciatura em

Matemática. Entretanto, somente 10 estudantes retornaram o contato dispondo-se a participar das atividades.

- Subetapa 3: a aplicação do material didático ocorreu conforme as três fases da modelação definidas por Biembengut (2007): *percepção e apreensão, compreensão e explicação; significação e expressão*. Em todas as etapas considerou-se o conhecimento e entendimento dos estudantes sobre os conceitos necessários para realizar o processo de modelação.

Mapa 3 – Estrutura do Mapa de Campo



Fonte: A autora (2013)

Conforme a disponibilidade dos estudantes organizaram-se dois grupos para a aplicação das atividades. O primeiro grupo foi composto por cinco estudantes, assim como o segundo grupo. Todos os estudantes participantes da pesquisa fazem parte de uma Instituição de Ensino Superior do Rio Grande do Sul.

Na segunda etapa, *organização dos dados coletados*, os dados coletados foram classificados e organizados. Para identificar a alfabetização e competência científica dos estudantes, tomaram-se como base a resolução das atividades produzidas pelos estudantes e o relatório das observações da autora desta pesquisa. Esse relatório foi elaborado no período de agosto/2013 a outubro/2013.

No momento da organização e classificação dos dados, buscou-se observar a relação entre as informações coletadas, para uma tentativa de compreensão do seu significado. Conforme Biembengut (2008, p. 102), “a identificação de traços facilita nossa compreensão, e a organização aguça a percepção, assim como suposições emergem, o que pode nos conduzir a uma reorientação dos processos então adotados”.

De acordo com as etapas da pesquisa, o mapa de campo encontra-se dividido em duas seções: *3.1 Descrição das atividades realizadas pelos estudantes, e 3.2; Considerações sobre*

o capítulo. No Capítulo III, mapa de campo, apresenta-se de forma mais detalhada os procedimentos adotados.

1.3.3 Mapa de Análise

Segundo Biembengut (2008), no mapa de análise realiza-se a integração das teorias que fundamentam esta pesquisa – Mapa Teórico – e os dados coletados – Mapa de Campo. A importância da elaboração deste mapa se pauta no seguinte pressuposto:

[...] para fazer a análise da pesquisa, precisamos de percepção acurada dos diversos entes envolvidos; e ainda, saber: identificar a estrutura e os traços dos entes pesquisados, julgar o que é relevante e o respectivo grau de relevância, conjugar os dados e organizar os dados de forma a delinear um mapa, satisfazendo assim as exigências da pesquisa. Isto vai requerer que se estabeleçam códigos ou signos que viabilizem a interpretação pelos leitores como se fosse uma simples prosa. (BIEMBENGUT, 2008, p. 118).

Neste mapa, buscou-se compreender e analisar os dados coletados, obtidos por meio da modelação com estudantes de Licenciatura em Matemática, com o apoio dos conceitos e definições provenientes das teorias de Modelagem Matemática na Educação, Alfabetização Científica e Competência em Modelagem, além dos resultados de pesquisas similares ao tema proposto. Dessa integração foram estabelecidas as categorias de análise.

Assume-se como categorias de análise: (1) saber aplicar matemática – alfabetização; (2) saber fazer modelagem – competência. Para poder analisar os dados empíricos desta pesquisa, além da literatura base anunciada, utilizam-se as três fases do processo de Modelagem na Educação, definida por Biembengut (2014) e adapta a este processo, os níveis de competências de modelagem estabelecidos por Ludwig e Xu (2010).

Dessa maneira, como o objetivo desta pesquisa é identificar a alfabetização e competência científica dos estudantes de Licenciatura em Matemática, com base nas categorias da análise estabelecidas foi possível verificar em qual nível de competência científica os estudantes se encontram. A partir do objetivo estabelecido, recorreu-se aos aportes teóricos sobre Modelação Matemática, Alfabetização e Competência Científica.

Conforme as etapas da pesquisa, este mapa encontra-se dividido em: *4.1 Análise das atividades* e *4.2 Conclusões e Recomendações*.

CAPÍTULO II - MAPA TEÓRICO

Para a realização de uma pesquisa, é preciso conhecer e compreender conceitos e definições que fundamentam o tema a ser abordado. Assim, teorias sobre modelagem matemática na Educação, alfabetização científica e competência em modelagem matemática sustentam os procedimentos para obter os dados empíricos e a análise desses dados. Segundo Biembengut (2008), o mapa teórico implica fazer uma revisão na literatura disponível e nas produções acadêmicas recentes dos conceitos e das definições sobre o tema ou questão que permitirão sustentar esta pesquisa. Elaborou-se este mapa que permite apresentar:

- 2.1. Modelagem Matemática na Educação – teoria relativa à área em que se situa a pesquisa.
- 2.2. Alfabetização e Competência – teorias que apoiaram a análise dos dados empíricos da pesquisa.
- 2.3. Mapa das produções recentes – onde a pesquisa encontrar-se-á situada.

Para efetuar a identificação e estudo da literatura quanto das produções acadêmicas recentes, foram eleitas as palavras-chave *modelagem matemática*, *alfabetização científica e competência* para a identificação de possíveis fontes de informação, disponíveis na internet. Para isso foram utilizados endereços eletrônicos: da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), das Conferências Internacionais no Ensino de Modelagem Matemática e Aplicações (ICTMA), da Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), da Biblioteca da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), da Scientific Electronic Library Online (SciELO), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino (CREMM) e do Google Scholar.

Para dispor dessas teorias, modelagem matemática, alfabetização científica e competência em modelagem, realizou-se a revisão de literatura. A revisão de literatura permite esclarecer e delimitar o campo de análise em que se pretende fundamentar a pesquisa, bem como possibilitar a compreensão de quais e como estas definições e termos foram utilizadas nas pesquisas anteriores. Desta forma, pode se dizer que o mapa teórico “[...] é um forte constituinte não somente para reconhecimento ou análise dos dados, mas, especialmente por proporcionar um vasto domínio sobre o conhecimento existente da área investigada” (BIEMBENGUT, 2008, p. 90).

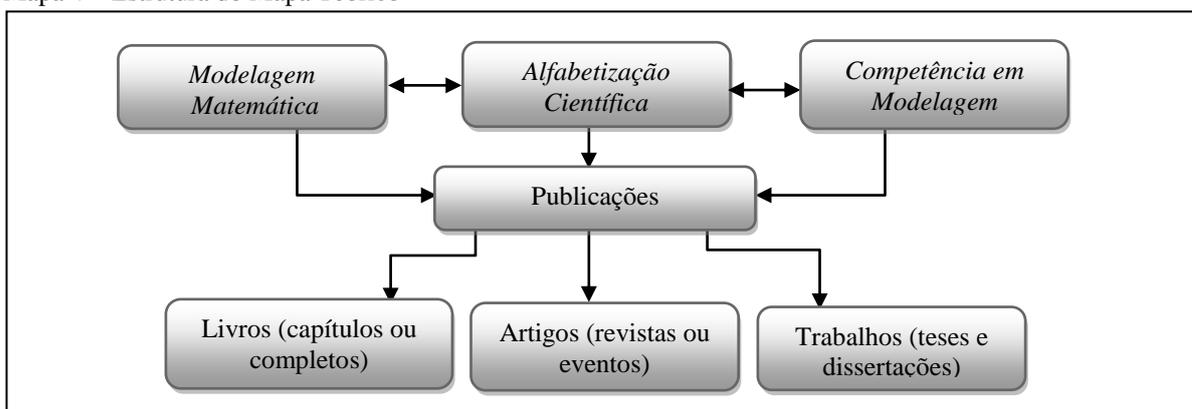
Desta seleção, identificaram-se estudos similares que pudessem servir de guia para a compreensão de fatos e dados empíricos, bem como aqueles que pudessem vir a auxiliar em interpretações posteriores. Na sequência, foram elaborados textos que compõem a

fundamentação teórica sobre (1) modelagem matemática, (2) modelagem matemática na educação, (3) alfabetização científica e (4) competências em modelagem.

Buscou-se neste mapa teórico tratar da conceituação e definição dos temas, que sustentaram esta pesquisa, e da identificação das pesquisas similares que possibilitaram verificar se esta pesquisa pode vir a ocupar um ponto no mapa das produções existentes.

O Mapa 4 a seguir, apresenta os procedimentos iniciais que contribuíram para a elaboração do mapa teórico e sustentação da pesquisa.

Mapa 4 – Estrutura do Mapa Teórico



Fonte: A autora (2013)

Assim, este capítulo encontra-se dividido nas secções denominadas: *2.1. Teoria Suporte para a obtenção de dados: Modelagem Matemática na Educação*; *2.2. Teoria Suporte para a análise de dados: Alfabetização Científica e Competência em Modelagem Matemática*; *2.3 Produções Recentes* e *2.4 Considerações sobre o capítulo*.

2.1. TEORIA SUPORTE PARA OBTENÇÃO DE DADOS: MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO

O termo modelagem na Educação Matemática, segundo Blum (2007) tem aparecido na Educação pelos anos de 1960. Para Biembengut (2009) e Basanezzi (2002), modelagem matemática é o conjunto de procedimentos envolvidos na obtenção de um modelo. E, modelo “é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real”. (BIEMBENGUT, 2009, p. 12). De acordo com Biembengut (2014), trata-se de um método de pesquisa, que envolve a obtenção de um modelo matemático que represente determinada situação, mas pode ser visto como método de ensino – modelação matemática – se adaptada às exigências curriculares.

Nesta seção, apresentam-se os fundamentos teóricos que permitiram efetuar a coleta dos dados empíricos. Está dividida em duas subseções: 2.1.1. *Modelagem Matemática: conceitos e definições* e 2.1.2. *Modelagem Matemática na Educação: propostas e finalidades*.

2.1.1. Modelagem Matemática: conceitos e definições

Modelagem Matemática, para Basanezzi (2002) e Biembengut (2014) é um processo dinâmico envolvido na elaboração, obtenção e validação de um modelo matemático de qualquer área do conhecimento. Modelo “é um sistema de símbolos arbitrários, mediante os quais cooperam e atuam entre si os elementos de um fenômeno”. (BIEMBENGUT, 2014). Quanto à representação, um modelo “pode-se dar por meio de desenho ou imagem, projeto, esquema, gráfico, lei matemática, dentre outras formas”. (BIEMBENGUT, 2014).

O modelo resultante do processo de modelagem, às vezes, fornece simplesmente uma visão simplificada de um fenômeno muito complexo, mesmo assim, “o propósito genérico de construir e utilizar um modelo é entender e resolver problemas em algum segmento do mundo real”. (BLUM, 2007, p. 6). Trata-se de uma fase intermediária entre o fenômeno que está sendo modelado e a solução que se espera encontrar. Conforme Biembengut (2014), a elaboração de um modelo não ocorre de forma linear, mas cíclica, o que permite compreender, interpretar, descrever, representar e prever os resultados de uma dada situação-problema.

Conforme Blum (2007), a modelagem matemática, área da matemática aplicada, busca transformar problemas extramatemáticos em problemas matemáticos, resolver estes por meio de algoritmos matemáticos, interpretar suas soluções na linguagem do problema proposto e elaborar suposições que venham a valer como suporte para a criação ou aperfeiçoamento de outras teorias e aplicações.

Como a modelagem é um método que consiste em representar situações-problema por meio de modelos matemáticos, faz-se necessário saber de que forma e quais etapas seguir para chegar à elaboração desse modelo.

Bassanezi (2002) descreve em cinco etapas o processo de modelagem: *experimentação*, *abstração*, *resolução*, *validação* e *modificação*. A etapa de *experimentação* é o momento onde ocorre a obtenção de dados e conseqüentemente o conhecimento sobre o assunto a ser abordado. Na etapa de *abstração*, variáveis são selecionadas, hipóteses levantadas e o modelo formulado. Na terceira etapa, a *resolução*, o modelo matemático é

resolvido por métodos adequados a cada situação apresentada. Caso as técnicas empregadas sejam insuficientes, novas teorias podem ser desenvolvidas. A *validação* é a fase em que o modelo obtido por meio de hipóteses será confrontado com os dados obtidos no campo, para que, assim, seja possível verificar sua adequação. A *modificação* só ocorre se o modelo não atender as exigências do problema, então será modificado e reformulado conforme as etapas anteriores.

Meyer (2011, p. 28) apresenta as seguintes etapas para descrever o processo de modelagem: “1) determinar a situação; 2) simplificar as hipóteses da situação; 3) resolver o problema matemático decorrente; 4) validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real; e 5) definir a tomada de decisão com base nos resultados”.

Para Blum (2007), um modelo matemático é composto por características de domínio extramatemático e matemático. No campo extramatemático são identificadas e selecionadas situações que necessitam ser resolvidas. Esta resolução é realizada por meio de métodos matemáticos contidos no domínio matemático. Após esta etapa, as situações são traduzidas ao domínio extramatemático para serem interpretadas e validadas. A elaboração do modelo consiste num ciclo. Caso um modelo satisfatório não seja encontrado para o domínio extramatemático, esse ciclo se repete, podendo ocorrer à criação de novos modelos até que se encontre uma solução adequada.

Biembengut (2007) descreve o processo de modelagem em três etapas que, por sua vez, compreendem oito subetapas: *percepção e apreensão; compreensão e explicação; significação e expressão*.

- *Percepção e apreensão*: nesta etapa acontece o reconhecimento, a escolha e a familiarização com o tema escolhido, o que requer estudos de modo direto e/ou indireto com o objetivo de perceber os entes envolvidos e ter clareza sobre o problema. O primeiro passo para o desenvolvimento desta etapa é o levantamento de dados, pois “a natureza dos dados obtidos é que, de certa forma, vai orientar a formulação matemática dos modelos” (BASANEZZI, 2002, p. 46), ou seja, os dados são “[...] ponto de partida para a modelagem e a validação dos resultados do modelo tem de envolver comparação com os dados” (BLOMHØJ, 2009, p. 334). Esta etapa compreende duas subetapas: (1) percepção no reconhecimento da situação-problema e (2) apreensão na familiarização com o assunto a ser modelado.
- *Compreensão e Explicação*: esta etapa consiste em: selecionar variáveis, levantar hipóteses, sobre o problema que se quer modelar e, determinar os caminhos a serem

percorridos. É nesta fase que se traduz o problema em estudo para linguagem matemática, e assim pode-se chegar a um conjunto de representações (gráficos, tabelas, expressões, equações) que conduzam a uma solução. Assim, esta etapa compreende as seguintes subetapas: (1) compreensão na formulação do problema; (2) explicitação na formulação do modelo matemático e (3) explicitação na resolução do problema a partir do modelo. Para Biembengut (2014) “o objetivo principal dessa fase do processo de modelagem é chegar a uma explicitação, um modelo que nos leve à solução ou nos permita a dedução de solução”.

- *Significação e Expressão*: momento de elaboração do modelo, de resolução do problema em termos do modelo. Compreende as subetapas: (1) significação na interpretação da solução; (2) significação na validação do modelo e (3) expressão do processo e resultados - modelo matemático. O modelo formulado será verificado com o intuito de mostrar se atende às necessidades que o geraram, conferindo dados que podem ser positivos ou negativos, pois “[...] a aplicabilidade de um modelo depende substancialmente do contexto em que ele foi desenvolvido” (BASSANEZI, 2002, p. 28). Caso o modelo não atenda as necessidades que o geraram, o processo deverá ser retomado na etapa anterior. Em caso positivo, é possível avaliar a validade do modelo e suas contribuições.

No Mapa 5 apresenta-se as etapas e subetapas do processo de modelagem definidas por Bassanezi (2002), Blum (2007), Biembengut (2007) e Meyer (2011).

Mapa 5 – Etapas do Processo de Modelagem

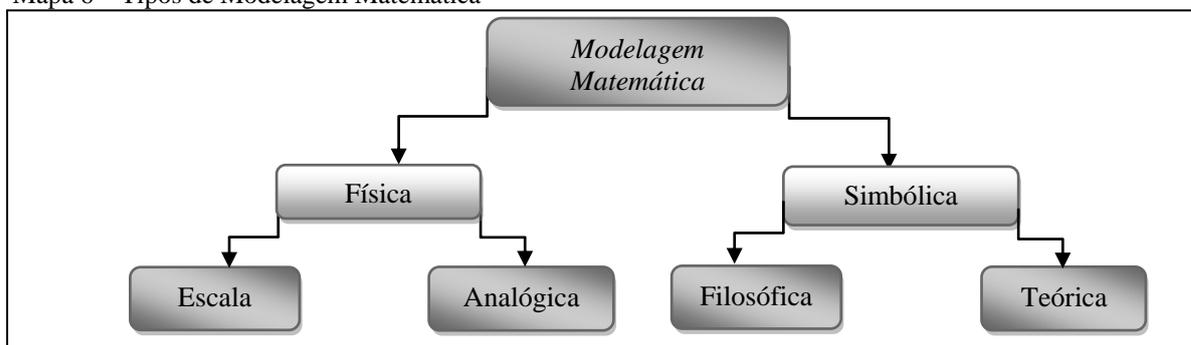
BASSANEZI (2002)	BLUM (2007)	BIEMBENGUT (2007)	MEYER (2011)
Experimentação	Situação problema/ coleta de dados	Percepção e Apreensão: Familiarização com o tema	Determinação da situação e Simplificação das hipóteses
Abstração e Resolução	Elaboração do modelo/ Resolução	Compreensão e Explicação: Formulação e resolução do modelo matemático	Resolução (por vezes aproximada)
Validação e Modificação	Validação	Significação e Expressão: Interpretação da solução e validação do modelo.	Validação

Fonte: A autora (2013)

De acordo com os modelos, que podem ser obtidos por meio da modelagem, Biembengut (2014) divide a Modelagem Matemática em dois tipos: Modelagem Física e Modelagem Simbólica.

- Modelagem Matemática Física: “processo envolvido na expressão, na reprodução e/ou na descrição de um conjunto de dados ou de imagem ou um ente físico” (Biembengut, 2014). O modelo obtido pode ser de escala (em forma de desenhos ou réplicas) ou de analogia (em forma de representações gráficas ou algébricas).
- Modelagem Matemática Simbólica: “processo envolvido na compreensão e na análise de um conjunto de dados de um ente físico (produto ou processo), da natureza ou do ambiente social” (Biembengut, 2014). Subdividi-se em: Filosófica ou Teórica.

Mapa 6 – Tipos de Modelagem Matemática



Fonte: A autora (2013)

Basanezzi (2002) e Biembengut (2004) afirmam que a modelagem, como método de pesquisa, estimula a criatividade, novas ideias e técnicas de informação, pois serve como método de previsão de dados, auxilia na tomada de decisões e proporciona integrar diferentes áreas do conhecimento.

Nesse contexto, a modelagem é utilizada por possuir ampla aplicação em diversas áreas do conhecimento, como na Química, na Física, na Biologia, nas Engenharias, na Ciência da Computação e nas Ciências Sociais, pois permite representar e equacionar situações complexas por meio de modelos matemáticos, possibilitando a previsão de resultados ou desenvolvimento de novas teorias (BASANEZZI, 2002).

Basanezzi (2002, p. 45) destaca que a modelagem matemática “[...] pode ser tomada tanto como método de pesquisa quanto estratégia de ensino aprendizagem, pois trata de um processo dinâmico de busca de modelos adequados, que sirvam de protótipos de alguma entidade”.

Conforme Biembengut (2004) em muitas atividades do cotidiano o processo de modelagem faz-se presente e, por esta razão, não pode deixar de ser considerado no contexto escolar, pois é capaz de instigar os estudantes a relacionarem seus conhecimentos prévios com

situações provenientes de outras áreas do conhecimento, que são estímulo para a aquisição de novos conhecimentos e competências.

2.1.2. Modelagem Matemática na Educação: propostas e finalidades

Segundo Biembengut (1990) quando a modelagem matemática é utilizada como método de ensino em cursos regulares, é chamada de Modelação Matemática ou Modelagem Matemática na Educação.

Modelagem Matemática na Educação ou Modelação Matemática, para Biembengut (2014) é a “utilização da essência do processo de Modelagem Matemática em cursos regulares, como Educação Básica e Superior, em que há programa curricular a cumprir e em horários estabelecidos”, ou seja, é o método de ensino, no qual se realiza adaptações ao processo clássico de modelagem matemática, com o intuito de atender as estruturas escolares e que pode ser aplicado em qualquer nível de escolaridade.

A autora escreve que, na modelação a etapa de validação do modelo não é a mais importante, mas sim o processo de como este modelo foi elaborado, assim como sua interpretação e análise crítica. Ao passar pelas etapas da modelação, o estudante passa a compreender a matemática que está sendo utilizada de forma contextualizada, além de adquirir conhecimentos sobre assuntos diversificados. O modelo deve servir como motivação para a aprendizagem de conceitos científicos pelos estudantes.

Conforme Biembengut (2004) a modelação guia-se pelo desenvolvimento dos conteúdos programáticos e não programáticos, tendo por objetivo elaborar modelos matemáticos aplicáveis a diferentes áreas do conhecimento, assim como ensinar aos estudantes a desenvolverem pesquisa. O fato de que “não se faz pesquisa sem conhecimento, na modelação, implica ensinar conteúdos e, ao mesmo tempo, ensinar o estudante a fazer pesquisa”. (BIEMBENGUT, 2014).

Na modelação, as situações-problema determinam os conteúdos a serem ensinados. Estas situações-problema podem estar relacionadas à cultura, à sociedade e a diferentes áreas do conhecimento. Dessa maneira, durante a modelação, os estudantes participam de todas as etapas do processo, com reflexões, argumentos e questionamentos sobre as soluções encontradas. Assim, uma das consequências de utilizar a modelação é a aprendizagem matemática e aquisição de competências pelos estudantes.

Para Biembengut (2004, p. 30) ao fazer uso da modelação têm-se como principais objetivos: “proporcionar aos estudantes melhor apreensão dos conceitos matemáticos; capacidade de ler, interpretar, formular e resolver situações-problema e, também desperta-lhes o senso crítico e criativo”.

Para Burak (2004, p. 4), a modelagem matemática na Educação privilegia “o ensino e a pesquisa, pois ao trabalhar com temas diversos, de livre escolha do grupo ou dos grupos, favorece a ação investigativa como forma de compreender e atuar naquela realidade”. O autor ainda escreve que para agir em um determinado contexto de forma adequada e competente é preciso conhecê-lo e entendê-lo.

Biembengut (2004, p. 7) afirma que “[...], o objetivo de quem faz modelagem [...] é essencialmente fazer pesquisa, enquanto o objetivo da modelação é promover conhecimento ao aluno”. A principal diferença é que a modelagem é considerada um método de pesquisa e a modelagem no ensino – modelação – é um método de ensino, logo, de acordo com o contexto em que serão utilizadas, é preciso realizar modificações no processo de aplicação de ambas. Outra diferença é que na modelagem o objetivo centra-se em encontrar um modelo capaz de descrever e gerar soluções satisfatórias para o pesquisador, enquanto que na modelação o foco é ensinar os conteúdos curriculares juntamente com pesquisa.

De acordo com Burak (2004, p. 3) ao utilizar a modelagem matemática na Educação, um mesmo conteúdo matemático pode ser ensinado por meio de diferentes situações-problema a fim de possibilitar que os estudantes atribuam “[...] maior significado ao contexto, permitindo e favorecendo o estabelecimento das relações matemáticas, a compreensão e o significado dessas relações”.

Biembengut (2004, p. 29), sugere que na modelação, o professor opte “[...] por escolher determinados modelos, fazendo sua recriação em sala de aula, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em que estão além de obedecer ao currículo inicialmente proposto”. Assim, ao recriar modelos, mesmo como uma atividade inicial, os estudantes experienciam as fases do processo de modelagem e compreendem a finalidade de elaborar modelos matemáticos.

Bassanezi (2002) afirma que a modelagem no ensino busca facilitar o ensino e a aprendizagem de matemática, pois o estudante se envolve durante o processo, apontando situações-problema das quais tenha interesse de investigar. Desta maneira, a modelagem no ensino é capaz de despertar no estudante o interesse em estudar temas que ele ainda não

conhece, modelando matematicamente situações-problema de diferentes áreas do conhecimento.

O ponto de partida do processo da modelagem – tanto no método de pesquisa quanto no ensino – é a escolha das situações-problema. Essas situações permitem facilitar o entendimento de fatos desconhecidos pelos estudantes e a compreensão de conceitos e técnicas matemáticas por meio de suas aplicações em diferentes áreas do conhecimento.

Conforme Burak (2004), uma das contribuições do uso de situações-problema por meio da modelagem matemática na Educação é proporcionar aos estudantes o estudo de problemas com características qualitativa e/ou quantitativa, diferentes daqueles propostos pelos livros didáticos, o que permite que ele possa refletir sobre a realidade que está sendo analisada.

De acordo com Biembengut (2009) para elaborar um modelo é necessário analisar a situação-problema considerada em todos os seus aspectos e, esta análise, requer fazer uso dos dados e informações disponíveis para formular um sistema de interpretação, compreensão e predição que represente matematicamente o fenômeno em questão. Desta forma, os estudantes adquirem competências para aplicar seus conhecimentos matemáticos e formular estratégias satisfatórias para compreender e resolver problemas inseridos em diferentes contextos.

Biembengut (2014) afirma que o uso de problemas do cotidiano dos estudantes na modelação contribui para que estes tenham competências para “[...] identificar, descrever, comparar e classificar os objetos e coisas ao redor; visualizar e representar os mais diversos entes; representar e resolver situações problemas e ainda, melhor compreender os entes que rodeiam”.

Meyer (2011) destaca que, ao fazer uso da modelagem, as situações do cotidiano são problematizadas e a partir delas se utilizam procedimentos matemáticos para solucioná-las e compreendê-las. Assim, ensina-se matemática com o objetivo de capacitar os estudantes para refletirem e agirem sobre questões do seu cotidiano.

Para Meyer (2011, p. 79), a modelagem, quando utilizada na Educação Matemática:

[...] pode ser compreendida como um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou para o ‘fazer’ Matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade (do aluno ou do mundo) e, partindo de questionamentos, discussões e investigações, defronta-se com um problema que modifica ações na sala de aula, além da forma como se observa o mundo.

Durante as etapas da modelação, o estudante é instigado a desenvolver estratégias que orientem o desenvolvimento do processo de modelação. Além disso, essas estratégias serão

responsáveis por sistematizar os conteúdos a serem estudados. Dessa forma, ao utilizar a modelação, como método de Ensino, espera-se que o estudante seja competente para refletir sobre as decisões que irá tomar e tenha postura crítica para questionar, argumentar, resolver problemas, definir procedimentos e modelar.

Meyer (2011, p. 58) diz que o estudante está inserido em todas as fases do processo de modelagem e aponta: “Em nossa concepção de Modelagem, desde a escolha do tema, passando pela formulação, pela consciência do ‘precisar aprender’ e mesmo na crítica aos resultados obtidos, o sujeito do processo é o aluno”.

Como método de ensino e aprendizagem a modelagem matemática na Educação busca desenvolver competências matemáticas e o senso crítico e criativo do estudante, de forma que o incentive e oportunize o desenvolvimento de pesquisa em sala de aula. Por esta razão, tem sido apresentada como um dos ambientes de aprendizagem para o ensino de matemática. (BASSANEZI, 2002; BLUM, 2007).

Bassanezi (2002) destaca os seguintes argumentos favoráveis em relação ao uso da modelagem matemática na Educação: integrar teoria e prática; motivar os estudantes na busca de explicações referentes à realidade que os cerca e meios para agir sobre ela; formar estudantes com atitude e criatividade; permitir aos estudantes desenvolver seus conhecimentos para agir e tomar decisões corretamente; utilizar a matemática para resolver problemas de outras áreas do conhecimento.

Biembengut (2014) pontua que a modelação pode ser usada sob duas perspectivas: (1) ensinar os conteúdos programáticos e (2) orientar os estudantes a modelar, ou seja, desenvolver pesquisa. Passa-se a descrever as duas abordagens propostas pela autora:

- Ensinar os conteúdos programáticos: para fazer uso da modelação e desenvolver o conteúdo programático, o professor segue as mesmas etapas do processo de modelagem. Por critério de organização e bom andamento das atividades, é recomendável utilizar o mesmo tema com todos os estudantes da turma. Na etapa de compreensão e explicação os conteúdos matemáticos serão apresentados. Neste momento, o professor expõe o conteúdo, exemplos e propõe exercícios aos estudantes. A autora destaca a importância ao final do trabalho de organizar seminários ou exposições para os estudantes mostrarem como realizaram suas pesquisas.
- Orientar os estudantes a modelar: esta etapa é feita paralelamente à anterior. Essa perspectiva centra-se em criar condições para que o estudante aprenda como realizar uma pesquisa. Assim, a modelação pode ser adotada de duas maneiras: (1) durante o

horário normal da aula e/ou (2) atividade extraclasse na modalidade de projeto. Porém, independente forma adotada, a autora enfatiza que os estudantes desenvolvam o trabalho em grupos, de acordo com suas finalidades em relação ao tema, e que o professor estabeleça momentos de orientação.

Galbraith (2012) apresenta duas propostas para a modelagem matemática na educação:

- Modelagem como veículo: busca introduzir um conteúdo matemático curricular. Nesta abordagem as situações-problema são utilizadas com o objetivo de motivar e explorar determinados conteúdos matemáticos. O autor escreve que as necessidades do currículo matemático preenscrevem os problemas a serem trabalhados com os alunos. Galbraith (2012, p. 4) afirma que “o uso do contexto e dos modelos matemáticos podem atuar como veículos de aprendizagem dos conceitos matemáticos, dos procedimentos e das justificativas”. O autor aponta que a modelagem como veículo utiliza a matemática com o propósito de buscar outros conteúdos e finalidades relacionadas à própria matemática, em vez de auxiliar as competências em modelagem. Um exemplo de tal situação é o uso de “exemplos contextualizados para motivar o estudo de matemática, que na maioria das vezes faz mero uso de um contexto ao apresentar a matemática, o que não significa necessariamente que a modelagem está sendo conduzida de forma significativa” (GALBRAITH, 2012, p. 5).
- Modelagem como conteúdo: tem como objetivo aumentar a competência dos estudantes para resolver situações-problema e avaliar criticamente suas soluções. Galbraith (2012) destaca que essa abordagem busca capacitar os estudantes a aprenderem técnicas de modelagem. O enfoque aqui é a atividade de modelar. Essa abordagem possui uma dupla finalidade: (1) desenvolve os objetivos da abordagem anterior e (2) capacita os estudantes a utilizarem seus conhecimentos matemáticos para resolver situações-problema e formular modelos matemáticos, além de possibilitar ao estudante experienciar as etapas do processo de modelagem.

Mesmo com argumentos favoráveis a utilização da modelagem matemática no ensino de matemática, Biembengut (2004) aponta dificuldades em utilizá-la em cursos regulares:

- estrutura curricular dividida em várias disciplinas, cada uma sob responsabilidade de um professor;
- currículo tradicional cujos professores possuem um cronograma de conteúdos a ser cumprido;
- número de estudantes em sala de aula e tempo de duração dos períodos;

- formação dos professores que não aprenderam modelagem matemática para ensinar e utilizar em suas aulas.

Para Bassanezi (2002) se forem realizadas modificações no processo clássico de modelagem torna-se possível minimizar essas dificuldades e adaptar o processo ao ambiente escolar. Para isso, segundo o autor, é importante considerar a sistematização dos conteúdos e utilizar analogias com outras situações-problema. Afirma ainda que o mais importante da modelagem, no processo de ensino e aprendizagem, é seguir as etapas do processo, aplicando os conteúdos matemáticos.

Burak (2004, p. 4) escreve que durante as etapas da modelagem

um conteúdo matemático pode se repetir várias vezes no transcorrer do conjunto das atividades em momentos e situações distintas. A oportunidade de um mesmo conteúdo poder ser abordado diversas vezes, no contexto de um tema e em situações distintas, favorecendo significativamente a compreensão de ideias fundamentais, pode contribuir de forma significativa para a percepção da importância da Matemática no cotidiano de vida de cada cidadão, seja ele ou não um matemático.

Bassanezi (2002) aponta que a melhor maneira de aprender modelagem é praticando, sendo crítico e criativo e tendo objetivos para produzir um trabalho com qualidade. Os cursos de Licenciatura em Matemática ainda seguem um padrão formalista e não aplicado, o que implica repensar em sua estrutura. Conforme Biembengut (2004) o professor precisa aprender modelagem matemática para ensinar e ter experiência para poder aplicar com seus estudantes.

Meyer destaca que (2011, p. 66) “os futuros professores deverão ser preparados para que eles, junto com os seus alunos, atuem como pesquisadores de sua vivência cotidiana e, a partir delas, possam buscar os sentidos que são produzidos nas regras e convenções”.

Biembengut (2014) diz que os cursos de Licenciatura em Matemática devem propiciar aos estudantes condições para que aprendam a modelar e, também, para orientá-los a adaptar o processo para o ensino de matemática, pois conforme já explicitado os objetivos da modelagem matemática e da modelagem matemática na Educação são diferentes.

A primeira etapa para utilizar a modelagem no ensino, conforme Bassanezi (2002) é a escolha do tema, para que os conteúdos sejam ensinados posteriormente a partir dele. Inicialmente faz-se um levantamento de possíveis situações e, por meio de discussões e opiniões, os estudantes elegem um tema que tenha despertado-lhes curiosidade e interesse. É fundamental que o professor coordene as atividades, mas somente monitorando o desenvolvimento do processo, sem propor problemas.

O autor afirma que “a participação dos alunos na escolha do tema, que pode ser orientada, mas não imposta pelo professor, é muito importante – isto faz com que se sintam responsáveis por seu próprio aprendizado”. (BASSANEZI, 2002, p. 178).

Essa concepção difere-se de Biembengut (2004) que afirma que inicialmente deve-se fazer um levantamento de informações para saber o que os estudantes já sabem e o que precisarão saber para formular um modelo matemático. A autora ressalta que o tema ou modelo matemático deve orientar o estudante na formulação de seu próprio modelo.

Bassanezi (2002) destaca que a escolha do tema não deve priorizar o conteúdo matemático a ser ensinado. No entanto, para Biembengut (2004) o tema deve ser escolhido de acordo com o conteúdo matemático a ser ensinado. A autora ainda expõe que o tema deve auxiliar os estudantes na criação de seu modelo. Para tanto, sua escolha deve levar em consideração o nível de conhecimento matemático dos estudantes, pois alguns temas exigem tipos complexos de matemática, não sendo possível ensinar aos estudantes em determinada fase de escolaridade.

Burak (2004) afirma que a resolução do problema é uma etapa muito importante da modelagem e os problemas elaborados, com base nos dados coletados, determinam os conteúdos a serem estudados. Segundo Burak (2004, p. 6) “é nessa etapa que se oportuniza a construção dos modelos matemáticos que, embora simples, se constituem em momentos privilegiados e ricos para a formação do pensar matemático”.

A escolha do tema é apenas uma das etapas da modelação. Os autores apresentam, mesmo com algumas divergências, algumas etapas importantes que devem ser seguidas durante o processo de modelação.

Para Burak (2004) a modelagem matemática na educação acontece em cinco etapas:

- a) Escolha do tema: nesta etapa, o professor apresenta temas aos estudantes, para que estes selecionem os de seu interesse. Conforme o autor, isso torna a aprendizagem mais significativa, e os temas escolhidos não podem estar ligados diretamente a matemática.
- b) Pesquisa exploratória: inicia-se a pesquisa referente ao tema escolhido por meio da coleta de dados e informações que tragam fundamentos teóricos acerca do tema que se quer investigar/pesquisar. O autor destaca que a pesquisa de campo é fundamental e os conteúdos a serem trabalhados dependem dos dados obtidos nessa etapa.
- c) Levantamento dos problemas: após a coleta de dados, os estudantes são instigados a elaborar questões pertinentes ao tema. Porém, estas questões devem ser elaboradas a

partir dos dados que foram obtidos na etapa anterior. Burak (2004) destaca esta como a principal diferença entre problema de modelagem e os encontrados em livros didáticos, pois na modelagem os problemas são elaborados mediante determinado contexto. Conforme o autor, nessa etapa o estudante desenvolve competências como formular hipótese; verificar as possibilidades de resolução de um problema; tomar decisões.

- d) Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema: os conteúdos matemáticos são desenvolvidos de modo que se possa obter resposta(s) ao(s) problema(s) proposto na etapa anterior e a consequente elaboração do modelo, que por mais simples que possa parecer, contribui para que os estudantes vejam significado em aprender matemática.
- e) Análise crítica da(s) solução(es): na última etapa, as soluções obtidas são verificadas. O autor destaca que esta é a fase em que o estudante é levado a refletir sobre os resultados obtidos durante o processo e quais as contribuições que implicam para a situação pesquisada.

Borromeo Ferri (2006) descreve o processo de modelagem matemática na Educação mediante uma perspectiva cognitivista. Segundo a autora, esta perspectiva busca compreender as etapas e funções cognitivas do estudante durante o processo de modelagem. A autora enfatiza que as contribuições da modelagem no ensino e aprendizagem de matemática também são analisadas. Borromeo Ferri (2006) escreve que o processo de modelagem é analisado com o objetivo de reconstruir as rotas de modelagem matemática prescritas pelos estudantes.

As rotas de modelagem são caminhos percorridos individualmente pelos estudantes durante as etapas da modelagem, ou seja, alguns seguem o processo de modelação diferente de outros. No entanto, a autora afirma que as fases da modelagem não correspondem exatamente aos processos cognitivos de cada estudante, mas auxiliam na sua descrição. No ciclo de modelagem as fases constituem seis áreas que, segundo Borromeo Ferri (2006), podem ser vistas como subatividades: compreender, simplificar/estruturar, matematizar, trabalhar matematicamente, interpretar e validar.

As etapas do processo de modelação, propostas por Biembengut (2007), ocorrem de forma cíclica, não linear e não disjuntas. Isso quer dizer que ao tentar formular o modelo matemático que venha representar a situação-problema em estudo, poderá existir a

necessidade de retornar aos dados obtidos para chegar a uma conclusão. Assim, estas etapas podem ser assim descritas:

- *Percepção e apreensão*: momento em que os estudantes irão inteirar-se do tema de outra área do conhecimento. Pode ser subdividida em quatro etapas: (1) *explicação do tema*: momento inicial, onde o tema pode ser apresentado por meio de vídeos, revistas, imagens ou entrevistas previamente agendadas a determinado local, para que os estudantes possam percebê-lo; (2) *levantamento de questões*: momento de instigar os estudantes a formularem questões que conduzam à pesquisa. É necessário cautela do professor porque podem surgir questões fora do contexto da pesquisa, e assim sugestões devem ser apontadas; (3) *seleção de questões*: partindo das questões elaboradas, o professor seleciona um ou duas questões que estejam de acordo com o conteúdo programático; (4) *levantamento de dados*: momento de buscar dados e informações sobre o assunto em revistas, livros, jornais, internet ou até mesmo com especialistas da área. Se a busca se tornar inviável por algum motivo, o professor pode trazer estes dados para os estudantes.
- *Compreensão e explicação*: nesta etapa são ensinados os conteúdos curriculares e não curriculares requeridos para o desenvolvimento da pesquisa e de interesse dos estudantes. Ocorre a compreensão do problema. Divide-se em: (1) *levantamento de hipóteses*: instigar os estudantes a levantar hipóteses sobre as questões e dados selecionados, de maneira que se possa desenvolver o conteúdo programático; (2) *expressão de dados*: representar os dados disponíveis por meio de tabelas, expressões e equações matemáticas de modo que o conteúdo que se pretende ensinar seja requerido na solução; (3) *desenvolvimento do conteúdo*: momento de apresentar o conteúdo que gerou a pesquisa por meio da questão-guia; (4) *exemplificação*: momento de apresentar exemplos e aplicações semelhantes, além de estimular o uso da tecnologia; (5) *formulação*: retornar a questão desencadeadora da pesquisa e formular o modelo para com este resolver a questão inicial.

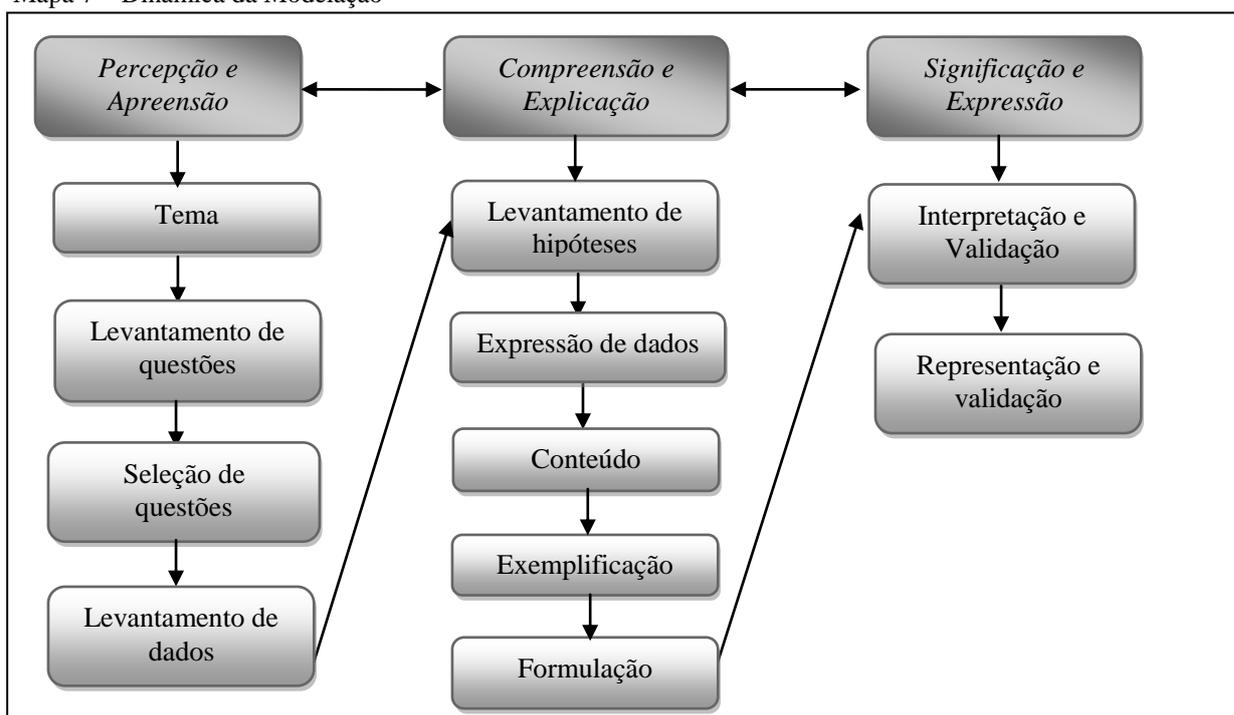
Ao fim destas etapas, espera-se que o estudante compreenda o conteúdo programático e tenha competência para aplicá-lo em situações semelhantes.

- *Significação e expressão*: nesta etapa a situação-problema ou as questões selecionadas são resolvidas em termos do modelo elaborado, a fim de validá-lo ou não. É o momento de traduzir para a linguagem matemática os dados obtidos nas etapas anteriores. Divide-se nas seguintes subetapas: (1) *interpretação e validação*: momento

em que os estudantes se reúnem em grupos para analisar e interpretar os resultados vindos do modelo; (2) *representação e validação*: propor aos grupos a comparação dos modelos a fim de verificar a sua validade.

No Mapa 7 estão sintetizadas as fases do processo de Modelação prescritas por Biembengut (2007), método que permite desenvolver o conteúdo programático ao mesmo tempo em que proporciona aos estudantes aprenderem a realizar pesquisa.

Mapa 7 – Dinâmica da Modelação



Fonte: Biembengut (2014)

O ensino de matemática deve propiciar que os estudantes percebam a importância da matemática e de suas relações com as diferentes áreas do conhecimento, além de serem capazes de desenvolver competências que permitam aplicar a matemática em seu cotidiano. Uma das finalidades da modelação é proporcionar que os estudantes relacionem a matemática que estudaram com o seu cotidiano, empregando significado aos métodos e técnicas aprendidos na disciplina durante o período escolar.

Burak (2004) destaca que um ponto importante que surge na modelagem matemática na Educação é o interesse dos grupos pelo desenvolvimento do processo e elaboração do modelo matemático. Segundo Burak (2004, p. 2) “o fato de o grupo compartilhar o processo de ensino, isto é, escolher aquilo que gostaria de estudar, ter a oportunidade de se manifestar, de discutir e propor, desenvolve o interesse de cada grupo e dos grupos”.

Segundo Biembengut (2004) a utilização da modelação favorece o desenvolvimento de competências aos estudantes. A autora destaca que por ser “essencialmente um método de pesquisa, no ensino, a modelagem matemática pode tornar-se caminho para despertar no aluno interesse por matemática e, também, de alguma área da ciência que ainda desconheça, ao mesmo tempo em que ele aprende a arte de modelar, matematicamente”. (BIEMBENGUT, 2004, p. 23).

Bassanezi (2002, p. 38) destaca que:

A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural.

Como realizar modelagem requer conhecimento e competência, os estudantes envolvidos no processo desenvolvem uma diversidade de competências ao estudar um tema de seu interesse, enquanto aprendem matemática. Assim, o processo de modelação exige competências para:

Selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento (BRASIL, 2006, p. 85)

A modelação possibilita ao estudante o aprendizado de temas relevantes ou de seu interesse enquanto utiliza a matemática para desenvolver modelos, que permitam fazer previsões e manipular dados que auxiliem em sua execução. Da mesma forma, ao desenvolver estudos sobre o tema de interesse, o estudante adquire proximidade com questões culturais, históricas e sociais que possibilitam a aquisição de novos saberes e contribuem para sua alfabetização científica. Assim, espera-se que os estudantes aguçem suas competências para resolver problemas do cotidiano e modelar situações-problema de outras áreas do conhecimento.

Utilizar a modelagem matemática como método de ensino proporciona ao estudante atribuir significado à matemática, significado proveniente das relações que ele estabelece com as disciplinas que aprende na escola, de seu cotidiano e até mesmo entre diferentes temas matemáticos. Segundo Biembengut (2004, p. 41) estes significados e relações são favorecidos “[...] porque a matemática deixa de ser mera transmissão de técnicas de resolução e passa a ser representada como ferramenta ou estrutura de outra área do conhecimento”.

Blum (2007) escreve que a modelagem matemática no ensino favorece contribuições para o desenvolvimento de competências dos estudantes, sendo necessária em todos os níveis de ensino. O autor acrescenta que “desde que a matemática exige uma proporção considerável do tempo na escola, ela precisa prover experiências e habilidades que contribuam para a educação na vida depois da escola, seja em estudos, trabalho ou aumentando a qualidade de vida.” (BLUM, 2007, p. 18).

Segundo Ekol (2009, p. 58) diversos “[...] estudos propõem que a modelagem deve ser devidamente incorporada no currículo, e deve começar nos primeiros anos de escola, tendo em conta a disposição matemática adequada dos alunos”. Porém, um desafio para o professor é utilizar modelos adequados que auxiliem os estudantes a relacionar a matemática que estão aprendendo com problemas do cotidiano.

Segundo Biembengut (2008), a partir da década de 1970, iniciaram em diversos países discussões sobre modelagem e aplicações na Educação Matemática. Porém, de acordo com Blum (2007), a defesa do uso da modelagem matemática como método de ensino e aprendizagem passa a intensificar-se a partir dos anos 80. No Brasil, conforme Biembengut (2009), o uso da Modelagem Matemática no Ensino Superior e em atividades de pesquisa aconteceu neste mesmo período.

Desde então, uma vasta literatura, documentos e conferências - nacional e internacional – tem buscado apresentar argumentos para a utilização deste método de ensino. Ekol (2009, p. 57) afirma que essa difusão deve-se às “[...] publicações em revistas, anais de eventos e programas da Comunidade Internacional de Professores de Modelagem e Aplicações (ICTMA), Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME), e a Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI)”.

Com a produção de uma literatura diversificada sobre modelagem matemática, na Educação Matemática, é possível encontrar várias concepções e tendências que buscam relacionar situações-problema do cotidiano com os conteúdos matemáticos ensinados aos estudantes.

Desta maneira, Blum, Niss e Galbraith (2007) propuseram um sistema de classificação para as abordagens sobre aplicações e modelagem matemática na Educação, considerando como amostra as publicações internacionais das Conferências Internacionais de Educação Matemática (ICME), e Conferências Internacionais no Ensino de Modelagem Matemática e Aplicações (ICTMA). As pesquisas em modelagem matemática na educação foram classificadas em três fases:

- *Sugestão (1965 – 1975)*: sugere o uso da modelagem matemática e aplicações como método de ensino e aprendizagem.
- *Desenvolvimento (1970 – 1990)*: caracterizou-se pelo desenvolvimento de currículos e materiais em diferentes níveis que considerassem todos os componentes do processo de modelagem e aplicações.
- *Maturidade (desde 1990)*: estudos empíricos de ensino e aprendizagem por meio da modelagem e aplicações que enfatizaram as pesquisas teóricas anteriores.

No período denominado *Maturidade*, Kaiser e Sriraman (2006) tendo como base as amostras das mesmas conferências identificaram cinco perspectivas sobre aplicações e modelagem matemática na educação e uma metaperspectiva, a modelagem cognitiva. A saber:

- *Realística*: caracterizada por uma abordagem pragmática e utilitária, ou seja, resolver situações-problema do mundo real; compreender o mundo real e promover competências em modelagem matemática.
- *Contextual*: conduzida por objetivos psicológicos, isto é, resolver situações-problema efetuando atividades experimentais e práticas, possibilitando ao estudante compreender e entender o significado da matemática empregada na resolução dos fenômenos ou problemas em questão.
- *Educacional*: objetivo centra-se em metas pedagógicas, isto é, estruturar os processos de aprendizagem para introduzir e desenvolver conceitos matemáticos, motivar e despertar o interesse dos estudantes em aprender matemática, e desenvolver estratégias e compreensão sobre o processo e o modelo desenvolvido. Os problemas empregados nesta perspectiva encontram-se integrados ao desenvolvimento das teorias matemáticas.
- *Sociocrítica*: objetivos centrados na relação matemática e sociedade; as situações-problema são consideradas ponto de partida para analisar a relação entre o modelo estabelecido e a sociedade; reconhecimento de uma dependência cultural presente na matemática.

- *Epistemológica*: meta principal centrada em desenvolver a teoria matemática, articulando as atividades de modelagem ao desenvolvimento da teoria; as situações-problemas têm como função principal levar ao entendimento da teoria em estudo.
- *Cognitiva*: perspectiva restrita a pesquisa. Seus objetivos centram-se na análise dos processos de modelagem em diferentes situações, onde o grau ou complexidade matemática são variados.

Reagrupando as cinco perspectivas propostas por Kaiser e Sriraman (2006), Biembengut (2011) propõe três concepções de modelagem matemática na Educação:

- *Método ou Estratégia*: os procedimentos envolvidos durante o processo de modelagem devem permitir ao estudante aprender matemática a partir de outras áreas do conhecimento e, ao mesmo tempo, aprender a fazer pesquisa.
- *Alternativa Pedagógica*: o principal objetivo é a aprendizagem matemática do estudante. Conforme os trabalhos que se enquadram nessa concepção, a modelagem tem por finalidade estimular o senso crítico e criativo do estudante em aprender matemática.
- *Ambiente de Aprendizagem*: os procedimentos utilizados pela modelação buscam apresentar a matemática como método que permite ao estudante refletir, discutir e analisar questões sociais. Conforme essa concepção, os estudantes podem vivenciar a matemática não apenas nas discussões do próprio conteúdo matemático, mas também em outras áreas do conhecimento.

O Mapa 8 expressa uma orientação sobre as similaridades das concepções de Kaiser e Sriraman (2006) e Biembengut (2011).

Mapa 8 – Concepções de Modelagem Matemática na Educação

Kaiser e Sriraman (2006)	Biembengut (2011)
Realística e Epistemológica	Método ou Estratégia
Contextual e Educacional	Alternativa Pedagógica
Sociocrítica	Ambiente de Aprendizagem

Fonte: A autora (2013)

Embora existam diferentes concepções a respeito da modelagem na Educação, todas tendem a enfatizar o ensino e aprendizagem matemática, assim como o desenvolvimento de competências que proporcionem aos estudantes compreender e aplicar a matemática em diferentes situações e áreas do conhecimento. Adota-se nesta pesquisa como método de

ensino para obtenção dos dados empíricos o método da Modelação Matemática, proposto por Biembengut (2014).

2.2. TEORIAS SUPORTE PARA ANÁLISE DE DADOS: ALFABETIZAÇÃO E COMPETÊNCIA CIENTÍFICA

De acordo com Miller (1983, p. 30), a alfabetização científica “[...] está relacionada com a capacidade de ler, compreender e expressar opinião sobre assuntos de caráter científico”. O movimento da alfabetização científica surge, conforme Krasilchik (2000), por volta dos anos de 1950, a partir de discussões referentes ao ensino de Ciências e suas formas de divulgação.

A crítica advinda da forma adotada pelas escolas em relação ao ensino de Ciências contribuiu para dar início ao movimento da alfabetização científica. Assim, em diversos países buscou-se fazer diversos projetos para o ensino de Ciências da Natureza (Física, Química, Biologia) e Matemática, com intuito de estimular os estudantes a seguirem carreiras científicas e proporcionar melhor aquisição de conhecimentos científicos.

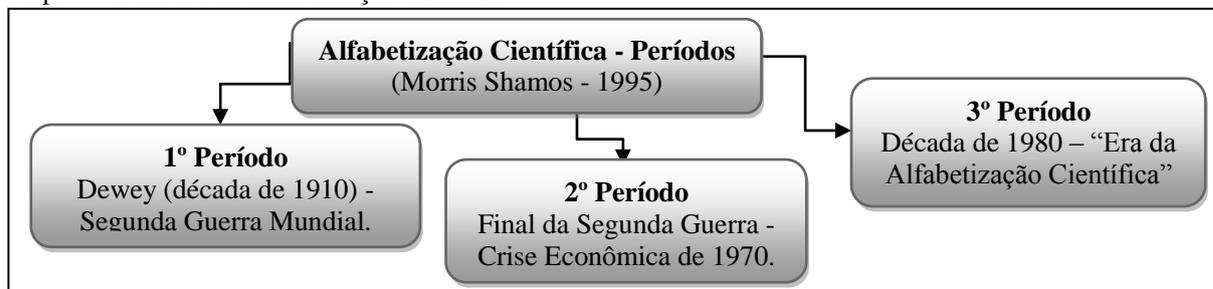
Destacaram-se os seguintes programas: *Physical Science Study Commitee – PSSC* (na área de Física); *Biological Science Curriculum Study – BSCS* (na área de Biologia), *Chemical Bond Approach – CBA* (na área de Química) e *Science Mathematics Study Group – SMSG* (na área de Matemática). De certa forma, esses programas não causaram impactantes mudanças no ensino de ciências e a população continuava no mesmo nível de conhecimento sobre ciência.

Nos Estados Unidos, por exemplo, Shamos (1995) apresenta três períodos que contribuíram para a necessidade de repensar no currículo de Ciências: o *primeiro* caracterizou-se como período de “incubação das ideias” para firmamento da proposta; o *segundo* destacou-se pelas tentativas de implantação de uma educação em ciências universal; e o *terceiro*, “Era da Alfabetização Científica”, consistiu no estabelecimento e na difusão do movimento.

Com a difusão do movimento diversas reformas curriculares se desencadearam, contribuindo para que o movimento da alfabetização científica “ganhasse” adeptos em diversos países. Para Krasilchik (1997), o movimento da alfabetização científica surge com o objetivo de tornar os conteúdos de Ciências, significativos para os estudantes, de maneira que

pudessem aplicá-los, além de compreender e intervir de forma crítica no contexto sociocultural em que estavam inseridos.

Mapa 9 – Períodos da Alfabetização Científica



Fonte: A autora (2013)

Para Chassot (2003), no período de 1980 a 1990, foi possível verificar a importância dada a Educação formal para que os estudantes adquirissem conhecimentos científicos de forma contextualizada e aplicada. Uma vez que o Ensino tradicional apresentava estes conceitos sem aplicabilidade e significado; o que contribuía para que os estudantes não percebessem o sentido dos conteúdos. Um estudante competente era aquele capaz de assimilar todos os conceitos e explicações apresentados. É neste período que o movimento da alfabetização científica começa a disseminar-se por meio de prelações e produções acadêmicas.

O conceito de alfabetização científica tem estado presente em diversos documentos oficiais de Educação. O exame PISA, por exemplo, utiliza o termo letramento científico. Para o PISA (2009, p. 2) o letramento científico refere-se às competências científicas dos estudantes em “analisar, relacionar e refletir ativamente sobre seus conhecimentos e experiências”.

De acordo com o PISA (2006) a competência científica é definida como:

a capacidade de empregar os conhecimentos científicos de um indivíduo e o uso desse conhecimento para identificar problemas, adquirir novos conhecimentos, explicar fenômenos científicos e extrair conclusões baseadas em provas sobre questões relacionadas à ciência. Assim mesmo, comporta a compreensão dos traços característicos da ciência, entendida como um método de conhecimento e investigação humana, a percepção do modo em que a ciência e a tecnologia conformam nosso entorno material, intelectual e cultural, e a disposição de participar de assuntos relacionados com a ciência e com as ideias da ciência como um cidadão reflexivo.

Nesta seção, apresentam-se os conceitos, as definições e as propostas sobre alfabetização, letramento científico e competência. Este estudo divide-se em duas subseções:

2.2.1. Alfabetização e Letramento Científico na Educação e 2.2.2 Competências em Modelagem Matemática na Educação.

2.2.1. Alfabetização e Letramento Científico na Educação

Os termos alfabetização e letramento científico têm estado presentes em diversos documentos oficiais de Educação. Definições e conceitos são utilizados por diversos autores que apresentam concepções similares ou não, para ambos os termos. A alfabetização científica:

- “[...] está relacionada com a capacidade de ler, compreender e expressar opinião sobre assuntos de caráter científico.” (MILLER, 1983, p. 30).
- “[...] é um conjunto de conhecimentos que facilitam ao ser humano fazer uma leitura, seguida de uma interpretação, do mundo onde vivem.” (CHASSOT, 2011, p. 62).

Na literatura brasileira, expressões como “letramento científico” e “alfabetização científica”, em alguns textos apresentam-se similares e em outros, díspares. Para Soares (2004), o termo letramento aparece no Brasil, assim como em outros países desenvolvidos, por volta de 1980, pois se percebia a “[...] necessidade de reconhecer e nomear práticas sociais de leitura e de escrita mais avançadas e complexas que as práticas do ler e do escrever resultantes da aprendizagem do sistema de escrita”. (SOARES, 2004, p. 06).

Conforme Soares (2004), as discussões sobre letramento ocorriam de forma independente do termo alfabetização, que por sua vez era definido como a capacidade de ler e escrever. A discussão sobre os termos inicia-se pelo fato da população saber ler e escrever, mas não participar de práticas sociais e culturais que envolviam leitura e escrita.

Para Miller (1983), uma pessoa é alfabetizada cientificamente se é capaz de estabelecer relações com o contexto sociocultural em que está inserida. Porém, aquela que não é capaz de estabelecer tais relações e fica restrita aos processos de leitura e escrita é denominada letrada.

Soares (2001, 2004) ressalta que o aparecimento do termo letramento tem origens distintas no Brasil em relação aos países desenvolvidos. No Brasil, esta expressão é adotada após as mudanças da definição de alfabetização ocorridas em sensos demográficos. Assim, o termo alfabetização passa para letramento. Para a autora, a alfabetização desenvolve-se por meio das atividades de letramento e este por meio das atividades de alfabetização, ou seja, trata-se de processos que estão interligados. Portanto, o letramento pode ser definido como:

- “um conjunto de práticas sociais que usam a escrita, enquanto sistema simbólico e enquanto tecnologia.” (KLEIMAN, 1995 p. 20).
- “resultado da ação de ensinar e aprender as práticas sociais de leitura e escrita. O estado ou condição que adquire um grupo social ou um indivíduo como consequência de ter-se apropriado da escrita e de suas práticas sociais.” (SOARES, 2001, p. 39).
- “[...] à capacidade de o estudante ir além dos conhecimentos escolares, analisar, relacionar e refletir ativamente sobre seus conhecimentos e experiências, e enfoca as capacidades que serão relevantes para sua vida.” (PISA, 2009, p.19).
- “[...] a capacidade de ir além da simples aquisição de conhecimentos, demonstrando competência para aplicar esses conhecimentos em situações do dia a dia.” (BRASIL, 2008, p. 33).

Os termos alfabetização e letramento se mesclam e se confundem, porém para Krasilchik e Marandino (2007, p. 27) a expressão letramento está presente no termo alfabetização científica, pois “[...] ser letrado cientificamente significa não só saber ler e escrever sobre ciência, mas também cultivar e exercer as práticas sociais envolvidas com a ciência, em outras palavras, fazer parte da cultura científica”.

Nas Orientações Curriculares do Ensino Médio (2006), o conceito de alfabetização científica é definido mediante três dimensões: “[...] aquisição de um vocabulário básico de conceitos científicos, a compreensão da natureza do método científico e a compreensão sobre o impacto da ciência e da tecnologia sobre os indivíduos e a sociedade”. (BRASIL, 2006, p. 18).

Dessa forma, a alfabetização científica corresponde aos conhecimentos que as pessoas deveriam possuir sobre ciência, de modo a compreender e resolver situações que ocorrem em seu cotidiano, assim como os avanços do conhecimento científico e tecnológico. Pessoas alfabetizadas cientificamente compreendem a ciência como um processo cultural e participam da tomada de decisões que possam contribuir para melhorar aspectos do contexto em que estão inseridas.

Miller (1983) define a alfabetização científica de três formas: na *primeira* definição, a pessoa possui conhecimento de termos científicos e tecnológicos considerados básicos para comunicar-se; na *segunda*, além de possuir vocabulário científico, a pessoa compreende os processos e métodos científicos utilizados pela ciência; e na *terceira* definição, a pessoa compreende os impactos causados pela ciência e tecnologia na sociedade.

Para Miller (1983) a alfabetização científica deveria ser vista como um nível, de compreensão sobre ciência e tecnologia, necessário para as pessoas atuarem efetivamente como cidadãos e consumidores na sociedade. Este caráter proposto pelo autor é denominado *abordagem multidimensional* para a alfabetização científica.

Em relação aos objetivos, conteúdos, forma, público alvo e aos meios de comunicação, Shen (1975) define que a alfabetização científica se caracteriza de três maneiras:

- Prática: proporciona a pessoa “um tipo de conhecimento científico e técnico que pode ser posto em uso imediatamente, para ajudar a melhorar os padrões de vida”. (SHEN, 1975, p. 265). A pessoa utiliza seus conhecimentos científicos para resolver problemas de seu cotidiano, ou seja, conhecimentos que se direcionam às necessidades básicas como alimentação e saúde.
- Cívica: visa tornar a pessoa “mais informada sobre a ciência e as questões relacionadas a ela, [...] e, desta forma, participar mais intensamente no processo democrático de uma sociedade crescentemente tecnológica”. (SHEN, 1975, p. 266). O objetivo dessa abordagem é tornar as pessoas competentes para assuntos públicos da ciência relacionados saúde, energia, recursos naturais, alimentação e o ambiente. A pessoa é capaz de desenvolver conhecimentos que o auxiliem a tomar decisões, com base em argumentos científicos bem elaborados.
- Cultural: a pessoa tem interesse de saber mais sobre a ciência, ou seja, de compreender como acontecem as relações entre o estudo da ciência e sua natureza. Esta dimensão valoriza o desenvolvimento da ciência, considerando os contextos: histórico, cultural e econômico.

Shamos (1995) define a alfabetização científica de três formas:

- Cultural: relação entre à cultura científica, às peculiaridades das ciências e suas contribuições e relações com a sociedade.
- Funcional: está ligada a competência da pessoa em fazer uso de conceitos, definições e ideias provenientes do conhecimento científico, com o objetivo de comunicar-se e estabelecer novos significados. A pessoa é capaz de ler, conversar e escrever sobre ciência em um contexto significativo, além de conseguir interpretar e comunicar resultados científicos.
- Verdadeira: compreensão de como o conhecimento científico se desenvolve e da forma que os elementos da pesquisa científica se relacionam.

Durant (2005) propõe três abordagens para alfabetização científica: saber muito sobre ciência; saber como a ciência funciona; saber como a ciência realmente funciona.

A *primeira* refere-se a ênfase dada ao conhecimento científico. Para Durant (2005, p. 15), sob esta abordagem “[...] ser cientificamente alfabetizado quer dizer estar bem familiarizado com os conteúdos da ciência; isto é, significa saber muito sobre ciência”. Este pressuposto é dominante na Educação Formal. O objetivo dessa abordagem não é preparar as pessoas para lidarem com questões científicas, pois o conhecimento básico que as pessoas possuem é, conforme Durant (2005, p. 17), “[...] provavelmente insuficiente para entender o que está acontecendo. Porque o que está acontecendo é o surgimento de novo conhecimento”. Conforme o autor, conhecer um conceito ou definição não é o mesmo que saber o que ela significa. Saber sobre um fato científico é compreendê-lo, de tal forma que se possa identificá-lo, relacioná-lo e aplicá-lo a um determinado contexto. Para Durant (2005, p. 17), “[...] saber um monte de fatos científicos não é necessariamente a mesma coisa que ter um alto nível de compreensão científica”.

A *segunda* abordagem direciona-se para o entender como funciona o conhecimento científico e seus procedimentos. Durant (2005, p. 19) escreve que “é evidentemente desejável que o público possa entender não apenas os princípios básicos da ciência, como também os principais procedimentos fundamentais pelos quais esses princípios foram estabelecidos”. O autor aponta para as limitações de uma alfabetização científica baseada somente em conhecimentos científicos e, escreve que sobre a necessidade de acrescentar nos currículos, tópicos sobre a natureza da ciência de modo que as pessoas entendam como a pesquisa científica funciona.

Em sua *terceira* abordagem, Durant (2005) afirma a necessidade de entender a ciência como uma prática social realizada por pessoas que pertencem a uma comunidade profissional e que vai além de mero conhecimento e processo idealizado.

Kemp (2002, apud DÍAZ, VÁZQUEZ; MANASSERO, 2003) define a alfabetização científica de três formas: pessoal, prática e formal.

- Pessoal: entender as relações entre ciência e sociedade, ou seja, a forma de como a linguagem e o conhecimento científico são incluídos no cotidiano das pessoas, de modo que sejam úteis na compreensão de questões e fatos científicos.
- Prática: saber usar a ciência e seus procedimentos para tomar decisões.
- Formal: valorizar os aspectos culturais, sociais e cívicos.

O *Biological Sciences Curriculum Study* (1993 apud KRASILCHIK; MARANDINO, 2007) caracteriza a alfabetização científica em quatro fases:

- Nominal: reconhecer termos e conceitos específicos do vocabulário científico.
- Funcional: definir termos científicos sem possuir total compreensão de seu significado.
- Estrutural: compreender como se estrutura o conhecimento científico.
- Multidimensional: compreender de forma integrada os conceitos científicos e estabelecer conexões com outras áreas do conhecimento.

Bybee (1995 apud CARVALHO; SASSERON, 2011) caracteriza a alfabetização científica em três fases, que ocorrem de forma gradual:

- Funcional: utilizar e compreender termos do vocabulário científicos com o objetivo de ler e redigir textos científicos.
- Conceitual e procedimental: perceber as relações que existem entre informações e experimentos e, estabelecer esquemas conceituais que possibilitem compreender os processos que sustentam a investigação científica.
- Multidimensional: adquirir, explicar e aplicar os conhecimentos científicos na resolução de situações-problema com o objetivo de entender a forma de como a ciência constrói o conhecimento sobre os fenômenos.

Com base nestas definições, no Mapa 10 apresentam-se pontos similares em relação a alfabetização científica.

Mapa 10 - Pontuações similares sobre Alfabetização Científica

Shen (1975)	Miller (1983)	Durant (2005)	Chassot (2003)	Pisa (2013)
Resolver problemas e tomar decisões utilizando o conhecimento científico; interessar-se por ciência.	Conhecer e comunicar-se por meio do vocabulário científico; compreender métodos e processos científicos, e as ações da ciência e tecnologia.	Compreender fatos científicos e inserí-los em contextos; entender os conhecimentos científicos e como a ciência funciona.	Compreender os conhecimentos científicos para facilitar a tomada de decisões no cotidiano.	Compreender e aplicar conhecimentos científicos; refletir sobre uma perspectiva científica.

Fonte: A autora (2013)

Para Chassot (2003), o objetivo do ensino de Ciências é tornar os estudantes mais críticos para que consigam contribuir com a sociedade em que vivem, promovendo transformações significativas. Concepção similar a de Sasseron (2013) que escreve sobre a importância dos estudantes aprenderem a aplicar os conhecimentos científicos em suas vidas.

Krasilchik e Marandino (2007, p. 19) destacam que o ensino de ciência deve ter como foco principal “[...] a formação do cidadão cientificamente alfabetizado, capaz de não só identificar o vocabulário de ciências, mas também de compreender conceitos e utilizá-los para enfrentar desafios e refletir sobre seu cotidiano”.

Chassot (2003, p. 90) destaca que mediante a estes objetivos e proposições “[...] que não se pode mais conceber propostas para um ensino de ciências sem incluir nos currículos componentes orientados na busca de aspectos sociais e pessoais dos estudantes”. Pois, os resultados da ciência encontram-se presentes em diversas situações do cotidiano, é preciso conhecê-los para compreender como o conhecimento científico se desenvolve e como é possível utilizá-lo para uma melhor qualidade de vida.

Em seu cotidiano, as pessoas recebem grande quantidade de informações que exigem processos de seleção, análise e reflexão, para poderem compreender e intervir de forma competente na sociedade em que estão inseridas. Desta forma, ensinar ciência consiste em preparar os estudantes para selecionarem e utilizarem seus conhecimentos, conforme o contexto sociocultural em que vivem. Por esta razão, defende-se a necessidade de elaborar currículos que não visem somente o ensino de conceitos e conteúdos, mas que possibilitem compreender os efeitos da ciência sobre a vida das pessoas, contribuindo para sua alfabetização científica.

Lorenzetti e Delizoicov (2001) afirmam e defendem que a alfabetização científica pode começar nas primeiras etapas do processo de escolarização. Isso porque o ensino de ciências pode contribuir para o aperfeiçoamento da leitura e da escrita, assim como para a compreensão de termos científicos específicos, presentes no vocabulário científico, por meio da atribuição de sentido e significado às palavras e discursos. Sasseron (2013) também defende a necessidade de iniciar o processo de alfabetização científica nas séries iniciais. Pois, desde o início do processo de escolarização:

[...] os temas de natureza científica e técnica, por sua presença variada, podem ser de grande ajuda, por permitirem diferentes formas de expressão. Não se trata somente de ensinar a ler e escrever para que os alunos possam aprender Ciências, mas também de fazer usos das Ciências para que os alunos possam aprender a ler e a escrever. (BRASIL, 1997, p.62)

Ao estarem presentes, desde o início do processo de escolarização, estes temas de natureza científica poderão contribuir para um significativo entendimento sobre as questões relacionadas à ciência e à tecnologia, possibilitando que os estudantes sejam competentes ao lidar com diferentes consequências advindas do avanço tecnológico e científico.

Chassot (2003) considera que mostrar aos estudantes como se desenvolve o conhecimento científico facilitaria a alfabetização científica. O autor destaca que mesmo durante anos na escola estudando ciências, os estudantes que concluem o Ensino Médio sabem pouco. Isso porque não aprender como utilizar os conceitos da ciência, somente “decoram” e “reproduzem”, assim, esquecem em pouco tempo grande parte dos conteúdos. Por esta razão, não é simples alfabetizar cientificamente na Educação Formal.

De acordo com Sasseron (2013, p. 3), não é suficiente que os estudantes saibam apenas os conteúdos que são ensinados na escola, “[...] é preciso formar-lhes para que sejam capazes de conhecer estes conteúdos, reconhecê-los em seu cotidiano, construir novos conhecimentos a partir de sua vivência e utilizar os mesmos em situações com as quais possam se defrontar ao longo de sua vida”.

Lorenzetti e Delizoicov (2001) apontam para a necessidade de estabelecer relações entre os conteúdos ensinados nas aulas de ciências e o cotidiano. Os autores enfatizam que “[...] as escolas, através de seu corpo docente, precisam elaborar estratégias para que os alunos possam entender e aplicar os conceitos científicos básicos nas situações diárias, desenvolvendo hábitos de uma pessoa cientificamente instruída”. (LORENZETTI; DELIZOICOV, 2001, p.7).

Conforme Sasseron e Carvalho (2008, p. 336), é necessário proporcionar oportunidades para que os estudantes entendam a ciência, ou seja, “para que sejam capazes de receber informações sobre temas relacionados à ciência, à tecnologia e aos modos como estes empreendimentos se relacionam com a sociedade e com o meio-ambiente”. As autoras afirmam que os estudantes devem ser capazes de discutir e refletir sobre tais informações e suas implicações na sociedade, além de saberem posicionarem-se em relação aos temas discutidos.

Conforme Chassot (2003) é preciso que o professor saiba selecionar os conteúdos a serem ensinados, pois estes devem contribuir para a alfabetização científica dos estudantes. Para isso, é fundamental conhecer sobre o que se ensina o que é muito diferente do termo quantidade.

Sasseron e Carvalho (2008, p. 38) afirmam que o “ensino de ciências deva ocorrer por meio de atividades abertas e investigativas nas quais os alunos desempenhem o papel de pesquisadores”. De acordo com Sasseron (2008) atividades que envolvam a formulação e o teste de hipóteses, a classificação e organização de informações, a elaboração de justificativas, previsões e explicações, representam indicadores de alfabetização científica. De acordo com a

autora, estes indicadores representam habilidades e estratégias desenvolvidas pelos estudantes para a resolução de situações-problema.

O objetivo almejado quando se busca alfabetizar cientificamente é contribuir para a compreensão de conceitos, conhecimentos e procedimentos utilizados e formulados pela ciência, ou seja, possibilitar um entendimento público da ciência para que a população possa tomar decisões sobre as implicações da ciência e tecnologia. (MILLER, 1983; CHASSOT, 2003).

Os estudantes necessitam ser instigados a analisar, interpretar, compreender, criticar textos científicos, utilizar suas habilidades de leitura, enfim, fazer uso de seus conhecimentos para compreender ciência. Não é somente reproduzindo e decorando conceitos científicos que se alfabetizará cientificamente, os conceitos precisam ser adquiridos e compreendidos de forma contextualizada. Por isso, é fundamental estabelecer relações entre diferentes conceitos de modo que se possa aplicá-los quando forem exigidos.

Para Lorenzetti e Delizoicov (2001, p. 4), a alfabetização científica é “[...] um processo que tornará o indivíduo alfabetizado cientificamente nos assuntos que envolvem a Ciência e a Tecnologia, ultrapassando a mera reprodução de conceitos científicos, destituídos de significados, de sentidos e aplicabilidade”.

Lorenzetti e Delizoicov (2001) afirmam que a escola não é capaz de fornecer todas as informações científicas que os estudantes necessitam durante seu processo de escolarização. Mas, deve propiciar meios para que os estudantes saibam como e onde buscar os conhecimentos científicos necessários as suas vidas. Pois, é preciso que “[...] os alunos conheçam bastante os resultados científicos que lhes permitam compreender a unidade do mundo que nos cerca”. (FOUREZ, 2003, p. 112).

De qualquer maneira, a alfabetização científica não é um processo restrito somente ao ambiente escolar, pois por intermédio de diferentes meios de comunicação ultrapassa os espaços escolares atingindo diferentes setores da sociedade. Porém, os estabelecimentos de ensino precisam auxiliar os estudantes na compreensão da ciência como parte de sua cultura, assim como seus métodos e procedimentos.

Se os currículos escolares continuarem sendo reduzidos à aplicação de conceitos, fórmulas e resoluções de exercícios que não valorizam a aquisição de novos conhecimentos por meio de situações problemas, “[...] os alunos não serão adequadamente formados para correlacionarem as disciplinas escolares à atividade científica e tecnológica e os problemas sociais contemporâneos”. (KRASILCHIK, 1997, p. 90).

Faz-se, então, necessário alfabetizar cientificamente, propondo situações que instiguem e despertem o interesse dos estudantes pela ciência. Os currículos necessitam integrar os conhecimentos científicos e proporcionar que os estudantes estabeleçam conexões entre os conhecimentos das disciplinas científicas ao seu cotidiano. Para que assim, os estudantes possam utilizar estes conhecimentos para melhorar sua qualidade de vida e entender como a ciência auxilia no progresso da sociedade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais enfatizam para um ensino de ciências com perspectiva interdisciplinar, com estratégias de aprendizagem que possibilitem compreensão e aplicação do conhecimento científico em contextos mais amplos, onde os estudantes possam “[...] estudar conteúdos científicos relevantes para sua vida, no sentido de identificar os problemas e buscar soluções para os mesmos”. (KRASILCHIK, 1997, p. 89).

O estudo de situações-problema pode proporcionar aos estudantes desenvolverem suas competências e habilidades de saber usar e buscar o conhecimento científico. Pois, “[...] saber um monte de fatos científicos não é o necessariamente a mesma coisa que ter um elevado nível de compreensão científica”, ou, “[...] ser capaz de apresentar uma definição de dicionário não é o mesmo que saber o que ela significa”. (DURANT, 2005, p. 17).

Desta maneira, é possível dizer que um cidadão alfabetizado cientificamente, não precisa saber tudo sobre ciência, mas precisa saber como usar seus conhecimentos científicos. Assim, a perspectiva da alfabetização científica, segundo Fourez (2003) pode ser expressa em termos dos seguintes objetivos:

- *objetivos humanistas*: “visam à capacidade de se situar em um universo técnico-científico e de poder utilizar as ciências para decodificar seu mundo” (FOUREZ, 2003, p.113). Conferem à pessoa a competência de poder participar da cultura da sociedade, tendo familiaridade com ideias científicas.

- *objetivos ligados ao social*: buscam reduzir as desigualdades geradas pela falta de compreensão dos termos, processos e métodos da ciência. Esta perspectiva tem por objetivo, ajudar as pessoas a participarem de debates e a buscarem conhecimentos para desenvolver seu senso crítico.

- *objetivos ligados ao econômico e ao político*: “participar da produção de nosso mundo industrializado e do reforço de nosso potencial tecnológico e econômico”. (FOUREZ, 2003, p. 114).

Para Laugksch (1999) devido à importância da alfabetização científica na Educação, pode-se apontar a existência de pelo menos quatro categorias, as quais ele denominou “grupos

de interesse”, empenhadas em promover a alfabetização científica da população de forma total ou parcial. O autor descreve os interesses e objetivos destes quatro grupos.

- 1º grupo: seus objetivos centram-se na relação: Educação formal e a alfabetização científica. Preocupam-se com o propósito e desempenho dos sistemas educacionais vigentes. O envolvimento deste grupo em promover a alfabetização científica é motivado pelas seguintes questões: saber como se ensina ciências e quais seus objetivos; como os professores ensinam competências pessoais, atitudes e valores relacionando-os com o currículo de ciências; quais os recursos utilizados para atingir os objetivos de ensino de maneira eficaz; quais os tipos de avaliação apropriados para verificar se os objetivos para a educação científica foram alcançados. Assim, o principal objetivo desse grupo é perceber a relação entre o ensino de ciências com a alfabetização científica e analisá-la.
- 2º grupo: abrange cientistas e pesquisadores que buscam opiniões públicas sobre a ciência e tecnologia. Seus interesses estão ligados ao apoio do público à ciência e a tecnologia, e sua participação em atividades políticas e tecnológicas. A motivação deste grupo refere-se à: identificar as fontes de informação técnica e científica das pessoas; avaliar o conhecimento científico e as percepções do público sobre a ciência; mensurar opiniões relacionadas à ciência e à tecnologia e em relação a questões políticas.
- 3º grupo: é constituído por sociólogos da ciência e educadores. Os participantes desse grupo utilizam uma abordagem sociológica da alfabetização científica. Preocupam-se com as formas de organização e controle da ciência. Seus campos de pesquisa encontram-se relacionados aos seguintes temas: maneiras que as pessoas interpretam e utilizam seus conhecimentos no cotidiano; como o acesso social, confiança e motivação fornecem suporte a ciência e são captados pelo público; monitoração de fontes de informações científicas; de que forma o público consegue decidir a necessidade de modificar o conhecimento científico para utilizá-lo em situações particulares.
- 4º grupo: é composto pela comunidade de Ensino de ciências informal e os envolvidos na divulgação da ciência. Os profissionais envolvidos buscam oferecer oportunidades educacionais para familiarizar o público com a ciência, além de noticiarem e escreverem sobre ciência. Incluem-se neste grupo, os responsáveis por museus e centros de ciências, zoológicos e jardins botânicos, bem como os envolvidos em

exposições de ciência. Complementam este grupo, jornalistas, escritores de ciência e pessoas que trabalham em programas de rádio e televisão de ciência.

Laugksch (1999) destaca que estes grupos se diferenciam em relação aos seus objetivos e, conseqüentemente, em relação aos seus públicos. O primeiro grupo centra-se na alfabetização científica das crianças e adolescentes. O segundo grupo centra-se no apoio público dado a ciência e tecnologia. O terceiro grupo tem por objetivo a alfabetização científica de pessoas fora da escola, isto é, de adultos. O quarto grupo, por sua vez, busca promover a alfabetização científica de crianças, adultos e adolescentes, ou seja, seu principal objetivo é comunicar a ciência por meio de uma combinação dos outros três grupos.

O autor ainda lista vários argumentos em favor da alfabetização científica com base em Thomas e Durant (1987) e Shortland (1988). Esses argumentos podem ser organizados em dois grupos: visão macro e visão micro.

O grupo denominado visão macro relaciona a alfabetização científica com os benefícios que podem ser proporcionados para a nação, ciência e sociedade. Já o segundo grupo, visão micro, enfatiza os benefícios da alfabetização científica para a vida de cada pessoa.

Segundo Laugksch (1999), o grupo chamado visão macro, lista três argumentos favoráveis à alfabetização científica, a saber:

- 1º argumento: relação entre a alfabetização científica com o desenvolvimento econômico de uma nação. Destaca-se que a riqueza nacional está relacionada com o sucesso de competir em mercados internacionais. Todavia, essa competitividade depende de pesquisa e ordem para produzir novos produtos de alta tecnologia e explorar novos mercados. Esses programas de pesquisa são fonte constante de cientistas, engenheiros e pessoal tecnicamente qualificado na corrida por novas tecnologias, sejam de informação e/ou comunicação.
- 2º argumento: ainda relacionado à economia, sugere que quanto maior for a alfabetização científica da população maior será seu apoio a ciência. Isso ocorreria porque o apoio do público a ciência, implicaria em conhecimentos científicos mínimos para entender o trabalho desenvolvido pelos cientistas, ou seja, em uma percepção sobre a importância da ciência na vida das pessoas.
- 3º argumento: busca promover uma relação entre ciência e cultura. Na maioria das vezes, a ciência é vista somente como especialização, reduzindo-se a um bem estar comum em função da falta de conhecimento e compreensão sobre seus processos.

O segundo grupo denominado visão micro utiliza dois argumentos favoráveis à promoção da alfabetização científica:

- 1º argumento: pessoas que compreendem ciência e tecnologia são mais competentes e confiantes para tratar de assuntos relacionados à ciência e tecnologia, pois entendem seus procedimentos, objetivos e suas implicações na sociedade.
- 2º argumento: a pessoa cientificamente alfabetizada se torna mais apta para buscar oportunidades de emprego ou aproveitar, ao máximo, as contribuições tecnológicas e científicas em seu trabalho.

Segundo Chassot (2003, p. 38), o ideal seria que “[...] os alfabetizados cientificamente não apenas tivessem facilitada a leitura de mundo em que vivem, mas entendessem as necessidades de transformá-lo, e transformá-lo para melhor”. Desta maneira, promover a alfabetização científica, em todos os níveis de Ensino, implica possibilitar que os estudantes tenham competências para entender, aplicar e refletir sobre seus conhecimentos científicos quando estes são requeridos.

2.2.2 Competências em Modelagem Matemática na Educação

Entende-se por competência a habilidade da pessoa em executar certas ações em situações-problema, onde estas ações são necessitadas ou requeridas. Segundo Perrenoud (2000) competência é a faculdade de mobilizar um conjunto de recursos cognitivos (saberes, capacidades, informações, etc) para solucionar com pertinência e eficácia uma série de situações.

Competências são modalidades estruturais de inteligência, ou melhor, ações e operações que utilizam para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas que desejamos conhecer. As **habilidades** decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do “saber fazer”. Por meio das ações e operações, as habilidades aperfeiçoam-se e articulam-se possibilitando nova reorganização das competências (INEP, 1999, p. 7)

Por competências em matemática, entende-se “[...] a capacidade de julgar, fazer, e usar a matemática em uma variedade de contextos intra e extramatemáticos e situações em que a matemática desempenha ou pode desempenhar um papel (NISS, 2003, p. 6 – 7)”.

Com o objetivo de aplicar a matemática em diferentes áreas do conhecimento, Blum (2007, p. 4) escreve que “[...] os professores de matemática precisam ser capazes de organizar os ambientes de aprendizagem, situações e atividades que auxiliem no desenvolvimento

competências de aplicações e modelos, em vários contextos educacionais, junto ao desenvolvimento de outras competências matemáticas” e sugere que para que “os estudantes desenvolvam competência em entender e aplicações e modelos, estes devem fazer parte das aulas de matemática”.

Os estudantes realizam diversas atividades escolares que requerem competências. Conforme Maaß (2006), realizar o processo de modelagem é um desafio e requer competências e habilidades. Portanto, ter competência em modelagem matemática significa:

- “[...] ter habilidade de executar os processos envolvidos na construção e investigação de modelos matemáticos.” (BLUM, 2007, p. 10).
- “identificar questões relevantes, variáveis, relações ou suposições em uma situação do mundo real, para traduzi-los para a matemática, examiná-los e validar a solução do problema matemático [...], bem como a habilidade de analisar ou comparar tais modelos, investigando as suposições feitas.” (BLUM, 2007, p. 12).
- “[...] ser capaz de levar a cabo um processo de modelagem matemática, a fim de resolver um problema ou entender uma situação dentro de um determinado domínio.” (BLOMHOJ, 2011, p. 343).
- “[...] resolver problemas, com aspectos matemáticos tomados da realidade, através da modelagem matemática, ou seja, executar processos adequados de modelagem orientados para objetivos.” (MAAß, 2006, p. 117).
- “[...] realizar todas as partes de um processo de modelagem matemática em determinada situação.” (JENSEN, 2006, p. 143).
- “possuir um conjunto de habilidades matemáticas que se relacionam ao ato de modelar e de aplicar a matemática para resolver diferentes problemas da vida diária”. (HENNING, 2007, p. 69).

O objetivo de promover competências em modelagem é capacitar os estudantes na compreensão e formulação de modelos matemáticos para situações-problema. Diferentes concepções buscam caracterizar a definição sobre competências em modelagem. Porém, de acordo com Maaß (2006), o processo de modelagem e suas competências se relacionam, mesmo que existam diferentes pontos de vista sobre o processo.

Em meio às diferentes concepções referentes a competências em modelagem, Maaß (2006, p. 113) aponta para a existência de uma ampla concordância de que “[...] as competências de modelagem incluem certas subcompetências como a criação de um modelo

real ou a matematização de tal modelo [...]”. Porém, ainda assim estas “[...] subcompetências relativas ao processo de modelagem não são suficientes para caracterizar competências de modelagem em sua totalidade”.

Henning (2007) define em três níveis as competências em modelagem:

- Nível 1: Reconhecer o processo de Modelagem: os estudantes caracterizam o processo de modelagem e diferenciam suas fases.
- Nível 2: Modelagem independente: neste nível os estudantes devem possuir as seguintes competências: analisar a estrutura do problema; adotar diferentes perspectivas; modelar; interpretar resultados dos modelos; validar modelos e o processo.
- Nível 3: Meta-reflexão sobre Modelagem: os estudantes devem ser capazes de analisar criticamente a modelagem; estabelecer critérios de avaliação sobre o processo; refletir sobre a modelagem matemática e as aplicações da matemática. Este nível centra-se especificamente nas habilidades cognitivas.

Para Henning (2007), não existem meios diretos para observar a consolidação das competências, o que se pode observar é o comportamento apresentado pelos estudantes durante o processo de modelagem. Para o autor, a competência “[...] é entendida no sentido de uma variável, a partir da qual valores diferentes podem ser alcançados por meio da observação e do comportamento dos alunos”. (HENNING, 2007, p. 70).

Henning (2007) ainda aponta, em relação aos níveis de competência em modelagem matemática, que as situações e métodos devem ser reconhecidos e compreendidos no primeiro nível, para que assim os estudantes possam resolver os problemas do segundo nível. No segundo nível, eles devem resolver o problema independentemente, sendo capazes de adaptar seu modelo ou desenvolver novos procedimentos de soluções. E no último nível, os estudantes devem ser capazes de compreender o processo tendo competências para validá-lo e estabelecer relações significativas em diferentes contextos.

Greer e Verschaffel (2007) escrevem que para abordar o desenvolvimento das competências matemática, é necessário que a modelagem seja desenvolvida por meio de um currículo que permita um reconhecimento prévio do processo e de suas fases. Os autores destacam que desenvolver competências para modelagem é um processo complexo para ser descrito por meio de uma sequência de etapas. E, ainda, afirmam que a modelagem é uma atividade social, situada em contextos sociais e políticos. Para Greer e Verschaffel (2007), aprender com o modelo não deve restringir-se somente a aprendizagem dos procedimentos

técnicos, mas em lidar com os outros elementos e o contexto que compõem a situação analisada. Os autores caracterizam a competência em modelagem três níveis de atividade:

- Modelagem Implícita: em atividades simples.
- Modelagem Explícita: a atenção se fixa no processo, nas etapas da modelagem.
- Modelagem Crítica: foco na análise crítica da modelagem nas ciências e na sociedade.

Usiskin (2007) escreve que muitas atividades realizadas, mesmo em estágio elementar ou inicial, podem caracterizar-se como modelagem, mesmo que não reconhecida como tal, é o que caracteriza a modelagem implícita. De acordo com o autor, o núcleo do processo de modelagem – correspondência entre aspectos do problema e uma estrutura matemática – pode ser aplicável para resolver problemas mais simples, ou seja, que envolvem uma única operação, como problemas que envolvam somente aritmética.

Ludwig e Xu (2010) descrevem as competências em modelagem matemática em seis níveis.

Mapa 11 – Níveis de competência em modelagem

NÍVEL	COMPETÊNCIAS DO ESTUDANTE PARA CADA NÍVEL
0	Não entendeu a situação e não é capaz de esboçar ou escrever qualquer coisa sobre o problema.
1	Entende a situação real, mas não é capaz de estruturar e simplificar a situação ou não pode encontrar conexões com todas as ideias matemáticas.
2	Investiga a situação e encontra um modelo por meio da estruturação e simplificação, porém não expressa isso em um problema matemático
3	Encontra o modelo e traduz em um problema matemático adequado, mas não sabe lidar com o mundo matemático.
4	Consegue formular a situação-problema, solucioná-la e ter resultados matemáticos.
5	Experiencia o processo de modelagem matemática e valida a solução de um problema matemático em relação à situação.

Fonte: Adaptado pela autora de Ludwig e Xu (2010, p, 80)

De acordo com Jensen (2006) pode-se distinguir, pelo menos, três dimensões em relação a competência em modelagem matemática:

- Grau de cobertura: nível que apresenta relação entre os elementos envolvidos no processo de modelagem, quais etapas do processo os estudantes estão desenvolvendo e, em que nível de reflexão isso acontece. Jensen (2006, p. 144) afirma que “[...] uma pessoa que pode entrar um diálogo interno sobre a validação de um processo de modelagem tem um maior grau de cobertura do que alguém que só pode avaliar os resultados do modelo e não o processo que conduz a ela”.

- Nível técnico: descreve o tipo de matemática que os estudantes utilizam e como fazem para aplicá-la. Essa dimensão abrange a quantidade e diversificação de técnicas e conteúdos matemáticos apropriados pelos estudantes. De acordo com Jensen (2006), busca-se compreender os procedimentos matemáticos utilizados durante as etapas da modelagem e, como os estudantes conseguem decidir quais desses procedimentos utilizar para formular o modelo matemático. Jensen (2006) afirma que o estudante é competente se sabe aplicar a matemática curricular para formular o modelo.
- Raio de ação: esse nível descreve as situações e contextos em que os estudantes podem realizar, com competência, o processo de modelagem. Conforme Jensen (2006), o estudante é considerado competente, se for capaz de desenvolver os procedimentos da modelagem em diferentes situações-problema, de tal forma que seja capaz de identificar a matemática no contexto do problema.

Conforme Jensen (2006), a competência é um componente da modelagem. O autor afirma que é importante desenvolver uma atitude crítica em relação as etapas do processo de modelagem para uma aprendizagem eficaz em relação aos conteúdos propostos.

Para Kaiser (2007, p. 111), as seguintes competências são necessárias durante as etapas da modelagem:

- compreender situações-problema e formular modelos;
- saber formular um modelo matemático e solucioná-lo;
- solucionar a situação-problema a partir do modelo matemático;
- interpretar os resultados matemáticos a partir da situação-problema;
- contestar se é, necessário, para levar a cabo um outro processo de modelagem.

Maaß (2004, p. 173) define as competências em modelagem com base nas etapas individuais do processo, ou seja, conforme as fases da modelagem. De acordo com a autora, existem subcompetências que não pertencem a uma etapa específica, mas são necessárias durante todo o processo. A autora destaca as seguintes competências:

- competências parciais para a realização de um processo de modelagem;
- competências meta-cognitivas;
- competências para compreender problemas do mundo real;
- competências de argumentação;
- competência para avaliar uma solução.

Maaß (2004, p. 118) define a competência meta-cognitiva como a “capacidade de um estudante para definir seus próprios objetivos, utilizar métodos e técnicas sobre o conteúdo e o

objetivo apropriado para julgar seu próprio processo”. Conforme a autora a competência meta-cognitiva divide-se em:

- Metacognição declarativa: refere-se ao conhecimento de estratégias para resolver e validar tarefas.
- Metacognição processual: consiste no planejamento e organização das próprias ações.
- Metacognição motivacional: inclui a motivação e interesse de adquirir novos conhecimentos.

Maaß (2004) afirma que estudos empíricos referem-se à importância da metacognição na resolução de situações-problemas, ou seja, a metacognição é uma competência básica e relevante para a aquisição de outras competências, pois é ela que auxilia nas ações de planejamento, execução e organização das atividades de modelagem.

De acordo com Jensen (2006) um dos principais objetivos do ensino de matemática, em qualquer nível de escolarização, é auxiliar o estudante a desenvolver competências para aplicar a matemática na resolução de situações-problema. Por essa razão, defende-se a modelagem matemática como método de ensino e aprendizagem de matemática.

Por ser um método de ensino e pesquisa que envolve a aplicação de conhecimentos científicos, por parte dos estudantes, para a resolução de problemas de diferentes áreas do conhecimento, é importante os estudantes desenvolvam suas competências matemáticas durante todo o processo de modelagem.

Para Kaiser e Maaß (2006) é necessário que futuros professores aprendam como desenvolver suas competências, a fim de promover uma compreensão que tenha por base a modelagem matemática. Porém, para que isso aconteça, é necessário familiarizem-se com exemplos de modelagem, para que assim possam saber fazer e aplicar em suas aulas.

Assim, Kaiser (2006) escreve sobre a necessidade de ensinar e proporcionar aos estudantes de Licenciatura, maneiras de desenvolverem estas competências durante seus estudos. A autora expõe a necessidade dos estudantes estudarem sobre o método em suas graduações para que, assim, possam vir a utilizá-lo em suas aulas de forma satisfatória, ou seja, integrando exemplos de situações cotidianas e contribuindo para um aprendizado eficaz, sem encontrar dificuldades.

Conforme Maaß (2010) é importante considerar atividades de modelagem que requerem a realização de todo o processo, bem como as que priorizam etapas individuais. A autora ressalta que os objetivos relacionados ao uso de modelagem não devem ser vistos como características do processo, mas sim como critérios para selecionar tarefas que

contribuam para promover as competências em modelagem dos estudantes durante as etapas do modelagem. O objetivo principal da modelagem no ensino é realizar as fases do processo, aplicando a matemática de forma contextualizada.

As atividades selecionadas durante o processo de modelagem precisam levar os estudantes à reflexão, pois reflexões promovem competências e tem por base os conhecimentos que os estudantes possuem. Maaß (2006) afirma que não é suficiente estimular as competências somente nas aulas de modelagem, é preciso incentivar os estudantes a buscarem essas competências.

Ekol (2009, p. 58) escreve que tem se realizado muita pesquisa sobre quais competências os alunos precisam para desenvolver o processo de modelagem. Os estudos realizados descrevem várias técnicas de modelagem, “cujo objetivo é orientar o ensino, aprendizagem e a avaliação da modelagem como uma disciplina que faz parte do currículo escolar”.

O avanço dos estudos e pesquisas em termos de desenvolver e avaliar competências em modelagem estão associadas a “[...] necessidade de desenvolvimento da conceituação de competência modelagem matemática, de modo a compreender e avaliar a progressão na aprendizagem de competência de modelagem.” (JENSEN, 2006, p. 143).

De acordo com Jensen (2006, p. 145), é importante observar que “[...] não podemos identificar o mesmo nível de competência entre todas as pessoas de uma forma simples, e uma ordem direta é impossível”. Segundo o autor, o mais importante em uma tarefa de modelagem, não são as habilidades empregadas e os complexos procedimentos matemáticos utilizados na elaboração de um modelo, mas sim a relevância do desenvolvimento desse processo para os estudantes. Os estudantes devem perceber o objetivo das fases da modelagem, a importância de aplicar a matemática.

As dimensões propostas por Jensen (2006) avaliam de maneira geral a competência em modelar uma situação-problema, sendo vistas como grandes categorias de avaliação de competências em modelagem. Segundo Jensen (2006, p. 145) “é preciso prestar atenção a todas as dimensões quando tentamos apoiar o desenvolvimento de uma competência, por exemplo, a competência de modelagem matemática, entre um grupo de estudantes. Além disso, Jensen (2006, p. 142) chama a atenção para o fato de “que uma versão de uma competência pode, no que se refere a uma dimensão específica, ser mais ou menos abrangente do que a outra versão da mesma competência”.

O autor afirma ainda, que estudos, pesquisas e experiências que busquem avaliar a competência em modelagem matemática de forma explícita são escassos, bem como seus instrumentos de avaliação. Dessa forma “[...] para desenvolver mais a idéia, tanto teoricamente e experimentalmente, é definitivamente um desafio, que exige mais atenção na comunidade científica educação matemática”. (JENSEN, 2006, p. 148).

Desta maneira verifica-se a necessidade do envolvimento dos estudantes nas tarefas de modelagem, para que novas competências de aplicar a matemática em situações-problema do cotidiano possam ser desenvolvidas. Conforme Maaß (2006), por meio do ensino e aprendizagem da modelagem matemática, os estudantes podem desenvolver suas competências em modelagem matemática, de forma individual e por discussões coletivas. A autora afirma que as atividades de modelagem podem ser utilizadas para identificar os conhecimentos prévios dos estudantes e suas habilidades, além de proporcionar que o professor decida sobre qual abordagem desenvolver a modelagem, de modo que venha a apoiar as competências dos estudantes.

2.3. PRODUÇÕES RECENTES

Apresenta-se nesta seção uma síntese das teses, dissertações e artigos referentes às três vertentes teóricas que sustentam esta pesquisa: Modelagem Matemática na Educação, Alfabetização Científica e Competência em Modelagem Matemática. Foram 16 publicações: 2 dissertações, 1 tese e 5 artigos sobre Modelagem Matemática na Educação; 1 dissertação, 1 tese e 3 artigos sobre Alfabetização Científica; 3 artigos sobre Competências em Modelagem Matemática.

As palavras-chave eleitas usadas para as buscas foram: Modelagem Matemática na Educação, Alfabetização Científica e Competência em Modelagem Matemática. Os processos de classificação, organização e reconhecimento se deram a partir da leitura dos resumos obtidos por meio de sites já citados da internet, conforme explicado no Capítulo I. Na elaboração do Mapa das Produções considerou-se a relevância das produções analisadas, em termos de qualidade dos textos e ano de publicação, para a presente pesquisa. Desta forma, após identificar pontos relevantes de cada produção foram elaborados 5 mapas, assim denominados: Mapa 12: Teses e Dissertações sobre Modelagem Matemática na Educação; Mapa 13: Artigos de Revistas sobre Modelagem Matemática; Mapa 14: Tese e Dissertação sobre Alfabetização e Letramento Científico; Mapa 15: Artigos sobre Alfabetização e

Letramento Científico no Ensino; Mapa 16: Artigos sobre Competência em Modelagem Matemática.

Na sequência de cada mapa apresenta-se, uma síntese de cada texto contendo os objetivos, procedimentos metodológicos e as considerações dos autores. O objetivo de elaborar o mapa das produções é enriquecer a fundamentação teórica da pesquisa, considerado que, para Biembengut (2008, p. 90):

Fazer a revisão na literatura disponível dos conceitos e das definições sobre o tema ou questão a ser investigada e, a seguir, das pesquisas acadêmicas recentemente desenvolvidas [...] não apenas nos esclarecem o tema e delimitam o campo de análise, como também nos auxiliam a compreender quais e como estes conceitos e definições foram utilizados nas pesquisas realizadas em que pretendemos nos fundamentar.

Assim, esta revisão dos conceitos e definições presentes na literatura permite conhecer produções semelhantes que possam ser continuadas e evitar a repetição de outras já existentes contribuindo para o enriquecimento do campo das publicações.

2.3.1 Tese e Dissertações: Modelagem Matemática na Educação

Mapa 12 – Teses e dissertações: Modelagem Matemática na Educação

TÍTULO	AUTOR	INSTITUIÇÃO	ANO
Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia.	Alyne Maria Rosa de Araújo	UFPA – PA	2008
Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares: contribuições para a formação de professores de matemática	Walter Sérvulo Araújo Rangel	UFOP – MG	2011
Modelagem Matemática: Percepção e Compreensão de licenciandos e professores	Fábio Spindola Cozza	PUC – RS	2013

Fonte: A autora (2013).

— *Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia.*

A dissertação de Alyne Maria Rosa de Araújo investigou as contribuições da modelagem matemática no processo de aprendizagem de vinte alunos da disciplina de Cálculo III no curso de Engenharia da Computação da Universidade Federal do Pará.

Para a obtenção dos dados empíricos foram propostas quatro atividades de modelagem para serem desenvolvidas em grupos. A primeira atividade buscava identificar relações estabelecidas pelos estudantes entre temas do cotidiano com conhecimentos de Física e

Cálculo. Já as três últimas visavam analisar o desenvolvimento dos estudantes nas atividades ao utilizar o processo de modelagem.

Na primeira atividade, “*As forças atuantes de um objeto em queda livre*”, buscou-se resgatar conceitos de Cálculo já estudados pelos estudantes, desenvolvendo todo o processo de modelagem e chegando à equação diferencial de primeira ordem, que modela o problema proposto. A atividade foi dividida nas seguintes etapas: (1) leitura do tema e levantamento de hipóteses; (2) identificação e reconhecimento dos conteúdos de Física e Cálculo, bem como suas relações; (3) descrição de todas as hipóteses; (4) desenvolvimento do processo de modelagem.

Na segunda atividade, “*Fluxo de Corrente Elétrica*”, os estudantes deveriam formular o modelo e compará-lo com o modelo anterior, apontando suas semelhanças e diferenças. A pesquisadora forneceu as hipóteses e dados. A atividade dividiu-se em: (1) leitura e discussão do tema; (2) construção do modelo, com base nas informações fornecidas na leitura; (3) identificação da compreensão do processo de modelagem e do conteúdo por meio de questões aplicadas pela autora da pesquisa.

Na terceira atividade intitulada “*Lei do Resfriamento de Newton*”, o processo de modelagem foi desenvolvido até encontrar-se a solução do modelo. Assim, a atividade dividiu-se em: (1) leitura do problema, identificação de dados e formulação de hipóteses; (2) formulação do modelo; (3) inserção do novo conteúdo.

Na quarta atividade, ‘*Mistura de Substâncias*’, os estudantes realizaram todas as fases do processo de modelagem. A atividade ficou dividida em: (1) leitura do problema, identificação de variáveis e formulação do modelo; (2) definição da técnica matemática adequada para a resolução; (3) resolução do problema e interpretação da solução; (4) verificação da validade do modelo.

Os registros das atividades foram organizados, conforme as etapas do processo de modelagem matemática propostas por Bassanezzi (2002), e à medida que anexava seus registros a autora da pesquisa descreveu a análise e resultado de cada atividade.

Como fonte de dados empíricos, a autora, ainda, utilizou: observações realizadas durante as aulas; anotações do diário de campo; gravações em áudio; registros escritos pelos alunos; pré e pós-questionário, onde as respostas foram agrupadas de acordo com as categorias referentes a condução das atividades, ao aprendizado e ao processo metodológico.

Conforme a autora, utilizar modelagem matemática nas aulas de Cálculo III possibilitou: integrar teoria e prática; contextualizar situações-problema; desenvolver

trabalhos em grupos; ensinar e rever diferentes conteúdos matemáticos e aumentar o interesse dos estudantes em aprender Cálculo.

— *Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares: contribuições para a formação de professores de matemática.*

A dissertação de Walter Sérvulo Araújo Rangel buscou investigar as contribuições da elaboração de projetos de modelagem matemática para a formação de professores.

Desta forma, três projetos foram desenvolvidos com quinze estudantes (4 homens e 11 mulheres) do terceiro semestre de Licenciatura em Matemática da Faculdade Pereira de Freitas em Ipatinga. O desenvolvimento desses projetos tinha por objetivo: utilizar a modelagem matemática como método de ensino e aprendizagem de Sistemas Lineares.

Para isso, o autor da pesquisa realizou um estudo da teoria da Modelagem Matemática, Formação de Professores e Projetos. O autor ainda analisou os livros de Álgebra Linear, indicados como bibliografia da disciplina, com o propósito de conhecer a natureza das atividades relacionadas ao estudo de sistemas lineares, que poderiam ser utilizadas nos projetos. Assim, os seguintes temas foram selecionados: 1º Nutrição Balanceada: Alimentação diária equilibrada; 2º Condicionamento Físico: Academias de ginástica e 3º Circuitos Elétricos: correntes e redes elétricas.

Foi solicitado aos estudantes que formassem três grupos, cada um com cinco participantes e que escolhessem o tema a ser estudado pelo grupo. Passou-se, então, para o momento de inteiração com o tema escolhido, a partir de leituras especializadas e pesquisas bibliográficas. As atividades foram realizadas em 10 encontros. O autor destacou como principais ocorrências de cada encontro:

Nos dois primeiros encontros, ocorreu a introdução do conteúdo de sistemas lineares por meio de uma situação-problema relacionada a transformações químicas de elementos. O autor apresentou a definição de sistema e equação linear, resolução de sistemas lineares (2x2 e 3x3) e interpretação geométrica das soluções. Os estudantes foram convidados a participar da pesquisa, respondendo um questionário inicial. A turma foi dividida em três grupos de cinco estudantes cada, que escolheram e inteiraram-se dos seguintes temas: Nutrição Balanceada, Condicionamento Físico e Circuitos Elétricos.

Durante o terceiro encontro, o autor da pesquisa fez uma apresentação dos referenciais teóricos sobre Educação Matemática e Ensino Superior e formulou um quadro comparativo

entre modelagem e projetos. Além disso, explicitou as etapas da modelagem e fez pontuações referentes a importância da modelagem na formação de professores. Após explanação de tais pontos, os estudantes começaram a formular questões de pesquisa e coletar os dados referentes ao tema. No quarto encontro, cada grupo criou um título para o seu trabalho, elaborou as questões de pesquisa e organizou os dados que já haviam sido coletados.

A análise do material coletado ocorreu no quinto encontro. O grupo 3 elaborou um modelo que calculava o gasto mínimo para se tomar um banho (127V, lâmpada acesa de 60W e chuveiro ligado). O autor da pesquisa e o grupo, após discussões sobre a questão, propuseram dois modelos de circuitos elétricos para a elaboração do modelo. O grupo 1 organizou um programa de dieta, com uma tabela de valores calóricos de cada alimento para as refeições. Os estudantes do grupo discutiram sobre os dados, pois não tinham ideias de como criar o modelo. O grupo 2 retomou as discussões do encontro anterior e a coleta de dados.

No sexto encontro, o professor da disciplina, e autor da pesquisa, introduziu a resolução de sistemas lineares por meio do escalonamento. Após, apresentação do conteúdo, os grupos voltaram a se reunir para criar e validar seu modelo aplicando a técnica do escalonamento. O grupo 3 elaborou um circuito de 2 geradores, 3 resistências e 2 malhas, onde aplicaram as leis de Kirchhoff (corrente elétrica) e de Ohm (voltagens) obtendo um sistema de ordem 3×3 . O grupo 1 escolheu 3 alimentos e estudou três de seus principais nutrientes relacionando-os com a quantidade diária necessária para cada pessoa e, obtiveram um sistema de ordem 3×3 . O segundo grupo necessitou marcar um encontro extraclasse para elaborar o modelo.

No sétimo e oitavo encontros foram realizadas as apresentações dos projetos desenvolvidos por cada grupo em sala de aula. Os estudantes também apresentaram seus trabalhos no I Seminário de Modelagem Matemática da Faculdade Pereira de Freitas de Ipatinga. No nono e décimo encontros, os estudantes realizaram a avaliação das atividades desenvolvidas e responderam um questionário final. Ao finalizar a avaliação e o questionário, o professor prosseguiu com os conteúdos do programa curricular da disciplina.

O autor obteve os dados da pesquisa, além dos projetos desenvolvidos pelos estudantes, por meio de observações, questionários e diários de campo. Segundo o autor, a análise possibilitou a emergência de cinco categorias relacionadas à contribuição do desenvolvimento de projetos de modelagem matemática no ensino de sistemas lineares: (1) contribuição para a formação de professores de matemática que valorizam a pesquisa bem

como o desenvolvimento de atividades em grupo; (2) interesse dos estudantes e preocupação dos futuros professores com a aprendizagem matemática; (3) importância da utilização das aplicações da matemática em seus processos de ensino e aprendizagem; (4) importância de estudar a matemática e se esforçar para compreendê-la de maneira prazerosa e (5) constituição de competências teóricas e práticas, de forma coerente entre a formação oferecida e esperada do futuro professor.

Principais resultados: contribuição dos projetos na formação de professores críticos e reflexivos; integração entre teoria e prática; transformação da sala de aula num ambiente de construção coletiva de conhecimentos, identificado pelas interações, diálogos, pesquisas e trocas de experiências entre participantes.

— *Modelagem Matemática: Percepção e Compreensão de licenciandos e professores.*

A dissertação de autoria de Fábio Spindola Cozza teve como objetivo analisar como diferentes intervenções pedagógicas podem modificar as percepções de modelagem matemática em professores e futuros professores.

A pesquisa foi desenvolvida com 19 estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRS, todos participantes do PIBID⁵, e quatro professores supervisores de escola pública.

O autor da pesquisa obteve os dados empíricos por meio da realização de quatro oficinas de modelagem matemática, fundamentadas nos estudos desenvolvidos por Biembengut (1990, 1999), sobre: (1) Resfriamento de Newton; (2) Dinâmica Populacional das Abelhas; (3) Construção de uma planta baixa e (4) Embalagens. Para algumas oficinas, o autor utilizou os mesmos procedimentos descritos pela autora.

No primeiro encontro, o autor explicou aos participantes o propósito da pesquisa e, assim, aplicou um questionário aos participantes com o objetivo de saber sobre suas concepções de modelagem matemática. Em seguida, uma palestra com a professora Maria Salett Biembengut foi ministrada.

No segundo encontro, o autor retomou os conceitos considerados importantes em relação a palestra e, assim, iniciou a primeira oficina. Na primeira oficina ‘Resfriamento de Newton’, o autor buscou proporcionar aos estudantes e professores que vivenciassem as

⁵ PIBID = Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência. É programa do Ministério da Educação, gerenciado pela CAPES, cujo objetivo é inserir os licenciandos no cotidiano das escolas públicas sob a supervisão de professores dessas escolas e a orientação de docentes da Universidade.

etapas do processo de Modelagem. Os grupos foram organizados conforme a escola que atuavam no PIBID. Após essa organização os grupos foram conduzidos ao laboratório de informática.

O autor da pesquisa forneceu os dados aos grupos, mas solicitou que realizassem a atividade experimental, após ter apresentado o questionamento inicial. Os grupos anotavam as temperaturas em intervalos de tempo iguais, organizando-as em quadros para verificar a temperatura do líquido e do ambiente. Ao final, compararam e equacionaram dados para validar o modelo matemático.

Na segunda e terceira oficina '*Dinâmica Populacional das Abelhas*' e '*Construção de uma planta baixa*', o principal objetivo foi identificar as três etapas da modelagem matemática (interação, matematização e validação) e verificar em quais etapas os estudantes encontravam mais dificuldades. O desenvolvimento das oficinas seguiu de maneira similar à primeira. Conforme o autor da pesquisa foi possível verificar que os grupos obtiveram maior dificuldade na etapa de interação, seguida da validação e da matematização.

Na quarta oficina, '*Embalagens*', o objetivo do autor foi que os participantes vivenciassem as etapas do processo de modelagem, bem como a evolução de suas concepções e percepções referentes à modelagem matemática. O autor da pesquisa solicitou aos participantes que: elaborassem perguntas que delimitassem o problema; formulassem o problema; criassem hipóteses; analisassem o modelo e apresentassem os resultados e etapas que apoiaram a construção do modelo.

Após terem participado das oficinas, os participantes tiveram que desenvolver uma proposta que envolvesse modelagem matemática para aplicar nas respectivas escolas onde desenvolviam o projeto PIBID. Os temas eleitos por eles foram: Educação para o Trânsito, Esporte e Saúde, Obesidade e Diabetes, e Planos de acesso à Internet.

No último encontro os participantes apresentaram os resultados obtidos das práticas de modelagem nas respectivas escolas, bem como um relatório que descrevia a ocorrência dos encontros com o intuito de verificar a compreensão das etapas do processo. Apenas um grupo não teve êxito na obtenção do modelo matemático.

Além das oficinas, os demais dados empíricos foram obtidos por meio de questionários, seminários e depoimentos. O autor analisou os dados por meio da Análise Textual Discursiva prescrita de Moraes e Galiazzi (2011) obtendo cinco categorias que descreviam a modelagem como: Resolução de Problemas; Metodologia de Ensino; Metodologia de Pesquisa; Modelação/ Modelagem; e Sem definição.

Os principais resultados obtidos foram: modificação das concepções dos participantes em relação a modelagem matemática, diferentes daquelas que foram apresentadas nas categorias; contribuição da modelagem como método que aprimora e amplia o conhecimento em diferentes áreas; compreensão da modelagem como tarefa árdua de se desenvolver em sala de aula em função da postura disciplinar, que é voltada para a formação de especialistas.

2.3.2 Artigos: Modelagem Matemática na Educação

Mapa 13 - Artigos sobre Modelagem Matemática na Educação

TÍTULO	AUTOR(ES)	PUBLICAÇÃO	ANO
Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores	Maria Beatriz Ferreira Leite	Educação Matemática em Pesquisa	2008
Mapeamento das produções acadêmicas de modelagem matemática no ensino de autores brasileiros	Maria Salett Biembengut e Ana Luisa Fantini Schmitt	IX Congresso Nacional de Educação (EDUCERE) – III Encontro Brasileiro de Psicopedagogia	2009
Modelagem Matemática na formação inicial do professor: Descrição de uma atividade	Fabiana Vanessa Busck Jackson Czezeski Suelen Patricia Alves Michele Regiane Dias Veronez	VI Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação	2009
Modelagem Matemática na formação de professores: possibilidades e limitações	Maria Salett Biembengut e Thaís Mariane Biembengut Faria	IX Congresso Nacional de Educação (EDUCERE) – III Encontro Brasileiro de Psicopedagogia	2009
Modelagem Matemática: experiência com alunos de cursos de formação de professores	Marinez Cargnin-Stieler e Vanilde Bisognin	Revista Iberoamericana de Educación Matemática	2011

Fonte: A autora (2013)

— *Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores*

O artigo escrito por Maria Beatriz Ferreira Leite apresenta resultados de uma pesquisa que tratou de identificar as principais dificuldades encontradas pelos estudantes na disciplina da modelagem matemática e, analisar a influência da disciplina na prática pedagógica.

Essa pesquisa foi realizada numa Universidade do interior de São Paulo. Os participantes da pesquisa foram estudantes da disciplina de modelagem matemática oferecida no último semestre do curso nos anos de 2004, 2005 e 2006. Para alcançar os objetivos propostos a autora procedeu da seguinte maneira: um grupo foi investigado enquanto alunos da disciplina de modelagem matemática e, o outro grupo, como egressos do curso de Matemática. Os dados empíricos da pesquisa foram obtidos por meio de fichas de avaliação, observações, relatos e questionários enviados aos egressos do curso. Conforme a autora da

pesquisa e também professora das turmas, o desenvolvimento da disciplina possuía o seguinte roteiro: organização dos estudantes em grupos e escolha do tema para elaboração do trabalho.

De acordo com Leite (2008, p. 119): “um dos requisitos para a elaboração do trabalho é que os futuros professores formulem modelos matemáticos que abordem conteúdos dos diferentes níveis de ensino, fundamental, médio e superior”. E ainda, “[...] o objetivo central do professor é ensinar matemática explorando suas aplicações no dia a dia, construindo modelos e relacionando a matemática utilizada na modelagem com o conteúdo programático”. (LEITE, 2008, p. 117). A autora da pesquisa identificou e analisou, em cada etapa do processo de modelagem, as principais dificuldades e ocorrências.

Na *escolha do tema*, os estudantes tiveram dificuldade em sugerir temas, pois confundiam a escolha do tema com a escolha dos conteúdos matemáticos. Conforme seus dizeres, isso aconteceu porque sua experiência acadêmica envolvia conteúdos matemáticos descontextualizados e isolados de problemas práticos. Durante a etapa que envolveu a *coleta de dados*, os estudantes demoram em direcionar a pesquisa e envolver-se com o tema para buscar informações necessárias para sua resolução.

Na etapa *definição dos problemas* apresentavam dificuldade de propor conteúdos matemáticos e não problemas. A maioria dos estudantes enfatizou a dificuldade de pensar na matemática com uma ferramenta para resolver problemas e não como uma disciplina com fins próprios. Assim, em meio às dificuldades, os estudantes se limitam a desenvolver as situações-problema propostas pela professora.

Conforme a autora da pesquisa, os estudantes apresentaram maior dificuldade na *elaboração do modelo*, pois precisam relacionar o conteúdo matemático adequado para a resolução do problema. A falta de iniciativa e autonomia requereu a intervenção da professora.

Durante a etapa de *resolução*, a principal dificuldade dos estudantes, conforme a autora, estava relacionada à escolha da técnica matemática para a resolução do problema que é mais difícil que sua aplicação propriamente dita. A principal dificuldade no momento da *validação* consistia em retomar as etapas, já percorridas, e interpretar a solução obtida, julgando-a como adequada ou não.

Conforme a autora, além das dificuldades expressas em cada fase, foi possível identificar, outras dificuldades, tais como: trabalho em grupo; falta de iniciativa dos grupos; falta de autonomia e comprometimento dos alunos; postura para relacionar e aplicar conteúdos matemáticos em situações-problema de outras áreas do conhecimento; a falta de habilidade e segurança para resolver problemas de diferentes áreas do conhecimento; falta de

tempo; complexidade dos temas escolhidos; dúvidas em como aplicar o conhecimento matemático; forma de planejar as atividades e relacioná-las com os conteúdos; infraestrutura. De acordo com Leite (2007, p. 172): “Os estudantes que trabalham bem individualmente apresentam dificuldades para socializar os conhecimentos”; [...] “a maioria não consegue relacionar a matemática com situações cotidianas, a postura de sempre esperar que alguém faça e que alguém decida o que deve ser feito” e [...] “a falta de maturidade para avaliar e se auto-avaliar”.

Os principais resultados foram: a modelagem matemática se apresenta como método de ensino possível para promover experiências e contextualizar os conteúdos matemáticos, motivando e envolvendo os estudantes com o trabalho proposto; as etapas da modelagem proporcionam a aquisição de competências e habilidades matemáticas, além de colaborarem com a formação de um professor crítico e criativo. Conforme a autora, mesmo com limitações e dificuldades, a modelagem pode proporcionar ao estudante refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem, de forma que como professor venha buscar diferentes formas de ação, mais significativas e contextualizadas para ensinar matemática.

— *Mapeamento das produções acadêmicas de modelagem matemática no ensino de autores brasileiros*

O artigo de autoria de Maria Salett Biembengut e Ana Luisa Fantini Schmitt teve por objetivo mapear as produções de modelagem matemática publicadas em anais de eventos brasileiros e, identificar as tendências de modelagem utilizadas pelos autores em 12 produções sobre formação de professores nos anais do V CNMEM.

As questões de pesquisa foram organizadas em torno de um referencial teórico sobre: tendências e concepções de modelagem matemática no ensino e de produções sobre modelagem adotadas pelos autores. As autoras identificaram 674 títulos de trabalhos publicados em Anais de Congressos Brasileiros no período 1979 a 2008, classificados como: *práticas de sala de aula* (subdivididas em Ensino Fundamental, Médio, Superior e Formação de Professores de Matemática) e *questões teóricas*. Para facilitar a análise dos dados, os trabalhos foram organizados em um quadro constando: títulos e respectivos autores, evento, cidade/estado. A pesquisa foi dividida em dois momentos: (1) mapeamento das produções de modelagem publicadas em Anais de Eventos nacionais de Educação Matemática (ENEM) e de Modelagem (CNMEM); (2) identificação das tendências de modelagem de autores a partir de uma mostra de 12 pesquisas apresentadas na V CNMEM.

Conforme os procedimentos metodológicos adotados, as autoras organizaram a pesquisa nas seguintes etapas: (1) *teórica*: sobre os temas e concepções de modelagem no ensino; (2) *estudo da teoria*: onde identificaram, organizaram e classificaram os textos publicados nos anais, enfocando o tema formação de professores; (3) *análise de resultados*: fizeram considerações sobre as produções tendo por base as proposições de Blum *et al* (2004) e as perspectiva propostas por Kaiser e Sriraman (2006). De acordo com as autoras, a pesquisa em modelagem cresce a partir dos anos de 1990, iniciando com a perspectiva realística ou aplicada, e seguem a contextual, a educacional, a sociocrítica e a epistemológica.

Para Biembengut e Schmitt (2009), conforme os textos analisados, a concepção dos autores é que a modelagem matemática contribui para uma aprendizagem que não se limite as proposições escolares. Porém, “[...] algumas dificuldades emergem nas práticas de sala de aula, na transposição de um ensino que prima pela memorização de fórmulas e aplicação delas na resolução de exercícios, para um método em que as situações-problema propostas não se apresentam formuladas, com caminhos explícitos a seguir e todos os dados disponíveis”. (BIEMBENGUT, SCHMITT, 2009, p. 3515).

Os principais resultados foram: as concepções identificadas apontam que a modelagem matemática proporciona que os estudantes realizem aplicações matemáticas em diferentes áreas do conhecimento, além de propiciar ao futuro professor aprender e ensinar a fazer uso da matemática em diferentes situações do cotidiano.

— *Modelagem Matemática na formação inicial do professor: Descrição de uma atividade*

O artigo de autoria de Fabiana Vanessa Busck, Jackson Czezeski, Suelen Patrícia Alves e Michele Regiane Dias Veronez, apresenta resultados de uma experiência que utilizou modelagem matemática no 4º ano de Licenciatura em Matemática. O trabalho teve como objetivo encontrar as dimensões adequadas de um silo trincheira para qualquer propriedade que trabalha com gado leiteiro.

A concepção de modelagem adotada pelos autores é a proposta por Almeida (2004), bem como suas etapas: 1) apresentação da situação-problema já determinada; 2) conjunto de informações fornecidas pelo professor e elaboração de hipóteses, dedução e validação do modelo; 3) condução do processo de modelagem, a partir de um tema escolhido pelos estudantes, com assessoramento do professor.

Para iniciar o processo de modelagem, as autoras disponibilizaram um texto com informações e dados referentes à criação de gado leiteiro e a construção silos aos estudantes. Os estudantes formularam e propuseram a resolução do modelo, e verificaram a sua solução confrontando os dados das tabelas construídas.

Os resultados obtidos por meio dessa aplicação foram: a necessidade de ter conhecimento sobre e para fazer modelagem; a modelagem favorece a aprendizagem dos conceitos matemáticos de forma contextualizada e significativa, pois os estudantes escolhem e estudam temas de seu interesse e, ao mesmo tempo, refletem sobre aspectos que podem ser utilizados em sala de aula para elaborar atividades de modelagem.

— *Modelagem Matemática na formação de professores: possibilidades e limitações*

O artigo de autoria de Maria Salett Biembengut e Thaís Mariane Biembengut Faria teve por objetivo analisar possibilidades e limitações de um grupo de professores para aprender e utilizar modelagem matemática como método de ensino e aprendizagem de matemática em sala de aula.

Os dados empíricos foram provenientes de duas experiências pedagógicas que utilizaram modelagem matemática, com 28 estudantes de Licenciatura em Matemática e com 21 professores de um curso de formação continuada. Para a obtenção dos dados empíricos, as autoras da pesquisa organizaram os estudantes em grupos de dois a três membros. Os dados foram obtidos por meio da aplicação de um material didático estruturado em quatro fases, a saber: (1) resolução de duas questões problemas não formuladas; (2) resolução de dois modelos clássicos por meio de experimentos; (3) escolha de um tema de qualquer área do conhecimento para realizar modelagem; (4) adaptação do trabalho de modelagem desenvolvido na fase anterior para a Educação Básica.

As autoras observaram, em cada fase, dificuldades em: (1) reconhecer os conhecimentos matemáticos requeridos na solução, bem como levantar dados e estruturar hipóteses; (2) aplicar e resolver os modelos por meio de matemática básica ou por meio de softwares matemáticos; (3) escolha dos temas, que por sua vez, se assemelhavam aos problemas encontrados em livros textos e que necessitavam de matemática elementar para sua resolução; (4) resistência em realizar a proposta, pois alguns participantes argumentavam não precisar de material didático além do disponibilizado pela escola.

Entrevistas, dúvidas, trabalhos realizados pelos estudantes e ocorrências em sala, também contribuíram para fornecer dados ao estudo proposto. Como aportes teóricos foram utilizadas as definições e conceitos sobre interesse e necessidade presentes na literatura filosófica. Após aplicação do material didático, as autoras formularam duas categorias para agrupar as dificuldades listadas: *formação dos participantes e necessidade de formação*. De acordo com as autoras, a estrutura educacional traz limitações tanto para os professores quanto para os estudantes e, isso, é a principal dificuldade para tornar a modelagem matemática um método de ensino e aprendizagem em sala de aula.

Os principais resultados verificados foram: a preocupação com a formação do professor de matemática permanece sob-responsabilidade de disciplinas que possuem carga horária insuficiente para a preparação deste profissional; grande parte dos professores de matemática, ainda reproduz o ensino que vivenciou com base em livros textos, apresentando os conteúdos, na sequência uma série de exemplos e propõe exercícios semelhantes aos exemplos; muitos dos participantes manifestaram desinteresse e resistência na realização de algumas etapas da proposta, justificando que a modelagem requer muito tempo de estudo, que possuíam muitas tarefas para dar conta, dentre outras justificativas.

Conforme Biembengut e Faria (2009, p. 10102), a forma que o ensino de matemática é abordado “[...] não instiga o estudante a refletir sobre o que está resolvendo, entender os procedimentos ou o porquê utilizar estes procedimentos para solução e mais, avaliar os resultados obtidos”.

— *Modelagem Matemática: experiência com alunos de cursos de formação de professores*

O artigo de autoria de Marinez Cargnin-Stieler e Vanilde Bisognin apresenta parte dos resultados de uma pesquisa de mestrado que tratou de analisar as possibilidades que a modelagem matemática oferece à aprendizagem contextualizada de conceitos matemáticos e estatísticos.

Essa pesquisa foi realizada em uma turma de sétimo semestre de um curso de Licenciatura em Matemática. Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo, que empregou como instrumentos de coleta de dados diários de campos, observações participantes, análise de documentos e entrevistas. Conforme as autoras, a sala de aula “[...] é um espaço de ensino e aprendizagem que oportuniza aos estudantes momentos de pensar, indagar, questionar,

analisar, refletir e criticar, bem como um espaço onde a curiosidade seja permanentemente estimulada”. (STIELER e BISOGNIN, 2011 p. 129-130). As autoras da pesquisa escolheram a disciplina “Projeto de pesquisa e extensão em Educação Matemática”, com 30 horas semestrais, onde seis estudantes contribuíram para a realização da pesquisa. A ementa da disciplina contempla a modelagem matemática, sendo seu principal objetivo proporcionar aos futuros professores vivenciar, durante sua formação, uma experiência concreta com essa metodologia de ensino. Os encontros foram realizados no período de março a junho de 2006, com duração de 2h/a semanais,

Para o desenvolvimento do processo de modelagem seguiram as etapas descritas por Burak (2004): 1º escolha do tema; 2º pesquisa exploratória; 3º levantamento dos problemas; 4º resolução dos problemas e desenvolvimento da matemática relacionada ao problema; e 5º análise crítica das soluções. Os temas escolhidos pelos estudantes foram: maconha, transportes urbanos, carros bicomustíveis e criação de chinchilas. Os conteúdos matemáticos estudados durante a realização dos trabalhos foram: funções lineares, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, crescimento e decrescimento das funções, limites dessas funções, equações de diferenças de primeira ordem, medidas de tendência central, medidas de dispersão, regressão ou ajuste de curvas, taxas de crescimento ou decrescimento e os diversos tipos de representações gráficas utilizadas para representação dos dados. Os estudantes realizaram, também, visitas de campo. Após término da elaboração de seus modelos matemáticos, cada grupo iniciou a escrita de um artigo. Conforme as autoras, esta foi à etapa mais apreensiva, pois escrever um artigo implica em estudo e dedicação, atividade que não faz parte da rotina desse curso de Matemática.

Ao finalizarem a elaboração dos artigos, os estudantes apresentaram seus trabalhos, em forma de seminários, para turma com o objetivo de compartilhar resultados e experiências. O fechamento do semestre contou com uma entrevista coletiva, em que os estudantes citaram como as maiores vantagens de terem feito modelagem: produção de conhecimento; oportunidade de realizar pesquisa; motivação para escrever e buscar soluções de problemas do cotidiano. Para Stielier e Bisognin (2011, p. 131), “ao investigar temas da realidade é possível instigar o aluno a se interessar por problemas atuais da sociedade, como problemas econômicos e ambientais, entre outros, enquanto aprende Matemática”. As principais dificuldades, apontadas pelas autoras, em utilizar modelagem foram: a falta de autonomia dos estudantes, mas que pode ser superada, e a indisponibilidade de tempo por parte das pesquisadoras e dos estudantes.

Os principais resultados foram: a modelagem matemática se apresenta como um método que contribui para uma aprendizagem significativa e contextualizada de conceitos matemáticos e estatísticos no curso de Licenciatura. E, além disso, possibilita ao professor formular seu próprio processo de ensino e aprendizagem, problematizando sua prática.

2.3.3 Tese e Dissertação: Alfabetização Científica na Educação

Mapa 14 – Tese e dissertação: Alfabetização e Letramento Científico

TÍTULO	AUTOR	INSTITUIÇÃO	ANO
Alfabetização Científica no Ensino Fundamental: Estrutura e Indicadores deste processo em sala de aula	Lúcia Helena Sasseron	USP	2008
Modelação Matemática e Alfabetização Científica da Educação Básica	Lisiane Milan Selong	PUCRS	2013

Fonte: A autora (2013)

— *Alfabetização Científica no Ensino Fundamental: Estrutura e Indicadores deste processo em sala de aula.*

A tese de autoria de Lúcia Helena Sasseron teve como objetivo analisar o processo de alfabetização científica nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A autora obteve os dados empíricos para a realização de sua pesquisa por meio de uma sequência didática denominada “Navegação e Meio-ambiente”, composta por 11 atividades. Os participantes foram 30 estudantes entre 9 e 10 anos de idades da terceira série do Ensino Fundamental da Escola de Aplicação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

Na primeira atividade foi proposto um desafio matemático que visava determinar a solução para a travessia de três homens por um rio, cujo barco não suportava mais de 130 quilogramas. O objetivo da atividade foi promover a discussão sobre a necessidade de distribuição de pesos para a estabilidade de embarcações, levando os estudantes a *compreensão de conceitos científicos básicos* – primeiro eixo estruturante da alfabetização científica.

A segunda atividade foi de conhecimento físico, intitulada “O problema do barquinho”, em que os estudantes construíram um barquinho, em folhas de papel alumínio, e colocaram na água, carregado de pedrinhas, para verificar se o mesmo afundava. O objetivo da atividade foi relacionar massa com área existente para acomodação da carga, relação que

depende a flutuação do barquinho. Essa atividade proporcionou aos estudantes contato com *a natureza das ciências* – segundo eixo estruturante.

A terceira atividade correspondeu à leitura e discussão do texto “Conversando um pouco sobre o problema do barquinho”, com o objetivo de sistematizar conceitos e ideias, e contemplar pontos importantes sobre as discussões realizadas. Na quarta atividade os estudantes discutiram sobre os tipos de embarcações e suas utilidades.

Na quinta atividade, a autora da pesquisa solicitou aos estudantes que trouxessem imagens sobre as embarcações, bem como o nome de cada uma delas, para fazerem comparações e apontar semelhanças e diferenças entre elas. O objetivo da atividade consistia em entender as relações existentes entre o conhecimento científico e suas implicações na sociedade – *relações entre ciências e sociedade*.

Na sexta atividade foi realizada a leitura e discussão sobre o texto “Mantendo navios na água”. O objetivo da atividade era a compreensão de termos e conceitos científicos importantes para a continuação da sequência didática. Os estudantes foram solicitados a seriar e organizar informações para as próximas atividades.

Na sétima atividade foi realizada a leitura e discussão do texto “Vida marinha na água de lastro”. Os estudantes passaram a identificar as variáveis envolvidas no problema, assim como fazer hipóteses sobre a situação. Na oitava atividade, os estudantes participaram do jogo “Presa e Predador”, cujo propósito foi discutir relações existentes entre os indivíduos de uma cadeia alimentar e as consequências do aumento ou diminuição de uma dessas espécies.

Na nona atividade, os estudantes organizam as informações vindas da atividade anterior em uma tabela para responderem uma série de questões. A décima atividade consistiu na leitura e discussão do texto “Entendendo o jogo Presa e Predador”, para clarificar as relações existentes entre as espécies de uma cadeia alimentar e como as alterações em uma delas trazem consequências para as demais. Na décima primeira atividade, foi realizada a leitura e discussão do texto “A história do mexilhão viajante”, cujos dados referem-se a introdução de mexilhões dourados no sul do Brasil trazidos pela água de lastro.

Para a análise dos dados coletados, foram utilizados os três eixos estruturantes da alfabetização científica, organizados pela autora da pesquisa: (1) compreensão dos conceitos e termos básicos das ciências, (2) natureza das ciências e das relações entre os conhecimentos das ciências, suas tecnologias e, (3) sociedade e o meio ambiente.

Os principais resultados obtidos pela pesquisa foram: a dificuldade de trabalhar com todos os eixos numa mesma aula, pois as atividades são específicas e cada eixo é usado em

cada momento; os eixos podem ser usados como referencial para elaborar e planejar propostas que visem a alfabetização científica; o desenvolvimento dos eixos somente acontece se houver discussão e argumentação por parte dos alunos em relação aos conceitos científicos e suas implicações para a sociedade; mesmo não satisfatório, foi possível observar que os estudantes estão em processo de alfabetização científica; as propostas pedagógicas, como a realizada nesta pesquisa, podem gerar bons resultados e contribuir para que os estudantes sejam capazes de utilizar conceitos e atitudes científicas em seu cotidiano, na tomada de decisões que afetam a sociedade em que estão inseridos.

— *Modelação Matemática e Alfabetização Científica da Educação Básica.*

A dissertação de autoria de Lisiane Milan Selong tratou de analisar a alfabetização científica dos estudantes de ensino fundamental e médio por meio da modelação matemática.

A autora obteve os dados empíricos a partir da aplicação de um material de apoio didático da autoria de Biembengut (1990) – Modelação sob o tema Embalagem. A pesquisa ocorreu em 24 aulas, na disciplina de Desenho Geométrico, com duração de 50 minutos, para um grupo de estudantes do 1º ano do Ensino Médio, com idades entre 14 e 16 anos, num total de 122 estudantes (4 turmas). E, com outro grupo com 9 estudantes da 6ª série do Ensino Fundamental, convidados a participar da pesquisa em horário extraclasse.

As atividades foram realizadas conforme as três etapas da modelagem defendidas por Biembengut (2009): percepção e apreensão; compreensão e explicação; significação e expressão. Inicialmente os estudantes foram levados a buscar dados e informações sobre diferentes tipos de embalagens de modo que pudessem se inteirar do tema. Foram realizadas atividades para que eles percebessem a matemática em situações do cotidiano. Após esses momentos, foram dadas explicações sobre alguns conceitos básicos de geometria, como medir segmentos de reta e planificar sólidos.

Na próxima fase da pesquisa foram aplicados os modelos guia sobre embalagens, ou seja, os sólidos geométricos que são modelos de embalagens e se ensinou os conteúdos matemáticos necessários para o momento. Os estudantes realizaram atividades que envolviam a aplicação dos conteúdos matemáticos apresentados por meio da modelação. A terceira e última fase foi o momento no qual os estudantes criaram seus próprios modelos de embalagens, conseguindo usar a imaginação e criatividade, utilizando o modelo guia ensinado. Quando os trabalhos foram concluídos, organizou-se um portfólio sobre as

embalagens feitas por cada um deles e, uma apresentação, em forma de seminário, dos trabalhos por eles desenvolvidos.

A análise foi feita com base nos relatos das aulas e nas atividades realizadas com os estudantes dos dois grupos. As categorias de análise da pesquisa foram estabelecidas a partir de uma adaptação da escala do PISA, com base em seis níveis, para identificar qual nível os estudantes, participantes voluntários desta pesquisa, alcançaram em relação às competências científicas após a Modelação no ensino de Geometria, utilizando o tema Embalagens.

De acordo com a autora, as principais características verificadas em cada fase do processo de modelação foram: 1) as relações eram estabelecidas entre o conteúdo matemático e as embalagens somente pelo que os estudantes podiam ver; 2) os estudantes tiveram dificuldades em aplicar conceitos matemáticos e geométricos aprendidos, além das dificuldades de manusear os instrumentos de desenho; 3) compreensão de conceitos matemáticos e de suas aplicações no cotidiano.

A pesquisa mostrou que os dois grupos de estudantes avançaram nas atividades propostas durante o processo de modelação, pois criaram seus próprios modelos de embalagem e mostraram criatividade e criticidade em relação aos modelos por eles feitos e em relação às apresentações. Isso mostra que a modelação é um método de ensino capaz de propiciar a alfabetização científica.

2.3.4 Artigos: Alfabetização e Letramento Científico no Ensino

Mapa 15 – Artigos: Alfabetização e Letramento Científico no Ensino

TÍTULO	AUTOR(ES)	PUBLICAÇÃO	ANO
Um estudo sobre alfabetização científica com jovens catarinenses	Clélia Maria Nascimento–Schulze	Psicologia: teoria e prática	2006
Avaliação do Nível de Alfabetização Científica de professores da Educação Básica	Carolina de Barros Vidor, Sayonara Salvador Cabral da Costa, Ana Maria Marques da Silva e Maurivan Güntzel Ramos	VIII Enpec	2009
Alfabetização científica: pensando na aprendizagem de ciências nas séries iniciais através de atividades experimentais	Sirlley Jackelline Silva Gadéa e Rejane Cristina Dorn	Experiências em Ensino de Ciências	2011

Fonte: A autora (2013)

— *Um estudo sobre alfabetização científica com jovens catarinenses*

O artigo autoria de Clélia Maria Nascimento Schulze teve por objetivo mensurar o nível de alfabetização científica dos estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de escolas

públicas e privadas das cidades de Florianópolis (SC) e Criciúma (SC). Participaram da pesquisa, 618 estudantes de escolas públicas e 136 estudantes de escolas particulares.

Para a coleta dos dados empíricos, os estudantes responderam ao Teste de Alfabetização Científica Básica (TACB) proposto por Laugksch e Spargo (1996). O TACB é composto por 110 itens com formato de resposta “Verdadeiro – Falso – Não Sei”. Este teste tem por objetivo identificar os conhecimentos e atitudes adquiridos pelos estudantes em sua experiência escolar, para que possam ser ou não ser considerados alfabetizados cientificamente. De acordo com a autora, o teste foi desenvolvido com base nas três dimensões da alfabetização científica propostas por Miller (1983): (1) natureza da ciência; (2) conhecimento da ciência e (3) implicações da ciência e tecnologia na sociedade. Os 110 itens são distribuídos da seguinte forma: 22 itens para a primeira dimensão; 72 itens para a segunda; e 16 itens na terceira. E ainda, para que os estudantes sejam considerados alfabetizados cientificamente, precisam obter a seguinte quantidade de acertos em cada uma das dimensões: 13 de 22 itens; 45 de 72 itens e 10 de 16 itens.

O teste foi aplicado em duas etapas. Num primeiro momento, foi aplicado a um grupo de professores de ciências de escolas públicas e particulares dos municípios catarinenses de São José, Pallhoça, Criciúma e Florianópolis, 20 professores tinham formação em Biologia, 27 em Física e 16 em Química. Na segunda etapa o teste foi aplicado aos 754 estudantes, sendo que 271 estudavam em Florianópolis, 220 em São José; 109 na cidade de Pallhoça e 154 no município de Criciúma. Os professores responderam o teste individualmente, enquanto que, os estudantes responderam em sala de aula, na presença de um professor e do pesquisador responsável.

Conforme os resultados, em relação aos professores, pode-se considerar que 81% são cientificamente alfabetizados, sendo que os professores das escolas privadas apresentam resultados superiores aos professores da rede pública de ensino. Com relação aos 754 estudantes, os índices mostram que 275, ou seja, 36,5% podem ser considerados alfabetizados cientificamente, enquanto que 479, ou seja, 63,5% não obtiveram os escores mínimos para serem considerados alfabetizados. Os estudantes da rede privada (69%) mostraram desempenho superior em relação aos estudantes das escolas públicas (29,3%).

Em relação aos estudantes, a autora destaca que os resultados não foram satisfatórios, e a maioria deles não demonstrou competências suficientes para serem considerados alfabetizados cientificamente. Os resultados obtidos apontam para melhorias nas formas de divulgação da ciência. A partir dessa realidade, a autora destacou a necessidade de formular

uma versão do teste que seja aplicável ao currículo brasileiro e a elaboração de outros testes ligados a temas diversificados.

— *Avaliação do Nível de Alfabetização Científica de professores da Educação Básica*

O artigo de Carolina de Barros Vidor, Sayonara Salvador Cabral da Costa, Ana Maria Marques da Silva e Maurivan Güntzel Ramos, apresenta resultados prévios de um estudo que tratou de mensurar o nível de alfabetização científica e tecnológica de vinte e dois professores da Educação Básica de Ciências e Matemática de dois dos oito municípios envolvidos nas atividades. Esses dois municípios estão entre os cinco com menor IDBE do Rio Grande do Sul. De acordo com os autores o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de 2007 para as séries finais do Ensino Fundamental do Município A foi 2,9, e para o Município B foi 1,8.

Os dados foram coletados a partir da aplicação do instrumento proposto por Laugksch e Spargo (1996), denominado Teste da Alfabetização Científica Básica. Esse teste tem por objetivo estimar o nível de alfabetização científica dos estudantes, cujas características seriam as mínimas para alguém que estivesse concluindo o Ensino Médio, como consequência de toda a sua experiência escolar. O teste é composto por 110 itens com formato de resposta “Verdadeiro – Falso – Não Sei”. Participaram do teste 22 professores, sendo 12 do grupo A (todos do sexo feminino) e 10 do grupo B (2 do sexo masculino e 8 do sexo feminino). O tempo médio de magistério de cada grupo é de 11 e 7 anos, respectivamente.

De acordo com os resultados obtidos, 54,5% dos participantes encontram-se abaixo do nível mínimo proposto pelos autores. Os autores destacam que não foi possível observar uma relação direta entre os resultados obtidos e os divulgados pelo IDBE, porém é passível uma reflexão sobre os baixos resultados do IDBE e os baixos níveis de alfabetização científica apresentados pelos professores. Os resultados obtidos, ainda, apresentam que a dimensão que teve o mais baixo nível de alfabetização científica é a do *conteúdo da ciência*, com 54,2% dos respondentes com o nível abaixo do mínimo, sendo que esse é o nível proposto para estudantes recém-egressos do Ensino Médio, e não para professores com considerável tempo de magistério. Esse é um resultado preocupante, pois aponta para a falta de disciplinas que discutam a natureza da ciência na formação inicial dos professores. Conforme os autores, em relação às dimensões *natureza da ciência* e *ciência e tecnologia na sociedade*, os resultados nos dois grupos foram mais positivos.

Os autores concluem, enfatizando que os resultados obtidos trazem a preocupação recorrente com a formação dos professores de ciências e matemática em relação aos conteúdos que foram abordados referentes aos temas: mundo físico; ambiente vivo e organismo humano. Desta forma, observa-se a necessidade de realizar ações voltadas à capacitação de professores como estratégia de popularização da ciência e consequente alfabetização científica.

— *Alfabetização científica: pensando na aprendizagem de ciências nas séries iniciais através de atividades experimentais*

O artigo de Sirlley Jackelline Silva Gadéa e Rejane Cristina Dorn teve por objetivo verificar as possibilidades de ensino e aprendizagem de conceitos físicos para crianças das primeiras séries do ensino fundamental e identificar quais as evidências necessárias para a assimilação e compreensão desses conceitos.

Os dados empíricos foram obtidos por meio de atividades experimentais, cujas situações proporcionassem uma aprendizagem significativa e, conseqüentemente, a alfabetização científica. Os experimentos eram simples, elaborados com materiais de baixo custo e recicláveis, sendo adaptados ao contexto dos estudantes e gerando interações entre professor, aluno e objeto de estudo.

As atividades propostas foram realizadas com crianças de 3 a 12 anos, na cidade de Feira de Santana (BA). As crianças foram divididas em grupo por idades, para melhor compreender e analisar seu comportamento conforme os estágios de desenvolvimento propostos por Piaget, assim como o desenvolvimento de suas estruturas operacionais. Ainda, o motivo pelo qual se dividiu as crianças por idade, foram os critérios utilizados para observar o material por elas produzido, bem como seus relatos, desenhos e discussões.

Assim, foram formados grupos, cada um com cinco crianças – conforme idade e estágio cognitivo – e temática própria, havendo um monitor para cada grupo. Antes de iniciar a atividade, o monitor fazia uma explanação sobre a área de estudo. Os experimentos englobavam as seguintes áreas da Física: Mecânica dos Fluidos (corrida de carinhos, lata mágica, cadeira de pregos), Hidrostática (afunda ou flutua?), Eletrostática (eletroscópio de folhas), Ótica (caleidoscópio, periscópio e câmara escura) e Som (telefone sem fio e violão caseiro). Cada atividade experimental apresentou a seguinte sequência: (1) apresentar um problema; (2) analisar um modelo; (3) montar experimentos; (4) discutir em grupo; (5) expor

ao grupo conclusões e, (6) fazer um relato da atividade, com o objetivo de formalizar os conceitos compreendidos.

Os principais resultados obtidos pelas autoras foram: o desenvolvimento cognitivo das crianças está ligado às suas atitudes, falas e comportamento; os estudantes de 3 a 5 anos conseguiam representar de maneira simbólica o que estava sendo retratado, porém não conseguiam explicar; nos relatos das crianças de 5 a 7 anos havia classificações, descrições e desenhos, ou seja, conseguiam expor o problema, mas sem entendê-lo; por meio da fala há maior interação entre as crianças; as estruturas cognitivas das crianças são bem desenvolvidas; as atividades lúdicas proporcionam novas formas de aprendizagem, por serem mais interessantes; a interação é um aspecto importante na assimilação e apreensão do conhecimento.

2.3.5 Artigos: Competência em Modelagem Matemática na Educação

Mapa 16 – Artigos: Competência em Modelagem Matemática

TÍTULO	AUTOR(ES)	PUBLICAÇÃO	ANO
Modelagem e Competências em Modelagem na Escola	Gabriele Kaiser	ICTMA 12	2007
Compreendendo e promovendo competências em modelagem matemática: Uma perspectiva aplicada	George Ekol	ICTMA 14	2009
Primeiros resultados de um estudo investigativo de competências em modelagem matemática com estudantes do ensino secundário sueco.	Peter Frejd e Jonas Bergman Arleback	ICTMA 14	2009

Fonte: A autora (2013)

— *Modelagem e Competências em Modelagem na Escola*

O artigo de Gabriele Kaiser tratou de verificar as competências que foram ou não promovidas por meio de um projeto de seminários realizado com várias escolas alemãs em parceria com os departamentos de matemática e educação das Universidades de Hamburgo.

Os participantes desse projeto foram estudantes de Educação Básica e futuros professores, tendo estes à oportunidade de realizar modelagem matemática com situações advindas da matemática aplicada. Os dados foram obtidos a partir de um teste aplicado aos estudantes no início e final dos seminários. Os grupos foram supervisionados por licenciandos em matemática, enquanto trabalhavam em problemas matemáticos que requeriam o uso da modelagem matemática. O projeto teve por objetivo permitir que futuros professores tivessem contato com a modelagem para poderem aplicá-la em suas aulas e, que os estudantes participantes pudessem formular e resolver situações-problema utilizando a modelagem

matemática. Foram propostos os seguintes problemas para os grupos: Previsão do preço das ações; Previsão de quotas de pesca; A posição ideal de helicópteros de resgate no Sul do Tirol; Radioterapia para pacientes com câncer; Identificação de impressões digitais e Preços para reservas de voos.

A autora apresenta somente a descrição do problema 'Preços para reservas de voos'. Dois grupos de estudantes trabalharam no problema. Ambos os grupos iniciaram coletas de dados pela internet e identificaram os principais fatores que influenciariam na elaboração da tabela de preço. O primeiro grupo dirigiu sua atenção para tratar da quantidade de preços em relação ao número de lugares livres de voos específicos. Enquanto o segundo, trabalhou com a quantidade de preços em relação ao momento da reserva. Assim, foram obtidas duas funções diferentes para o modelo de desenvolvimento de preços. O primeiro modelo considerou o período de alta ou baixa dos preços desde o início, quando os preços foram oferecidos até o momento da partida, com um aumento exponencial de preços. No segundo modelo verificaram um preço constante com aumento ao longo de 30 dias.

Para avaliar o desempenho dos estudantes, a autora fez uso de um teste estabelecido por Haines, Crouch & Davis (2001) que mede competências ao longo das diferentes fases do processo de modelagem, concentrando-se nas seguintes competências: (1) simplificação sobre o problema; (2) objetivo do modelo; (3) formulação precisa do problema; (4) atribuição de variáveis, parâmetros e constantes no modelo tendo como base compreensão sobre o modelo e a situação; (5) formulação de afirmações matemáticas que levam a descrição do problema a ser resolvido; (6) seleção e formulação de um modelo; (7) uso de representações gráficas; (8) interpretação da solução obtida mediante o contexto em que o modelo foi desenvolvido.

Participaram do teste 57 alunos de 10 cursos diferentes. Ao todo, 132 alunos de 11 cursos participaram do projeto. Os estudantes do sexo masculino obtiveram melhores resultados que os do sexo feminino. Conforme os resultados obtidos, a autora destaca que as maiores dificuldades encontradas pelos estudantes foram relacionadas a seleção e formulação do modelo (6) e ao objetivo do processo de modelagem (2). Os problemas relacionados ao item (8) surgiram devido ao insuficiente conhecimento matemático dos estudantes.

Principais resultados: a modelagem matemática se apresenta como um método possível, conforme o teste realizado, de promover competências matemáticas e, que num curto espaço de tempo as competências parciais referentes às etapas individuais do processo de modelagem, podem não ter sido suficientemente estimuladas.

— *Compreendendo e promovendo competências em modelagem matemática: uma perspectiva aplicada.*

O artigo autoria de George Ekol tratou de investigar que experiências em modelagem dez matemáticos aplicados, envolvidos na graduação e pesquisa, aplicariam em seus estudantes de graduação com base nos seguintes questionamentos: “Que experiências em modelagem são necessárias em nível de graduação? O que se pode aprender com essas experiências para modificar o ensino?”.

Os participantes foram convidados por *e-mail* e responderam a entrevistas individuais num período de seis meses. No início da entrevistas, os matemáticos descreveram brevemente suas áreas de ensino e pesquisa, e os problemas que estavam pesquisando e desenvolvendo. Também, descreveram sua forma de trabalho sobre os problemas: uso de computadores, ferramentas matemáticas que utilizavam em suas aplicações, tipos de problemas em que trabalhavam, diferença de conceitos entre matemática pura e aplicada.

Na fase final tiveram contato por cerca de 30 minutos com modelos dinâmicos conceituais, projetados pelo software Sketchpad Geometria Dinâmica (DGS), dando seu feedback e relacionando-os com sua prática e experiência. Desta forma, os dados empíricos foram provenientes das narrativas recolhidas dos matemáticos aplicados.

Na pesquisa quatro grandes temas foram destacados entre os matemáticos aplicados em relação às competências de modelagem que eles gostariam de ter nos seus alunos:

Encontrar exemplos ou fenômenos semelhantes: Isso requer preparação para lidar com problemas que envolvam a modelagem e saber como identificar conteúdos matemáticos para solucionar problemas. Segundo o autor, “isso implica que os alunos podem recorrer a exemplos de outros assuntos como a física, química, biologia, e trazê-los para melhorar as suas competências de modelagem”.

Permitir a conexão entre fenômenos físicos e conceitos visuais: De acordo com o autor, os matemáticos aplicados enfatizaram a necessidade do modelo físico para poder obter o modelo matemático, por meio de um conjunto de equações, por exemplo. Ekol escreve que, “a estrutura e a forma dos objetos em situações de modelagem não devem ser ignoradas, pois estes podem fornecer dicas para a formulação de soluções matemática”.

Construir modelos a partir do zero: Refere-se aos conteúdos matemáticos e tecnológicos que podem ser utilizadas para formulação e validação do modelo. *Comunicar num contexto mais amplo as soluções em modelagem:* é o aspecto mais desafiador da

modelagem. De acordo com o autor, a comunicação possibilita verificar se o processo está ou não completo, assim é necessário saber como comunicar informações e resultados em relação ao desenvolvimento das etapas do processo de modelagem.

Principais resultados: como método de ensino e pesquisa interdisciplinar, a modelagem matemática permite que os estudantes estabeleçam relações entre a matemática e diferentes áreas do conhecimento; os quatro temas, citados anteriormente, expressam competências em modelagem que podem ser promovidas na graduação. Ainda, o autor enfatiza a necessidade dos matemáticos aplicados formularem atividades que colaborem para a promoção de competências dos estudantes.

— *Primeiros resultados de um estudo investigativo de competências em modelagem matemática com estudantes do ensino secundário sueco.*

O artigo de autoria de Peter Frejd e Jonas Bergman Arleback tratou de obter uma indicação inicial sobre o nível de competência em modelagem matemática dos estudantes do ensino secundário sueco. Além disso, os autores investigaram se fatores, como nível de escolaridade, sexo e experiências anteriores podem afetar o desempenho dos estudantes na resolução de problemas em modelagem matemática.

O estudo relata os resultados empíricos obtidos com 381 estudantes do ensino secundário sueco. As competências em modelagem matemática são descritas em termos de sete subcompetências. Questiona-se ainda, sobre o que os estudantes sabem sobre modelagem matemática e como resolvem os problemas de modelagem.

Os autores utilizaram um instrumento de pesquisa formulado por Haines *et. al* (2001) que é composto por 12 questões de múltipla escolha, agrupadas em suas fases conforme a reformulação proposta por Houston e Neill (2003a, 2003b) que acrescentaram uma nova pergunta em cada item, totalizando 18 itens. O instrumento teve foco nos seguintes aspectos da modelagem: (1) fazer hipóteses simplificadoras; (2) esclarecer o objetivo; (3) formular o problema; (4) atribuir variáveis, parâmetros e constantes; (5) formular afirmações matemáticas e (6) selecionar um modelo. Duas categorias referentes à representação de modelos e representações gráficas foram inseridas ao conjunto pelos autores.

Para definirem competência em modelagem matemática, os autores basearam-se em Blomhøj e Jensen (2003) e definiram o termo em relação aos oito aspectos do processo de modelagem, estabelecendo subcompetências. Desta forma, as competências em modelagem

constituíram-se das seguintes competências: (1) fazer simplificações de hipóteses sobre problemas do mundo real; (2) esclarecer os objetivos do modelo; (3) formular um problema preciso; (4) atribuir variáveis, parâmetros e constantes no modelo, tendo como base a compreensão do modelo e da situação; (5) formular relevantes declarações matemáticas; (6) selecionar um modelo e (7) interpretar e relacionar a solução matemática para o contexto do mundo real.

Em primeiro momento foi realizado um estudo piloto com 16 estudantes para selecionar 14 dos 22 itens do teste original. Os 14 itens selecionados foram agrupados em dois grupos, e a pontuação que cada estudante atingiu serviu como medida de sua competência. Após, o término do estudo piloto, 41 conjuntos de testes foram distribuídos para outros estudantes e, foi solicitada sua devolução na escola. Cada conjunto continha 30 questões. Uma carta foi enviada aos professores para supervisionarem os estudantes de modo que não utilizassem calculadoras e, resolvessem o teste individualmente. Somente 51% dos testes foram devolvidos.

Durante a análise dos testes, os autores verificaram proficiência nas questões relativas aos itens 3 e 4, e dificuldades nos itens 1, 2 e 6. Os estudantes reconheceram o valor de utilizar a matemática para resolver situações-problema e classificaram as perguntas como pertinentes para trabalhar em sala de aula.

2.4. CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Este capítulo em duas etapas – *teoria suporte* e *produções recentes*, teve como propósito subsidiar, a autora desta pesquisa, tanto na coleta quanto na análise de dados empíricos. Este estudo, também auxiliou na compreensão e coleta de informações sobre as teorias de Modelagem Matemática na Educação, Alfabetização Científica e Competência em Modelagem Matemática.

Essa compreensão leva a autora desta pesquisa a optar:

- Para obtenção dos dados empíricos: da concepção de Modelagem Matemática na Educação – Modelação – de Biembengut (2014).

Conforme a autora, a modelação é a “utilização da essência do processo de modelagem matemática em cursos regulares, como Educação Básica e Superior, em que há programa curricular a cumprir e em horários e períodos estabelecidos”. E ainda, de acordo

com Biembengut (2014), ao ser utilizada, a Modelação deve seguir três etapas: *percepção e apreensão, compreensão e explicitação* e, por fim, *significação e expressão*.

- Para a análise: da concepção de letramento científico do PISA (2013) e de competência de Blum (2007) e Kaiser (2007). Embora o objetivo desta pesquisa utiliza-se o termos “alfabetização”, a definição do PISA melhor atende análise.

Assim, Blum (2007, p. 10) define a competência em modelagem como “[...] a habilidade de executar processos envolvidos na formulação e validação de modelos matemáticos”. O PISA (2013) define o letramento científico como um conjunto de três aspectos: compreender os conceitos científicos; ser capaz de aplicar esses conceitos científicos e refletir sob uma perspectiva científica.

No capítulo 3, mapa de campo, descrevem-se as práticas pedagógicas realizadas nesta dissertação.

CAPÍTULO III – MAPA DE CAMPO

Neste capítulo encontra-se o mapa de campo. Para Biembengut (2008, p. 101), o mapa de campo

[...] conjuga levantamento, organização e classificação de um conjunto de dados, muitas vezes baseado em informações gerais advindas de pessoas ou dados abstratos extraídos de documentos que não retratam totalmente o fenômeno ou questão investigada. A descrição, a compreensão e a predição dependem da identificação do domínio das informações e da relação entre os entes naturais presentes neste domínio [...]

No mapa de campo encontram-se descritas as atividades desenvolvidas com estudantes de diferentes semestres de um Curso de Licenciatura em Matemática, com o objetivo de *identificar a competência científica em modelagem matemática desses estudantes*. Os dados coletados estão organizados de modo a fornecerem informações relevantes e traços de semelhança entre o grupo de estudantes analisado.

No primeiro momento, foram preparadas atividades didáticas. Para obter os dados empíricos, utilizaram-se materiais de apoio didático de autoria de Biembengut (1990). As atividades preparadas, referentes aos temas *Dívida do Sobrinho e Dinâmica Populacional de uma Colmeia*, requeriam, para seu desenvolvimento, conteúdos como funções polinomiais e transcendentais, sequências numéricas, séries e progressões. Embora a proposta tivesse foco na modelagem matemática e na resolução de situações-problema, os estudantes não realizaram modelos, mas perpassaram as fases da modelagem “refazendo” os respectivos modelos. Os estudantes serão identificados por letras maiúsculas do alfabeto indo-arábico.

Para a realização da aplicação, foram convidados a participar da pesquisa estudantes de diferentes níveis de um Curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Privada de Ensino Superior do Estado Rio Grande do Sul. O convite aos estudantes aconteceu por meio de *e-mail*, em que os interessados confirmaram presença nos encontros e comunicaram suas disponibilidades. De acordo com a disponibilidade dos estudantes organizaram-se dois grupos, cada um contendo cinco estudantes, em horário extraclasse. A coordenação do Curso permitiu a feitura desta fase da pesquisa.

Na preparação e organização das atividades, ocorreu a escolha dos temas para posterior aplicação. Para tal escolha, a autora desta pesquisa considerou como principal aspecto o fato dessa ser sua primeira experiência de modelação. Além disso, durante a preparação didática, elaborou-se o planejamento das atividades a serem realizadas na aplicação e na organização do material. A escolha dos temas justifica-se pelo fato de serem

situações-problema diferentes das apresentadas em livros ou materiais didáticos utilizados nos Cursos de Licenciatura em Matemática.

A realização deste mapa ocorre em duas etapas: na primeira, *a aplicação das atividades*; e na segunda, *a organização dos dados coletados*.

A *aplicação do material didático* ocorreu nas três fases da modelagem definidas conforme Biembengut (2009): percepção e apreensão; compreensão e explicação; significação e expressão. O objetivo, ao final de cada aplicação, consistia que os estudantes perpassassem pelas etapas da modelação, refazendo os respectivos modelos, de modo que fosse possível identificar sua alfabetização e competência científica.

Na *organização dos dados coletados e observações sobre os estudantes*, foram observadas e agrupadas as soluções produzidas pelos estudantes para cada problema. Considerou-se ainda, o relatório das observações realizado pela autora da pesquisa. Além disso, procurou-se verificar a existência de uma possível relação entre as informações obtidas. Essa relação poderia auxiliar na compreensão dos significados e a consequente formulação de um sistema de explicação.

As etapas do mapa de campo foram realizadas e estão descritas nas seguintes seções: *3.1. Descrição das atividades realizadas pelos estudantes*; *3.2. Considerações finais sobre o capítulo*.

3.1. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS PELOS ESTUDANTES

O mapa de campo com o primeiro e o segundo grupo, ambos constituídos por cinco estudantes, foi realizado com estudantes de diferentes níveis de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Privada de Ensino Superior do Estado do Rio Grande do Sul. Três estudantes já atuavam como docentes da Educação Básica e os outros sete se envolviam em atividades da Universidade, ligadas à Licenciatura em Matemática. A aplicação ocorreu em cinco encontros, cada um com duração de 2h/a, em horário extraclasse, no período de agosto a outubro de 2013.

O grupo total era formado por dez estudantes, sendo cinco estudantes do 4º semestre; três estudantes do 6º semestre; um estudante do 7º semestre e um do 8º semestre. O primeiro grupo, assim como o segundo grupo, era composto por cinco estudantes. Os grupos ficaram assim distribuídos em função dos horários disponíveis de cada um dos participantes para a realização das atividades nos encontros. Assim, ocorreram cinco encontros com duração de

2h/a. Os dados foram obtidos por meio de observações realizadas pela autora da pesquisa e das atividades realizadas pelos estudantes na medida em que os encontros foram acontecendo.

As atividades desenvolvidas foram realizadas conforme as etapas de Modelação, estabelecidas por Biembengut (2009): *Percepção e Apreensão, Compreensão e Explicação e, Significação e Expressão*, descritas no mapa teórico. Assim, adotaram-se estas fases para o aporte empírico, de forma cíclica, não linear, conforme descrito no Capítulo 2, seção 2.1.1.

Os procedimentos realizados durante a aplicação das atividades pedagógicas no primeiro grupo ocorreram da mesma forma para o segundo. As atividades dos dois grupos foram descritas de forma conjunta, por terem sido muito semelhantes e para melhor apresentação da pesquisa. As diferenças ocorridas foram descritas ao longo do texto, de acordo com o grupo. Segue a descrição e o relato das atividades ocorridas durante as três etapas que não ocorrem disjuntas, mas sim interligadas durante todo o processo da modelação.

1º ENCONTRO

A fim de dispor de dados empíricos para a pesquisa, foram contatados vinte estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior do Estado do Rio Grande do Sul, por meio de um *e-mail*. Dos vinte estudantes contatados, somente dez manifestaram o interesse em participar da pesquisa, assim como sua disponibilidade. Assim, organizaram-se encontros conforme a disponibilidade dos participantes, formando-se dois grupos constituídos por cinco componentes cada. O primeiro grupo reunia-se na terça-feira das 17h45min às 19h30min, e o segundo, também na terça-feira, das 20h30min às 22h30min.

No primeiro encontro, explicou-se aos grupos que as atividades que iriam desenvolver faziam parte de uma pesquisa de mestrado. Neste momento, os estudantes manifestaram a preocupação de não saber responder ou realizar as atividades propostas.

Repetiu-se a explicação, afirmando que o principal objetivo das atividades era avaliar o processo que a pesquisa propunha, bem como os principais objetivos do trabalho e por isso, quando não soubessem, poderiam escrever que não sabiam responder ou como dar continuidade às atividades.

Foi ressaltado aos estudantes que a presença de todos era fundamental, e foi solicitado que se comprometessem em participar de todos os encontros. Todos concordaram, porém os estudantes do primeiro grupo solicitaram que os encontros fossem alternados entre terça-feira ou sexta-feira, sempre a combinar, devido a compromissos quinzenais nas terças-feiras. Com

as orientações estabelecidas, foram agendados cinco encontros com duração de 2h/a, em média. Assim, este primeiro encontro foi dividido de acordo com as etapas da modelação propostas por Biembengut (2009), conforme já fora explicitado.

1ª Etapa: Percepção e Apreensão

A primeira etapa teve como objetivo estimular a percepção dos estudantes envolvidos no problema. Fez-se a explanação do tema aos estudantes, de modo a perceber qual era o grau de conhecimento e interesse sobre o assunto. Inicialmente, lhes foi fornecido um texto que continha a primeira situação-problema a ser analisada e resolvida. O texto continha os dados e informações que deveriam ser analisados e levados em consideração para a resolução do problema que seria proposto.

Esta etapa implicou em levar os estudantes a perceberem o tema e apreenderem o maior número de informações e dados envolvidos no tema. Após a leitura do texto, foi solicitado aos participantes que formulassem, individualmente, uma ou mais questões de pesquisa em que pudessem aplicar um conteúdo matemático fazendo uso das informações contidas na situação problema proposta. Os estudantes apontaram as questões que haviam formulado, bem como suas considerações sobre o problema.

Para o prosseguimento da atividade, as questões foram corrigidas após a apresentação e a discussão das respostas. Foi possível perceber que alguns dos estudantes formularam questões que poderiam ser resolvidas por meio de interpretação textual da situação-problema, sem exigir qualquer conteúdo matemático ou levantamento e organização de dados. Entretanto, a maioria dos estudantes conseguiu formular questões apropriadas para o problema apresentado, tendo por base somente as informações da situação-problema.

Figura 1: A dívida do sobrinho

Atividade 1

A dívida DO SOBRINHO

O Sobrinho fez um empréstimo de R\$ 30.000,00 do tio. Num determinado dia, levou ao tio R\$ 20.000,00 para cobrir parte da dívida.

Qual foi a surpresa ao saber que sua dívida estava em torno de R\$ 160.000,00, devido a taxa de juro de 30% ao mês. E mais, que se passasse a pagar R\$ 20.000. Mensalmente, no dia de seu aniversário a dívida seria de R\$ 373.000,00.

Fonte: Biembengut (mimeo)

Figura 2: Questões dos estudantes

Questões apresentadas pelos estudantes

- Qual o dia do aniversário?
- Quando aconteceu o empréstimo?
- Quando os R\$ 20 000 cobriram parte da dívida?
- Quanto é 30% de 30 000?
- Qual a taxa de juros considerada?
- Qual o valor a ser pago para que a dívida seja quitada?
- Quem deve? Quanto deve? Qual o valor do empréstimo?
- Em que proporção a dívida aumenta?
- Quantas prestações de R\$ 20 000 são necessárias para quitar a dívida?
- Em quanto tempo a dívida deve ser quitada?

Fonte: A autora (2013)

Foi comentado aos estudantes da necessidade em compreender os dados e levantar hipóteses para resolver a situação-problema. Assim, considerou-se como questões-guia para a resolução da situação-problema: *Quando o Sobrinho fez o empréstimo? Qual o dia do aniversário do Sobrinho?*

Nesta fase, os estudantes mostravam, por meio de suas falas, terem percebido uma relação do problema apresentado com a matemática.

Estudante A: *“É um problema de Matemática Financeira, será necessário lembrar-se das fórmulas e das aulas da disciplina”*.

Quando falaram do conteúdo matemático envolvido no problema é porque conseguiram estabelecer uma relação imediata a partir do que observaram no problema. Porém, suas conclusões encontravam-se baseadas apenas naquilo que observavam, ou seja, em informações simples contidas na situação-problema.

2ª Etapa: Compreensão e Explicação

Nessa segunda etapa, apresentaram-se as questões-guia que permitiram desenvolver a atividade proposta. Foram levadas em consideração as questões feitas aos estudantes e aquelas feitas por eles, permitindo a elaboração do modelo e a explanação dos conteúdos matemáticos necessários para sua aplicação.

Solicitou-se aos estudantes que elaborassem hipóteses que ajudassem a responder ao problema proposto. Esta etapa foi a mais demorada. Verificou-se a confusão entre pergunta e hipótese, pois alguns estudantes utilizavam a pergunta que haviam proposto como hipótese, ou até mesmo os dados do problema.

Uma razão para tal confusão é o fato de terem sido “treinados” a utilizar hipóteses prontas em vez de tentarem formular suas próprias hipóteses e verificar a adequabilidade das mesmas. As hipóteses foram apresentadas, discutidas e corrigidas para que os estudantes pudessem utilizá-las com o objetivo de buscar um modelo e uma solução.

Ao corrigir as hipóteses, justificou-se quais poderiam ser consideradas para resolver a situação-problema. Desta maneira, os estudantes consideraram duas hipóteses para auxiliar na

Figura 3: Hipóteses para atividade 1

Hipóteses apresentadas pelos estudantes
- Parcela mensal de R\$ 20 000.
- Taxa de juros de 30% a.m. e valor da dívida de R\$ 30 000,00.
- Os juros são compostos.
- Em quantos dias ocorreu o pagamento da primeira parcela?
- Hoje a data é zero.
- Em que dia a dívida aconteceu?
- Vamos fixar uma data para a ocorrência do empréstimo.

Fonte: A autora (2013)

elaboração do modelo: H_1 : Os juros são simples; H_2 : Os juros são compostos. Foi-lhes solicitado que, ao utilizar uma hipótese por vez, resolvessem as questões propostas.

Os estudantes questionaram se poderiam fazer uso da calculadora ou aproximar os resultados, caso a solução não fosse exata. Foi possível identificar que a maioria não tinha ideia de como começar a resolver o problema, tentavam utilizar métodos alternativos ou fórmulas, mas tinham dificuldades em fazer uso dos dados da situação-problema. Mesmo com o questionamento e o auxílio para suas dúvidas, os estudantes apresentaram dificuldades em como utilizar seu conhecimento científico, insistindo em utilizar fórmulas e/ou procedimentos de Matemática Financeira, mesmo sendo orientados a buscarem por padrões que os possibilitassem de descrever matematicamente o problema apresentado. Nas figuras 4 e 5, observam-se algumas soluções apresentadas pelos estudantes.

Figura 4 – Resolução apresentada pelo estudante J

3)

Juros Simples:

20% de 30.000 = 6.000

12) 9.000 = 108.000

30.000 + 108.000 = 138.000

Como antes do aniversário do DONALD
SUA DÍVIDA ULTRAPASSA 138.000, OS JUROS
NÃO PODEM SER SIMPLES.

Juros Compostos:

$30000(1,13)^n \geq 160000$

$(1,13)^n \geq \frac{160}{3}$

$(1,13)^n \geq 5,33$

$n \geq 7$

$(160000 - 20000)(1,13)$

$((160000 - 20000)(1,13) - 20000)(1,13)$

$140000(1,13)^2 - 20000(1,13)$

$140000(1,13)^k - 20000(1,13)^{k-1} \geq 373000$

$(140000(1,13) - 20000)(1,13)^{k-1} \geq 373000$

$162000(1,13)^{k-1} \geq 373000$

$(1,13)^{k-1} \geq 2,425$

$k \geq 5$

* Como necessitamos dos valores mínimos de $n+k$, vemos que $n+k=12$. Assim é razoável concluir que Donald tem que pagar seu empréstimo 5 meses antes do seu aniversário.

Fonte: Adaptado pela autora (2013)

Figura 5 – Resolução apresentada pelo estudante D

$373.000 = 30.000 \cdot 0,30 \cdot m$
 $M = C \cdot A \cdot m$
 $30.000 \times 0,30 = 9.000$ (AUMENTA TODO MÊS)
 MÊS 1 $\rightarrow 30.000 + 9.000 = 39.000$
 " 2 $\rightarrow 39.000 + 9.000 = 48.000$
 $48.000 + 9.000 = 57.000$
 $57.000 + 9.000 = 66.000$
 $66.000 + 9.000 = 75.000$
 $75.000 + 9.000 = 84.000$
 $\times 2$
 $\hline 168.000$

EU SEI QUE NECESITA DA FÓRMULA DOS JUROS COMPOSTOS A QUAL EU NÃO ENCONTREI. MEIUS LEMBRO.
 ACRÉDITO QUE O EMPRÉSTIMO ACONTECEU UM ANO ANTES DO ANIVERSÁRIO.

Fonte: Adaptado pela autora (2013)

Conforme os dizeres dos participantes notou-se que tentaram resolver o problema por meio dos conteúdos de Matemática Financeira: “*Não sei se conseguirei resolver, pois não me lembro de nenhuma fórmula ensinada na disciplina de matemática financeira*”. (Estudante B).

Os estudantes comentaram entre si: “*Considerando a forma dos problemas que resolvemos na graduação, este foge muito do que já aprendemos, não consigo pensar nem em como começar a resolvê-lo. Aplicar matemática neste tipo de situação é muito difícil*”. (Estudante D). As dificuldades em resolver o problema geraram o desinteresse de alguns estudantes.

Nessa fase, os estudantes mostravam que conheciam termos, conceitos e fórmulas, porém não conseguiam aplicar esse conhecimento científico ou escolher um método para encontrar um modelo para a situação proposta, assim como refletir sobre a adequação do método escolhido.

Uma razão para isso encontra-se na “estrutura” curricular, em que os estudantes “aprendem” a “cumprir” orientações prescritas em livros ou pelos professores para, assim, memorizá-las com o objetivo de responder “avaliações” e obter uma “nota” para a aprovação. Conforme Meyer (2011, p. 66) “os futuros professores deverão ser preparados para que eles, junto com os seus alunos, atuem como pesquisadores de sua vivência cotidiana e, a partir

delas, possam buscar os sentidos que são produzidos nas regras e convenções”. É necessário promover a alfabetização e letramento científico desses estudantes.

O PISA (2013) define o letramento científico como um conjunto de três aspectos: compreensão dos conceitos científicos, capacidade de aplicação desses conceitos científicos e pensar sob uma perspectiva científica. De acordo com o PISA (2013), os estudantes necessitam relacionar seus conhecimentos aprendidos com situações vivenciadas fora do ambiente acadêmico.

2º ENCONTRO

Em função do tempo de cada encontro, não foi possível realizar a terceira etapa da modelação no encontro anterior. Assim, este encontro foi dividido em duas etapas, cujo objetivo era verificar os modelos elaborados pelos estudantes e apresentar a solução da situação-problema, bem como os conteúdos matemáticos envolvidos.

3ª Etapa: Significação e Expressão

Nessa etapa os estudantes foram questionados sobre os modelos elaborados por eles e a solução para o problema. Solicitou-se na etapa anterior (Compreensão e Explicação) que simplesmente encontrassem uma expressão matemática para o problema proposto. Entretanto, os estudantes resolveram o problema aplicando fórmulas ou efetuando deduções. Quando questionados sobre como sabiam se a solução que haviam encontrado era correta, não apresentaram argumentação. As poucas justificativas apresentadas baseavam-se nas percepções a respeito do problema e em explicações simples.

Conforme exposto pelos estudantes verificou-se que não conseguiram encontrar uma expressão que modelasse a situação-problema e assim resolver as questões propostas de forma satisfatória. Consequentemente, não conseguiram verificar se a solução encontrada condizia com o modelo proposto para a situação-problema. Nesta etapa, os estudantes não conseguiram relacionar as informações do problema e as hipóteses, ou seja, não conseguiram explicar suas conclusões. Três estudantes apresentaram uma solução para a situação-problema, expondo que identificaram o conteúdo matemático presente no problema e de certa forma conseguiram aplicá-lo. Mas, somente um estudante conseguiu propor um modelo e uma solução adequada.

Após os estudantes terem finalizado as etapas da modelação e entregue sua resolução, apresentou-se a resolução da situação-problema, conforme as três fases da modelação. Assim, para que pudessem acompanhar a feitura do modelo, fez-se novamente a leitura do texto para melhor organizar os dados, as questões propostas e as hipóteses que auxiliariam na resolução. Como o objetivo do problema era saber (1) *Quando o Sobrinho fez o empréstimo* e (2) *Qual o dia do aniversário do Sobrinho*, consideraram-se duas hipóteses: H_1 : *Os juros são simples ou* H_2 : *Os juros são compostos*. Os estudantes conseguiram propor as questões, assim como as hipóteses. Conforme os estudantes, esta etapa de elaborar questões e hipóteses teve seu objetivo compreendido.

No primeiro momento considerou-se a seguinte hipótese: H_1 : *Os juros são simples*. Questionou-se os estudantes se os juros poderiam ser simples e todos responderam que não. Assim, questionou-se novamente porque não poderiam ser simples se eles estudavam juros simples e aplicavam seu conceito na resolução de problemas contidos em livros didáticos e outros materiais.

Estudante D: *Somente lembro que a maioria dos problemas que envolvem empréstimos não envolve juros simples, mas compostos.*

Os estudantes tentaram aplicar fórmulas e técnicas da disciplina de Matemática Financeira, entretanto não obtiveram sucesso na resolução, isso porque não conseguiam relacionar e aplicar a matemática diante de uma situação-problema. Pois, mesmo conhecendo fórmulas ou procedimentos de resolução, não sabiam o que fazer com este conhecimento. Os estudantes foram questionados se não seria possível proceder de outra maneira. Não havendo resposta, passou-se a apresentar a resolução do problema.

Para Chassot (2003), uma das ações necessárias para que ocorra alfabetização científica é que o estudante aprenda os conhecimentos científicos, mas não fique limitado somente a conhecê-los. É necessário saber como e onde aplicá-los.

Ao retomar os dados do problema, questionou-se como representariam a ocorrência de um empréstimo de R\$ 30.000,00. Um estudante disse que matematicamente isso poderia ser representado por $E(0) = 30000$. Após, questionou-se sobre como calcular os juros do empréstimo e como escrevê-los de outra maneira. Logo, os estudantes notaram que estavam utilizando o conceito de função afim para obter uma expressão que modelasse a questão 1.

Estudante D: *Eu poderia ter pensado em utilizar a função afim. Mas, como observei os termos empréstimo e juros, pensei em aplicar as fórmulas de financeira.*

Ao realizar duas tentativas para obter a função referente à questão 1, os estudantes se preocuparam em somar todo o valor, porém afirmou-se que para modelar a situação dada deveriam encontrar um modelo matemático, e questionou-se se efetuar as operações levaria tão facilmente à expressão matemática que modelava a situação. Desta forma, estipulou-se a dívida no segundo mês. Foi solicitado que realizassem mais duas etapas. Os estudantes fizeram mais duas tentativas e chegaram à função que modelava a questão 1.

Segundo Biembengut (2014), é na fase da *Compreensão e Explicação* que os conteúdos curriculares e não curriculares são ensinados, contando com apresentações de exemplos análogos. Fundamentando-se pela teoria de Biembengut (2004), foi exposta a possibilidade de ensinar o conceito e as propriedades da função afim por meio de uma situação-problema similar à situação apresentada. Como os participantes são estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, a pesquisadora não se deteve a explicitar os conceitos e propriedades da função afim, nem a resolução de exercícios ou apresentação de exemplos análogos.

Assim, passou-se à formulação do modelo para a segunda questão. Ao passar para a resolução da segunda questão, considerando ainda a hipótese de juros simples, os estudantes já tinham uma noção de como o processo iria se desenvolver.

Foi solicitado aos estudantes que estimassem os dois primeiros meses da dívida e, logo após, que fizessem mais duas estimativas e formulassem a expressão matemática para a questão 2. Novamente, iniciaram as somas e as subtrações por meio de calculadora, entretanto um dos participantes alertou que não faria diferença saberem o valor da dívida naquele momento, pois o que precisavam era de uma função ou uma expressão que modelasse o problema.

Ao realizar as estimativas, um dos estudantes disse que a resolução não era difícil, contudo o problema continha muitas “sutilezas” que deveriam ser levadas em consideração, assim como a sua interpretação. Um único estudante destacou que em todos os meses se repetia o desconto de R\$ 20.000,00 e o acréscimo dos juros de R\$ 9.000,00 e, assim propôs a simplificação da expressão, chegando à função afim que modelava a segunda questão. Este

Figura 6: Resolução conforme juros simples

H₁: Os juros são Simples

- Modelo para a questão 1:
 $E(0) = 30\,000$
 $E(1) = 30\,000 + 9\,000$
 $E(2) = 30\,000 + 9\,000(2)$

$$E(t) = 30\,000 + 9\,000t, t \geq 0$$

- Modelo para a questão 2:
 $D(0) = 140\,000$
 $D(1) = 140\,000 - 20\,000 + 9\,000$
 $D(2) = 140\,000 - 20\,000 + 9\,000 - 20\,000 + 9\,000$

$$D(t) = 140\,000 - 11\,000t, t \geq 0$$

Fonte: Adaptado pela autora (2013)

estudante foi capaz de aplicar seus conhecimentos científicos para responder a uma situação específica.

Com o objetivo de verificar se os estudantes atribuíram significado ao conteúdo exposto, foi proposto que utilizassem o modelo apresentado para responder as questões guia da situação-problema. Com o primeiro modelo já formulado, foi possível calcular a data do empréstimo sabendo que a dívida estava em R\$ 160.000,00, ou seja, o empréstimo ocorreu há 14 meses aproximadamente. Porém, para determinar a data do aniversário, a expressão que modelou o problema forneceu o resultado $t = - 20,9$.

Estudante A: *Algo está errado, pois não existe tempo negativo. O que isso quer dizer?*

Estudante J: *Não há nada errado, a hipótese está incorreta. E, justamente por ser incorreta que o tempo está negativo.*

O estudante que respondeu ao questionamento do outro, de alguma forma utilizou seu conhecimento matemático para justificar o resultado obtido, ou seja, identificou e aplicou seu conhecimento matemático em uma situação-problema. Foi explicado aos estudantes que a hipótese era falsa justamente por isso, pois se comparassem as soluções obtidas para as duas situações verificariam que a dívida teria ocorrido antes do empréstimo acontecer. Justificou-se a conclusão utilizando os resultados obtidos e por meio de representação gráfica das duas funções afins obtidas.

Nessa etapa, verificou-se que os estudantes souberam aplicar os conteúdos necessários para a obtenção da solução dos problemas propostos. Ainda, mostraram ter atribuído significado para a solução obtida e para os conteúdos matemáticos utilizados na elaboração e resolução do modelo.

Após explanação da resolução conforme a primeira hipótese e a verificação da incompatibilidade dos resultados apresentados, mostrou-se a necessidade de modificar a hipótese e retomar a matematização do problema. Os estudantes compreenderam que a técnica utilizada era inadequada e para isso fazia-se necessário modificar a hipótese do problema. Assim, o grupo passou a acompanhar a resolução da situação-problema mediante a hipótese de juros compostos.

Como os estudantes já conheciam a resolução do problema mediante a hipótese de juros simples, conseguiram elaborar, em partes, o modelo para o segundo problema, identificando e aplicando seus conhecimentos científicos. Isso mostra que tendo como base a resolução anterior, foram capazes de entender como aplicar um conteúdo matemático.

Estudante E: *Agora fica mais fácil, já temos um modelo de como fazer.*

Assim, foi possível mostrar aos estudantes como escrever juros compostos em forma de função exponencial. Para determinar quanto tempo antes a dívida ocorreu, sabendo que já estava em R\$ 160.000,00, os estudantes substituíram na função e, ao aplicar o cálculo de logaritmo, chegaram à conclusão de que a dívida havia acontecido há aproximadamente 6 meses e 11 dias. Mesmo sendo auxiliados na resolução da situação-problema, os estudantes não apresentaram dificuldades em resolver o problema aplicando conceitos matemáticos de forma direta. As principais dificuldades encontradas eram referentes à interpretação e validação dos resultados obtidos.

Os estudantes confundiam-se também ao realizar estimativas para o problema, alguns desistiam, enquanto outros se atrapalhavam tentando matematizar o problema. Assim, lhes foi apresentada a expressão que modelava o problema. Um estudante identificou o conteúdo matemático específico da expressão – progressão geométrica. Neste momento, verificou-se que a maioria dos estudantes não conseguiu entender a formulação da expressão e nem identificar a presença do conteúdo matemático específico.

Com o objetivo de determinar a solução para o problema, questionou-se qual a fórmula da soma dos termos de uma Progressão Geométrica. A maioria dos estudantes, disse não se lembrar da fórmula, pois dificilmente precisavam utilizá-la. Tal situação é decorrência de, durante a Educação Básica e Superior, estes estudantes utilizarem alguns conteúdos matemáticos somente em disciplinas específicas, nas quais aplicavam as fórmulas sem, na maioria das vezes, entender o significado de sua aplicação.

Ao retomar a fórmula e aplicá-la na segunda expressão, foram feitas as substituições necessárias, assim como se aplicou novamente o cálculo de logaritmos, chegando à solução $t = 4$ meses. A interpretação do resultado levou a concluir que dentro de quatro meses a dívida estaria em R\$ 370.000,00. Ao verificar a validade das respostas obtidas concluiu-se que eram

Figura 7: Resolução conforme juros compostos

H₂: Os juros são compostos.

- Modelo para a questão 1

$$C(0) = 30\ 000$$

$$C(1) = 30\ 000 + 0,3(30\ 000) = 30\ 000(1,3).$$

$$C(2) = C(1) + 0,3C(1) = C(1)(1,3)$$

$$= 30\ 000(1,3)(1,3) = 30\ 000(1,3)^2$$

$$C(t) = 30\ 000(1,3)^t, \text{ com } t \geq 0$$

- Modelo para a questão 2

$$D(0) = 160\ 000$$

$$D(1) = D(0) + D(0)(0,3) - 20\ 000 = D(0)(1,3) - 20\ 000.$$

$$D(2) = D(1) + D(1)(0,3) - 20\ 000 = D(1)(1,3) - 20\ 000$$

$$= [D(0)(1,3) - 20\ 000](1,3) - 20\ 000$$

$$= D(0)(1,3)^2 - 20\ 000(1,3) - 20\ 000$$

$$D(t) = D(0)(1,3)^t - 20\ 000[(1,3)^{t-1} + (1,3)^{t-2} + \dots + (1,3) + 1]$$

Fonte: Adaptado pela autora (2013)

compatíveis com o problema. Nesse momento, os estudantes conseguiram utilizar seu conhecimento científico para explicar a solução que obtiveram ao refazer o modelo.

Durante a correção das atividades, observou-se que a maioria teve dificuldades em acompanhar o processo, pois pensavam em quais fórmulas aplicar e em como utilizar todos os dados disponíveis para resolver o problema proposto. A matemática utilizada na resolução do problema limitava-se à Educação Básica e, por esta razão, os estudantes classificaram como um problema fácil de resolver, pois não exigia procedimentos matemáticos complexos.

Os estudantes ainda apontaram que raramente fazem o uso de conteúdos como a progressão geométrica, o que torna difícil lembrar-se de suas fórmulas e conceitos teóricos. Destacaram ainda que não teriam nem sequer pensado que a expressão apresentada como solução abrangeria tal conteúdo.

De acordo com Blum (2007) o foco do currículo de matemática tem sido somente na matemática pura, deixando de lado as aplicações da matemática em outras áreas do conhecimento. O autor afirma que não há transferência automática entre a matemática puramente teórica e sua aplicação em situações práticas ou problemas de outras áreas. É preciso criar situações que facilitem a aprendizagem, que desafiem os estudantes a desenvolver suas competências e, o professor não se limite apenas a transmitir conteúdos. Foi possível perceber esta necessidade nos dizeres dos estudantes:

Estudante G: *Seria interessante que o curso de matemática nos proporcionasse tratar de problemas que envolvem aplicações da matemática em outras áreas do conhecimento, pois assim nossos alunos iriam entender que a matemática se faz presente em diferentes atividades.*

Os cursos de Licenciatura em Matemática devem ter por objetivo propiciar que os estudantes tenham contato com diferentes métodos de ensino que os possibilitem “[...] compreender, julgar, fazer e usar a matemática em uma variedade de contextos intra e extramatemáticos e situações em que a matemática desempenha ou pode desempenhar um papel”. (NISS, 2003, p. 6-7). E, essas competências devem proporcionar ao futuro professor segurança para aplicar métodos de ensino diversificados, como a modelagem matemática, no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

3º ENCONTRO

Nesse terceiro encontro foi proposto aos estudantes perpassar pelas mesmas etapas da modelação, porém com outra situação-problema. Um estudante questionou se a situação-

problema seria mais difícil que a anterior. A autora da pesquisa respondeu que a situação dada exigiria um pouco mais em termos de compreensão e formulação do modelo matemático, entretanto o nível de conteúdos exigidos era de Ensino Médio.

1ª Etapa: Percepção e Apreensão

Nessa etapa, percepção e apreensão, novamente os estudantes tinham uma situação-problema para perceber e apreender dados e informações relevantes que poderiam vir a ser úteis para formular um modelo para a situação-problema.

O objetivo da leitura e discussão do texto fornecido era que se familiarizassem com o tema. Alguns questionaram se havia necessidade da apresentação de todo aquele contexto e se todos aqueles dados seriam realmente úteis. Os estudantes do segundo grupo destacaram que estava muito difícil entender a situação e o objetivo de

Figura 8: Dinâmica Populacional de uma Colmeia

Atividade 2:

Dinâmica Populacional de uma Colméia

A constituição de uma colmeia em condições normais é a seguinte:

- 1 rainha vive até 5 anos
- 400 zangões vivem até 80 dias
- 60 a 80 mil operárias vivem entre 38 e 42 dias

O número de zangões depende da abundância de alimento: e a longevidade de uma operária depende do clima e do seu período de atividade. Cabe à rainha o comando da colmeia e a reprodução; aos zangões o cruzamento com a rainha e às operárias, a limpeza dos favos, a alimentação da rainha e das larvas, a feitura do favo, do mel e da geleia real, a busca dos componentes para o alimento. A capacidade de postura da rainha vai até 3.000 ovos por dia. Uma colmeia em plena produção chega a ter entre 60 a 80 mil operárias.

Quando a rainha diminui sua postura, as operárias responsáveis pela manutenção das larvas promovem o desenvolvimento de uma nova rainha. A "nova" rainha, depois do voo nupcial em que é fecundada por alguns zangões (cerca de 8 a 10), retorna à colmeia, expulsando a "velha" rainha. A velha rainha sai e leva consigo, aproximadamente, 10.000 operárias: é o enxame voador. A natureza mostra que este enxame voador forma uma nova colmeia.

Fonte: Biembengut (1990)

“matematizar” todo aquele contexto, e ainda questionaram se era possível formular um problema e resolvê-lo com todos aqueles dados.

Nesse momento, percebeu-se que os estudantes leram a situação-problema dada e não conseguiram encontrar uma maneira de organizar ou classificar os dados contidos. Também foi exposto pelos estudantes que o problema dado era muito difícil em relação ao anterior, sendo que antes era possível ter uma noção de que conteúdo matemático seria utilizado e a quantidade de informações era menor. Conforme seus dizeres verificou-se que não conseguiam estabelecer uma relação existente entre o problema dado e a matemática, tal razão se justifica pelo fato de terem uma situação mais complexa que a anterior e não encontrarem termos que indicassem algum tipo de conteúdo matemático.

Como seguiram os procedimentos da situação anterior, os estudantes passaram à elaboração e apresentação das questões de pesquisa referente ao problema dado.

Após a apresentação e discussão das respostas e para o prosseguimento da atividade, as questões foram corrigidas. Foi possível perceber que, mais uma vez, os estudantes apontavam questões que já possuíam respostas no texto ou questões que não eram pertinentes para o contexto apresentado, sendo que nas fases anteriores discutiu-se sobre a elaboração das questões.

Assim, a cada questão apresentada, os estudantes eram questionados se a resposta não estava presente no texto ou em outro tipo de bibliografia. Ao final das discussões, considerou-se a seguinte questão: *Em quanto tempo esse enxame voador formará uma nova colmeia?*

Conforme o PISA (2009) os estudantes precisam ser competentes para extrair questões que conduzam à pesquisa de diferentes situações-problema. A dificuldade encontrada em relação a essa afirmação está relacionada, por exemplo, à maneira de como a pesquisa é conduzida em sala de aula. Quando os estudantes são instigados a desenvolver pesquisa, eles a desenvolvem no sentido de levantamento de dados ou “pegam” questões prontas em livros didáticos para resolver e formular. Essa é uma distorção no significado de pesquisar, que acaba conduzindo os estudantes a não aprenderem a realizar trabalhos de pesquisa.

Figura 9: Questões dos estudantes

Questões apresentadas pelos estudantes

- Em quanto tempo se formará uma nova colmeia?
- Em quanto tempo a rainha leva para diminuir a postura de ovos?
- Qual a quantidade de ovos que a rainha produz?
- Qual a quantidade de alimento consumido pela colmeia?
- O clima tem influencia sobre a formação da nova colmeia?
- Quanto tempo vive uma rainha? E um zangão?
- Quantos zangões têm na colmeia?
- Como se elege uma nova rainha?
- Qual a postura da rainha velha quando ela sai da colmeia?
- Qual a idade das operárias que saem com a rainha velha?
- Que fatores contribuem para a diminuição na postura de ovos da rainha?
- De quanto em quanto tempo ocorre a troca de rainha?
- Em quanto diminui a capacidade de postura da rainha?
- Quando a rainha velha sai da colmeia, ela leva consigo zangões e operárias?
- Quanto tempo dura a nova colmeia?
- Se a rainha morre no voo nupcial o que acontece com a colmeia?
- É possível estimar o tamanho da colmeia em função do numero de zangões?
- De quanto em quanto tempo se formam novas colmeias?
- É possível estimar a longevidade de uma operaria em função das condições climáticas e do seu período de atividade?

Fonte: A autora (2013)

2ª Etapa: Compreensão e Explicação

Nesta etapa procedeu-se a resolução do problema proposto. Antes da resolução foi solicitado aos estudantes que formulassem as hipóteses que auxiliariam na resolução.

Três estudantes não elaboraram nenhuma hipótese, pois disseram não saber como fazer. Durante a discussão das hipóteses, alguns destacaram que hipóteses e perguntas significavam o mesmo ou que as hipóteses são os dados do problema. Após a correção e discussão das hipóteses, os estudantes consideraram o seguinte conjunto de hipóteses para auxiliarem na resolução do problema: H_1 : *As abelhas possuem idades equidistribuídas e* H_2 : *A postura média da rainha é de 2000 ovos.*

Com hipóteses formuladas, os estudantes passaram para a “elaboração” do modelo que representaria a situação-problema. Ao acompanhar o que cada estudante estava fazendo, percebeu-se que alguns não manifestavam interesse na resolução, pois não conseguiam encontrar fórmulas ou técnicas que pudessem aplicar, ou seja, não conseguiam relacionar seu conhecimento científico de tal maneira que pudesse utilizá-lo para aplicar na situação-problema. Os participantes do primeiro grupo questionaram sobre qual conteúdo tinham que aplicar, pois o problema poderia ser de qualquer ramo da matemática.

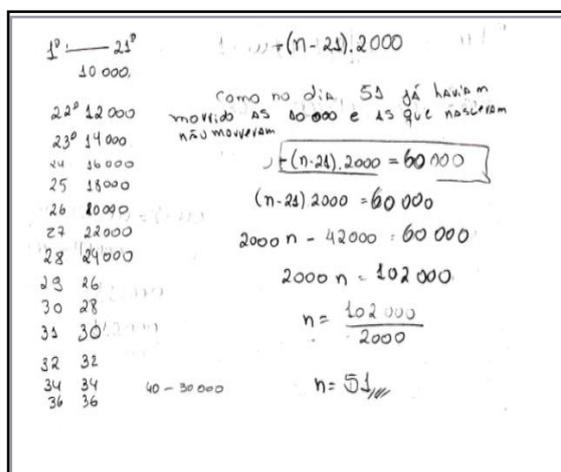
Como estes estudantes não estão acostumados a resolver esse tipo de problema percebeu-se a falta de motivação e de interesse em aprender. Somente quando eram auxiliados na resolução, demonstravam interesse em resolver o problema proposto. Nas figuras 11 e 12, verificam-se algumas soluções apresentadas pelos estudantes.

Figura 10: Hipóteses para atividade 2

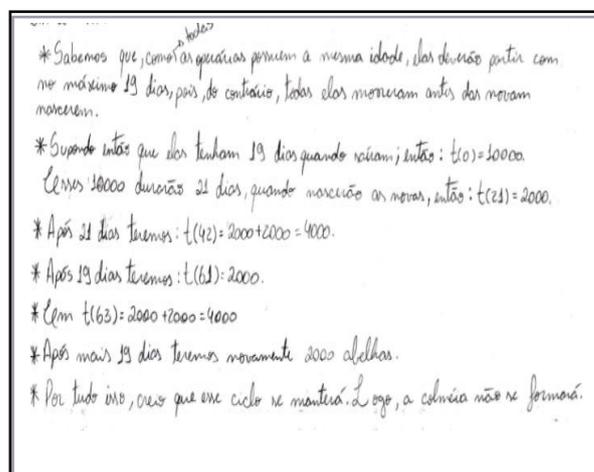
- Hipóteses elaboradas pelos estudantes**
- Até o nascimento das 2000 novas abelhas não haveria nenhuma morte.
 - As abelhas que deixaram a colmeia tem 5 dias.
 - A postura média da rainha é de 2000 ovos.
 - As abelhas possuem a mesma idade.
 - As operárias possuem no máximo 19 dias.
 - As abelhas morrem somente dentro de 40 dias.
 - Dentre as 10000 abelhas deve haver abelhas com 19 dias de vida.
 - A rainha tem menos que 5 anos.
 - Para constituir uma colmeia deve haver de 30 a 40 posturas.
 - A postura da rainha deve ocorrer entre o 1º e o 19º dia.

Fonte: A autora (2013)

Figura 11 – Resolução apresentada pelos estudantes B e C



Fonte: Adaptado pela autora (2013)



Fonte: Adaptado pela autora (2013)

Figura 12 – Resolução apresentada pelo estudante J

Supondo que as 10000 tenham 19 dias de vida, no 21º dia terão sido postos 42000 ovos, ~~mas~~ os 2000 ovos do 1º dia nascerão e as 10000 morrerão. A partir daí nascerão 2000 abelhas por dia, logo no 51º dia terão nascido 60000 abelhas e ~~terão~~ 40000 ovos na colmeia. A partir do dia 61 as primeiras 2000 nascidas no 2º dia morrerão, 2000 ovos serão postos e 2000 novas abelhas nascerão. ~~terão~~ haverá 80000 abelhas na colmeia e, pelo que foi escrito na última frase, esse número se mantém constante nos dias subsequentes.

Fonte: Adaptado pela autora (2013)

Durante o desenvolvimento de suas resoluções, um estudante argumentou:

Estudante J: *Tentarei me guiar pela resolução do modelo anterior, pois se for análogo talvez eu consiga determinar sua solução. Somente acho que este é um problema que envolverá função exponencial.*

O uso da calculadora foi novamente solicitado pelos estudantes. Portanto, verificou-se que não compreendiam a relação do problema com a matemática e nem explicavam suas soluções por meio do método que utilizaram. Ainda, foi possível observar que se focavam muito em questões que não tinham tanta importância naquele momento ou em perguntas cuja resposta estava na própria situação-problema.

Estudante D: *Vou tentar deduzir a solução logicamente. Não entendi o que fazer. Essa pergunta é difícil, e faltam dados no problema. O problema não parece coeso. Como resolverei se não sei quantas operárias tem a colmeia completa?*

Os estudantes destacaram que a situação-problema proposta era difícil pelos seguintes aspectos: continha muitos dados, o que causava confusão em classificar o que era realmente necessário para resolver o problema; muitas informações que caracterizam o contexto somente atrapalharam a resolução; não era possível perceber claramente seu objetivo; faltavam informações relevantes para a formulação do problema; era impossível saber que tipo de matemática aplicar. Entretanto, somente dois estudantes argumentaram que o objetivo e a questão de pesquisa estavam presentes no próprio texto. A maioria disse que a sua principal dificuldade estava em interpretar o problema.

Verifica-se, que mesmo após quatro anos do Curso de Licenciatura em Matemática, boa parte dos estudantes não sabe como aplicar a matemática aprendida durante este período em situações-problema de diferentes áreas do conhecimento. Conforme Blum (2007), para existir

uma aprendizagem eficaz na disciplina de matemática, é preciso ensinar aos estudantes conceitos matemáticos e, ao mesmo tempo, ensinar-lhes a ter a competência necessária para saber usar o conhecimento aprendido em situações que pertencem ao contexto matemático e as que estão em outros contextos.

4º ENCONTRO

Em função do tempo de cada encontro, não foi possível realizar a terceira etapa da Modelação no encontro anterior. Assim, este encontro foi dividido em duas etapas, cujo objetivo era verificar os modelos elaborados pelos estudantes e apresentar a solução da situação-problema, bem como os conteúdos matemáticos envolvidos.

3ª Etapa: Significação e Expressão

Nesta etapa os estudantes foram questionados sobre os modelos e a solução para o problema. Os estudantes tinham sido orientados para que, na etapa anterior (Compreensão e Explicação), simplesmente encontrassem uma expressão matemática para o problema proposto. Entretanto, resolveram o problema aplicando fórmulas ou efetuando deduções. Verificou-se que não conseguiram encontrar uma expressão que modelasse a situação-problema e assim resolver as questões propostas de forma satisfatória, e por consequência, não conseguiram verificar a confiabilidade da solução encontrada. Após finalizarem a atividade, apresentou-se a resolução da situação-problema conforme as três fases da modelação.

A leitura do texto foi realizada novamente para melhor organizar os dados, as questões de pesquisa e as hipóteses que auxiliariam na resolução. A questão guia considerada pelos estudantes era: *Em quanto tempo se formará uma colmeia em condições normais?* Para auxiliar na busca pela resposta à questão considerou-se o seguinte conjunto de hipóteses: H_1 : *As abelhas têm idades equidistribuídas* e H_2 : *A postura média da rainha é de 2 000 ovos por dia.*

De acordo com a primeira hipótese, apresentou-se a elaboração do modelo matemático para a situação-problema dada. Durante a resolução, pontuaram-se os conteúdos matemáticos envolvidos na elaboração do modelo e questionou-se a respeito da resolução.

Foi possível perceber que os estudantes estavam compreendendo a resolução do problema e que entendiam a aplicação dos conteúdos matemáticos exigidos. Entretanto, atrapalhavam-se em utilizar os dados do problema, pois argumentavam que eram muitas informações e não conseguiam selecionar ou saber quais eram úteis. Assim, muitas vezes durante a resolução do problema, houve a necessidade de retomar os dados contidos no problema para justificar a aplicação matemática.

Após a apresentação da resolução da situação-problema e a conclusão de que o modelo não era válido, pois o crescimento populacional não é descrito por função afim, os estudantes ressaltaram que a matemática do problema era de Ensino Médio, o que faz com que o problema não seja difícil. Porém, os estudantes apresentaram os seguintes dizeres:

Estudante A: *É difícil resolver estes problemas porque estamos acostumados a resolver os problemas relacionados à disciplina que estamos estudando. Logo, sabemos, por exemplo, que o problema tratará de cálculo, de equações, dentre outros.*

Estudante G: *O difícil deste problema era que não havia uma informação específica que indicava prontamente o que usar. As hipóteses eram as guias para a resolução, assim sem saber levantar e utilizar hipóteses não seria possível determinar uma solução. Não estamos acostumados a pensar desta forma.*

Maaß (2010) destaca que se espera que os estudantes sejam capazes de extrair questões matemáticas de diferentes áreas do conhecimento e da própria matemática e, desenvolver suas soluções aplicando a matemática de forma significativa e satisfatória. E isto,

Figura 13: Resolução conforme hipótese 1.

H₁: As abelhas tem idades equidistribuídas e a rainha tem postura média de 2 000 ovos por dia

Idades equidistribuídas = morrem 250 abelhas por dia.

1º período: Somente houve mortes
 $P(0) = 10\ 000$
 $P(1) = 10\ 000 - 250$
 $P(2) = 10\ 000 - 250(2)$

$$P(t) = 10\ 000 - 250t, 0 \leq t < 21$$

2º período: Ocorrem mortes e nascimentos
 $P(20) = 10\ 000 - 250(20) = 5\ 000$
 $P(21) = 5\ 000 - 250 + 2000 = 5\ 000 + 1750$
 $P(22) = 5\ 000 - 250 + 2000 - 250 + 2000 = 5\ 000 + 1750(2)$

$$P(t) = 1750t - 30\ 000, 21 < t < 40$$

3º período: Não ocorrem mortes
 $P(40) = 1750(40) - 3000 = 40\ 000$
 $P(41) = 40\ 000 + 2000$
 $P(42) = 40\ 000 + 2000(2)$

$$P(t) = 2000t - 40\ 000, 41 \leq t < 60$$

4º período: Morte das abelhas que nasceram no 21º dia e nascimento de novas abelhas
 $P(60) = 80\ 000$
 $P(61) = 80\ 000 - 2000 + 2000$

$$P(t) = 80\ 000, t > 60$$

Fonte: Adaptado pela autora (2013)

novamente, aponta para a necessidade de repensar a formação do estudante de matemática, assim como a estrutura curricular das Licenciaturas em Matemática.

Sendo verificado que o modelo não atendeu as condições do problema, foi preciso retornar a segunda etapa (Compreensão e Explicação) e modificar as hipóteses do problema. Nenhum estudante apresentou novas hipóteses, assim forneceu-se um novo conjunto de hipóteses H_1 : *A morte das abelhas é proporcional à quantidade que se tem de abelhas a cada instante*, e H_2 : *Postura média da rainha é de 2 000 ovos por dia*. Passou-se, então, para o momento de retomar a segunda etapa da Modelação e encontrar um modelo ótimo para a situação apresentada.

Conforme os dizeres dos estudantes, o conjunto de hipóteses fornecido era mais difícil de compreender que o anterior. Alguns se concentraram em tentar resolver, enquanto outros pareciam dispersos e desmotivados. Outros conseguiram dar início à resolução do problema, enquanto alguns afirmaram não compreender o solicitado e escreveram o que lhes parecia justificar uma solução para o problema. Nas figuras 14 e 15, observam-se algumas soluções apresentadas pelos estudantes.

Figura 14 – Resolução apresentada pelo estudante F

$$\frac{dP}{dt} = K \cdot S$$

$$P(t) = 10000 - K \Delta S \Rightarrow \int_1^2 P dt = \int_1^2 (10000 - K ds)$$

$$\Delta P(t) = 10000 - K(S_2 - S_1)$$

$$P_f = P_i + 10000 S_1 - K(S_2 - S_1)$$

$$P = K ds \cdot (dt) \Rightarrow \int_1^2 P dt = \int_1^2 K ds \Rightarrow \Delta P = K \cdot \Delta S, S = \text{ABELHAS VIVAS (S) (SUPERVIVENCIA)}$$

$$P_f = P_i + K \cdot \Delta S$$

$$P_f = 10000 + K(S - S^0)$$

$$P_f = 10000 + e^{K \Delta S}$$

$$P_f = 10000 / \text{SUPERVIVENCIA QUE POR DIA MORREM 250.}$$

$$T.M = \frac{250}{1000} = 0,25 = 2,5\% \text{ DE ABELHAS MORTAS POR DIA.}$$

$$P = 10000 + (10000)^{-0,025 \cdot t}$$

$$50000 = 10000 - 10000 e^{-0,025 \cdot t}$$

$$50000 = 10000 e^{-0,025 \cdot t}$$

$$h = 0,025 \cdot t = 2,5$$

$$t = 64 \text{ DIAS PARA FORMAÇÃO DA NOVA COLÔNIA.}$$

Fonte: Adaptado pela autora (2013)

Figura 15 – Resolução apresentada pelo estudante F

(1) Como a longevidade das abelhas é de 40 dias, podemos supor, a fim de obtermos uma boa aproximação, que morrerão 10000 abelhas em 40 dias, o que nos dá uma média de 250 mortes por dia. Como existe uma proporção entre o número de mortes e o total de abelhas em cada instante, vemos que, para um número n de abelhas, a taxa de mortes é dada por

$$\frac{10000}{n} = \frac{250}{x} \Rightarrow \boxed{x = 0,025n}$$

Analogamente a taxa de sobrevivência é de $97,5\% = 0,975$. Tomando $(0,975)^{20} \cdot 10000 \approx 6027$, vemos que sobram 6027 abelhas no 20º dia.

A partir daí o nº de abelhas em cada dia subsequente (n_k) será dado pela seguinte relação:

$$n_{k+1} = (n_k + 2000) \cdot 0,975,$$

Já que começam a nascer 2000 abelhas por dia e a taxa de mortes (e de sobrevivência) é constante.

Para resolver a relação acima vamos fazer o seguinte:

$$\begin{aligned} n_{k+1} &= 0,975n_k + 1950 \\ 0,975n_k &= 0,975^2n_{k-1} + 1950 \cdot 0,975 \\ 0,975^2n_{k-1} &= 0,975^3n_{k-2} + 1950 \cdot 0,975^2 \\ 0,975^3n_{k-2} &= 0,975^4n_{k-3} + 1950 \cdot 0,975^3 \\ &\vdots \\ 0,975^{k-2}n_3 &= 0,975^{k-1}n_2 + 1950 \cdot 0,975^{k-2} \\ 0,975^{k-1}n_2 &= 0,975^k n_1 + 1950 \cdot 0,975^{k-1} \end{aligned}$$

Multiplicamos a 2ª eq. por 0,975, a 3ª por 0,975², e assim por diante.

(2) Somando tudo temos:

$$n_{k+1} = 0,975^k n_1 + 1950(1 + 0,975 + \dots + 0,975^{k-1})$$

Tomando $n_1 = 6027$, já que a relação vale a partir do 21º dia, chegamos em

$$\boxed{n_{k+1} = 78000 - 71973 \cdot 0,975^k}$$

Para $n_{k+1} = 50000 \Rightarrow 78000 - 71973 \cdot 0,975^k$, resolvemos para k :

$$\begin{aligned} 50000 - 78000 &= -71973 \cdot 0,975^k \\ 28000 &= 71973 \cdot 0,975^k \\ 0,389034 &= 0,975^k \\ \frac{\log 0,389034}{\log 0,975} &= k \\ \boxed{k \approx 38} \end{aligned}$$

Portanto após 58 = 20 + 38 dias teremos uma população de, aproximadamente 50000 abelhas.

Fonte: Adaptado pela autora (2013)

Ao acompanhar os estudantes na resolução das situações-problema, observou-se que todos se pautavam na resolução anterior na busca por similaridades, com o objetivo de mudar dados ou seguir o mesmo processo, ou seja, ficou claro que eles seguiam um “modelo” para tentar resolver. Porém, aos poucos desistiam porque não conseguiam alcançar tal objetivo. Desmotivados, a maioria dos estudantes entregou logo, pois ressaltaram que não pensavam que seria tão difícil, já que conheciam a resolução do anterior. Somente dois participantes persistiram na tentativa de encontrar o modelo matemático para a situação-problema dada.

O acontecimento relatado mostra mais uma vez que os estudantes podem ter estudado matemática de forma exaustiva durante suas graduações, porém o que aprenderam, quase

sempre, não estabelecia conexões com outras áreas do conhecimento ou com áreas da própria matemática, e isso implica em não serem capazes de aplicar seus conhecimentos científicos.

Os futuros professores e estudantes de matemática precisam ter contato com situações que os propicie “[...] ir além do conhecimento escolar, examinando a capacidade dos alunos de analisar, raciocinar e refletir ativamente sobre seus conhecimentos e experiências, enfocando competências que serão relevantes para suas vidas futuras”. (PISA, 2006, p. 33). Para isso é necessário que ao ensinar matemática, os professores disponham “de um conjunto de exemplos interessantes de como os diversos conceitos matemáticos se fazem presentes nas atividades diárias das pessoas, sejam no lazer, sejam na atuação profissional em qualquer área do conhecimento”. (BIEMBENGUT, 2014).

5ª Encontro

Neste último encontro, faltaram três integrantes do grupo 1, já no segundo grupo todos os participantes compareceram. Este encontro tinha por objetivo que os estudantes validassem os modelos matemáticos que tinham formulado no encontro anterior. Também, foi apresentada a resolução da situação-problema mediante o conjunto de hipóteses fornecido no encontro anterior.

3ª Etapa: Significação e Expressão

Em virtude do tempo, no encontro anterior não fora realizada a terceira etapa da Modelação (Significação e Expressão). Conforme já explicitado, essa etapa consiste em resolver a situação-problema em termos do modelo matemático. É a fase em que se verifica se o modelo apresentado atendeu às necessidades que o geraram. Somente dois estudantes realizaram essa etapa, pois os outros não conseguiram formular uma expressão para modelar a situação-problema dada.

Após os dois estudantes terem verificado se o modelo que encontraram era adequado para o problema dado, passou-se a apresentar a resolução da

Figura 16: Dados da atividade 2

Dinâmica Populacional da Colmeia	
- Rainha	Funções: reprodução e comando. 2000 ovos/dia (21 dias para eclodir) Período de vida: 5 anos.
- 400 zangões	Funções: reprodução Período de vida: 80 dias
- 60 a 80 mil operárias	Funções: faxineira, nutriz, engenheira Período de vida: 40 dias

Fonte: A autora (2013)

situação-problema aos estudantes mediante as três fases da modelação.

Realizou-se, novamente, a leitura da situação-problema e fez-se juntamente com os estudantes um esquema, com objetivo de organizar os dados. Ao realizar o esquema, os estudantes destacaram que ficou mais fácil verificar quais os dados que seriam úteis para a resolução do problema. Assim, com os dados organizados, os estudantes sabiam que deveriam responder à seguinte questão: *Em quanto tempo se formaria uma nova colmeia (60 000 a 80 000 operárias)?*

Os estudantes verificaram que, anteriormente, ao resolver a situação-problema proposta, o conjunto de hipóteses considerado era falso, ou seja, ao matematizar o problema e fazer sua interpretação gráfica percebeu-se que a população crescia de forma linear. Assim, foi fornecido um novo conjunto de hipóteses: H_1 : *A taxa de sobrevivência é proporcional à população e H_2 : Postura média da rainha é de 2 000 ovos por dia.*

Os estudantes questionaram a diferença entre o primeiro e o segundo conjunto de hipóteses, e o que queria dizer a taxa de sobrevivência ser proporcional à população. Explicou-se que no primeiro conjunto de hipóteses, as abelhas morreriam somente quando estariam velhas, ou seja, quando completassem 40 dias, o que era absurdo. O segundo conjunto de hipóteses afirmava que as abelhas poderiam morrer com qualquer idade, a qualquer momento, o que se aproximava da real situação.

Após interpretar o conjunto de hipóteses, o grupo de estudantes ressaltou que, ao considerar a segunda hipótese, deveriam encontrar uma taxa de sobrevivência e de mortalidade para a população de abelhas. Ao encontrar essas taxas, os estudantes foram questionados sobre o que fazer, e não se obteve resposta. Então, mostrou-se que a taxa de mortalidade incidiria sobre a população inicial e assim sucessivamente descrevendo uma função exponencial.

Figura 17: Resolução conforme hipótese 1

H_2 : A taxa de sobrevivência é proporcional a população e a rainha tem postura média de 2 000 ovos por dia

Taxa de mortalidade = 250 = 2,5%
Taxa de sobrevivência = 97,5%

1º Período: Ocorrem somente mortes
 $P(0) = 10\,000$
 $P(1) = 10\,000(0,975)$
 $P(2) = P(1)0,975 = 10\,000(0,975)^2$
 $P(3) = P(2)0,975 = 10\,000(0,975)^3$

$$P(t) = 10\,000(0,975)^t, 0 \leq t < 21$$

2º Período: Passam a ocorrer nascimentos
 $P(20) = 10\,000(0,975)^{20}$
 $P(21) = [P(20) + 2000]0,975 = 10\,000(0,975)^{21} + 2000(0,975)$
 $P(22) = [P(21) + 2000]0,975 = 10\,000(0,975)^{22} + 2000[(0,975)^2 + (0,975)]$
 $P(23) = [P(22) + 2000]0,975 = 10\,000(0,975)^{23} + 2000[(0,975)^3 + (0,975)^2 + (0,975)]$

$$P(t) = 10\,000(0,975)^t + 2000[0,975^{t-20} + 0,975^{t-21} + \dots + 0,975]$$

Fonte: Adaptado pela autora (2013)

Ao equacionar o período em que somente houve mortes, os estudantes perceberam que precisavam considerar agora o período em que passavam a ocorrer nascimentos, ou seja, o vigésimo primeiro dia. Entretanto, foi-lhes ressaltado que precisavam lembrar que como morriam abelhas com qualquer idade, poderiam morrer abelhas durante o nascimento, logo a taxa de mortalidade continuava a incidir sobre a população que estava se formando.

Os estudantes realizaram tentativas para os dias que transcorriam com o objetivo de equacionar o problema, porém nenhum apontou a expressão matemática. Após estimar algumas etapas, apresentou-se que a expressão que modelava o problema tratava de uma progressão geométrica.

No primeiro modelo, os estudantes utilizaram o conceito de progressão geométrica para matematizar a situação-problema, entretanto não conseguiram utilizá-lo novamente na segunda situação-problema. Tal razão pode ser justificada por julgarem que realmente entenderam a resolução da situação anterior, quando na verdade entenderam o procedimento, mas não atribuíram significado para sua aplicação em uma nova situação-problema.

Ao passar para a validação do modelo encontrado e determinar a solução da situação-problema em termos do modelo encontrado, os estudantes foram questionados se no primeiro modelo não havia sido usado o conceito de progressão geométrica.

Estudante D: *Foi utilizada a progressão geométrica no problema anterior, mas mesmo assim é difícil perceber quando devemos aplicar um conteúdo matemático que fazemos pouco uso.*

Para resolver o problema utilizou-se novamente a soma de termos da progressão geométrica e o cálculo de logaritmos, chegando à conclusão de que a colmeia se constituiria em 60 dias. Apresentou-se a representação gráfica que auxiliava na interpretação e na validação da situação-problema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO

Neste capítulo apresentou-se a descrição das atividades realizadas com dois grupos de estudantes de Licenciatura em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior do Estado do Rio Grande do Sul. Essas atividades foram elaboradas e realizadas conforme as fases da modelação propostas por Biembengut (2009): 1ª percepção e apreensão, 2ª compreensão e explicação e 3ª significação e expressão, com o objetivo de *identificar a competência*

científica em modelagem matemática dos estudantes de Licenciatura em Matemática. Listam-se, a seguir, ocorrências durante os encontros, de acordo com as três fases da modelação:

1º Fase – Percepção e Apreensão

Nesta fase, os estudantes se inteiraram do contexto e das informações contidas nas situações-problema, pois necessitavam utilizá-las nas etapas seguintes, distinguindo quais precisavam realmente utilizar.

Durante esta fase, os estudantes puderam perceber, por meio das atividades que realizaram, onde era utilizada a matemática que aprendiam. Entretanto, o único reconhecimento matemático ocorreu na primeira situação-problema onde afirmaram que o problema era de Matemática Financeira porque se tratava de empréstimo. Não refletiram e não perceberam que poderiam utilizar outros tipos de matemática no problema, e não necessariamente o conteúdo de Matemática Financeira. Na segunda situação-problema, foi possível perceber que não haviam relacionado o problema a um conteúdo matemático e que estabeleciam relações somente a partir do que observavam.

2º Fase – Compreensão e Explicação

Na segunda etapa da modelação, os estudantes apresentaram, por meio de suas falas e das resoluções que tiveram dificuldades em aplicar o conteúdo matemático aprendido durante sua Educação Básica e Licenciatura em Matemática na resolução dos modelos. Outra dificuldade apresentada foi a elaboração hipóteses. Confundiram hipótese com dados, com pergunta e mesmo tendo a hipótese correta para utilizar como auxílio na situação-problema, expressaram não entender a sua utilidade e sua função de determinar o conteúdo matemático a ser utilizado.

Os estudantes conheciam os conceitos de progressão geométrica, logaritmos e função afim, mas não conseguiram aplicá-los nos problemas propostos. Na verdade, conheciam os conceitos, mas não compreendiam realmente, pois não os puderam reconhecer quando era solicitado que os usassem.

3º Fase – Significação e Expressão

Para avaliar os modelos, os estudantes foram questionados sobre se os procedimentos matemáticos que utilizaram eram apropriados para determinar a solução para as situações-problema. Para conseguir realizar tal reflexão, precisavam ter conhecimento desses conceitos e saber aplicá-los. Mesmo necessitando refazerem os modelos, os estudantes apresentaram dificuldades na aplicação dos conceitos matemáticos. Essa etapa favoreceu aos estudantes a compreensão da relação entre os conceitos matemáticos e suas aplicações em diferentes áreas do conhecimento.

Com a descrição das atividades aplicadas aos estudantes, às observações realizadas pela autora da pesquisa e as teorias do mapa teórico, é possível fazer a análise da competência científica desses estudantes, que se apresenta no mapa de análise, capítulo 4.

CAPÍTULO IV – MAPA DE ANÁLISE

Neste mapa de análise, fez-se a interação entre os mapas teórico e de campo, com o objetivo de *identificar a alfabetização e competência científica em modelagem matemática do estudante de Licenciatura em Matemática*. Para a análise da pesquisa foi preciso saber “identificar a estrutura e os traços dos entes pesquisados, julgar sobre o que é relevante e respectivo grau de relevância, conjugar os dados e organizá-los de forma a delinear um mapa, satisfazendo, assim, as exigências da pesquisa” (BIEMBENGUT, 2008, p. 118).

Conforme pontuações efetuadas no final do mapa teórico, considera-se que o estudante de Licenciatura em Matemática:

- está alfabetizado cientificamente se conhece a matemática curricular, sabe aplicá-la na solução de situações diversas, compreende a consequência e a validação desta solução;
- têm competência para fazer modelagem matemática se executa os processos envolvidos na elaboração e na formulação de modelos matemáticos.

Baseado nessas afirmações assume-se como categorias de análise: (1) saber aplicar matemática – alfabetização; (2) saber fazer modelagem – competência. Para poder analisar os dados empíricos desta pesquisa, além da literatura base anunciada, utiliza-se as três fases do processo de Modelagem na Educação, definida por Biembengut (2014) e adapta-se este processo, os níveis de competências de modelagem estabelecidos por Ludwig e Xu (2010). As categorias utilizadas apresentam-se no Mapa 16, a seguir.

Mapa 17 – Categorias de análise

	Alfabetização	Competência	Grau
Percepção e Apreensão	Reconhecer	Entende a situação-problema	1
	Familiarizar	Levanta questões pertinentes	1
Compreensão e Explicação	Compreender	Relaciona a situação-problema com a matemática	1
	Formular	Levanta hipóteses e reconhece a matemática requerida na formulação	3
	Solucionar	Soluciona a situação-problema a partir do modelo	1
Significação e Expressão	Interpretar	Analisa o resultado	1
	Validar	Valida a solução a partir dos dados	2

Fonte: A autora (2013).

A pontuação total, obtida por meio da soma da atribuição de graus, permite classificar os estudantes nos seguintes níveis de competência científica descritos no Mapa 17.

Mapa 18 – Níveis de Competência Científica

Nível	Pontuação
1	1 – 2
2	3 – 7
3	8 – 10

Fonte: A autora (2013)

Este capítulo divide-se em: 4.1 *Análise das atividades* e 4.2 *Conclusão e Recomendações*.

4.1 ANÁLISE DAS ATIVIDADES

A análise é realizada com base na descrição dos encontros com os estudantes dos dois grupos que participaram da pesquisa e nas atividades realizadas. Todos os participantes são estudantes de uma Instituição de Ensino Superior do estado do Rio Grande do Sul.

De acordo com o capítulo 3, seção 3.1, participaram da pesquisa 10 estudantes. Tal aplicação se desenvolveu em cinco encontros, com duração de 2h/a. Esses estudantes participaram da aplicação de modelação com os temas *Dívida do Sobrinho e Dinâmica Populacional de uma Colmeia*, na qual perpassariam pelas etapas da modelagem “refazendo” os respectivos modelos. A aplicação de Modelação realizou-se seguindo as três fases de modelação, propostas por Biembengut (2009): *percepção e apreensão, compreensão e explicação e representação e expressão*. Passa-se a análise, que se apresenta com base nas categorias anteriormente descritas e nas três fases de Modelação. A análise das atividades realizadas pelos grupos é descrita de maneira conjunta.

1ª FASE - PERCEPÇÃO E APREENSÃO

Nesta fase objetivou-se que os estudantes percebessem os temas, *Dívida do Sobrinho e Dinâmica Populacional de uma Colmeia*, e apreendessem o maior número possível de informações. Em cada um dos temas propôs-se a leitura de textos informativos e que, os estudantes identificassem e organizassem os dados e informações. Segundo Sasseron (2013, p. 1) é fundamental que os estudantes saibam “[...] reconhecer informações, selecionar e organizar aquelas que são relevantes, além de perceber e analisar como certos fatos se relacionam e interagem”, o que contribui para sua alfabetização científica.

Com o objetivo de estimular os estudantes, que haviam se disposto a participar da pesquisa, fez-se uma explanação dos temas. Isso possibilitou verificar o interesse dos estudantes e se tinham conhecimento prévio do assunto. Por meio de seus dizeres, os estudantes mostraram entender as situações-problema propostas, o que expressa *alfabetização e competência em relação a reconhecer e entender problemas*, assim atribui-se aos participantes o *grau 1* da competência científica.

O entendimento das situações possibilitou que os estudantes levantassem questões, cujo objetivo consistia em delimitar cada situação-problema. Os estudantes apresentaram questões pertinentes para as situações propostas. Isso mostra que ao perceberem e apreenderem os dados e informações, contidos nos problemas, conseguiram delimitar seu campo de estudo, além de compreenderem como tais informações se relacionam. Por esse motivo, atribuiu-se *grau 1* aos estudantes, o que indica que demonstraram *familiarização* com os dados apresentados nas situações-problema e a competência em *levantar questões pertinentes* para os assuntos a serem modelados. O PISA (2013, p. 2) destaca que “os estudantes devem ser capazes não apenas de resolver problemas, mas também de propor [...]”.

Após a explanação dos temas, os estudantes foram questionados sobre a relação entre os temas e a matemática. Na primeira situação, *Dívida*, os estudantes afirmaram que o tema estava relacionado à Matemática Financeira, o que mostra certa alfabetização, pois, de alguma maneira, associaram a situação-problema a esta disciplina aplicada, por reconhecerem termos contidos no texto informativo.

De certa forma, notou-se que os estudantes apenas identificaram os termos financeiros presentes na primeira situação-problema, o que os levou a concluir que tratava de um problema relacionado à Matemática Financeira. Esta conclusão, porém, estava baseada naquilo que percebiam nos dados, tanto que não conseguiram apontar outros conteúdos matemáticos que pudessem estar relacionados ao tema proposto.

No que diz respeito à segunda situação, *Dinâmica Populacional*, não pontuaram nenhuma relação matemática presente, isso se justifica por não encontrarem termos que os remetesse a um conteúdo matemático específico. Os estudantes verificavam a presença dos conteúdos matemáticos, somente de acordo com as informações e termos presentes na situação-problema. Isso mostra que seu conhecimento sobre o tema era limitado.

Uma razão de identificarem somente o conteúdo de Matemática Financeira, e não outros conteúdos matemáticos que fazem parte do Ensino Básico e Médio, justifica-se por não estarem familiarizados com propostas similares às atividades. Estão acostumados a fazer

exercícios específicos, em disciplinas específicas, onde sabem que conteúdos utilizar para resolvê-los. Segundo o PISA (2013, p. 2) espera-se que os estudantes “[...] reconheçam e extraiam a matemática incluída na situação e empreguem-na para desenvolver seus próprios modelos e estratégias”.

Assim, identificou-se, nas respostas dos estudantes, que na fase percepção e apreensão, os estudantes estão alfabetizados e possuem competências no que diz respeito ao reconhecimento e familiarização com as situações-problema. Durante suas respostas e pontuações, foi possível verificar que compreendiam as situações propostas, que tinham competência para reconhecer elementos essenciais para o desenvolvimento da modelação. Isso indica a presença das seguintes competências científicas: entender a situação-problema e levantar questões pertinentes. Em ambas as categorias os estudantes obtiveram grau *I*, o que lhes confere 2 pontos, ou seja, estes estudantes já encontram-se no *nível I* da competência científica, em relação à primeira etapa da modelação.

Para que os estudantes possam desenvolver atividades de modelação matemática é fundamental perceberem dados e informações contidas nas situações a serem analisadas. O fato de não conseguirem relacionar a situação-problema com a matemática, indica a necessidade de aprimorar sua alfabetização e competência científica. Segundo Chassot (2003) para que ocorra a alfabetização científica é necessário que a pessoa aprenda os conhecimentos científicos, mas não fique limitada somente a conhecê-los. É preciso que seja competente para saber onde e como aplicá-los.

Perrenoud (1999b, p. 7) define a competência como a “capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles”. De acordo com o INEP (2013), as competências necessárias ao letramento científico são: identificar questões científicas, explicar fenômenos cientificamente e utilizar evidências científicas.

2ª FASE - COMPREENSÃO E EXPLICAÇÃO

Nesta segunda fase, conforme consta no mapa teórico, os estudantes deveriam formular e resolver as situações-problema. Para isso, precisavam, inicialmente, buscar uma relação entre a situação-problema e a matemática e, formular hipóteses para assim saber qual conteúdo matemático seria requerido na formulação do modelo.

A única relação que estabeleceram, entre a matemática e as situações-problema, dizia respeito à primeira situação por essa conter terminologia da disciplina de Matemática Financeira. Quando solicitados a formularem hipóteses, grande parte dos estudantes não propôs hipóteses adequadas para utilizar nas situações-problema. Um dos estudantes destacou: “*Não sei como elaborar hipóteses!*”. Tal situação mostra que os estudantes não estão cientificamente alfabetizados em relação à elaboração de hipóteses, e assim não expressam competência na sua formulação, logo não foi atribuído nenhum grau de competência aos estudantes. De acordo com o PISA (2013, p. 2) espera-se “[...] que os estudantes matematizem ou conceituem situações, ou seja, reconheçam e extraíam a matemática incluída na situação e empreguem-na para desenvolver seus próprios modelos e estratégias”.

Baseados numa breve reflexão sobre a situação-problema e as relações entre seus elementos, os estudantes conseguiram elaborar hipóteses somente para a primeira situação. Foi necessário fornecer as hipóteses para a elaboração do modelo da segunda situação-problema. Conforme Sasseron (2013, p.10) as atividades que almejam a alfabetização científica devem “[...] desenvolver em uma pessoa qualquer a capacidade de organizar seu pensamento de maneira lógica, além de auxiliar na construção de uma consciência mais crítica em relação ao mundo que a cerca”. Nas atividades de modelação, o estudante é instigado a organizar seu pensamento, de forma que associe elementos, fatos e conteúdos para a elaboração do modelo matemático.

Na formulação e resolução das situações-problema, os estudantes mostraram desinteresse por não saberem como começar o processo. Para estimulá-los, foram fornecidas dicas e pontuações sobre os temas. Os estudantes não utilizaram as hipóteses formuladas para a elaboração dos modelos. Isso mostra que não compreenderam que as hipóteses eram importantes para o desenvolvimento do processo, pois elas determinariam o conteúdo matemático a ser aplicado. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) a descrição das situações-problema, em termos matemáticos, é realizada a partir da formulação e simplificação de hipóteses.

Durante a formulação dos modelos, os estudantes tentaram aplicar fórmulas, porém não obtiveram sucesso. Isso mostra que não conseguiram relacionar as informações contidas em cada problema com seus conhecimentos matemáticos. Em grande parte das resoluções, referentes ao primeiro tema, os estudantes utilizaram procedimentos de Matemática Financeira, desde a terminologia das fórmulas até os esquemas explicativos. Os estudantes

que tentaram aplicar as fórmulas deixaram sua resolução indicada, já os que não conseguiram, escreveram um parágrafo qualquer para justificar algo que achavam que poderia ser correto.

Um único estudante conseguiu formular os modelos matemáticos para as duas situações propostas. Assim, ele apresentou competência em levantar hipóteses e reconhecer a matemática requerida na formulação do modelo. A este estudante atribuiu-se o *grau 3 de alfabetização e competência científica*. Além disso, o estudante conseguiu aplicar conteúdos matemáticos e propor um modelo para as situações-problema, porém não conseguiu explicar suas conclusões, assim ele mostrou ser alfabetizado e competente para solucionar situações-problema. O fato de apresentar tal alfabetização aponta que este estudante tem competência para solucionar situações-problema por meio do modelo matemático elaborado, o que lhe confere *grau 1*.

Os demais estudantes não chegaram a soluções satisfatórias, por meio da aplicação de fórmulas. Isso porque, não conseguiam integrar teoria e prática para solucionar situações-problema de diferentes áreas do conhecimento. Estes estudantes não conseguiram expressar matematicamente a situação-problema e nem propor uma solução.

Conforme Biembengut (2014), “a utilização de questões ou atividades que integrem outras áreas do conhecimento, indica que aliar a matemática à realidade possibilita que os estudantes não apenas tenham conhecimentos matemáticos, mas também, desenvolvam competências para solucionar problemas não matemáticos”.

Por não estar acostumada com esse tipo de atividade, grande parte dos estudantes não as realizou por completo, mesmo que o conteúdo requerido para tais atividades fosse de Ensino Fundamental e Médio. Conforme os dizeres dos estudantes notou-se que eles acharam difícil resolver este tipo de situação-problema: *É difícil resolver problemas como estes, nós estamos acostumados a resolver exercícios específicos, ou seja, se estamos estudando cálculo, o exercício envolve aplicar cálculo. Estes problemas não são específicos de uma disciplina, então parece impossível ficar pensando em uma solução.*

De acordo com Kaiser (2006), os futuros professores precisam aprender a fazer modelagem para aplicá-la em suas aulas. É preciso selecionar atividades que integrem diferentes áreas do conhecimento para desenvolver o processo de modelagem no Ensino, com o intuito de estimular e aperfeiçoar a competência e alfabetização matemática dos estudantes.

Foi preciso apresentar passo a passo a resolução das situações-problema, para que os estudantes identificassem os conteúdos matemáticos presentes na situação-problema e refletissem sobre seu processo de ensino e aprendizagem. Eles mostraram dificuldades em:

aplicar a fórmula da soma dos termos da Progressão Geométrica; generalizar expressões matemáticas; compreender etapas do processo; compreender que não precisavam, necessariamente, fazer o uso de fórmulas da Matemática Financeira.

Mesmo não conseguindo formular hipóteses e um modelo satisfatório, os estudantes conseguiram resolver a situação problema em termos do modelo, o que mostra sua alfabetização em solucionar problema. Atribuiu-se a tal situação, o *grau 1* da escala de competência científica.

As dificuldades ocasionaram desinteresse nos estudantes. Conforme Blum (2007), alguns educadores acreditam que quando a pessoa aprende matemática de forma teórica e satisfatória, ela é capaz de aplicá-la em diferentes situações-problema sem mais estudar sobre o assunto. Segundo o autor, existem estudos que apontam que não há evidências de uma transferência automática em se ter aprendido matemática teórica e ter competência para aplicá-la em outras áreas do conhecimento.

Blum (2007) ainda destaca que uma aprendizagem eficaz na disciplina de matemática, implica em ensinar aos estudantes os conceitos matemáticos e, ao mesmo tempo, ensinar-lhes a ter a competência necessária para saber usar o conhecimento aprendido em situações que pertencem ao contexto matemático e que estão em outros contextos.

Os estudantes foram questionados sobre alguns conceitos matemáticos presentes nas situações-problema, tais como proporção e taxas. As respostas aos questionamentos indicaram que eles sabiam os significados dos conceitos de proporção e taxas, porém não os identificavam na situação-problema e como consequência eles não sabiam como aplicá-los. Segundo Blum (2007), o aprendizado de matemática envolve aprender conceitos, estratégias e competências para utilizar e aplicar este conhecimento em problemas vindos da matemática e de outras áreas do conhecimento.

Na resolução da segunda situação-problema, foi necessário explicar aos estudantes o que significava o termo “equidistribuídas”, o que mostrou problemas, inclusive, no vocabulário. O estudo de situações-problema e fenômenos de diferentes áreas do conhecimento favorece a aquisição de vocabulário científico, uma das características da alfabetização científica. Além disso, ao acompanhar a formulação dos modelos matemáticos, os estudantes puderam revisar conceitos matemáticos, já estudados em alguma etapa de sua formação acadêmica, de forma contextualizada.

Os estudantes acompanharam toda a formulação dos modelos, respondendo a questionamentos e fazendo algumas etapas, tais como aplicação da soma de termos de uma

Progressão Geométrica. Ao término das resoluções, e de acordo com seus dizeres, os estudantes conseguiram identificar a relação entre a situação-problema e a matemática e compreender a aplicação dos conteúdos matemáticos necessários para a formulação do modelo matemático. O que caracteriza um avanço dos estudantes, pois conseguiram relacionar a matemática e solucionar o problema, obtendo *grau 2* na escala de competência.

Segundo Biembengut (2014), a modelação contribui para melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos frente à aplicabilidade, pois possibilita ao estudante integrar a matemática a outras áreas do conhecimento, possibilitando o aperfeiçoamento de suas competências. Por meio da soma dos graus (pontuações) atribuídos aos estudantes, verificou-se que eles avançaram do nível 1 da competência científica para o nível 2.

3ª FASE - SIGNIFICAÇÃO E EXPRESSÃO

O objetivo da terceira etapa (significação e expressão) consistiu na interpretação dos resultados e validação do modelo. Esta etapa possibilitou aos estudantes uma reflexão sobre as soluções que encontraram, pois precisavam identificar a aplicação dos conceitos, que é uma consequência da forma de como os compreenderam. Os estudantes puderam verificar se os modelos por eles elaborados eram adequados para as situações-problema propostas e, se assim conseguiam expressar e interpretar seus resultados.

Conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 6), “a interpretação dos resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema”.

De acordo com os dizeres dos estudantes, esta etapa possibilitou a compreensão dos resultados obtidos e da aplicação dos conteúdos matemáticos necessários para a formulação dos modelos. Sasseron (2013, p. 3) escreve sobre a necessidade de atividades que permitam que os estudantes sejam capazes de “conhecer estes conteúdos, reconhecê-los em seu cotidiano, construir novos conhecimentos a partir de sua vivência e utilizar os mesmos em situações com as quais possam se defrontar ao longo de sua vida”.

Quando os estudantes foram questionados sobre a validade das soluções que propuseram para as duas situações-problema e a sua interpretação, somente um deles conseguiu validar parcialmente os modelos que tinha proposto para os problemas. Os outros nove estudantes não passaram por esta etapa, por não terem conseguido propor os seus

modelos. Alguns até mesmo tentaram utilizar representações gráficas ou suposições por eles formuladas, entretanto, não condiziam com as situações-problema apresentadas. Assim, a maioria permaneceu na segunda fase (compreensão e explicação), pois não conseguiram aplicar os conteúdos matemáticos nas situações-problema e validar suas soluções.

De acordo com Lorenzetti e Delizoicov (2001), durante seus estudos os estudantes não são ensinados a estabelecer relações entre os conteúdos ensinados e os assuntos de seu cotidiano. Os autores afirmam que os professores devem ensinar os estudantes de maneira que eles entendam e apliquem os conceitos científicos, apresentados no período de escolarização, em diferentes situações-problema, de maneira a contribuir com sua alfabetização científica e competência.

Como foi apresentada aos estudantes a resolução da situação-problema, fez-se a validação dos modelos. Durante a validação pontuou-se sobre os conteúdos matemáticos utilizados na formulação e resolução de cada modelo. Ainda, destacou-se aos estudantes a importância de fazer uso de materiais didáticos em vez de técnicas usuais de Ensino, com o intuito de estimular o interesse sobre o assunto que está sendo abordado, assim como a pesquisa em sala de aula.

Na terceira fase, questionou-se aos estudantes se havia sido possível perceber, após os encontros, os conteúdos matemáticos existentes nas situações-problema propostas. Eles afirmaram que sim e apontaram a importância de comparar dados, formular hipóteses e buscar padrões capazes de traduzir para a matemática uma situação-problema. Isso mostra que a terceira fase contribuiu para o reconhecimento dos conteúdos matemáticos necessários à formulação, resolução e validação dos modelos. De acordo com Perrenoud (2000, p. 13) o estudante competente é “[...] aquele que julga, avalia e pondera; acha a solução e decide, depois de examinar e discutir determinada situação, de forma consciente e adequada”.

Ao final da análise identifica-se que os estudantes avançaram durante as etapas da modelação. Mesmo que na terceira fase, significação e expressão, tenham permanecido no segundo nível da competência científica, avançaram em etapas da alfabetização e da competência, mesmo que não tenha sido de forma linear. Para esse progresso foi necessário estimular os estudantes a realizarem as atividades de modelação, pois estas exigiam integrar conceitos e informações para a formulação e resolução das situações-problema. Na Modelagem, “desde a escolha do tema, passando pela formulação, pela consciência do ‘precisar aprender’ e mesmo na crítica aos resultados obtidos, o sujeito do processo é o aluno.” (MEYER, 2011, p. 58).

4.2 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

Esta pesquisa teve como objetivo identificar a alfabetização e a competência científica de um grupo de estudantes de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Privada de Ensino Superior do Estado do Rio Grande do Sul, por meio da Modelagem Matemática. Para obter os dados empíricos que possibilitaram alcançar o objetivo da pesquisa, buscou-se aplicar duas atividades por meio do método da Modelação Matemática.

Assim, optou-se por escolher dois temas – Dívida do Sobrinho e Dinâmica Populacional de uma Colmeia – para aplicar o método da modelação. Embora a proposta tivesse foco na modelação e na resolução de situações-problema, os estudantes apenas perpassaram as fases da modelação “refazendo” os respectivos modelos. Os temas foram escolhidos pela autora da pesquisa, devido a pouca experiência em utilizar o método.

Conforme Biembengut (2014), a modelação tem por objetivo “proporcionar ao estudante melhor apreensão dos conceitos matemáticos, capacidade para ler, interpretar, formular e resolver situações-problemas e, também, despertar-lhe senso crítico e criativo”. As três fases da modelação matemática: (1ª) *percepção e apreensão*, (2ª) *compreensão e explicação* e (3ª) *significação e expressão*, visam proporcionar ao estudante apreender conteúdos, capacitar-se para reconhecer, familiarizar, compreender, formular, solucionar, e interpretar situações-problema. A prioridade, em qualquer nível de escolaridade, é direcioná-los a pesquisa.

A aplicação e resolução de situações-problema fazem parte das fases da modelação, podendo contribuir para a alfabetização e competência do estudante. Pois conforme Blum (2007), a competência em realizar modelagem está associada à capacidade de realizar os procedimentos envolvidos na elaboração e validação de modelos matemáticos de diferentes áreas do conhecimento. Concepção que vai ao encontro da definição de letramento científico do PISA (2013) e dos objetivos das fases da modelação. Conforme Biembengut (2014), a modelação contribui para que o “estudante seja capaz de aplicar a matemática em diferentes situações-problema que ele tem interesse em pesquisar, formular e resolver problemas, percorrendo o caminho da investigação científica, desenvolver suas competências críticas e criativas”.

Por meio das atividades de modelação, foi possível identificar como os estudantes compreendem e aplicam os conhecimentos científicos, e quais conclusões obtiveram na

resolução das situações-problema nas três fases da modelação. Além disso, o método da modelação buscou favorecer a alfabetização e competência científica dos estudantes.

Durante a análise, que foi realizada de acordo com as três etapas da modelação preescritas por Biembengut (2014), foram estabelecidas categorias de análise com base em Ludwig e Xu (2010), tendo como categorias: saber aplicar a matemática – alfabetização e, saber fazer modelagem – competência. Estas categorias descreveram a alfabetização e a competência científica dos estudantes, de acordo com as etapas da modelação.

Na fase 1 (percepção e apreensão), os estudantes mostraram alfabetização e competência quanto ao reconhecimento e familiarização com as situações-problema, pois demonstraram entender o contexto dos problemas e propuseram questões pertinentes às situações apresentadas. Dessa forma, classificaram-se no nível 1 da competência científica. Na fase 2 (compreensão e explicação), os estudantes avançaram para o nível 2, porém dos 10 estudantes, somente 1 conseguiu demonstrar alfabetização e competência na formulação de hipóteses e resolução da situação-problema. Na fase 3 (significação e expressão), todos os estudantes mantiveram-se no nível 2 da competência científica, demonstrando competência para analisar os resultados obtidos.

Conforme descrito no mapa de campo, capítulo 3, percebeu-se que as etapas da modelação não aconteceram de forma linear. Verificou que os estudantes conseguiram analisar os resultados (fase 3) mesmo não formulando hipóteses e resolvendo a situação-problema (fase 2). Ainda verificou-se a perda de interesse pelas atividades na segunda fase da modelação, etapa na qual necessitavam aplicar a matemática para resolver a situação-problema, ou seja, esta foi a etapa mais difícil para os estudantes durante a modelação.

De acordo com Sasseron (2013) é preciso que os estudantes sejam capazes de reconhecer e aplicar os conteúdos escolares em seu cotidiano, de forma que possam adquirir novos conhecimentos por meio de suas vivências e utilizá-los em diferentes situações exigidas ao decorrer de suas vidas.

Ao findar a análise, concluiu-se que os estudantes mostraram ter alfabetização e competência requeridas na percepção e apreensão, porém, nas outras fases da modelação, mostraram carências em algumas competências requeridas, tais como, formular hipóteses, solucionar as situações-problema e validar soluções. Tal razão pode ser atribuída em relação à estrutura educacional vigente, em que as aulas não passam de transposições de conteúdos, exercícios, técnicas de resolução ou exposição de exercícios e teoremas com demonstrações destituídas de significados ou objetivos. (BIEMBENGUT, 2004; 2011).

As atividades realizadas com os estudantes, de certa maneira, possibilitaram a eles associar a matemática a temas advindos de outras áreas do conhecimento. Foi possível verificar tal afirmação em seus dizeres. E, ainda, ao refazerem os modelos matemáticos, mesmo com auxílio, mostraram ter postura e interesse em querer aprender, mesmo apresentando pequenos avanços.

Biembengut (2009) escreve e afirma que resultados de pesquisas mostram que os estudantes apresentam avanço em atividades propostas pelo método da modelação, ao serem estimulados a representar de alguma forma como compreendem situações do seu cotidiano.

Acredita-se que a modelagem matemática na Educação pode proporcionar aos estudantes maiores avanços em sua aprendizagem, pois eles são motivados a aprenderem os conteúdos a partir de um método de Ensino no qual buscam, aplicam e compreendem os conceitos da alfabetização e competência científica.

Quando o aluno vê sentido naquilo que estuda, em função da satisfação das suas necessidades e de seus interesses, da realização dos seus objetivos, não haverá desinteresse, pois trabalha com entusiasmo e perseverança. Esse interesse é importante, pois dá início à formação de atitudes positivas em relação à Matemática. (BURAK, 2004, p.10)

Recomenda-se que estudos sobre a alfabetização e competência científica de estudantes de Licenciatura em Matemática por meio da Modelagem Matemática sejam desenvolvidos, pois se verificou que não existem trabalhos científicos publicados similares a este.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1ª. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto. 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

_____. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e Aprendizagem de Matemática**. 2ª ed Blumenau: Edifurb, 2004.

_____. **Processos e métodos de ensino e aprendizagem matemática na formação de professores**. 76 f. Relatório (Pós-Doutorado) – Departments of Educational Specialties and Mathematics & Statistics University of New Mexico, 2009.

_____. **Modelagem Matemática como Método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 1990.

_____ no prelo, 2014.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no Ensino** . 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BLOMHOJ, Morten. **Modelling Competency: Teaching, Learning and Assessing Competency - Overview**. In ICTMA, 14, 2009, Hamburg-Germany. Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Dordrecht-Netherlands: Springer Science+Business Media B.V., 2011. Volume 1. Páginas 343-347.

BLUM, Werner. Introduction for the un-Initiated Reader. **In: Modelling and Applications in Mathematics Education** – The 14 ICMI Study. Estados Unidos, 2007.

BLUM, Werner; NISS, Mogens; GALBRAITH, Peter. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. New York: Springer, 2007.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei n. 9394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF, 1996.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.142p.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília: MEC /SEF, 1998, 148p.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/SEF, 2000b.

_____. Conselho Nacional de Educação. **Parecer nº 1.302 de 06 de novembro de 2001a – CNE/CES**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2012.

_____. Conselho Nacional de Educação. **Parecer nº 009 de 05 de maio de 2001b – CNE/CES**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/0.21pdf>. Acesso em: 26 nov. 2012.

_____. Conselho Nacional de Educação. **Parecer nº 2 de 19 de fevereiro de 2002b – CNE/CES**. Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CP022002.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2012.

_____. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+: Ensino Médio – orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2012.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares de Ensino Médio volume 2**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

_____. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+: Ensino Médio – orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2012.

BORROMEO FERRI, Rita. **Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process**. ZDM, 38(2), 86-95, 2006

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**. In: ENCONTRO PARANAENSE DA MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. Anais ... Londrina, 2004.

CHASSOT, Attico Inácio. **Alfabetização científica: questões e desafios para a educação**. Ijuí: Ed. Unijuí, 2003.

_____. **Alfabetização Científica: questões e desafios para a educação**. 5. ed. Ijuí: Editora Unijuí, 2011.

_____. **Alfabetização Científica: uma possibilidade para inclusão social**. Revista Brasileira de Educação, Campinas, n. 22, p. 89-100, jan./abr. 2003.

DEMO, Pedro. **Educar pela Pesquisa**. Campinas: Autores Associados, 2000.

DÍAZ, José Antonio Acevedo; VÁZQUEZ, Ángel Alonso, Á.; MANASSERO-MAS, Maria Antônia. **Papel de la educación CTS en una alfabetización científica y tecnológica para todas las personas.** Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias v.2 n. 2, p. 1-32, 2003.

DOERR, Helen M. **What Knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling?** In: BLUM, Werner et al. Modelling and applications in mathematics education. New York: Springer, 2007. p. 69-78.

DURANT, John. **O que é alfabetização científica?** In: MASSARANI, Luisa; TURNEY, Jon; MOREIRA, Ildeu de Castro (Org.). Terra Incógnita: a interface entre ciência e público. Rio de Janeiro: FIOCRUZ, 2005. p. 13-26.

EKOL, George. **Understading and Promoting Mathematical Modelling Competencies: An Applied Perspective.** In ICTMA, 14, 2009, Hamburg-Germany. Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Dordrecht-Netherlands: Springer Science+Business Media B.V., 2011. Volume 1. Páginas 57-64.

FOUREZ, Gérard. **Crise no Ensino de Ciências.** Investigações em Ensino de Ciências, v. 8, n. 2, p. 109-123, 2003.

GALBRAITH, Peter. **Models of Modelling: Genres, Purposes or Perspectives.** Journal of Mathematical Modelling and Application, 2012, Vol. 1, No. 5, 3-16

GREER, Brian; VERCHAFFEL, Lieven. **Competencies - Overview.** In: BLUM, Werner et al. Modelling and Applications in Mathematics Education. Springer. New York. p. 219 – 224. 2007.

HENNING, Herbert; KEUNE, Mike. **Levels Of Modelling Competencies.** In: W. BLUM, W.; GALBRAITH, P. L.; HENN, H-W.; NISS, M. Modelling and Applications in Mathematics Education. New York, 2007, Springer, 69-78.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANISIO TEIXEIRA. INEP. **Exame Nacional de Cursos: Relatório-Síntese.** Brasília: 1997.

_____. **Pisa. Resultados, Pisa 2009.** Apresentação dos Resultados. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2012/relatorio_nacional_pisa_2009.pdf> . Acesso em: 3 dez. 2012

_____. **Pisa, Marcos Referenciais.** Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-marcos_referenciais>. Acesso em: 3 nov. 2013.

JENSEN, Tomas Højgaard. **Assessing Mathematical Modelling Competency.** In ICTMA, 12, 2005, London-UK. Mathematical Modelling: Education, Engineering and economics. Chichester-UK: Horwood Publishing, 2006. Volume 1. Páginas 141-148.

KAISER, Gabriele. **Modelling and Modeling Competencies in School.** In ICTMA, 12, 2005, London-UK. Mathematical Modelling: Education, Engineering and economics. Chichester-UK: Horwood Publishing, 2006. Volume 1. Páginas 110-119.

KAISER, Gabriele. SRIRAMAN, Barath. **A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education**. ZDM 2006 Vol. 38(3), 2006.

KLEIMAN, Angela B., **Modelos de Letramento e as Práticas de Alfabetização na Escola**. In: Kleiman, A.B. (org.), Os Significados do Letramento – Uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita, Campinas: Mercado das Letras, 1995.

KRASILCHIK, Myriam; MARANDINO, Martha. **Ensino de ciência e cidadania**. São Paulo: Moderna, 2007.

KRASILCHIK, Miriam. **Caminhos do ensino de ciências no Brasil**. In: *Em Aberto*. Brasília, n. 55, p. 4-8, 1997.

_____. **Reformas e Realidade: o caso do ensino de ciências**. São Paulo: Perspectiva, v. 14, n.1, p. 85 – 93, 2000.

LAUGKSCH, Rudiger C. **Scientific Literacy: a Conceptual Overview**. John Wiley & Son s, Inc, p. 71-94, 1999.

LORENZETTI, Leonir; DELIZOICOV, Demétrio. **Alfabetização Científica no Contexto das Séries Iniciais**. Ensaio – Pesquisa em Educação em Ciências, v. 3, n. 1, p. 1-17, jun. 2001.

LUDWIG, Matthias.; XU, Binyan. **A Comparative Study of Modelling Competencies among Chinese and German Students**. Journal for didactics of Mathematics. Vol. 31, p. 77–97, 2010.

MAAß, Katja. **What are modeling competencies?** Zentralblatt für Didaktik der Mathematic ZDM_the International Journal on Mathematics Education, 38(2), 113-142, 2006

_____. **Classification Scheme for Modelling Tasks**. J Math Didakt. V. 31: 285–311. 2010.

_____. **Mathematisches Modellieren im Unterricht**. Hildesheim: Franzbecker. 2004.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem Matemática na Educação**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

MILLER, John. D. **Scientific literacy: A conceptual and empirical review**. Daedalus, v. 112, n. 2, p. 29-48, 1983.

NISS, Mongens. **Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project**. In Gagatsis, A., & Papastavridis, S. (eds.), 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education . Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society. P. 115 – 124.2003.

PERRENOUD, Philipp. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: ARTMED, 1999.

_____. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: ARTMED, 2000.

PISA. **Resultados dos Estudos Internacionais**. Lisboa/ Portugal: GAVE, 2006.

_____. **Letramento Matemático**. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/2010/letramento_matematico.pdf>. Acesso em: 3 nov. 2013.

RESULTADOS NACIONAIS. Pisa 2006: **Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa)** / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. Brasília, DF: O Instituto, 2008. 153 p.: il.

SASSERON, Lúcia Helena; CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. **Almejando a Alfabetização Científica no Ensino Fundamental: a proposição e a procura de indicadores do processo**. Revista Investigações em Ensino de Ciências , v. 13, p. 333-352, 2008.

SASSERON, Lúcia Helena. **Alfabetização Científica e documentos oficiais brasileiros: um diálogo na estruturação do Ensino da Física**. Disponível em: <http://moodle.stoa.usp.br/file.php/1129/AC_e_documentos_oficiais_brasileiros.pdf>. Acesso em: 12 jan. 2013.

SASSERON, Lúcia Helena; CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. **Alfabetização Científica: Uma Revisão Bibliográfica**. Revista Investigações em Ensino de Ciências, v. 16, p. 59-77, 2011.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA DO BRASIL: **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. MEC, Brasília, 1999.

SHAMOS, Morris H. **The Myth of scientific literacy** , ed. University Press, New York, 1995.

SHEN, Benjamin S. P. **Science Literacy**. American Scientist, v.63, p.265-268, 1975.

SOARES, Magda. **Letramento: um tema em três gêneros**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

_____. **Letramento e alfabetização: as muitas facetas**. Revista Brasileira de Educação, n. 25, p. 5-17, 2004.

USISKIN, Zalman. **The Arithmetic Operations as Mathematical Models**. In: BLUM, Werner et al. Modelling and Applications in Mathematics Education. Springer. New York. p. 257 – 264. 2007.

TESES, DISSERTAÇÕES E ARTIGOS ANALISADOS

ARAÚJO, Alyne Maria Rosa de. **Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia**. 2008. 94 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, 2008.

BIEMBENGUT, Maria Salett; FARIA, Thaís Mariane Biembengut. **Modelagem Matemática na Formação de Professores**. In: IX CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (EDUCERE) – III ENCONTRO BRASILEIRO DE PSICOPEDAGOGIA, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett; SCHMITT, Ana Luisa Fantini. **Mapeamento das Produções Acadêmicas de Modelagem Matemática no Ensino de autores brasileiros**. In: IX CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (EDUCERE) – III ENCONTRO BRASILEIRO DE PSICOPEDAGOGIA, 2009.

BUSCK, Fabiana Vanessa; CZEZESKI, Jackson; ALVES, Suelen Patrícia; VERONEZ, Michele Rejane Dias. **Modelagem Matemática na Formação Inicial do Professor: Descrição de uma atividade**. In: VI CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 2009.

COZZA, Fábio Spindola. **Modelagem Matemática: Percepção e Compreensão de licenciandos e professores**. 2013. 97f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

EKOL, George. **Understading and Promoting Mathematical Modelling Competencies: An Applied Perspective**. In ICTMA, 14, 2009, Hamburg-Germany. Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Dordrecht-Netherlands: Springer Science+Business Media B.V., 2011. Volume 1. Páginas 57-64.

FREJD, Peter; ÄRLEBÄCK, Jonas Bergman. First Results from a Study Investigating Swedish Upper Secondary Students' **Mathematical Modelling Competencies**. In ICTMA, 14, 2009, Hamburg-Germany. Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Dordrecht-Netherlands: Springer Science+Business Media B.V., 2011. Volume 1. Páginas 407-416

GADÉA, Sirlley Jackelline Silva; DORN, Rejane Cristina. **Alfabetização Científica: pensando na aprendizagem de Ciências nas Séries Iniciais através de atividades experimentais**. Revista Experiências em Ensino de Ciências, v. 6, p. 113-131, 2011.

KAISER, Gabrielle. **Modelling and Modeling Competencies in School**. In ICTMA, 12, 2005, London-UK. Mathematical Modelling: Education, Engineering and economics. Chichester-UK: Horwood Publishing, 2006. Volume 1. Páginas 110-119.

LEITE, Maria Beatriz. **Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores.** Revista Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 115-135, 2008.

RANGEL, Walter Sérvulo Araújo. **Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares: contribuições para a formação de professores de matemática.** 2011. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Ouro Preto, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. 2011.

SASSERON, Lúcia Helena. **Alfabetização Científica no Ensino Fundamental: Estrutura e Indicadores deste processo em sala de aula.** 2008. 281 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

SCHULZE, Clélia Maria Nascimento. **Um estudo sobre Alfabetização Científica com Jovens Catarinenses.** Revista Psicologia: Teoria e Prática, Santa Catarina, v. 8, p. 95-106, 2006.

SELONG, Lisiane Milan. **Modelação Matemática e Alfabetização Científica da Educação Básica.** 2013. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

STIELER, Marinez Cargnin; BISOGNIN, Vanilde. **Modelagem Matemática: Experiência com alunos de cursos de formação de professores.** Revista Iberoamericana de Educación Matemática, Diciembre de 2011, n. 28, páginas 129-142.

VIDOR, Caroline de Barros; COSTA, Sayonara Salvador Cabral da; SILVA, Ana Maria Marques da; RAMOS, Maurivan Guntzel. **Avaliação do Nível de Alfabetização Científica de professores da Educação Básica.** In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 2009.

APÊNDICE A – Convite

CONVITE

Gostaria de convidá-lo(a) para participar de algumas atividades desta pesquisa de Mestrado, que estou desenvolvendo junto ao curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), cujo objetivo é identificar a alfabetização e competência científica em modelagem matemática dos estudantes de Licenciatura em Matemática.

A modelagem matemática é um método de pesquisa da matemática aplicada, e, quando utilizada no ensino seu objetivo é ensinar os conteúdos curriculares por meio de modelos de diferentes áreas do conhecimento, além de ensinar e orientar o estudante a fazer pesquisa. O tema das atividades será “Dívida do Sobrinho” e “Dinâmica Populacional de uma Colmeia”. As atividades ocorrerão em cinco encontros.

As informações obtidas por meio desta pesquisa terão sigilo e o nome dos estudantes bem como da instituição de Ensino Superior não serão divulgados. Informo ainda que a pesquisa conta com a autorização da Direção do estabelecimento de Ensino.

Desde já agradeço pela atenção.

Alessandra Fabian Sostisso.

Nome do estudante colaborador

Porto Alegre, _____/ _____/ 2013.

APÊNDICE B – Atividades

Atividade 1: A dívida DO SOBRINHO

O Sobrinho fez um empréstimo de R\$ 30.000,00 do tio. Num determinado dia, levou ao tio R\$ 20.000,00 para cobrir parte da dívida.

Qual foi a surpresa ao saber que sua dívida estava em torno de R\$ 160.000,00, devido a taxa de juro de 30% ao mês. E mais, que se passasse a pagar R\$ 20.000. Mensalmente, no dia de seu aniversário a dívida seria de R\$ 373.000,00.

Fonte: Biembengut (mimeo)

Atividade 2: Dinâmica Populacional de uma Colméia

A constituição de uma colmeia em condições normais é a seguinte:

- 1 rainha vive até 5 anos
- 400 zangões vivem até 80 dias
- 60 a 80 mil operárias vivem entre 38 e 42 dias

O número de zangões depende da abundância de alimento: e a longevidade de uma operária depende do clima e do seu período de atividade. Cabe à rainha o comando da colmeia e a reprodução; aos zangões o cruzamento com a rainha e às operárias, a limpeza dos favos, a alimentação da rainha e das larvas, a feitura do favo, do mel e da geleia real, a busca dos componentes para o alimento. A capacidade de postura da rainha vai até 3.000 ovos por dia. Uma colmeia em plena produção chega a ter entre 60 a 80 mil operárias.

Quando a rainha diminui sua postura, as operárias responsáveis pela manutenção das larvas promovem o desenvolvimento de uma nova rainha. A "nova" rainha, depois do voo nupcial em que é fecundada por alguns zangões (cerca de 8 a 10), retorna à colmeia, expulsando a "velha" rainha. A velha rainha sai e leva consigo, aproximadamente, 10.000 operárias: é o enxame voador. A natureza mostra que este enxame voador forma uma nova colmeia.

Fonte: Biembengut (1990)