

Paulo Henrique Vancin

Fusão de Imagens e Sensores Inerciais para a Estimação e Controle de Veículos Autônomos

Porto Alegre - RS, Brasil

2016

Paulo Henrique Vancin

Fusão de Imagens e Sensores Inerciais para a Estimação e Controle de Veículos Autônomos

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sinais, Sistemas e Tecnologia da Informação

Linha de Pesquisa: Automação e Sistemas.

Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul – PUCRS

Faculdade de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Aurélio Tergolina Salton

Coorientador: Marcio Sarroglia Pinho

Porto Alegre - RS, Brasil

2016



FUSÃO DE IMAGENS E SENSORES INERCIAIS PARA A ESTIMAÇÃO E CONTROLE DE VEÍCULOS AUTÔNOMOS

CANDIDATO: PAULO HENRIQUE VANCIN

Esta Dissertação de Mestrado foi julgada para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.



DR. AURELIO TERGOLINA SALTON - ORIENTADOR

BANCA EXAMINADORA



DR. GUILHERME ARAÚJO PIMENTEL - UFRGS



DR. ALEXANDRE ROSA FRANCO - DO PPGEE/FENG - PUCRS

PUCRS

*Dedico este trabalho para aqueles que sempre acreditaram e apoiaram nesta jornada.
Para meus pais, meus exemplos, com carinho do filho eternamente grato.*

Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer ao meu orientador, Prof. Aurélio Tergolina Salton por toda a ajuda que me foi dada, pelo conhecimento que foi passado e pelo apoio que tornou possível a realização do presente trabalho. Agradeço também ao Prof. Marcio Sarroglia Pinho pela coorientação deste trabalho. Agradeço aos colegas dos laboratórios GACS e EASE pelo convívio diário, conselhos e amizade. Por fim, gostaria de agradecer aos meus pais e ao meu irmão por todo o carinho e apoio incondicional que mostraram ao longo desta jornada.

Resumo

A presente dissertação propõe uma técnica de sensoriamento de veículos autônomos baseada na fusão de sensores inerciais e de dados provenientes de uma câmera. O veículo autônomo utilizado neste trabalho foi construído a partir de rodas "*Mecanum*", que lhe conferem a característica de omnidirecionalidade, ou seja, é capaz de movimentação em todas as direções, sem a necessidade de mudança de orientação. O sensoriamento proposto é fundamentado no Filtro de Kalman Estendido utilizando quatérnios para a fusão de sensores inerciais e visão computacional, com o objetivo de encontrar a posição global e orientação do sistema. As medições inerciais utilizadas nestes sistemas são realizadas por uma Unidade de Medições Inerciais (IMU). Já a visão computacional fica a cargo de uma câmera aliada a um processamento de imagens, o qual tem por função captar pontos coloridos na imagem. A teoria utilizada para a construção do controlador do veículo é baseada na teoria de estabilidade de Lyapunov. Este controlador tem como propósito controlar o deslocamento linear e não linear do veículo omnidirecional. Sendo assim, este trabalho apresenta uma base teórica relacionada aos diversos elementos que compõem o sistema, a fundamentação matemática utilizada para a implementação do filtro e da formulação do controlador, uma visão geral da construção do veículo utilizado para validar a teoria e os resultados obtidos a partir de testes práticos. A análise do desempenho do sistema pôde ser feita a partir da análise de gráficos que mostram a trajetória realizada pelo veículo, a posição e orientação do sistema ao longo do tempo e a estabilidade da lei de controle proposta. Os resultados obtidos evidenciam que os objetivos propostos foram alcançados de forma satisfatória.

Palavras-chaves: Veículo omnidirecional, rodas *mecanum*, fusão sensorial, Filtro de Kalman Estendido (EKF), visão computacional, sensores inerciais, quatérnios, Lyapunov.

Abstract

The present dissertation proposes a sensing technique of autonomous vehicles based on the fusion of inertial sensors and data collected from a camera. The autonomous vehicle designed in this project was built using "*Mecanum*" wheels, which gives the vehicle the capability to move in any direction without having to change orientation. The sensing system proposed is based on the Extended Kalman Filter using quaternions for the fusion of inertial sensors and computer vision, with the objective of finding the global position and orientation of the system. The inertial measurements used in these systems are made by an accelerometer and a gyroscope. The computer vision aspect of the project is done by a digital camera and an image processing software, which is designed to capture colored points in the image. The theory used to design the vehicle's controller is based on the Lyapunov's Stability Theory. This project presents a theoretical basis related to the various elements that compose the system, the mathematical basis used in the filter's implementation and the controller's design, a general view of the vehicle's structure used to validate the theory and the results obtained in practical tests. The system's performance analysis was based on the analysis of graphics that shows the vehicle's trajectory, the position and orientation of the system over time and the stability of the proposed control law. The obtained results shows that the proposed objectives were met in a satisfactory manner.

Key-words: Omnidirectional vehicle, *mecanum* wheels, sensor fusion, Extended Kalman Filter (EKF), computer vision, inertial sensors, quaternions, Lyapunov.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação do movimento de rotação e translação entre a câmera e o sistema de coordenadas globais.	26
Figura 2 – Modelo <i>pinhole</i> de captura de imagens.	26
Figura 3 – Relação entre <i>frames</i> global e câmera.	28
Figura 4 – Roda <i>Mecanum</i>	32
Figura 5 – Montagem do veículo Omnidirecional e sistemas de coordenadas.	33
Figura 6 – Movimento do veículo de acordo com a direção e velocidade angular das rodas.	34
Figura 7 – Marcadores Detectados pelo Algoritmo.	36
Figura 8 – Marcadores no Ambiente de Testes.	37
Figura 9 – Representação Gráfica dos Graus de Liberdade Medidos pelo IMU	38
Figura 10 – Esquema de Montagem do Hardware.	39
Figura 11 – Fluxograma de funcionamento do sistema.	39
Figura 12 – Veículo Omnidirecional com Roda <i>Mecanum</i> montado para o projeto.	40
Figura 13 – Ambiente para a validação do filtro de Kalman Estendido.	47
Figura 14 – Sistemas de coordenadas utilizadas. (a) → Sistema de coordenadas utilizada para a validação do EKF. (b) → Sistema de coordenadas utilizada para a construção do projeto.	48
Figura 15 – Comparação entre o valor estimado pelo filtro e valor medido pelo encoder.	49
Figura 16 – Gráfico mostrando o erro entre as curvas da figura 15.	49
Figura 17 – Evolução da posição estimada da câmera $\mathbf{p} = [p_x p_y p_z]^T$ para condições iniciais desconhecidas.	50
Figura 18 – Pontos de Referência no Ambiente de Testes.	57
Figura 19 – Gráfico das coordenadas em <i>pixels</i> dos marcadores detectados. - Teste Erro de <i>Drift</i>	58
Figura 20 – Gráfico das coordenadas da posição do sistema. - Teste Erro de <i>Drift</i>	59
Figura 21 – Veículo Autônomo no Ambiente de Testes.	60
Figura 22 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 1 - Repetição 1.	62
Figura 23 – Gráfico da coordenada (<i>x</i>) com a referência - Teste 1 - Repetição 1.	62
Figura 24 – Gráfico da coordenada (<i>z</i>) com a referência - Teste 1 - Repetição 1.	62
Figura 25 – Gráfico de quatérnios - Teste 1 - Repetição 1.	63
Figura 26 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 1 - Repetição 1.	63
Figura 27 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 1 - Repetição 1.	64
Figura 28 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 1 - Repetição 1.	64
Figura 29 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 1 - Repetição 1.	64

Figura 30 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 1 - Repetição 1.	64
Figura 31 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.	65
Figura 32 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.	65
Figura 33 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.	65
Figura 34 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.	66
Figura 35 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.	66
Figura 36 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.	66
Figura 37 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.	66
Figura 38 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.	66
Figura 39 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 2 - Repetição 1.	68
Figura 40 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 2 - Repetição 1. . .	68
Figura 41 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 2 - Repetição 1. . .	68
Figura 42 – Gráfico de quatérnios - Teste 2 - Repetição 1.	69
Figura 43 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 2 - Repetição 1.	69
Figura 44 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 2 - Repetição 1.	70
Figura 45 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 2 - Repetição 1.	70
Figura 46 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 2 - Repetição 1.	70
Figura 47 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 2 - Repetição 1.	70
Figura 48 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.	71
Figura 49 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4. FONTE: O Autor.	71
Figura 50 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.	71
Figura 51 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.	72
Figura 52 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.	72
Figura 53 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.	72
Figura 54 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.	72
Figura 55 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.	72
Figura 56 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 3 - Repetição 1.	74
Figura 57 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 3 - Repetição 1. . .	74
Figura 58 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 3 - Repetição 1. . .	74
Figura 59 – Gráfico de quatérnios - Teste 3 - Repetição 1.	75
Figura 60 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 3 - Repetição 1.	75
Figura 61 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 3 - Repetição 1.	76
Figura 62 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 3 - Repetição 1.	76
Figura 63 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 3 - Repetição 1.	76
Figura 64 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 3 - Repetição 1.	76
Figura 65 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.	77

Figura 66 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.	77
Figura 67 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.	77
Figura 68 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.	78
Figura 69 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.	78
Figura 70 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.	78
Figura 71 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.	78
Figura 72 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.	78
Figura 73 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.	80
Figura 74 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.	80
Figura 75 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.	81
Figura 76 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.	81
Figura 77 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.	81
Figura 78 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.	81
Figura 79 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.	82
Figura 80 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.	82
Figura 81 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.	83
Figura 82 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.	83
Figura 83 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.	83
Figura 84 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.	83
Figura 85 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.	84
Figura 86 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.	84
Figura 87 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.	85
Figura 88 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.	85
Figura 89 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.	85

Figura 90 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.	85
Figura 91 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.	86
Figura 92 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.	86
Figura 93 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.	87
Figura 94 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.	87
Figura 95 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.	87
Figura 96 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.	87

Lista de tabelas

Tabela 1 – O Algoritmo Filtro de Kalman	29
Tabela 2 – O Algoritmo Filtro de Kalman Estendido	31
Tabela 3 – Componentes Utilizados	40
Tabela 4 – Algoritmo do Filtro de Kalman Estendido Aplicado no Processamento Digital	47
Tabela 5 – Coordenadas dos Pontos de Referência	58
Tabela 6 – Tabela com valores de covariância da matriz R	60
Tabela 7 – Tabela com valores de covariância da matriz Q	61
Tabela 8 – Tabela com valores iniciais de covariância da matriz P	61

Lista de abreviaturas e siglas

IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
FK	<i>Filtro de Kalman</i>
EKF	<i>Filtro de Kalman Estendido</i>
LADAR	<i>Laser Detection and Ranging</i>
AGV	<i>Automated Guided Vehicle</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
PDF	<i>Função Densidade de Probabilidade</i>
HSV	<i>Abreviatura de Hue(Matiz), Saturation(Saturação) e Value(Valor)</i>
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
DOF	<i>Graus de Liberdade</i>
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
SPI	<i>Serial Peripheral Interface</i>
FP	<i>Filtro de Partículas</i>
UKF	<i>Unscented Kalman Filter</i>

Lista de símbolos

A^T	transposta da matriz A
$\text{sgn}(\cdot)$	função sinal
\dot{y}	a primeira derivada de y em relação ao tempo
\ddot{y}	a segunda derivada de y em relação ao tempo
$ a $	valor absoluto do escalar a
$\ x\ $	a norma do vetor x
\mathbb{Z}	conjunto de números inteiros
\mathbb{R}	conjunto dos números reais
\mathbb{R}^n	espaço euclidiano de ordem n
$\mathbb{R}^{n \times m}$	espaço das matrizes reais de dimensão $n \times m$
$\text{SO}(3)$	grupo ortogonal de todas as matrizes de rotação 3×3
$R(q)$	matriz de rotação do quatérnio q
\bar{Q}	matriz conjugada de Q
$S(\cdot)$	operador produto cruzado (matriz simétrica oblíqua)
η	parte real do quatérnio
ϵ	parte imaginária do quatérnio
I	matriz identidade $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$\text{diag}\{A, B\}$	matriz bloco-diagonal formada pelas matrizes A e B , isto é, $\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}$
$0_{n \times m}$	matriz de zeros de tamanho $n \times m$
□	fim da prova

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
2	CONCEITOS PRELIMINARES	20
2.1	Quatérnios	20
2.1.1	Propriedades dos Quatérnios	21
2.1.1.1	Conjugado Complexo	21
2.1.1.2	Norma	21
2.1.1.3	Quatérnio Unitário	21
2.1.1.4	Inversa	22
2.1.2	Matriz de Rotação	22
2.2	Modelo de Perspectiva da Câmera	25
2.2.1	Representação Tridimensional de uma Cena Móvel	25
2.2.2	Modelo de Câmera Estenopeica (Câmera <i>pinhole</i>)	25
2.2.3	Parâmetros Intrínsecos de uma Câmera	27
2.2.4	Parâmetros Extrínsecos de uma Câmera	27
2.3	Filtro de Kalman	28
2.4	Filtro de Kalman Estendido	30
2.5	Veículo Omnidirecional com Rodas <i>Mecanum</i>	31
2.6	Controle Baseado na Teoria de Lyapunov	34
2.6.1	Estabilidade de Sistemas no Sentido de Lyapunov	34
2.6.2	Teorema de Lyapunov para Estabilidade Global	35
3	SENSOREAMENTO E HARDWARE	36
3.1	Visão Computacional	36
3.2	IMU - Inertial Measurement Unit	37
3.3	Hardware Utilizado	38
4	LOCALIZAÇÃO BASEADA NO FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO	41
4.1	Modelagem Matemática	41
4.1.1	Modelo do Processo Contínuo	41
4.1.2	Modelo do Processo Linearizado	43
4.1.3	Modelo do Processo Discreto	43
4.2	Modelo de Medições	44
4.2.1	Medições Linearizadas	45
4.3	Fusão Através do Filtro de Kalman Estendido	46
4.4	Validação Experimental do Filtro de Kalman	47

5	MODELAGEM E PROJETO DA LEI DE CONTROLE DO VEÍCULO OMNIDIRECIONAL	51
5.1	Modelagem em Coordenadas Locais	51
5.2	Modelagem Baseada em Quatérnios para as Coordenadas Globais	52
5.3	A Lei de Controle para u_x e u_z	54
5.4	A Lei de Controle para u_ψ	55
6	RESULTADOS	57
6.1	Ambiente de Testes	57
6.2	Testes e Resultados	58
6.2.1	Teste 1 - Deslocamentos Lineares	61
6.2.2	Teste 2 - Deslocamentos Lineares	67
6.2.3	Teste 3 - Deslocamentos Não Lineares	73
6.2.4	Teste 4 - Deslocamentos Não Lineares	79
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	89
7.1	Perspectivas para Trabalhos Futuros	90
	REFERÊNCIAS	91

1 Introdução

Autonomia em veículos pode ser definida como a capacidade destes em realizar decisões relativas ao processo de condução, sem a interferência humana (OZGUNER; ACARMAN; REDMILL, 2011). Então, um veículo de condução automática ou AGV (*Automated Guided Vehicle*) pode ser definido como um sistema capaz de movimentar-se através de um ambiente dependente apenas de sua capacidade de interpretar o mundo que o cerca e agir de acordo para alcançar seu destino.

Veículos de condução automática podem ser desenvolvidos para atuar dentre os mais variados tipos de ambiente, como aquáticos, submarinos, aéreos, terrestres e até mesmo espaciais. E para cada uma destas possibilidades, existe uma grande gama de aplicações possíveis, contemplando sistemas mais triviais como em Hasegawa et al. (1999), onde um sistema robótico autônomo foi desenvolvido para o transporte de bandejas de comida, até sistemas mais complexos como a exploração interplanetária (GOLDBERG; MAIMONE; MATTHIES, 2002).

De acordo com Gage (1995), um dos primeiros esforços para o desenvolvimento de um veículo autônomo foi realizado no final da década de 1960 na universidade de Stanford, mais especificamente na SRI (*Stanford Research Institute*). O projeto apelidado de "*Shakey*", consistia em uma plataforma propelida por duas rodas, equipada por uma câmera de televisão, sensores de distâncias ultrassônicos, sensores de toque, conectados à um computador SDS-940 via uma antena de radiofrequência, com o objetivo de realizar tarefas de navegação e exploração (NILSSON, 1969).

Com o passar dos tempos, os veículos autônomos deixaram de ser apenas uma curiosidade de laboratório para tornarem-se máquinas funcionais (HEBERT; THORPE; STENTZ, 2012). Atualmente, um grande número de instituições de ensino, organizações governamentais e militares e empresas privadas dedicam-se à pesquisa e desenvolvimento de veículos autônomos e tecnologias relacionadas. Pode-se destacar a agencia espacial americana (NASA), a DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency), a universidade de Stanford, o Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), a universidade de Carnegie Mellon e empresas como Boston Dynamics, Tesla Motors e Google.

No Brasil, de acordo com Pissardini, Wei e Júnior (2013) há poucos grupos de pesquisas acadêmicos, governamentais e empresariais sobre veículos autônomos. Em geral, pesquisas restritas são realizadas pelos grupos de pesquisa em robótica, existindo, no entanto, poucos grupos com foco em construção de veículos autônomos para transporte humano. Quatro grupos de pesquisa têm desenvolvido aplicações específicas em carros robóticos: o Laboratório de Sistemas de Computação e Robótica do Departamento de Enge-

nharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais (CORO-UFMG), o Laboratório de Robótica Móvel da Universidade de São Paulo – Campus São Carlos (LRM-USP), o Laboratório de Computação de Alto Desempenho da Universidade Federal do Espírito Santo (LCAD- UFES) e o Laboratório de Topografia e Geodésia da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (LTG-EPUSP).

Em Ge (2006) é determinado que um sistema autônomo consiste basicamente de quatro módulos distintos e interconectados. São eles sensoriamento e fusão de sensores, modelagem e controle, mapeamento e planejamento de trajetória e por fim, tomada de decisões e autonomia¹. Estes módulos são integrados e influenciados pela arquitetura do sistema para diferentes aplicações.

Uma grande variedade de sensores podem ser utilizados na robótica autônoma. Alguns sensores são utilizados para a medição de valores simples como a temperatura da eletrônica do sistema ou a velocidade rotacional dos motores. Outros sensores mais sofisticados podem ser usados para adquirir informações sobre o ambiente no qual o sistema se encontra ou até mesmo para diretamente medir a posição global do robô, como por exemplo o GPS (Global Positioning System). Mesmo com essa grande especialização de sensores existentes atualmente, a construção de veículos autônomos exige a utilização de múltiplos sensores.

Esta exigência pode ser atribuída a algumas razões. Por exemplo, um único sensor pode não fornecer informações suficientes para o sistema, exemplo, um GPS pode informar a posição global de um sistema, mas não oferece informações sobre obstáculos que o cercam, o que resultaria na necessidade de um sensor como o LADAR (Laser Detection and Ranging). Outro motivo a ser considerado para a fusão de sensores é a questão da redundância. Um sensor pode dar a informação de posição a um sistema, porém esta medição pode vir com erros ou ruídos, então um segundo sensor atuaria como um fator de correção do primeiro.

O segundo módulo proposto por Ge (2006) trata da modelagem e controle do veículo. De acordo com Aström e Murray (2010), a modelagem é uma representação matemática de um sistema físico, biológico ou de informação. Os modelos permitem raciocinar sobre o sistema e realizar previsões de como este irá se comportar. Sendo assim, a partir do modelo é possível criar alguma forma de controle para este sistema. Isto implica na habilidade do robô de controlar o *hardware* equipado com o objetivo de tomar ações que possam ser o movimento entre pontos ou sua mudança de orientação, então, o controle eficaz e o uso do *feedback* dos sensores é de extrema importância. Por exemplo, tratando de veículos autônomos é importante considerar a construção do veículo, o ambiente no qual irá operar e as possíveis trajetórias.

¹ Nesta seção serão apenas aprofundado os conceitos relacionados aos dois primeiros módulos, visto que, apenas os mesmos são o foco deste estudo.

Para o desenvolvimento de sistemas de localização e estimação de pose baseado em fusão de sensores, geralmente são utilizados sensores inerciais como equipamentos auxiliares. Em Rehbinder e Ghosh (2003), Nützi et al. (2011), Chai, Hoff e Vincent (2002) e Engel, Sturm e Cremers (2012) a fusão de dados provenientes de câmeras e sensores inerciais é feita para realizar esta tarefa. Em Steder et al. (2008), outros sensores auxiliares foram utilizados, como sonares e laser range. Já em Martínez et al. (2011), além de sensores inerciais, são utilizados sensores como GPS (Global Positioning System) e Magnetômetros como estimadores de estado enquanto a câmera funciona como um controlador *low-level*.

Neste contexto, o projeto de um veículo autônomo envolve a integração de diferentes áreas do conhecimento. Para resolver problemas de locomoção, o projetista deve entender mecanismos e cinemática, dinâmicas e teoria de controle. Para criar um sistema robusto é necessário dominar a análise de sinais e conhecimentos especializados, como visão computacional para empregar corretamente variadas formas de técnicas de sensoriamento. Localização e navegação demandam conhecimentos em algoritmos de computador, teorias de informação, inteligência artificial e teorias de probabilidades (SIEGWART; NOURBAKSH; SCARAMUZZA, 2011).

O presente trabalho apresenta três objetivos específicos: o primeiro se concentra no desenvolvimento de um algoritmo baseado no filtro de Kalman Estendido. Este tem como finalidade realizar a fusão entre dados provenientes de sensores inerciais e visão computacional, com o intuito de determinar a posição e orientação de um objeto em coordenadas globais. O segundo objetivo é a construção de um veículo autônomo para a aplicação e validação do sistema de fusão de sensores descrito anteriormente. Considerando que o controle de um veículo com rodas "*Mecanum*" é de natureza não-linear, ou seja, mais fácil do que controlar um carro, o terceiro objetivo deste trabalho foi a construção de uma lei de controle utilizando a teoria de estabilidade de Lyapunov para o controle da posição em coordenadas cartesianas e orientação do veículo, com a garantia de total liberdade de movimento do veículo.

O trabalho está organizado da seguinte maneira. No capítulo 2 serão apresentados conceitos preliminares, que serão necessários para o pleno entendimento das estratégias propostas ao longo do trabalho. Como por exemplo, teorias sobre quatérnios, visão computacional e a representação de imagens tridimensionais, a teoria sobre o filtro de Kalman (KF) e o filtro de Kalman Estendido (EKF), breve explicação sobre veículos com rodas *Mecanum* e a teoria de estabilidade de Lyapunov. O capítulo 3 apresenta a modelagem matemática realizada para a implementação do filtro de Kalman Estendido para a fusão dos sensores inerciais e imagens. No capítulo 4, é apresentada a modelagem e o projeto da lei de controle do veículo Omnidirecional, a partir da teoria de estabilidade de Lyapunov. No capítulo 5, primeiramente será mostrada a metodologia para a construção do veículo. Então, serão apresentados os resultados provenientes de simulações e testes de bancadas.

No capítulo 6 serão apresentadas as considerações finais do trabalho e perspectiva para trabalhos futuros.

2 Conceitos Preliminares

Neste capítulo serão apresentados os conceitos fundamentais para o pleno entendimento da metodologia proposta. Primeiramente será tratado da teoria envolvendo quatérnios, visto que estes são a base tanto da aplicação do filtro de Kalman Estendido, quanto do controle desenvolvido. Em seguida, serão apresentadas teorias relacionadas com a formação de imagens a partir de cenas tridimensionais. Conceitos gerais sobre o Filtro de Kalman e Filtro de Kalman Estendido serão expostos neste contexto, assim como a teoria envolvendo as rodas *Mecanum* e o veículo Omnidirecional. Por fim será apresentada a teoria de estabilidade de Lyapunov, conceito preliminar fundamental para a construção do controle proposto.

2.1 Quatérnios

Em 1843, após anos tentando criar sistemas de números hipercomplexos, um lampejo de genialidade teria chegado à William Rowan Hamilton. A história conta que durante uma caminhada com sua esposa, Hamilton teria gravado na parede de pedras de uma ponte em Dublin, pela qual caminhavam, a seguinte equação (KUIPERS et al., 1999):

$$i^2 = j^2 = k^2 = -ijk. \quad (1)$$

Definindo assim um quatérnio como um vetor de quatro componentes com algumas operações adicionadas a ele. (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014). Conceitualmente, um quatérnio q apresenta uma parte escalar q_1 e uma parte vetorial $q_{2:4}$.

$$q \in \mathbb{R}^4 \rightarrow q = \begin{bmatrix} \eta \\ \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Uma forma alternativa de representar os quatérnios seria colocá-los na forma complexa:

$$q = q_1 + \mathbf{q}. \quad (3)$$

Onde, $\mathbf{q} = \mathbf{i}\varepsilon_1 + \mathbf{j}\varepsilon_2 + \mathbf{k}\varepsilon_3$, então

$$q = \eta + \mathbf{i}\varepsilon_1 + \mathbf{j}\varepsilon_2 + \mathbf{k}\varepsilon_3. \quad (4)$$

Tendo em vista sua simplicidade, elegância matemática e falta de singularidades, os quatérnios são uma forma popular de representação da atitude de um corpo rígido (DIEBEL, 2006). Na computação, o uso de quatérnios em detrimento aos ângulos de euler pode ser justificado através das seguintes explicações: o uso de quatérnios aumenta a velocidade e diminui o armazenamento para cálculos envolvendo rotações, além de evitar distorções provenientes de imprecisões numéricas causadas por computações de pontos flutuantes de rotações (GOLDMAN, 2010).

2.1.1 Propriedades dos Quatérnios

Para um melhor entendimento dos quatérnios é necessário conhecer algumas de suas propriedades:

2.1.1.1 Conjugado Complexo

O conjugado complexo do quatérnio, mostrado em (3) e (4), pode ser definido da seguinte forma:

$$q^* = q_1 - \mathbf{q} = q_1 - \mathbf{i}\varepsilon_1 - \mathbf{j}\varepsilon_2 - \mathbf{k}\varepsilon_3. \quad (5)$$

Considerando q e p dois quatérnios quaisquer temos:

$$(pq)^* = q^*p^* \quad (6)$$

e

$$(p^*q)^* = q^*p. \quad (7)$$

2.1.1.2 Norma

A norma do quatérnio q é definida pelo escalar $N(q)$ onde,

$$N(q) = \sqrt{q^*q} \quad (8)$$

ou

$$N^2(q) = q^*q. \quad (9)$$

2.1.1.3 Quatérnio Unitário

Um quatérnio unitário q , é um quatérnio que apresenta norma igual a um, então

$$|q| = |q^*| = 1 \quad (10)$$

e

$$N^2(q) = q^*q = 1. \quad (11)$$

O produto de quatérnios unitários é outro quatérnio unitário.

2.1.1.4 Inversa

A definição de inversa mostra que $q^{-1}q = qq^{-1} = 1$, então multiplicando os dois termos da equação (11) por q^* , podemos escrever

$$q^*qq^{-1} = N^2(q)q^{-1} = q^* \quad (12)$$

assim

$$q^{-1} = \frac{q^*}{N^2} = \frac{q^*}{|q|^2} \quad (13)$$

e caso o quatérnio q for unitário então

$$q^{-1} = q^*. \quad (14)$$

2.1.2 Matriz de Rotação

De acordo com Diebel (2006) uma matriz de rotação é a matriz na qual sua multiplicação com um vetor, rotaciona o vetor preservando seu comprimento. O grupo especial ortogonal de todas as matrizes de rotação 3×3 são denotadas por $SO(3)$. Neste trabalho, os elementos das matrizes de rotação serão referenciados da seguinte maneira:

$$R(q) = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Então, a matriz de rotação que representa a atitude de um corpo rígido é aquela que ao ser multiplicada por um vetor de coordenadas globais produz o mesmo vetor em coordenadas do corpo fixo. Considerando o vetor $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^3$ nas coordenadas globais. Se $\mathbf{z}' \in \mathbb{R}^3$ é o mesmo vetor nas coordenadas do corpo fixo. Ver equações (16) e (17).

$$\mathbf{z}' = R\mathbf{z} \quad (16)$$

$$\mathbf{z} = R^T\mathbf{z}'. \quad (17)$$

Visto que, um quatérnio unitário também pode ser usado para representar a atitude de um corpo rígido podemos usar as relações de (16) e (17):

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{z}' \end{bmatrix} = q \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \cdot q^{-1} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{z}' \end{bmatrix} = q \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \cdot q^* \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{z}' \end{bmatrix} = \overline{Q}(q)^T Q(q) \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

onde $Q(q)$ é a matriz de quatérnios de q e $\overline{Q}(q)^T$ é a matriz conjugada de quatérnios de q . De acordo com Diebel (2006) $Q(q)$ pode ser escrita da seguinte maneira:

$$Q(q) = \begin{bmatrix} q_1 & -q_2 & -q_3 & -q_4 \\ q_2 & q_1 & q_4 & -q_3 \\ q_3 & -q_4 & q_1 & q_2 \\ q_4 & q_3 & -q_2 & q_1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

então

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{z}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0_{1 \times 3} \\ 0_{3 \times 1} & R(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

onde

$$R(q) = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2q_2q_3 + 2q_1q_4 & 2q_2q_4 - 2q_1q_3 \\ 2q_2q_3 - 2q_1q_4 & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2q_3q_4 + 2q_1q_2 \\ 2q_2q_4 + 2q_1q_3 & 2q_3q_4 - 2q_1q_2 & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Assim

$$\mathbf{z}' = R(q)\mathbf{z} \quad (24)$$

$$\mathbf{z} = R(q)^T \mathbf{z}'. \quad (25)$$

Em Kristiansen, Nicklasson e Gravdahl (2005) é determinado que a matriz de rotação para uma rotação θ sobre um vetor unitário arbitrário r pode ser parametrizado como

$$R_{\mathbf{r},\theta} = I + S(k)\text{sen}(\theta) + S^2(k)(1 - \cos(\theta)), \quad (26)$$

e a rotação de um vetor r de um *frame* (a) para um *frame* (b) pode ser escrito como

$$r^b = R_a^b r^a. \quad (27)$$

A derivada temporal da matriz R_a^b é dada:

$$\dot{R}_a^b = S(\omega_{ab}^a)R_a^b = R_a^b S(\omega_{ab}^b), \quad (28)$$

onde ω_{ab}^b é a velocidade angular do *frame* b relativo ao *frame* (a) representado em (b), e $S(\cdot)$ é o operador do produto cruzado demonstrado em (29).

$$S(u) = \begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{bmatrix}, \forall u \in \mathbb{R}^3. \quad (29)$$

A matriz de rotação apresentada em (26) pode ser expressada por uma representação de parâmetros de Euler:

$$R_{\eta,\varepsilon} = I + 2\eta S(\varepsilon) + 2S^2(\varepsilon) \quad (30)$$

onde

$$\eta = \cos(\theta/2) \in \mathbb{R} \quad (31)$$

e

$$\varepsilon = \mathbf{r} \cdot \text{sen}(\theta/2) \in \mathbb{R}^3. \quad (32)$$

O vetor formado pelos parâmetros de Euler

$$q = [\eta \quad \varepsilon^T]^T \quad (33)$$

é o mesmo vetor quatérnio apresentado em (2).

Por fim, as equações diferenciais cinemáticas diferenciais podem ser deduzidas através de (28),(31) e (32) como:

$$\dot{\eta} = -\frac{1}{2}\varepsilon^T \omega_{ob}^b, \quad (34)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{2}[\eta I + S(\varepsilon)]\omega_{ob}^b. \quad (35)$$

2.2 Modelo de Perspectiva da Câmera

A visão computacional será utilizada neste projeto para estabelecer, junto com os sensores inerciais, a posição e orientação do veículo autônomo. Para realizar esta tarefa é necessário estabelecer modelos matemáticos para descrever o processo de retirada de informações da câmera para, desta forma, introduzir os dados encontrados no *framework* do Filtro de Kalman Estendido.

2.2.1 Representação Tridimensional de uma Cena Móvel

O espaço Euclidiano tridimensional \mathbb{E}^3 é representado pelas coordenadas cartesianas compostas por vetores ortogonais $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{R}^3$. Alocando-se um sistema de coordenadas global $\{W\}$ na origem do espaço, um ponto qualquer $p \in \mathbb{E}^3$ pode ser representado pelas coordenadas $\mathbf{p} = [X \ Y \ Z]^T \in \mathbb{R}^3$. O sistema de coordenadas de uma câmera $\{C\}$ disposta no ambiente que se relaciona ao sistema de coordenadas global $\{W\}$ por um mapa $g(R, T)$ (ver equação (36)), é determinado por uma componente de translação $T \in \mathbb{R}^3$ e uma matriz de rotação $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (VASQUEZ, 2015). A figura 1 mostra esta representação.

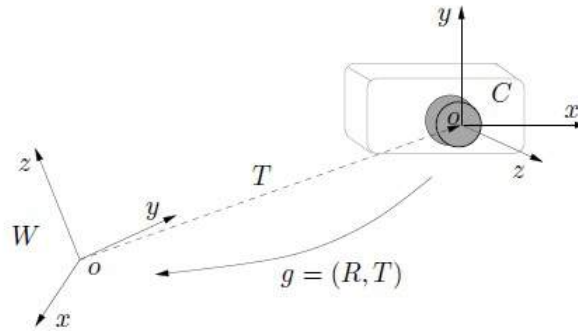
$$g(t) = \begin{bmatrix} R(t) & T(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \quad (36)$$

2.2.2 Modelo de Câmera Estenopeica (Câmera *pinhole*)

O modelo de câmera *pinhole* (também conhecido como perspectiva *pinhole* de modelo de projeção) proposto por Brunelleschi no começo do século 15, é matematicamente conveniente, visto que, apesar de sua simplicidade, este frequentemente apresenta uma aproximação aceitável do processo de captura de imagens (FORSYTH; PONCE, 2003).

Neste modelo é assumido que a abertura de uma lente fina decresce à zero, e todos os raios são forçados a passar pelo centro ótico, e assim permanecem não deflectidos. Apenas os pontos que contribuem para a irradiância são os pontos que definem $\mathbf{m}_i = [x', y']$ descrito no plano de projeção da câmera, em uma linha através de $\mathbf{p} = [XYZ]$,

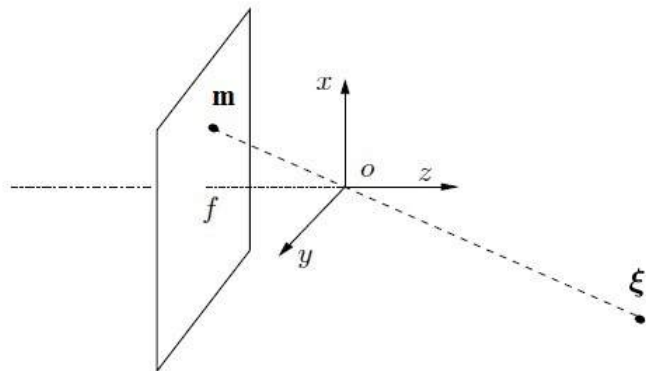
Figura 1 – Representação do movimento de rotação e translação entre a câmera e o sistema de coordenadas globais.



Fonte: Ma et al. (2012).

descrito no espaço euclidiano (ver Figura 2). O *pinhole* é puramente um modelo geométrico que aproxima sistemas de captura de imagem bem focados (MA et al., 2012).

Figura 2 – Modelo *pinhole* de captura de imagens.



Fonte: Ma et al. (2012).

Considerando que p tem coordenadas $\mathbf{X} = [X, Y, Z]^T$, de acordo com o modelo *pinhole* é possível deduzir as coordenadas de \mathbf{X} relacionadas com o ponto p da seguinte forma:

$$x = -f \frac{X}{Z}, \quad y = -f \frac{Y}{Z}. \quad (37)$$

De acordo com Mariottini e Prattichizzo (2005), uma câmera de orientação \mathbf{q} e posição $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$, percebe a projeção do ponto ξ_i de acordo com a equação (38)

$$\lambda \tilde{\mathbf{m}}_i = K(R(\mathbf{q})\xi_i + \mathbf{p}) \quad (38)$$

sendo o parâmetro λ um escalar desconhecido. A matriz $K \in \mathbb{R}^3$ é denominada "matriz de parâmetros internos da câmera".

É possível eliminar a dependência do parâmetro desconhecido λ no modelo da câmera ao multiplicar ambos os lados da equação (38) por $S(\tilde{\mathbf{m}}_i)$. Desta forma é obtido a equação

$$0 = S(\tilde{\mathbf{m}}_i)K(R(\mathbf{q})\boldsymbol{\xi}_i + \mathbf{p}) \quad (39)$$

dados que $S(\tilde{\mathbf{m}}_i)\tilde{\mathbf{m}}_i = 0$. Considerando $\tilde{\mathbf{m}}_i = [x \ y \ 1]'$, então

$$S(\tilde{\mathbf{m}}_i)\tilde{\mathbf{m}}_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & y \\ 1 & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - y + y \\ x + 0 - x \\ -xy + xy + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

provando assim a afirmação anterior.

2.2.3 Parâmetros Intrínsecos de uma Câmera

Conforme Trucco e Verri (1998) os *parâmetros intrínsecos* são os parâmetros necessários para relacionar as coordenadas de um pixel de uma imagem com as correspondentes coordenadas no frame de referência da câmera. Podem ser definidos também como um conjunto de parâmetros necessários para definir as características óticas, geométricas e digitais da câmera utilizada. Para uma câmera estenopeica (câmera *pinhole*), são necessárias três conjuntos de parâmetros intrínsecos:

- a perspectiva de projeção, para a qual o único parâmetro é a distância focal (f);
- a transformação entre as coordenadas do frame da câmera e as coordenadas do pixel (o_x, o_y, s_x, s_y) ;
- a distorção geométrica (l_1) introduzida pela ótica.

Estes parâmetros podem ser arranjados em uma matriz M , da seguinte maneira:

$$M = \begin{bmatrix} -f/s_x & 0 & o_x \\ 0 & -f/s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (41)$$

2.2.4 Parâmetros Extrínsecos de uma Câmera

Os *parâmetros extrínsecos* de uma câmera são parâmetros que definem a localização e orientação do *frame* de referência da câmera com relação a um conhecido *frame* de referência global (TRUCCO; VERRI, 1998).

O *frame* de referência da câmera é geralmente desconhecido e é normalmente problemático determinar a localização e orientação do *frame* da câmera em relação a um conhecido *frame* de referência, utilizando apenas a informação da imagem. Os parâmetros extrínsecos são definidos como qualquer conjunto de parâmetros geométricos que identifiquem de forma única a transformação entre um desconhecido *frame* de referência da câmera e um conhecido *frame* de referência.

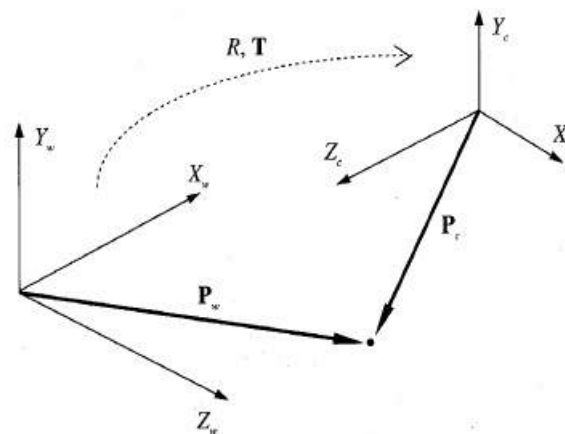
Uma forma típica de descrever a transformação entre *frame* da câmera e global é utilizar:

- um vetor de translação 3D (\mathbf{T}), que descreve as posições relativas das origens dos dois *frames* de referência, e
- uma matriz de rotação 3×3 , (\mathbf{R}), sendo esta uma matriz ortogonal ($R^T R = R R^T = I$) que traz os correspondentes eixos dos dois *frames* um sobre o outro.

A relação entre as coordenadas de um ponto \mathbf{P} nos *frames* global (\mathbf{P}_w) e da câmera (\mathbf{P}_c) é descrito na Figura 3 e na equação (42) :

$$\mathbf{P}_c = R(\mathbf{P}_w - \mathbf{T}). \quad (42)$$

Figura 3 – Relação entre *frames* global e câmera.



Fonte: Trucco e Verri (1998).

2.3 Filtro de Kalman

Uma das técnicas de estimação de estados de sistemas dinâmicos mais conhecida é o chamado Filtro de Kalman (FK) (KALMAN, 1960). De forma genérica, é possível dizer que o Filtro de Kalman fornece um método recursivo de estimação de um estado

de um sistema dinâmico na presença de ruído. Um aspecto chave do Filtro de Kalman é que o mesmo mantém estimativas tanto do vetor de estado (\hat{x}), quanto da matriz de covariância do erro estimado. Pode-se dizer então que a saída do Filtro de Kalman é uma função densidade de probabilidade Gaussiana (PDF) com média (\hat{x}) e covariância (P). No contexto de localização, a saída do Filtro de Kalman representa uma distribuição de possíveis posições do veículo, ao invés de uma única estimativa de posição (CHOSSET, 2005).

O algoritmo do Filtro de Kalman realiza as estimações em duas etapas distintas. A primeira é a predição, onde o modelo matemático do processo é utilizado para prever o estado em uma amostra k . Na segunda etapa é feita a correção, onde as informações coletadas dos sensores são postas no filtro para corrigir as estimativas feitas na primeira etapa. Esta forma de estimação pode ser classificada como um filtro Bayesiano paramétrico, sendo que o Filtro de Kalman parametriza as incertezas do sistema e dos sensores na forma de distribuições Gaussianas, descritas por suas médias e covariâncias (THRUN; BURGARD; FOX, 2005).

Para construir o Filtro de Kalman é necessário que o sistema a ser estimado seja linear, invariante no tempo e sujeito a um ruído Gaussiano aditivo. Considere o seguinte sistema linear:

$$\begin{aligned}x_k &= A_k x_{k-1} + B_k u_k + \epsilon_k \\z_k &= C_k x_k + \delta_k.\end{aligned}\tag{43}$$

Em (43) a variável $x_k \in \mathbb{R}^n$ representa os estados do sistema, $u_k \in \mathbb{R}^m$ representa as entradas. A variável $z_k \in \mathbb{R}^p$ representa as medições dos estados vindos dos sensores e as matrizes A_k , B_k e C_k descrevem o sistema. O termo ϵ_k é um sinal Gaussiano de média zero e covariância R_k que descreve a incerteza do modelo. A variável δ_k representa o ruído que afeta os sensores usados, e este sinal também é Gaussiano de média zero e tem uma covariância Q_k . A tabela 1 descreve o algoritmo do Filtro de Kalman.

Tabela 1 – O Algoritmo Filtro de Kalman

Algoritmo Filtro de Kalman ($x_{k-1}, P_{k-1}, u_k, z_k$)
--

- 1: $\bar{x}_k = A_k x_{k-1} + B_k u_k$
- 2: $\bar{P}_k = A_k P_{k-1} A_k' + R_k$
- 3: $K_k = \bar{P}_k C_k' (C_k \bar{P}_k C_k' + Q_k)^{-1}$
- 4: $x_k = \bar{x}_k + K_k (z_k - C_k \bar{x}_k)$
- 5: $P_k = (I - K_k C_k) \bar{P}_k$
- 6: *return* P_k, x_k

Adaptado de: Thrun, Burgard e Fox (2005).

Analisando o algoritmo da tabela 1 é possível realizar as seguintes observações, nas equações,

$$\begin{aligned}\bar{x}_k &= A_k x_{k-1} + B_k u_k \\ \bar{P}_k &= A_k P_{k-1} A_k' + R_k\end{aligned}\tag{44}$$

são calculadas as estimativas *a priori* dos estados e sua covariância \bar{P}_k . O termo K_k representa o ganho de correção do Filtro de Kalman e é calculado a partir da equação:

$$K_k = \bar{P}_k C_k' (C_k \bar{P}_k C_k' + Q_k)^{-1}.\tag{45}$$

Por fim, na etapa de correção, a estimativa final dos estados x_k e sua covariância P_k são calculadas a partir de:

$$\begin{aligned}x_k &= \bar{x}_k + K_k (z_k - C_k \bar{x}_k), \\ P_k &= (I - K_k C_k) \bar{P}_k.\end{aligned}\tag{46}$$

2.4 Filtro de Kalman Estendido

De acordo com Thrun, Burgard e Fox (2005), as suposições de transições de estado lineares e medições lineares com ruído Gaussiano raramente se concretizam na prática. Por exemplo, um veículo que move-se com velocidades translacional e rotacional constantes, move-se em uma trajetória circular, a qual não pode ser descrita por transições de estados lineares. Este, e a grande maioria dos casos, mostram que o Filtro de Kalman não é aplicável aos mais variados problemas propostos pela robótica.

Então, para o presente estudo, é necessário usar uma ferramenta alternativa ao Filtro de Kalman, pois neste é requerido a capacidade de trabalhar com transições de estado não-lineares. Foi escolhido, desta forma, o Filtro de Kalman Estendido (EKF). Este apresenta basicamente a mesma estrutura do Filtro de Kalman, porém o EKF assume que as equações do sistema são não lineares.

A descrição de espaço de estados mostrado em (43) pode ser representado agora da seguinte forma,

$$\begin{aligned}x_k &= f(u_k, x_{k-1}) + \epsilon_k \\ z_k &= h(x_k) + \delta_k.\end{aligned}\tag{47}$$

Para realizar a filtragem com o EKF é necessário linearizar (47). Desta forma, é utilizado a aproximação de Taylor de primeira ordem, assim aproximando a função não

linear, f , por

$$f(u_k, x_{k-1}) \approx f(u_k, \bar{x}_{k-1}) + \underbrace{\frac{\partial f(u_k, \bar{x}_{k-1})}{\partial \bar{x}_{k-1}}}_{=: F_k} (x_{k-1} - \bar{x}_{k-1}). \quad (48)$$

A matriz F_k é conhecida como matriz jacobiana, e seus valores dependem de u_k e \bar{x}_k . Isto faz com que matriz não seja constante.

A mesma linearização é aplicada a função relativa aos sensores,

$$h(x_k) \approx h(\bar{x}_k) + \underbrace{\frac{\partial h(\bar{x}_k)}{\partial \bar{x}_k}}_{=: H_k} (x_k - \bar{x}_k). \quad (49)$$

A tabela 2 descreve o algoritmo do Filtro de Kalman Estendido.

Tabela 2 – O Algoritmo Filtro de Kalman Estendido

Algoritmo EKF ($x_{k-1}, P_{k-1}, u_k, z_k$)

- 1: $\bar{x}_k = f(u_k, x_{k-1})$
- 2: $\bar{P}_k = F_k P_{k-1} F_k' + R_k$
- 3: $K_k = \bar{P}_k H_k' (H_k \bar{P}_k H_k' + Q_k)^{-1}$
- 4: $x_k = \bar{x}_k + K_k (z_k - h(\bar{x}_k))$
- 5: $P_k = (I - K_k H_k) \bar{P}_k$
- 6: *return* P_k, x_k

Adaptado de: Thrun, Burgard e Fox (2005).

Comparando as tabelas 1 e 2, é possível traçar paralelos entre os dois algoritmos. Os dois seguem a mesma estrutura de cálculos, as linhas 1 e 2 são responsáveis por realizar a predição, encontrando as estimativas dos estados e sua covariância \bar{P}_k . O termo K_k na linha 3 representa o ganho de correção do Filtro de Kalman. E as linhas 4 e 5 realizam a correção.

2.5 Veículo Omnidirecional com Rodas *Mecanum*

Alguns dos mais significantes desafios relacionados à robótica autônoma reside na área de planejamento de movimento autônomo. O objetivo é especificar um tarefa em uma linguagem em alto nível e fazer com que o robô automaticamente compile esta especificação em um conjunto de primitivas de movimento de baixo nível, ou controladores

de *feedback*, para realizar a tarefa (CHOSSET, 2005). A mobilidade é uma das principais preocupações de um robô móvel quando se trata deslocamentos em espaços reduzidos e desviar de obstáculos.

Um mecanismo omnidirecional de direção é muito atrativo neste sentido, devido sua capacidade de garantir uma boa mobilidade. Entre vários tipos de rodas omnidirecionais, as rodas *Mecanum* destacam-se como uma escolha popular entre projetistas (DOROFTEI; STIRBU, 2010). As rodas *Mecanum* foram inventadas em 1973 por um engenheiro sueco chamado Bengt Erland Ilon (ILON, 1975), enquanto trabalhava na companhia sueca "Mecanum AB". Porém, a primeira aplicação desta nova tecnologia seria feita apenas em 1987 no Instituto de Robótica da Universidade de Carnegie Mellon por Muir e Neuman (1990). Atualmente diversos projetos envolvendo veículos omnidirecionais estão sendo desenvolvidos, podendo-se destacar Schulze, Behling e Buhrs (2011), Goller et al. (2009), Ransom, Krömer e Lückemeier (2008), Diegel et al. (2002) e Hsu, Hsu e Lu (2011).

A roda omnidirecional *Mecanum* consiste em uma peça geralmente circular envolvida por roletes de livre rotação angulados em 45° em toda sua circunferência, (Figura 4). A roda tem três graus de liberdade compostas da rotação da roda, da rotação do rolete e do escorregamento rotacional quando o eixo vertical passa através do ponto de contato (DOROFTEI; STIRBU, 2010).

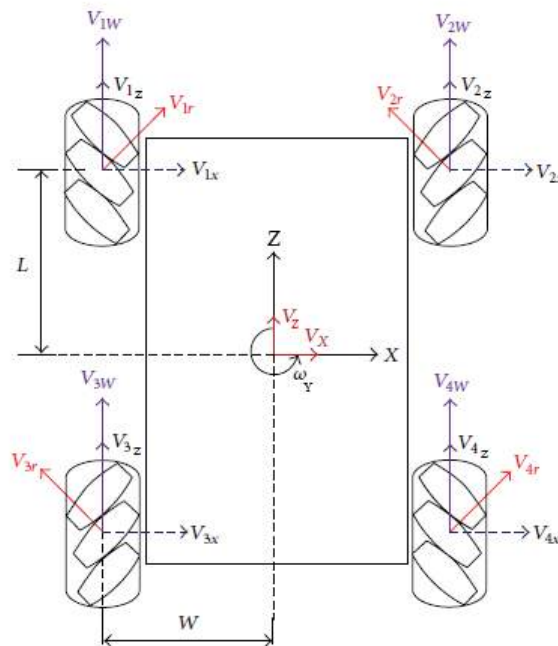
Figura 4 – Roda *Mecanum*.



Fonte: Robotics (2016).

A angulação destas rodas faz com que a tração exercida pela mesma não seja perpendicular ao próprio eixo. A tração exercida será deslocada em 45° . Para o funcionamento correto do veículo omnidirecional, o sistema deve estar disposto em pares de rodas. O primeiro par de rodas, com ângulos iguais de rotação dos roletes, deve ser montado em uma diagonal do veículo. Enquanto que o segundo par deve ter ângulo suplementar ao do primeiro par, e deve ser montado na outra diagonal, assim como mostra a figura 5.

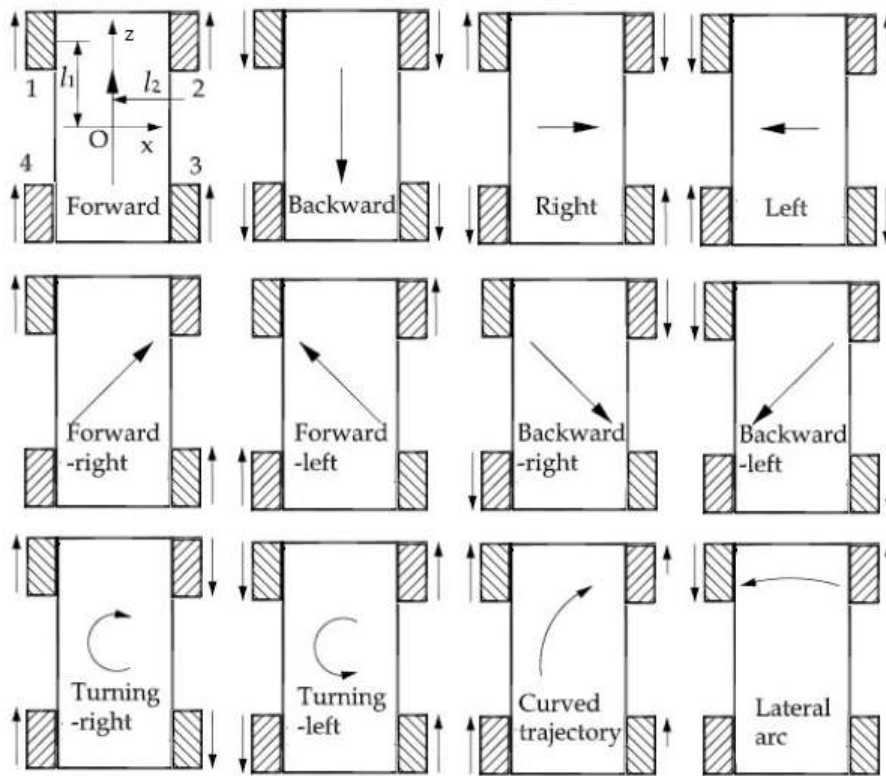
Figura 5 – Montagem do veículo Omnidirecional e sistemas de coordenadas.



Adaptado de: Yoon, Park e Kim (2015).

Dependendo da direção e velocidade de cada roda, a combinação resultante de todas essas forças produz um vetor de força total em qualquer direção desejada, permitindo assim que a plataforma mova-se livremente na direção do vetor de força resultante, sem mudar a direção da roda. Pelo simples controle da rotação de cada roda, o movimento da direção do veículo pode mudar instantaneamente (ADĂSCĂLIȚEI; DOROFTEI, 2011). A figura 6 mostra exemplos de movimentos possíveis com a roda *Mecanum*, de acordo com a direção e velocidade de cada roda do veículo.

Figura 6 – Movimento do veículo de acordo com a direção e velocidade angular das rodas.



Adaptado de: Doroftei, Grosu e Spinu (2007).

2.6 Controle Baseado na Teoria de Lyapunov

De acordo com Murray et al. (1994), o Método Direto de Lyapunov permite determinar a estabilidade de um sistema sem explicitamente integrar sua equação diferencial. O método é uma generalização da ideia de “medida de energia” em um sistema, então estudando a taxa de mudança de energia do sistema é possível verificar a estabilidade.

Esta propriedade pode ser explorada construindo uma função escalar relacionada a energia do sistema, $(V(t))$, onde esta função contém todos os estados do sistema em malha fechada. A partir desta função escalar pode-se investigar sua variação no tempo denotada por $\dot{V}(t)$. Se $\dot{V}(t) \leq 0$, então sabemos que $V(t)$ é uma função de tempo decrescente ou constante, ou seja, a energia está sendo dissipada ou está sendo mantida em um nível constante. De qualquer forma, o sistema irá eventualmente atingir uma constante. Desta forma o sistema em malha fechada será considerado (QUEIROZ et al., 2012).

2.6.1 Estabilidade de Sistemas no Sentido de Lyapunov

De acordo com Khalil e Grizzle (1996) o conceito de estabilidade segundo Lyapunov permite tirar conclusões a respeito da estabilidade de um sistema não-linear sem necessitar

da resolução das equações diferenciais que o descrevem. Esta metodologia baseia-se em funções escalares representativas do sistema, conceito que estende a definição clássica de função de energia.

Primeiramente, consideramos as seguintes notações. \mathbf{B}_R denota a região esférica definida por $\|\mathbf{x}\| < R$ no espaço de estados, e \mathbf{S}_R sendo a própria esfera definida por $\|\mathbf{x}\| = R$.

Definição 2.6.1. (SLOTINE, 1991) O estado de equilíbrio $x = 0$ é dito estável se, para qualquer $R > 0$, existe $r > 0$, tal que se $\|x(0)\| < r$, então $\|x(t)\| < R$ para todo $t \geq 0$. Caso contrário, o ponto de equilíbrio é instável.

Essencialmente, a estabilidade no sentido de Lyapunov ou estabilidade de Lyapunov, significa que a trajetória do sistema pode ser mantida arbitrariamente perto da origem, começando suficientemente perto da mesma. Formalmente, a definição afirma que a origem é estável, se, dado que não é desejada que a trajetória de estado $\mathbf{x}(t)$ saia da região esférica de raio \mathbf{B}_R , um valor $r(R)$ pode ser encontrado tal que começando o estado dentro da esfera \mathbf{B}_r no tempo 0, garante que o estado continuará na esfera \mathbf{B}_R depois disso (SLOTINE; LI et al., 1991).

2.6.2 Teorema de Lyapunov para Estabilidade Global

De acordo com Slotine, Li et al. (1991) para garantir a estabilidade assintótica global, é necessário que $V(x)$ seja radialmente ilimitada, significando que, $V(x) \rightarrow \infty$ quando $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$.

Teorema 2.6.1. (SLOTINE, 1991) *Assumindo que exista a função escalar V do estado \mathbf{x} , com derivadas contínuas de primeira ordem tal qual*

- $V(\mathbf{x})$ é positiva definida
- $\dot{V}(\mathbf{x})$ é negativa definida
- $V(x) \rightarrow \infty$ quando $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$

então o equilíbrio na origem é globalmente assintoticamente estável.

3 Sensoreamento e Hardware

Nesta seção serão vistos alguns conceitos relativos ao sensoreamento utilizado neste trabalho e descrito o *hardware* que forma o sistema do veículo autônomo.

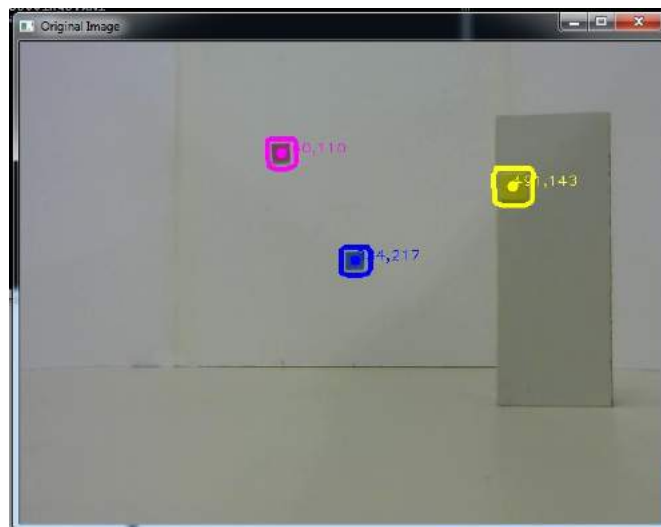
3.1 Visão Computacional

Imagens contém uma vasta quantidade de informações, o suficiente para desafiar a capacidade de processamento de, até mesmo, os mais poderosos computadores. E mesmo assim, apenas uma pequena fração desta informação pode ser relevante para uma determinada tarefa (BURT, 1988). Neste sentido, um sistema de visão computacional recupera informação útil sobre uma cena de suas projeções bi-dimensionais.

A estimação da orientação e localização de veículos autônomos é uma área de pesquisa bastante explorada no uso da visão computacional (KORNUTA; ZIELIŃSKI, 2015), (GOLDBERG; MAIMONE; MATTHIES, 2002), (PALOMERAS et al., 2013). Exemplos da estimação da pose utilizando odometria visual podem ser encontrados em Janabi-Sharifi e Marey (2010) e Altug, Ostrowski e Taylor (2003).

O objetivo da visão computacional neste contexto é detectar três marcadores de posições globais conhecidas, e enviar ao filtro de Kalman Estendido sua posição em *pixels*. (Figura 7). Para a realização desta tarefa será utilizado a biblioteca de algoritmos de visão computacional "*open source*" OPENCV.

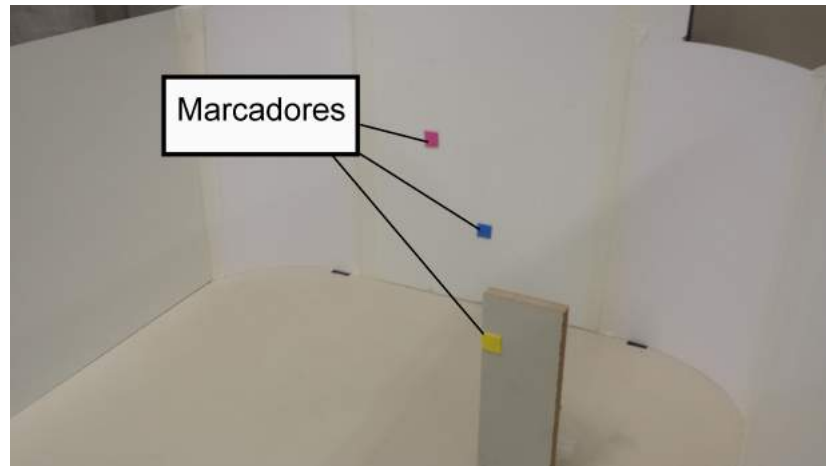
Figura 7 – Marcadores Detectados pelo Algoritmo.



Fonte: O Autor.

Primeiramente é determinado as cores dos marcadores a serem detectados. Cada cor tem um correspondente conjunto de valores representados no sistema *HSV*. Neste sistema, cada cor é representada por um conjunto de três componentes: *Hue*(Matiz), *Saturation* (Saturação) e *Value* (Valor). Estes valores foram determinados manualmente para cada marcador mostrado na figura 8.

Figura 8 – Marcadores no Ambiente de Testes.



Fonte: O Autor.

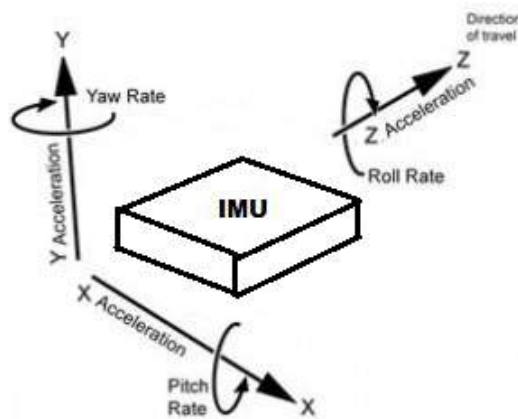
O funcionamento do algoritmo usado pode ser descrito da seguinte maneira: ao capturar um *frame* são detectados *pixels* de valores HSV aproximados aos dos anteriormente calibrados. Por conseguinte são utilizadas operações morfológicas de erosão e dilatação na imagem, com o intuito de determinar a área dos marcadores detectados. O último passo é determinar o centro de massa da área do marcador detectado e é a partir deste cálculo que a posição em *pixels* é determinada. O computador utilizado neste projeto (ver Tabela 3) conseguiu atingir uma taxa de amostragem de 29 *frames* por segundo. A disposição dos marcadores foi escolhida, como demonstrado na figura (8), de forma que os marcadores de cor azul e rosa se encontrem em um mesmo plano em alturas diferentes, já o marcador amarelo foi colocado em um plano e altura diferente dos demais. Esta escolha foi feita com o intuito de aumentar a quantidade de informações captadas pelo sensor visual, melhorando assim a estimativa de posição e orientação.

3.2 IMU - Inertial Measurement Unit

Um IMU (*Inertial Measurement Unit*) é um componente que utiliza sistemas de medições, como giroscópios e acelerômetros para estimar a posição relativa, velocidade e aceleração de um veículo em movimento. O sistema de navegação resultante é conhecido como INS (*Inertial Navigation System*).

Um IMU fornece medidas inerciais do veículo em seis graus de liberdade (DOF). São elas, três graus nos deslocamentos lineares sobre os eixos em x , y e z , e três graus para os giros sobre os eixos em θ_x , θ_y e θ_z . (Figura 9). Para cada grau de liberdade, a aceleração medida pode integrada ao longo do tempo junto com uma estimativa da gravidade para calcular a velocidade atual. Sendo assim, a velocidade é integrada para calcular a posição atual.

Figura 9 – Representação Gráfica dos Graus de Liberdade Medidos pelo IMU .



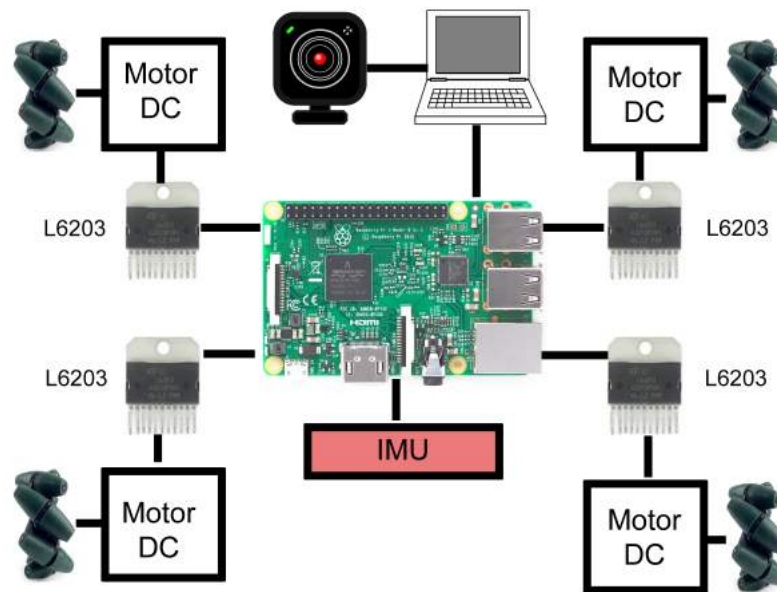
Fonte: O Autor.

Os IMUs são extremamente sensíveis a erros de medição nos acelerômetros e giroscópios. O erro de *Drift* no giroscópio leva a estimações falsas da orientação do veículo relativas à gravidade, resultando em um incorreto cancelamento do vetor de gravidade. Ao integrar duas vezes os dados do acelerômetro, qualquer resíduo do vetor de gravidade irá resultar em um erro quadrático na posição. Como não é possível eliminar o vetor de gravidade por completo, o erro de *Drift* é um problema fundamental de qualquer sistema IMU. Dado um período longo o suficiente de operação, todos os IMUs vão apresentar este erro e necessitarão de alguma medição externa para a correção (SICILIANO; KHATIB, 2008).

3.3 Hardware Utilizado

O projeto de *hardware* do veículo autônomo realizado com rodas *Mecanum* pode ser descrito da seguinte forma: o controle das rodas, da leitura do IMU e do processamento do Filtro de Kalman Estendido ficarão a cargo de uma placa *Raspberry PI 3* montada *onboard*, enquanto que o processamento digital de imagens será feito por um computador fora do *framework* do veículo. A Figura 10 mostra uma esquema de montagem do sistema em questão.

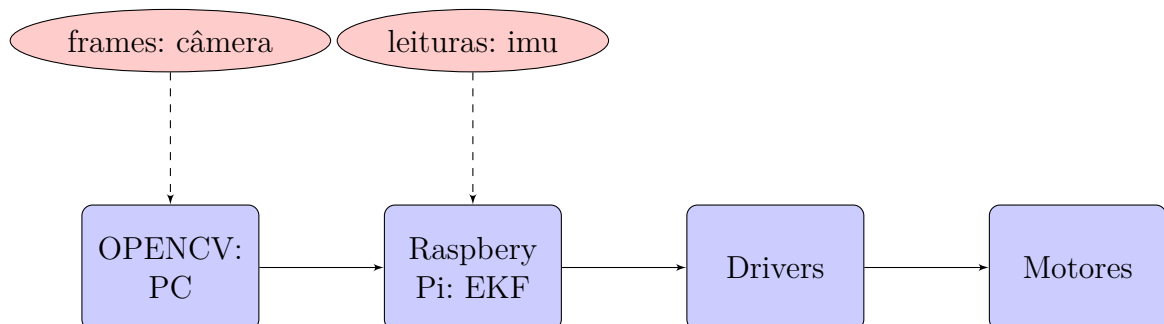
Figura 10 – Esquema de Montagem do Hardware.



Fonte: O Autor.

A descrição simples do funcionamento do sistema pode ser feita da seguinte maneira: primeiramente o *Raspberry Pi* coleta as informações vindas do IMU e da câmera. O IMU é diretamente conectado ao barramento de I/O da placa de processamento, e a comunicação é feita através do protocolo SPI (Serial Peripheral Interface). Os dados da câmera processados pelo computador são transmitidos por uma interface serial simples utilizando um conversor USB-TTL, que liga a saída USB do computador ao barramento do processador. As entradas do sistema calculadas pelo filtro são convertidas em sinais PWM (Pulse Width Modulation) que alimentam quatro *drivers* controladores de motores de corrente contínua. E, por sua vez, os motores controlam as rodas *Mecanum*. O fluxograma da figura 11 ilustra o funcionamento descrito anteriormente.

Figura 11 – Fluxograma de funcionamento do sistema.



Fonte: O Autor.

A tabela 3 apresenta a lista de componentes utilizados.

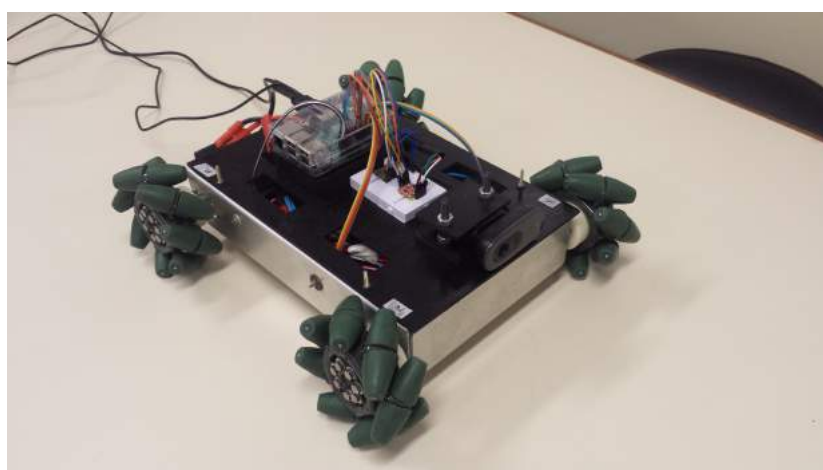
Tabela 3 – Componentes Utilizados

IMU - Inertial Measurement Unit	ASM330LXH
Computador para Processamento de Imagens	PC Dell com processador Intel Core I7
Processador para o EKF	1.2GHz 64-bit quad-core ARMv8 CPU (Raspberry Pi 3)
Conversor USB-TTL	PL-2303HX
Sensor Visual	Câmera Logitech C270 HD 720p
Motores DC	Motor DC Akiyama 12v
Drivers para Motores DC	L6203

Fonte: O Autor.

A figura 12 mostra o veículo montado.

Figura 12 – Veículo Omnidirecional com Roda *Mecanum* montado para o projeto.



Fonte: O Autor.

4 Localização Baseada No Filtro De Kalman Estendido

Neste capítulo são descritos os modelos matemáticos do processo e também dos sensores inerciais e visuais que serão utilizados no filtro.

4.1 Modelagem Matemática

São abordadas nesta seção a construção do modelo matemático do processo contínuo, do processo linearizado e do processo discreto.

4.1.1 Modelo do Processo Contínuo

Os seguintes estados foram considerados na presente formulação:

- $q \in \mathbb{R}^4 \rightarrow$ quatérnio de orientação global do sistema;
- $\omega \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ velocidade angular do sistema representada em coordenadas locais;
- $\alpha \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ aceleração angular do sistema representada em coordenadas locais;
- $p \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ posição do sistema representada em coordenadas globais;
- $v \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ velocidade do sistema representada em coordenadas globais;
- $a \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ aceleração do sistema representada em coordenadas globais;

Por desconhecer o comportamento do sistema é proposto que o início seja feito por passeios aleatórios estocásticos para descrever a aceleração linear a e a aceleração angular α :

$$\dot{a} = \delta_a, \dot{\alpha} = \delta_\alpha, \quad (50)$$

onde δ_a e δ_α são variáveis gaussianas de média zero e covariância $Q_a \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e $Q_\alpha \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

É assumido, de forma determinística, que:

$$\dot{v} = a, \dot{p} = v, \dot{\omega} = \alpha, \dot{q} = F(\omega)q = G(q)\omega. \quad (51)$$

A partir de (34),(35) e (51), é determinado que $F(\omega) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ e $G(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$ são

$$F(\omega) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega^T \\ \omega & -S(\omega) \end{bmatrix}, G(q) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\varepsilon^T \\ \eta I + S(\varepsilon) \end{bmatrix}. \quad (52)$$

Lembrando que: $q = [\eta \ \varepsilon^T]^T$, onde $\eta \in \mathbb{R}$ é o quatérnio escalar real e $\varepsilon \in \mathbb{R}^3$ é o quatérnio vetorial imaginário e $S(u) \in \mathbb{R}^3$ denota a matriz de produto cruzado mostrado em (29). É previsto, também, a presença de erro de *bias* nas medições da IMU. Desta forma, os seguintes estados são adicionados ao modelo do processo:

- $b_{gyr} \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ erro proveniente do bias do giroscópio;
- $b_{acc} \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ erro proveniente do bias do acelerômetro;

Ambos estados de *bias* podem ser modelados por processos de passeios aleatórios:

$$\dot{b}_{gyr} = \delta_{b_{gyr}}, \dot{b}_{acc} = \delta_{b_{acc}}, \quad (53)$$

onde os sinais estocásticos $\delta_{b_{gyr}}$ e $\delta_{b_{acc}}$ são definidos por:

$$\mathcal{P}(\delta_{b_{gyr}}) \sim \mathcal{N}(0, Q_{b_{gyr}}), \mathcal{P}(\delta_{b_{acc}}) \sim \mathcal{N}(0, Q_{b_{acc}}). \quad (54)$$

O processo completo do modelo contínuo pode ser expressado da seguinte forma:

$$\dot{x} = f^c(x) + \delta_x^c, \quad (55)$$

onde $x \in \mathbb{R}^{25}$ é o vetor de estados de processo, f^c é o modelo do processo determinístico e δ_x^c representa as entradas estocásticas do processo, assim sendo:

$$x = \begin{bmatrix} q \\ \omega \\ \alpha \\ p \\ v \\ a \\ b_{gyr} \\ b_{acc} \end{bmatrix}, f^c(x) = \begin{bmatrix} F(\omega)q \\ \alpha \\ 0_{3 \times 1} \\ v \\ a \\ 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix}, \mathcal{P}(\delta_x^c) \sim \mathcal{N}(0, Q_x^c \in \mathbb{R}^{25 \times 25}). \quad (56)$$

A covariância do ruído total do processo é dado por:

$$Q_x^c = \text{diag}\{0_{7 \times 7}, Q_\alpha, 0_{6 \times 6}, Q_a, Q_{b_{gyr}}, Q_{b_{acc}}\}. \quad (57)$$

4.1.2 Modelo do Processo Linearizado

O modelo claramente apresenta uma não-linearidade, devido à presença dos quaternios, (representados por q) e do estado da velocidade linear ω . A computação do filtro de Kalman requer nestes casos, um modelo linearizado. Caracterizando o filtro, desta forma, como um filtro de Kalman Estendido:

$$\dot{x} = A^c(\bar{x})x + f^c(\bar{x}) + \delta_x^c. \quad (58)$$

Então, \bar{x} é o ponto de linearização e a matriz $A^c \in \mathbb{R}^{25 \times 25}$ é obtida pelo seguinte jacobiano:

$$A^c(x) = \frac{\partial f^c(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} F(\omega) & G(q) & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} \\ 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}. \quad (59)$$

4.1.3 Modelo do Processo Discreto

O próximo passo é obter a descrição do sistema discreto para poder implementar o filtro de Kalman:

$$x(k+1) = f(x(k)) + \delta_x(k), \quad \mathcal{P}(\delta_x) \sim \mathcal{N}(0, Q_x). \quad (60)$$

Através de *Euler forward discretization*, o modelo do processo determinístico discreto $f(x)$ e a covariância do ruído discreto Q_x , são obtidos por

$$f(x) = x + T f^c(x), \quad Q_x = T^2 Q_x^c, \quad (61)$$

para um dado período de processamento digital T . Considerando que a discretização introduz incertezas nos estados de predição e que Q_x é positivo definido por questões numéricas, é necessário incrementar o modelo de covariância Q_x conforme:

$$Q_x = T^2 Q_x^c + I\beta, \quad (62)$$

onde β é escalar. O modelo linearizado pode ser representado na forma discreta da seguinte maneira:

$$x(k+1) = A(\bar{x}(k))x(k) + f(\bar{x}(k)) + \delta_x, \quad (63)$$

onde a matriz jacobiana $A(x)$ do modelo discreto é dada por:

$$A(x) = I + TA^c(x). \quad (64)$$

4.2 Modelo de Medições

As seguintes medições são utilizadas no processo de atualização do filtro:

- $\omega_{gyr} \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ medição do giroscópio;
- $a_{acc} \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ medição do acelerômetro;
- $p_1 \in \mathbb{R}^2 \rightarrow$ posição em *pixels* do marcador 1;
- $p_2 \in \mathbb{R}^2 \rightarrow$ posição em *pixels* do marcador 2;
- $p_3 \in \mathbb{R}^2 \rightarrow$ posição em *pixels* do marcador 3;

Os seguintes parâmetros são assumidos para a modelagem do sensor:

- $\varnothing_{imu} \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ posição do sensor IMU no frame local do sistema;
- $\varnothing_{cam} \in \mathbb{R}^3 \rightarrow$ posição da câmera no frame local do sistema;

É assumido que a orientação do *frame* das leituras da IMU (giroscópio e acelerômetro) é a mesma que do *frame* local do veículo. Se esta condição não for verdade, uma simples matriz de rotação pode ser aplicada para corrigir a orientação das leituras.

Em uma formulação subsequente, o termo $R(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ indica o *frame* de rotação do sistema em relação aos *frames* globais. Dado o quatérnio q , a matriz de rotação $R(q)$ pode ser obtida por:

$$R(q) = I + 2\eta S^2(\varepsilon). \quad (65)$$

O modelo de saída do giroscópio é dado por:

$$\omega_{gyr} = \omega + b_{gyr} + \delta_{gyr}, \quad (66)$$

onde o ruído δ_{gyr} apresenta a distribuição de probabilidade:

$$\mathcal{P}(\delta_{gyr}) \sim \mathcal{N}(0, Q_{gyr}). \quad (67)$$

O modelo de saída do acelerômetro é expressado por

$$a_{acc} = R^T(q)(a - g) + H(\omega, \alpha)o_{imu} + b_{acc} + \delta_{acc} \quad (68)$$

e o acelerômetro δ_{acc} :

$$\mathcal{P}(\delta_{acc}) \sim \mathcal{N}(0, Q_{acc}). \quad (69)$$

O modelo completo de medições pode ser escrito da seguinte forma:

$$z = h(x) + \delta_z. \quad (70)$$

O vetor de medições $z \in \mathbb{R}^{12}$, o modelo estimado $h(x)$ e o ruído de medição total são:

$$z = \begin{bmatrix} \omega_{gyr} \\ a_{acc} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, h(x) = \begin{bmatrix} \hat{\omega} \\ R^T(\hat{q})(\hat{a} - g) + H(\hat{\omega}, \hat{\alpha})o_{imu} \\ S(\tilde{m}_1)K[R(\hat{q}) \quad T(\hat{p})]P_1 \\ S(\tilde{m}_2)K[R(\hat{q}) \quad T(\hat{p})]P_2 \\ S(\tilde{m}_3)K[R(\hat{q}) \quad T(\hat{p})]P_3 \end{bmatrix}, \mathcal{P}(\delta_z) \sim \mathcal{N}(0, Q_z). \quad (71)$$

A equação $S(\tilde{x}_n)K[R(\hat{q}) \quad T(\hat{p})]P_n$ retirada de (71) e derivada de (38), quanto mais se aproximar da estimativa correta, mais perto de zero será seu resultado.

A covariância do ruído total do processo é dado por:

$$Q_z = \text{diag}\{Q_{gyr}, Q_{acc}, Q_{cam}, Q_{vel}\}. \quad (72)$$

4.2.1 Medições Linearizadas

Assim como o modelo do processo, o modelo dos sistemas de medições apresentam não-linearidades entre as variáveis de estado. Na sequência será apresentada a derivação de um modelo de saída linearizado, para possibilitar a implementação do filtro de Kalman Estendido. O modelo linearizado de medições pode ser expresso por

$$z = C(\bar{x})x + h(\bar{x}) + \delta_z, \quad (73)$$

lembrando que \bar{x} é o ponto de linearização. A matriz do modelo linearizado $C(x) \in \mathbb{R}^{12 \times 25}$ é obtida por:

$$C(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} \\ \hat{J}(q, a - g) & W(\omega, o_{imu}) & -S(o_{imu}) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & R^T(q) & 0_{3 \times 3} & I_3 \\ \hat{J}(q, o_{cam}) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ \hat{J}(q, v) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & R^T(q) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}. \quad (74)$$

Para calcular $C(x)$ as seguintes derivadas parciais foram usadas (CASTRO et al., 2016):

$$\frac{\partial S(y)u}{\partial y} = -S(u), \forall y, u \in \mathbb{R}^3, \quad (75)$$

$$J(q, u) := \frac{\partial R(q)u}{\partial q} = \frac{\partial (I + 2\eta S^2(\varepsilon))u}{\partial \begin{bmatrix} \eta \\ \varepsilon \end{bmatrix}} = 2[S(\varepsilon)u \quad -S(u)\eta + W(\varepsilon, u)] \forall u \in \mathbb{R}^3, \quad (76)$$

$$\hat{J}(q, u) := \frac{\partial R^T(q)u}{\partial q} = \frac{\partial (I - 2\eta S^2(\varepsilon))u}{\partial \begin{bmatrix} \eta \\ \varepsilon \end{bmatrix}} = 2[-S(\varepsilon)u \quad S(u)\eta + W(\varepsilon, u)] \forall u \in \mathbb{R}^3, \quad (77)$$

$$W(y, u) := \frac{\partial S^2(y)u}{\partial y} = yu^T - 2uy^T + y^T u I_3, \forall y, u \in \mathbb{R}^3. \quad (78)$$

4.3 Fusão Através do Filtro de Kalman Estendido

O filtro de Kalman Estendido gera, a cada amostra k , uma estimação Gaussiana do estado do sistema (representada por um valor médio de $\hat{x}(k)$) e a matriz de covariância $P(k)$:

$$\mathcal{P}(x(k)) \sim \mathcal{N}(\hat{x}(k), P(k)). \quad (79)$$

Para computar o filtro de Kalman Estendido, é necessário utilizar os modelos não lineares $f(x)$ e $h(x)$ combinados termos do modelo linearizado $A(x)$ e $C(x)$. O processamento digital realizado é demonstrado na tabela 4.

Tabela 4 – Algoritmo do Filtro de Kalman Estendido Aplicado no Processamento Digital

Etapa de Predição

1. $\hat{x}^- = f(\hat{x}(k-1))$
2. $P^-(k) = A(\hat{x}(k-1))P(k-1)A^T(\hat{x}(k-1)) + Q_x(k-1)$

Etapa de Atualização

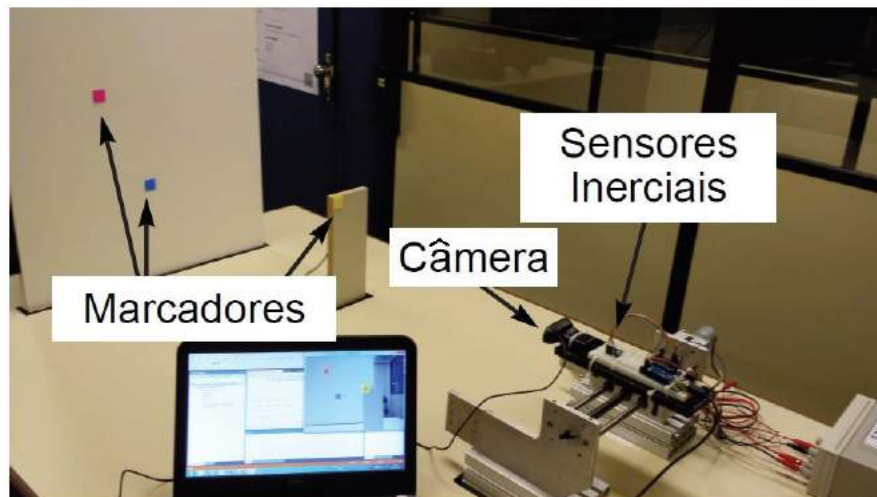
1. $S(k) = C(\hat{x}^-(k))P^-(k)C^T(\hat{x}^-(k)) + Q_z(k)$
1. $K(k) = P^-(k)C^T(\hat{x}^-(k))S^{-1}(k)$
2. $L(k) = I - K(k)C(\hat{x}^-(k))$
3. $\hat{x} = \hat{x}^-(k) + K(k)(z(k) - h(\hat{x}^-(k)))$
4. $P(k) = L(k)P^-(k)$

Fonte: O Autor.

4.4 Validação Experimental do Filtro de Kalman

A validação do filtro proposto foi realizado com um equipamento diferente ao usado no veículo autônomo. O experimento que foi montado utilizou a mesma câmera Logitech C270 HD 720p utilizado no veículo. Mas o sensor inercial utilizado foi um MPU-6050 que é um IMU de resolução um pouco inferior ao utilizado no projeto. A leitura do sensor inercial foi realizada por uma placa de desenvolvimento contemplando um microcontrolador ATmega328P, de 16 MHz. Estes dados foram enviados via porta serial para o computador responsável pela implementação do filtro de Kalman Estendido e pelo processamento da imagem (Figura 13).

Figura 13 – Ambiente para a validação do filtro de Kalman Estendido.

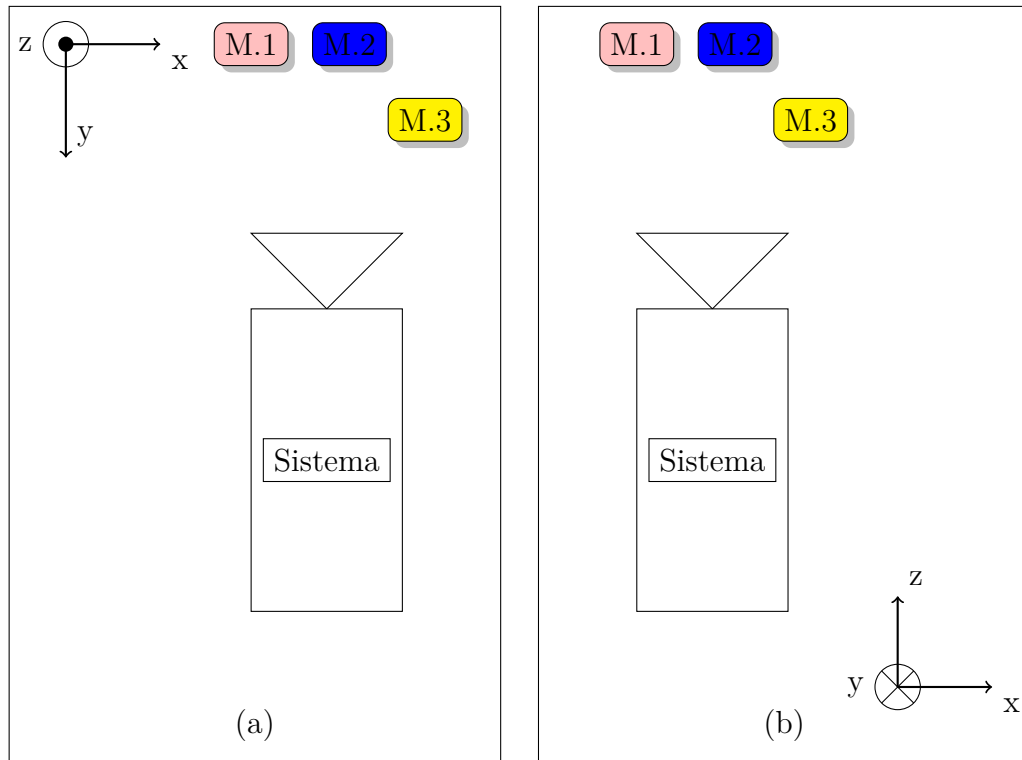


Fonte: O Autor.

É necessário lembrar que este experimento serviu apenas para validar o EKF e, portanto, alguns parâmetros apresentados podem diferir dos resultados obtidos no projeto

em si. O sistema de coordenadas utilizado nesta validação é diferente do utilizado nos testes posteriores, assim como é mostrado na figura 14.

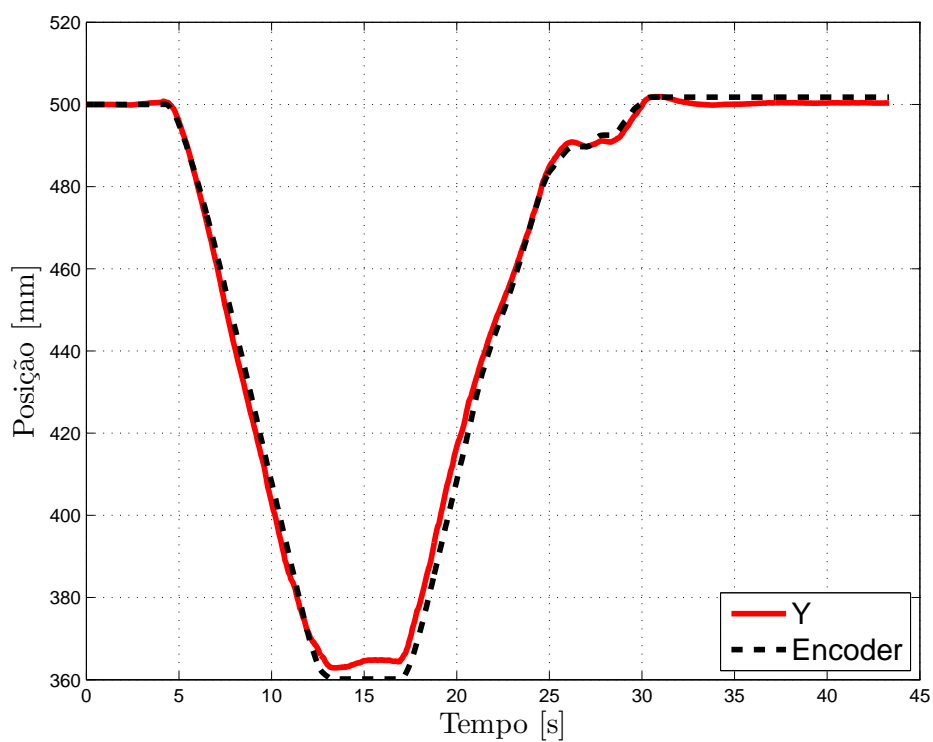
Figura 14 – Sistemas de coordenadas utilizadas. (a) → Sistema de coordenadas utilizada para a validação do EKF. (b) → Sistema de coordenadas utilizada para a construção do projeto.



Fonte: O Autor.

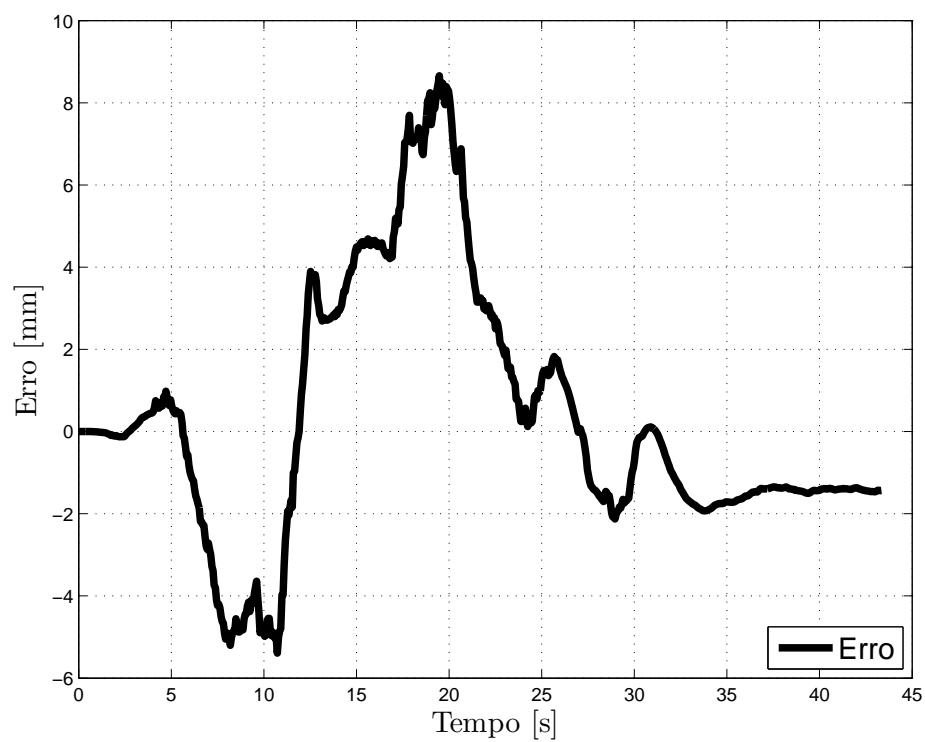
Inicialmente o sistema foi testado sobre uma base móvel limitando seu deslocamento ao a apenas um grau de liberdade, como pode ser visto na Figura 13. Desta forma é possível obter dados precisos sobre o deslocamento real do sistema, com o intuito de validar a estimação obtida pelo filtro proposto. A base móvel mencionada anteriormente pode ser descrita da seguinte maneira: um motor de corrente contínua aplica uma rotação sobre um fuso que transforma a velocidade angular em velocidade linear, movimentando assim o sistema. No motor está montado um *encoder*, considerando o passo do fuso com os pulsos por rotação do sensor é possível calcular o deslocamento do sistema. Os resultados deste teste podem ser vistos nas Figuras 15 e 16, que apresentam, respectivamente, uma comparação entre os dados provenientes do *encoder* e do estimador e o erro resultante desta comparação. Neste teste a câmera começou na posição $p_0 = [10^3 \ 500 \ 200]mm$, se deslocou até $p_0 = [10^3 \ 360 \ 200]mm$ e retornou à p_0 . Como pode ser observado na Figura 16 durante toda a trajetória da câmera o erro de estimação se manteve abaixo de 1 cm.

Figura 15 – Comparação entre o valor estimado pelo filtro e valor medido pelo encoder.



Fonte: O Autor.

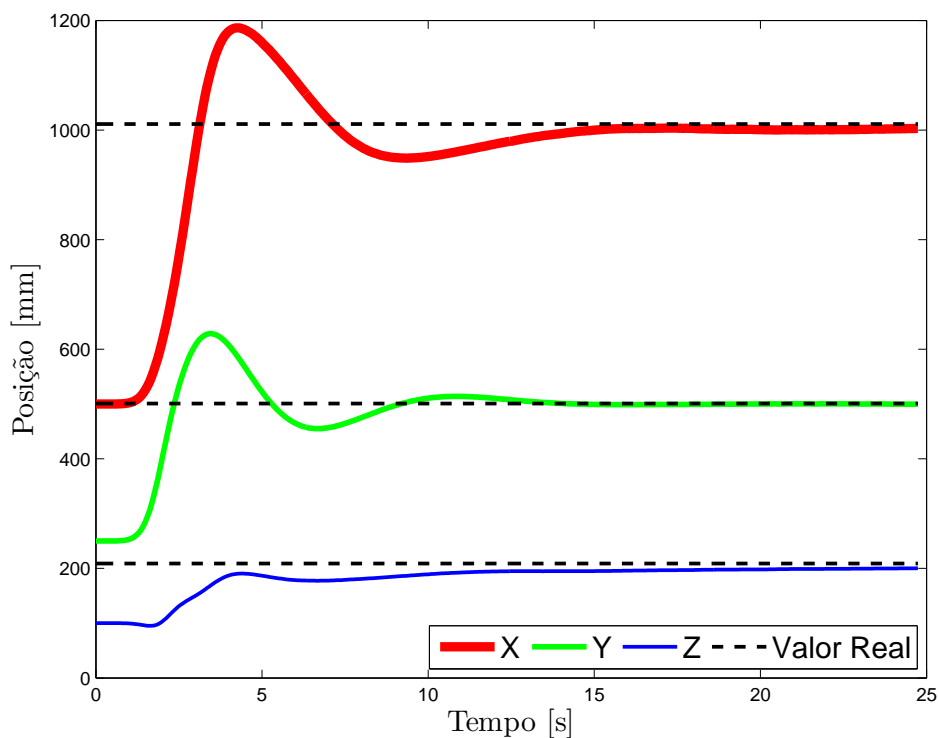
Figura 16 – Gráfico mostrando o erro entre as curvas da figura 15.



Fonte: O Autor.

O segundo teste consistiu em alterar os parâmetros da posição inicial do sistema para determinar a capacidade do filtro de convergir o erro de estimação a zero. Neste teste a câmera se manteve fixa na na posição $p = [10^3 \ 500 \ 200]mm$. Já o filtro foi inicializado na posição $p_0 = [500 \ 250 \ 100]mm$. Os resultados obtidos de convergência do filtro são mostrados no gráfico da Figuras 17. Esta figura demonstra claramente que o filtro é capaz de convergir à estimação correta dos estados, apesar de ser inicializado em condições iniciais consideravelmente diferentes das do sistema.

Figura 17 – Evolução da posição estimada da câmera $\mathbf{p} = [p_x \ p_y \ p_z]^T$ para condições iniciais desconhecidas.



Fonte: O Autor.

5 Modelagem e Projeto da Lei de Controle do Veículo Omnidirecional

Neste capítulo são descritos os modelos matemáticos que representam o sistema do veículo com rodas *mecanum*. São mostradas as modelagens do veículo em coordenadas locais, a modelagem baseada em quatérnios para as coordenadas globais, o projeto da lei de controle para os deslocamentos lineares e o projeto da lei de controle para deslocamentos não lineares.

5.1 Modelagem em Coordenadas Locais

Dado o ângulo α , dos roletes das rodas *Mecanum*, define-se $s := \text{sen}(\alpha)$, $c := \text{cos}(\alpha)$ e,

$$\bar{B} := b \begin{bmatrix} c & c & c & c \\ s & s & s & s \\ d & -d & -d & d \end{bmatrix} \quad (80)$$

onde b relaciona as entradas $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T$ com a aceleração causada pelos motores. O parâmetro d se refere à diagonal das medidas L e W mostradas na Figura 5. Então para as coordenadas locais x' , y' , ψ' , e os coeficientes de atrito $c_x, c_y, c_\psi < 0$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}' \\ \ddot{y}' \\ \ddot{\psi}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x \dot{x}' \\ c_y \dot{y}' \\ c_\psi \dot{\psi}' \end{bmatrix} + \bar{B} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}. \quad (81)$$

É possível perceber que o sistema possui quatro entradas, mas apenas três graus de liberdade. Para tornar o sistema quadrado, ou seja, com o mesmo número de entradas e saídas, consideramos uma entrada virtual \mathbf{v} dada por,

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c & c & -c & c \\ s & s & s & s \\ d & -d & -d & d \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}. \quad (82)$$

Aqui é forçado que a combinação $u_1 + u_2 - u_3 - u_4$ seja zero, sabendo que a mesma não produz forças ou torques no veículo. Então, o vetor de entradas do controle original \mathbf{u} pode ser recuperado por,

$$\mathbf{u} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1/c & 1/s & 1/d \\ 1/c & 1/s & -1/d \\ -1/c & 1/s & -1/d \\ 1/c & 1/s & 1/d \end{bmatrix} \mathbf{v}. \quad (83)$$

Agora, podemos considerar um sistema diferente, o qual apresenta as seguintes equações,

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}' \\ \ddot{y}' \\ \ddot{\psi}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x \dot{x}' \\ c_y \dot{y}' \\ c_\psi \dot{\psi}' \end{bmatrix} + b\mathbf{v}. \quad (84)$$

5.2 Modelagem Baseada em Quatérnios para as Coordenadas Globais

É utilizado quatérnios para rotacionar o veículo. Então é definido o quatérnio em termos de rotação "ângulo-eixo":

$$q = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\psi}{2}) \\ \mathbf{r} \text{sen}(\frac{\psi}{2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \\ \boldsymbol{\varepsilon} \end{bmatrix}, \quad (85)$$

onde $\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^3$ e \mathbf{r} é o eixo na qual a rotação ψ é realizada. Sabendo que o veículo omnidirecional rotaciona apenas ao redor do ângulo de "yaw", $\mathbf{r} = [0 \ 0 \ 1]^T$ e q é reduzido para $q \in \mathbb{R}^2$:

$$q = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\psi}{2}) \\ \text{sen}(\frac{\psi}{2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \\ \varepsilon \end{bmatrix}. \quad (86)$$

Para o quatérnio $q \in \mathbb{R}^2$ é possível definir a matriz de rotação associada com ψ como

$$R_2(q) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 2\varepsilon^2 & -2\eta\varepsilon \\ 2\eta\varepsilon & 1 - 2\varepsilon^2 \end{bmatrix}. \quad (87)$$

E as derivadas de η e ε são dadas por,

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= -\frac{1}{2}\varepsilon\dot{\psi} = -\frac{1}{2}\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)\dot{\psi} \\ \dot{\varepsilon} &= \frac{1}{2}\eta\dot{\psi} = \frac{1}{2}\text{cos}\left(\frac{\psi}{2}\right)\dot{\psi}.\end{aligned}\quad (88)$$

Então,

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2(q) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}' \\ \ddot{y}' \\ \ddot{\psi}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x \ddot{x} \\ c_y \ddot{y} \\ c_\psi \ddot{\psi} \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} R_2(q) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}.\quad (89)$$

Sabendo que $\eta := \text{cos}(\psi/2)$, $\varepsilon := \text{sen}(\psi/2)$, é possível recuperar ψ através da identidade trigonométrica:

$$\psi = 2\text{atan}\left(\frac{\varepsilon}{\eta}\right).\quad (90)$$

Finalmente, é possível redefinir e desacoplar as entradas de acordo com,

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2(q) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}.\quad (91)$$

O problema é redefinido para a forma u_x, u_y e u_ψ , para controlar o sistema

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\psi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x \ddot{x} \\ c_y \ddot{y} \\ c_\psi \ddot{\psi} \\ -\frac{\varepsilon\dot{\psi}}{2} \\ \frac{\eta\dot{\psi}}{2} \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\psi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.\quad (92)$$

Para o sinal de controle $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]$ ser aplicado de forma efetiva para as rodas do veículo, \mathbf{u} pode ser recuperada com a seguinte relação,

$$\mathbf{u} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1/c & 1/s & 1/d \\ 1/c & 1/s & -1/d \\ -1/c & 1/s & -1/d \\ 1/c & 1/s & 1/d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_2(q)^T & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\psi \end{bmatrix}.\quad (93)$$

Assim, o sistema está desacoplado de forma efetiva, de forma que, u_x e u_y respectivamente, determinem as translações x e y , e o controle u_ψ determine a rotação em torno de ψ .

5.3 A Lei de Controle para u_x e u_z

Considerando a equação (81) é possível representar a forma genérica de x , \dot{x} , z e \dot{z} da seguinte maneira:

$$\ddot{s} = c_s \cdot \dot{s} + b_s \cdot u \quad (94)$$

colocando na forma de espaço de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 0 \\ bu \end{bmatrix}. \quad (95)$$

Considerando que u_x e u_z representam deslocamentos lineares a lei de controle aplicada é descrita em (96),

$$u = -k_1 s_1 \quad (96)$$

sendo assim, a matriz dinâmica em malha fechada A_{mf} se torna:

$$A_{mf} = A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -bk_1 & c_s \end{bmatrix}. \quad (97)$$

Para determinar a estabilidade do sistema é necessário que os autovalores em (97) do sistema sejam negativos, então é preciso determinar o valor de k_1 para satisfazer essa condição. Assim, é utilizado a equação (98):

$$\det(\lambda I - A + BK) \quad (98)$$

aplicando (97) em (98)

$$\det \left(\begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ bk_1 & \lambda - c_s \end{bmatrix} \right), \quad (99)$$

$$\lambda^2 - \lambda c_s + bk_1 \Rightarrow \frac{c_s - \sqrt{c_s^2 \pm 4bk_1}}{2}. \quad (100)$$

Para o sistema ser considerado estável é necessário que a condição apresentada em (101) seja satisfeita.

$$k_1 < \frac{c_s^2}{4b} \quad (101)$$

5.4 A Lei de Controle para u_ψ

O sistema pode claramente ser dividido em uma parte linear, comandada por u_x e u_y , e uma parte não linear comandada por u_ψ . Neste trabalho será exposto uma simples lei de controle derivada de uma função de Lyapunov capaz de estabilizar o sistema. Para alcançar este objetivo, é necessário considerar a seguinte função Candidata de Lyapunov:

$$V(x) = \epsilon^2 + (1 - |\eta|)^2 + \frac{1}{2}\dot{\psi}^2 \quad (102)$$

que é evidentemente positiva definida. Suas derivadas ao longo das trajetórias do sistema são dadas por,

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= 2\epsilon\dot{\epsilon} + 2(1 - |\eta|)sgn(\eta)\dot{\eta} + \dot{\psi}\ddot{\psi} \\ \dot{V}(x) &= 2\epsilon\frac{\eta\dot{\psi}}{2} + 2(1 - |\eta|)sgn(\eta)\frac{-\epsilon\dot{\psi}}{2} + \dot{\psi}(c_\psi\dot{\psi} + bu_\psi) \\ \dot{V}(x) &= \dot{\psi}(\eta\epsilon - \eta\epsilon + sgn(\eta) + c_\psi\dot{\psi} + bu_\psi) \end{aligned} \quad (103)$$

onde é utilizado o fato que $|\eta|sgn(\eta) = \eta$. Então é escolhido a seguinte lei de controle,

$$u_\psi = -k_1\epsilon \cdot sgn(\eta), \quad sgn(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (104)$$

o que leva à,

$$\dot{V}(x) = \dot{\psi}^2 c_\psi + \dot{\psi}\epsilon\eta(1 - k_1 b). \quad (105)$$

Não é evidente que (105) é uma função negativa semi-definida. Porém, escolhendo uma função Candidata de Lyapunov um pouco diferente, é possível provar a convergência global para os pontos de equilíbrio.

Teorema 5.4.1. *Considerando $b > 0$ e $c_\psi < 0$ junto com a definição de η e ϵ como mostrado em (86), tal qual $\epsilon^2 + \eta^2 = 1$ e sendo $k_1 > 0$. Definindo $x := [\dot{\psi} \ \eta \ \epsilon]$, tal qual o sistema de interesse possa ser escrito da seguinte forma,*

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= c_\psi x_1 + bu_\psi \\ \dot{x}_2 &= -\frac{x_3 x_1}{2} \\ \dot{x}_3 &= \frac{x_2 x_1}{2} \end{aligned} \quad (106)$$

Então o sistema (106) sobre a lei de controle

$$u_\psi = -k_2 x_3 \cdot sgn(x_2), \quad (107)$$

para qualquer condição inicial $x(0)$ irá convergir para o conjunto invariante dado por $M = \{x \in \mathbb{R}^3, x_1 = x_3 = 0, |x_2| = 1\}$, isto é, a estabilidade assintótica global é alcançada.

Lema 5.4.2. Considerando $V : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ seja a seguinte função positiva definida radialmente ilimitada,

$$V(x) = \frac{1}{2bk_2}x_1^2 + (1 - |x_2|)^2 + x_3^2. \quad (108)$$

Lembrando que $|y|\operatorname{sgn}(y) = y$,

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \frac{x_1}{bk_2}(c_\psi x_1 + bu_\psi) + 2(1 - |x_2|)\operatorname{sgn}(x_2)\left(-\frac{x_3x_1}{2}\right) - 2\left(\frac{x_2x_1}{2}\right) \\ \dot{V}(x) &= \frac{c_\psi}{bk_2}x_1^2 + \frac{x_1}{k_2}u_\psi - \operatorname{sgn}(x_2)x_3x_1 + x_2x_3x_1 - x_2x_3x_1 \\ \dot{V}(x) &= \frac{c_\psi}{bk_2}x_1^2 + x_1\left(\frac{u_\psi}{k_2} - \operatorname{sgn}(x_2)x_3\right). \end{aligned} \quad (109)$$

Substituindo a lei de controle (107) em (109), é encontrado,

$$\dot{V}(x) = x_1^2 \frac{c_\psi}{bk_2} < 0, \forall x_1 \neq 0 \quad (110)$$

que é negativa semi-definida, ou seja, $\dot{V}(x) \leq 0$. Também, sabendo que $\dot{V}(x)$ é radialmente ilimitada, o conjunto $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^3 | V(x) \leq c\}$ é um conjunto compacto positivamente invariante, ou seja, qualquer trajetória começando em Ω permanecerá em Ω para todo $t > 0$. Além disso, $\dot{V}(x) = 0$ apenas onde $x_1 = 0$, o que significa que o conjunto de todos os pontos em Ω onde $\dot{V}(x) = 0$ é $E = \{x \in \Omega | x_1 = 0\}$. Entretanto, o maior conjunto invariante em E é dado por $M = \{x \in E | |x_2| = 1, x_3 = 0\}$. Para ver isso, considere,

$$\dot{x}_1 = c_\psi x_1 - bk_2 x_3 \cdot \operatorname{sgn}(x_2) \quad (111)$$

e dado a definição que $\operatorname{sgn}(v) \neq 0 \forall v$, nota-se que $x_1(t) \equiv 0 \Rightarrow x_3(t) \equiv 0$.

Finalmente, dado a restrição do Quatérnio que $\eta^2 + \epsilon^2 = x_2^2 + x_3^2 = 1$ segue,

$$x_1(t) \equiv 0 \Rightarrow x_3(t) \equiv 0 \Rightarrow |x_2(t)| = 1. \quad (112)$$

Então, qualquer trajetória começando em Ω irá convergir para o conjunto invariante M . Sendo $V(x)$ radialmente ilimitado, a conclusão se mantém para todas as condições iniciais $x(0)$, visto que para qualquer $x(0)$ a constante c pode assumir um valor grande o suficiente para que $x(0) \in \Omega$.

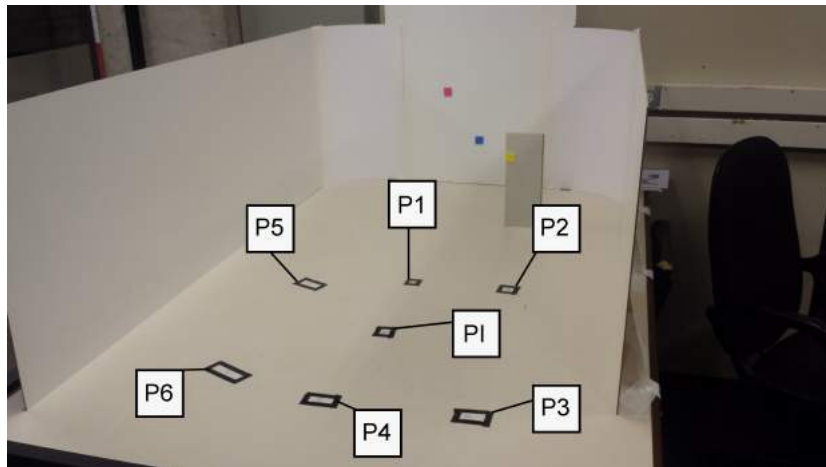
6 Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos a partir de diversos testes, com o objetivo de validar o sistema proposto nesta dissertação. É demonstrado como foram feitos estes testes, os resultados no formato de gráficos e a análise dos mesmos avaliando o desempenho do sistema.

6.1 Ambiente de Testes

O ambiente de testes criados é mostrado na Figura 18. Na imagem é destacado dois conjuntos de marcadores. O primeiro são os marcadores visuais utilizados para o processamento de imagens. O segundo conjunto são marcadores de posição ao longo do plano x , os quais serão responsáveis pela validação do controle desenvolvido. São marcadores indicados por letras e números. Nos testes subsequentes o veículo será colocado no ambiente de testes e exigido deslocamentos entre os pontos marcados. As coordenadas dos pontos de referência estão descritos na Tabela 5.

Figura 18 – Pontos de Referência no Ambiente de Testes.



Fonte: O Autor.

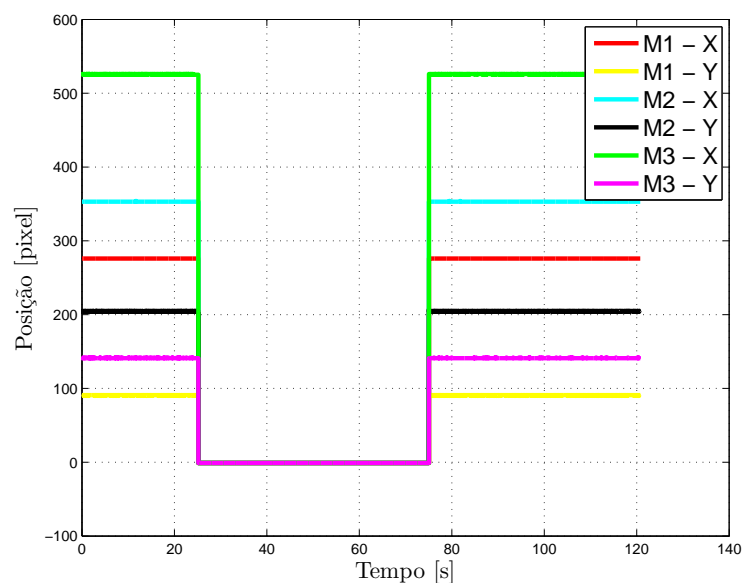
Tabela 5 – Coordenadas dos Pontos de Referência

Ponto de Referência	Coordenada em [mm] (X,Z)
PI - Ponto Inicial	(-540,675)
P1	(-524,924)
P2	(-304,917)
P3	(-304,411)
P4	(-580,420)
P5	(-808,900)
P6	(-804,464)

Fonte: O Autor.

6.2 Testes e Resultados

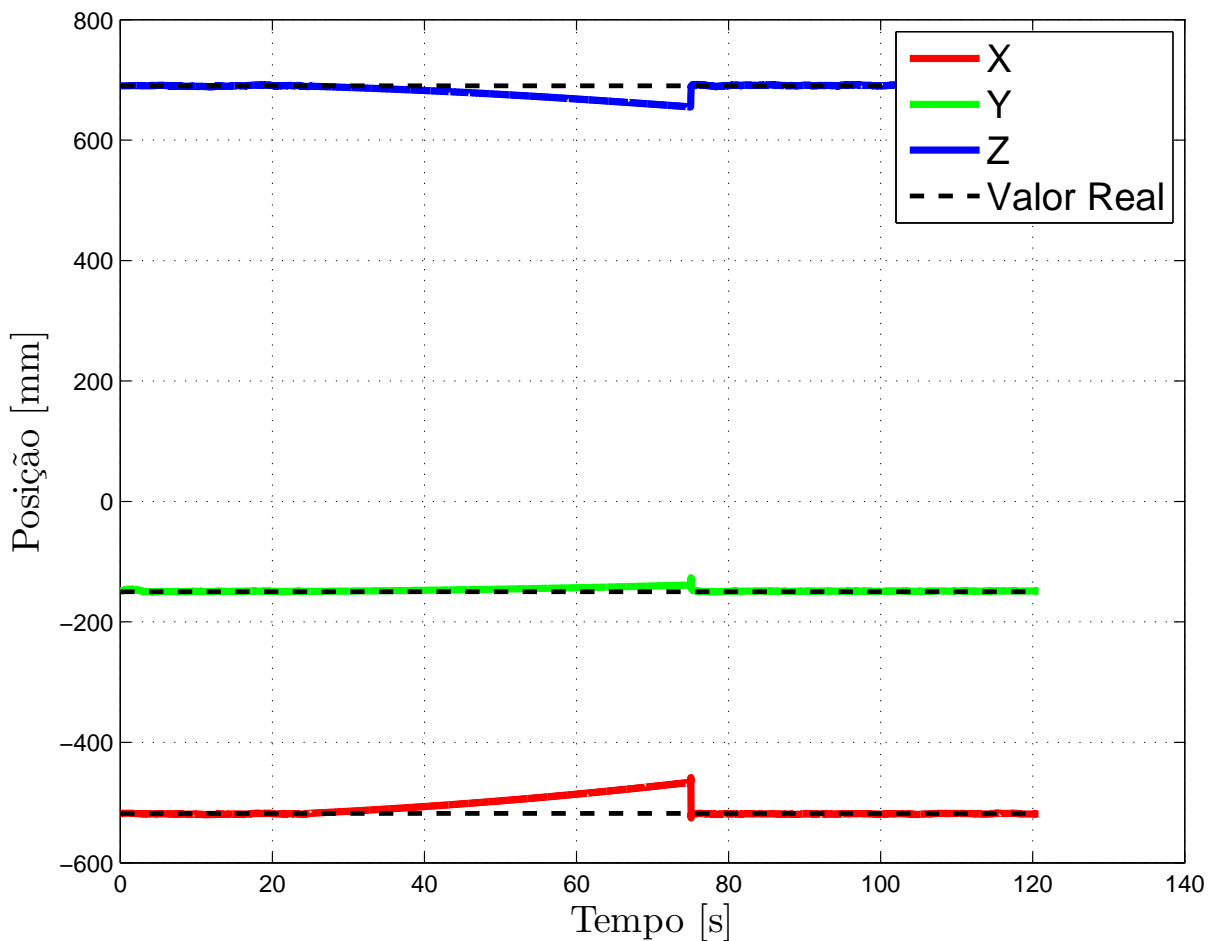
Primeiramente foi realizado um teste preliminar para ilustrar o fenômeno conhecido como "erro de drift" (explicado no capítulo 3.2 deste trabalho). O teste consiste em deixar o sistema parado e, a partir de determinado momento a visão da câmera em relação aos marcadores é bloqueada, deixando a estimação de posição exclusivamente a cargo das leituras inerciais. A figura 19 mostra as leituras dos marcadores visuais feitas pela câmera, onde estão demonstradas as posições dos *pixels* em suas coordenadas (x, y) . Como é possível ver no gráfico, a partir do tempo aproximado de 25 segundos, todas as leituras dos *pixels* se tornam zero, neste momento a câmera é bloqueada. No tempo aproximado de 75 segundos a visão da câmera é liberada e as medições da câmera voltam ao normal.

Figura 19 – Gráfico das coordenadas em *pixels* dos marcadores detectados. - Teste Erro de Drift

Fonte: O Autor.

A figura 20 mostra a estimação da posição do teste preliminar descrito anteriormente. A partir do gráfico é possível concluir que o sistema apresentou o "erro de drift", discutido anteriormente. No período de bloqueio da câmera todas as coordenadas apresentaram um desvio de medições na forma de uma curva de rampa, caracterizando assim, o *drift* da IMU. Em vista deste erro os testes para a validação do sistema foram realizados com a mínima perda possível de dados visuais.

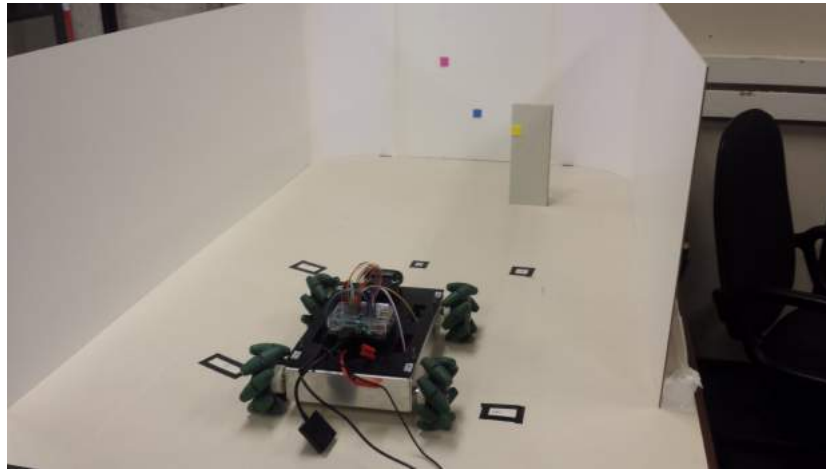
Figura 20 – Gráfico das coordenadas da posição do sistema. - Teste Erro de *Drift*



Fonte: O Autor.

Para validar o sistema proposto, o veículo autônomo de rodas *Mecanum* será colocado no ambiente de testes (Figura 21) e requerido do mesmo algumas formas de deslocamento. Visto que as medições das marcações posicionais em relação com o ponto de origem foram feitas manualmente, pode haver pequenos erros nas posições medidas.

Figura 21 – Veículo Autônomo no Ambiente de Testes.



Fonte: O Autor.

Foram feitas no total uma série de quatro testes, englobando as possíveis formas de deslocamento e correção de orientação. Cada teste foi repetido quatro vezes para garantir a uniformidade dos resultados. Todos os testes foram realizados com a mesma lei de controle (107) e mesmos ganhos de realimentação.

As matrizes R , Q e P do Filtro de Kalman Estendido foram construídas da seguinte maneira: a matriz R , que descreve a incerteza do modelo, é uma matriz diagonal composta pelas covariâncias dos estados do modelo, ou seja, os estados de x descritos em (56). A matriz Q , que descreve a incerteza das medições, é uma matriz diagonal composta pelas covariâncias das medições do sistema. A matriz P que descreve a covariância das estimativas *a priori* também é uma matriz diagonal. As tabelas (6) e (7) mostram os valores utilizados para as matrizes R e Q , respectivamente. Já a tabela (8) mostra os valores escolhidos para as covariâncias iniciais da matriz P . Os valores utilizados nestas matrizes foram determinados de forma empírica ao longo de vários testes para determinar a melhor configuração do sistema.

Tabela 6 – Tabela com valores de covariância da matriz R

Covariância	Valor
Covariância q do modelo	$1 \times 10^{-5} \times I_{4 \times 4}$
Covariância w do modelo	$1 \times 10^0 \times I_{3 \times 3}$
Covariância wa do modelo	$1 \times 10^0 \times I_{3 \times 3}$
Covariância p do modelo	$1 \times 10^{-7} \times I_{3 \times 3}$
Covariância v do modelo	$1 \times 10^0 \times I_{3 \times 3}$
Covariância a do modelo	$1 \times 10^0 \times I_{3 \times 3}$
Covariância b_{gyr} do modelo	$1 \times 10^{-5} \times I_{3 \times 3}$
Covariância b_{acc} do modelo	$1 \times 10^{-5} \times I_{3 \times 3}$

Fonte: O Autor.

Tabela 7 – Tabela com valores de covariância da matriz Q

Covariância	Valor
Covariância Câmera	$10 \times 10^7 \times I_{2 \times 2}$
Covariância Acelerômetro	$20 \times 10^0 \times I_{3 \times 3}$
Covariância Giroscópio	$1 \times 10^2 \times I_{3 \times 3}$

Fonte: O Autor.

Tabela 8 – Tabela com valores iniciais de covariância da matriz P

Covariância	Valor
Covariância q inicial	$1 \times 10^{-1} \times I_{4 \times 4}$
Covariância w inicial	$1 \times 10^{-1} \times I_{3 \times 3}$
Covariância wa inicial	$1 \times 10^{-1} \times I_{3 \times 3}$
Covariância p inicial	$1 \times 10^{-1} \times I_{3 \times 3}$
Covariância v inicial	$1 \times 10^{-1} \times I_{3 \times 3}$
Covariância a inicial	$1 \times 10^{-1} \times I_{3 \times 3}$
Covariância b_{gyr} inicial	$1 \times 10^{-1} \times I_{3 \times 3}$
Covariância b_{acc} inicial	$1 \times 10^{-1} \times I_{3 \times 3}$

Fonte: O Autor.

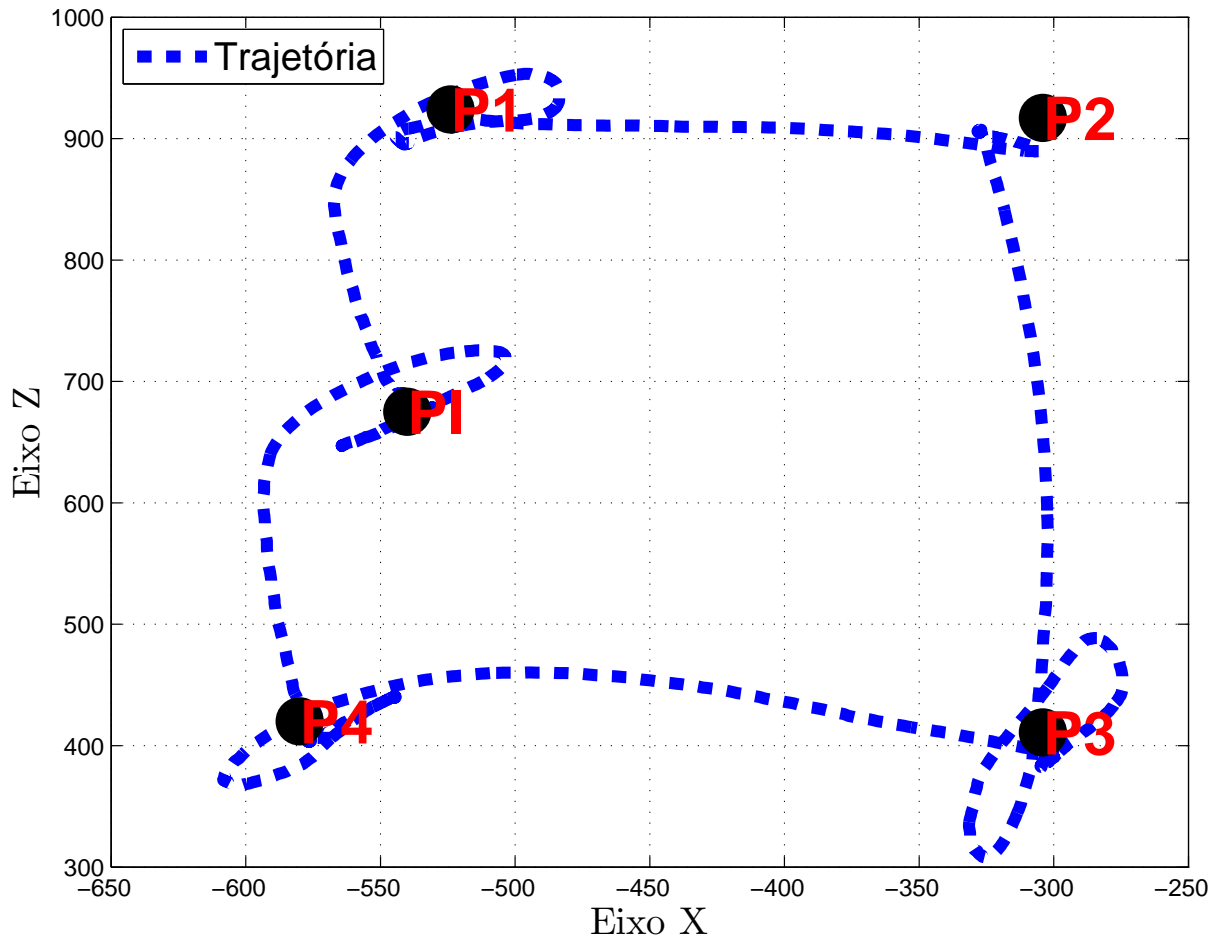
Para cada teste foi gerado nove gráficos, cada um deles mostrando um aspecto do desempenho do sistema. Serão mostrados o valor das coordenadas (x, z) durante as trajetórias, a evolução dos quatérnios, o giro em torno do eixo y , os sinais de controle e a trajetória resultante.

6.2.1 Teste 1 - Deslocamentos Lineares

O primeiro teste consiste no deslocamento do veículo, partindo do ponto inicial PI ; seguindo a seguinte sequência de pontos $PI \rightarrow P1 \rightarrow P2 \rightarrow P3 \rightarrow P4 \rightarrow PI$, a trajetória resultante assemelha-se a um retângulo, visto que neste teste a orientação do veículo é fixa em $\psi = 0^\circ$.

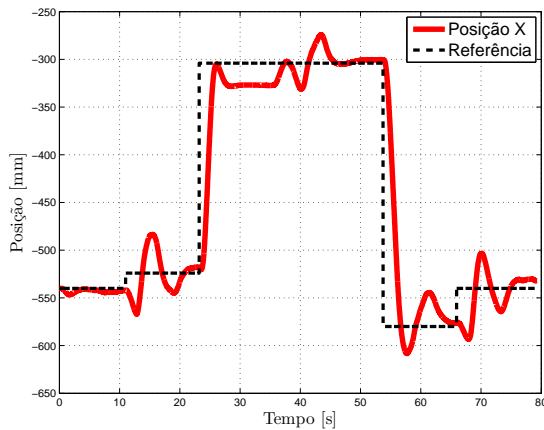
As figuras 22 a 30 mostram os resultados relativos à primeira repetição do primeiro teste. São elas respectivamente, a trajetória percorrida pelo veículo no plano XZ , coordenadas (x, z) e seus pontos de referência, ângulo de giro, os quatérnios e os sinais de controle.

Figura 22 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 1 - Repetição 1.



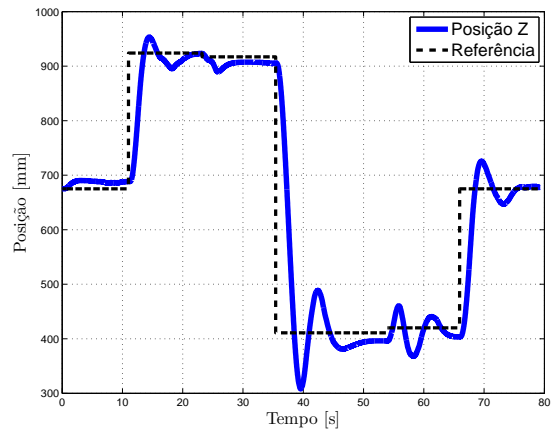
Fonte: O Autor.

Figura 23 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 1 - Repetição 1.



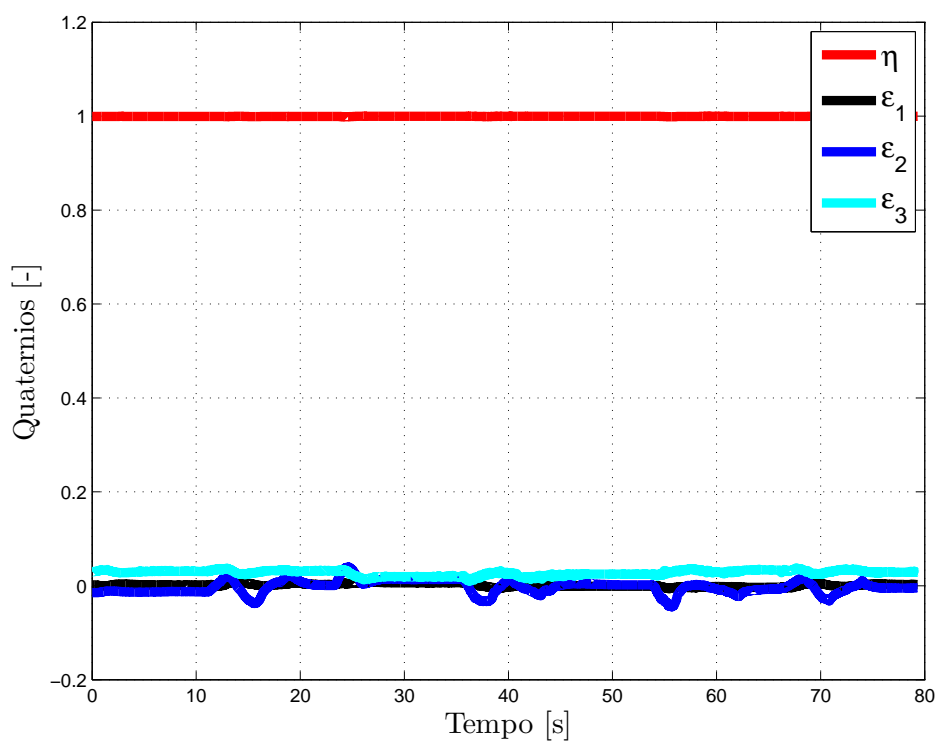
Fonte: O Autor.

Figura 24 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 1 - Repetição 1.



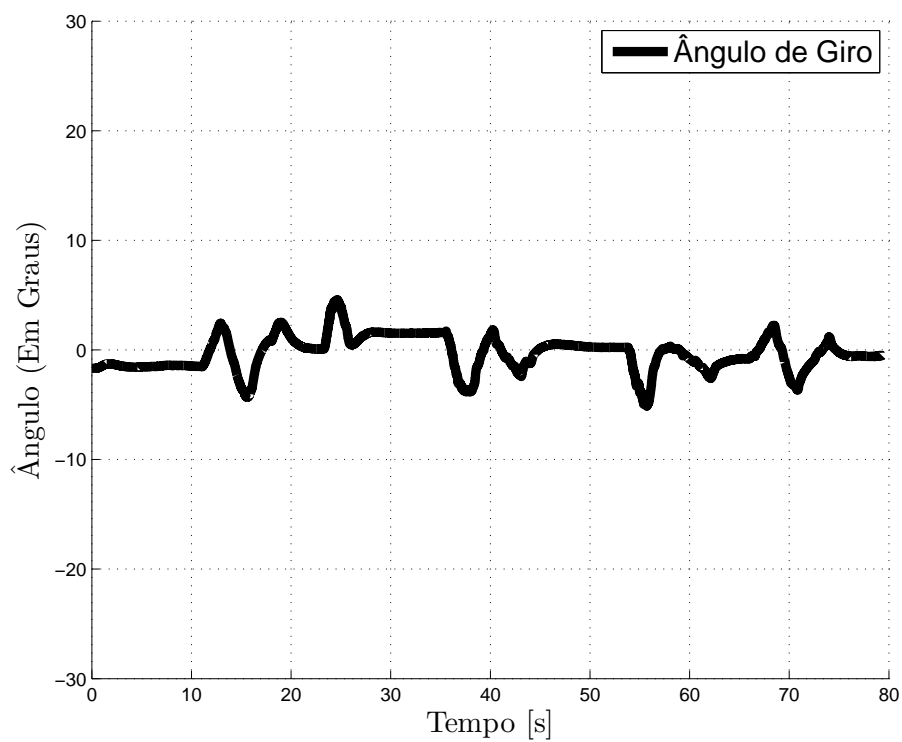
Fonte: O Autor.

Figura 25 – Gráfico de quatérnios - Teste 1 - Repetição 1.



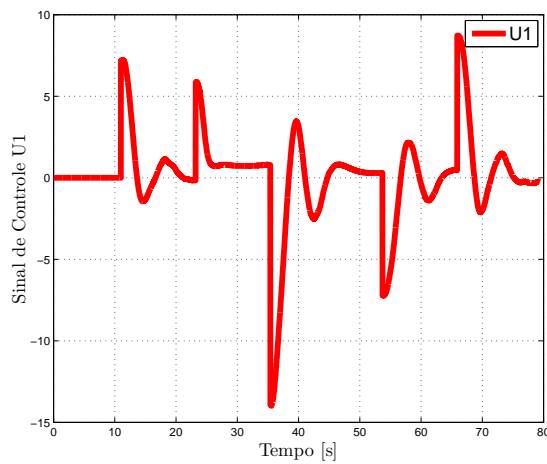
Fonte: O Autor.

Figura 26 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 1 - Repetição 1.



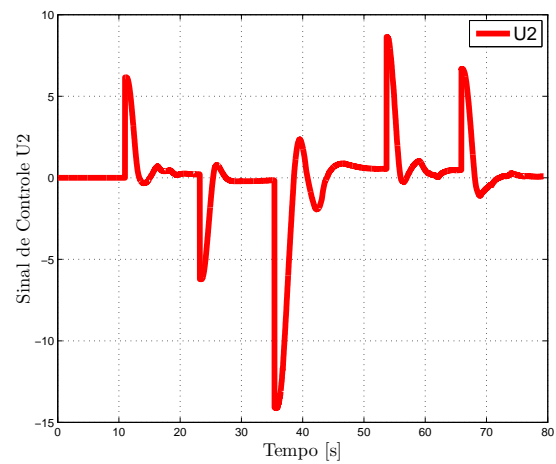
Fonte: O Autor.

Figura 27 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 1 - Repetição 1.



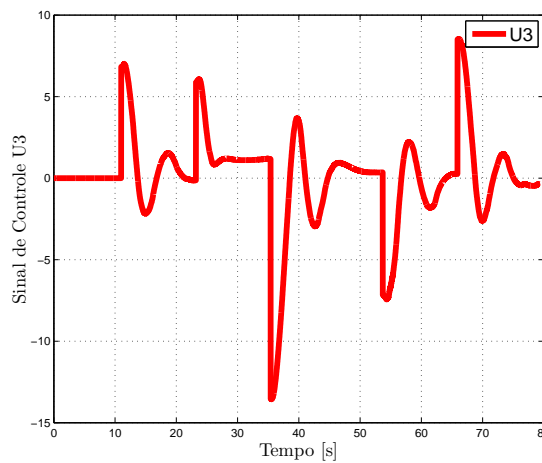
Fonte: O Autor.

Figura 28 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 1 - Repetição 1.



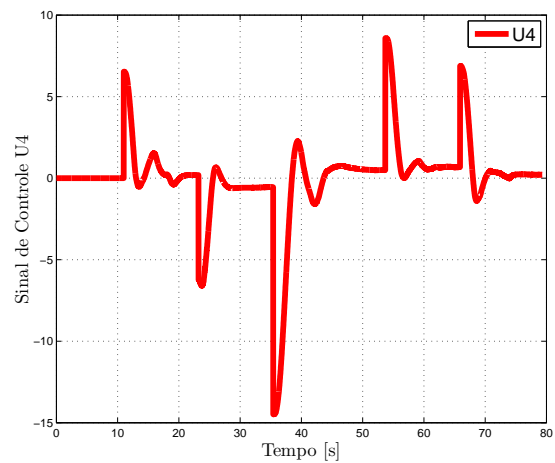
Fonte: O Autor.

Figura 29 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 1 - Repetição 1.



Fonte: O Autor.

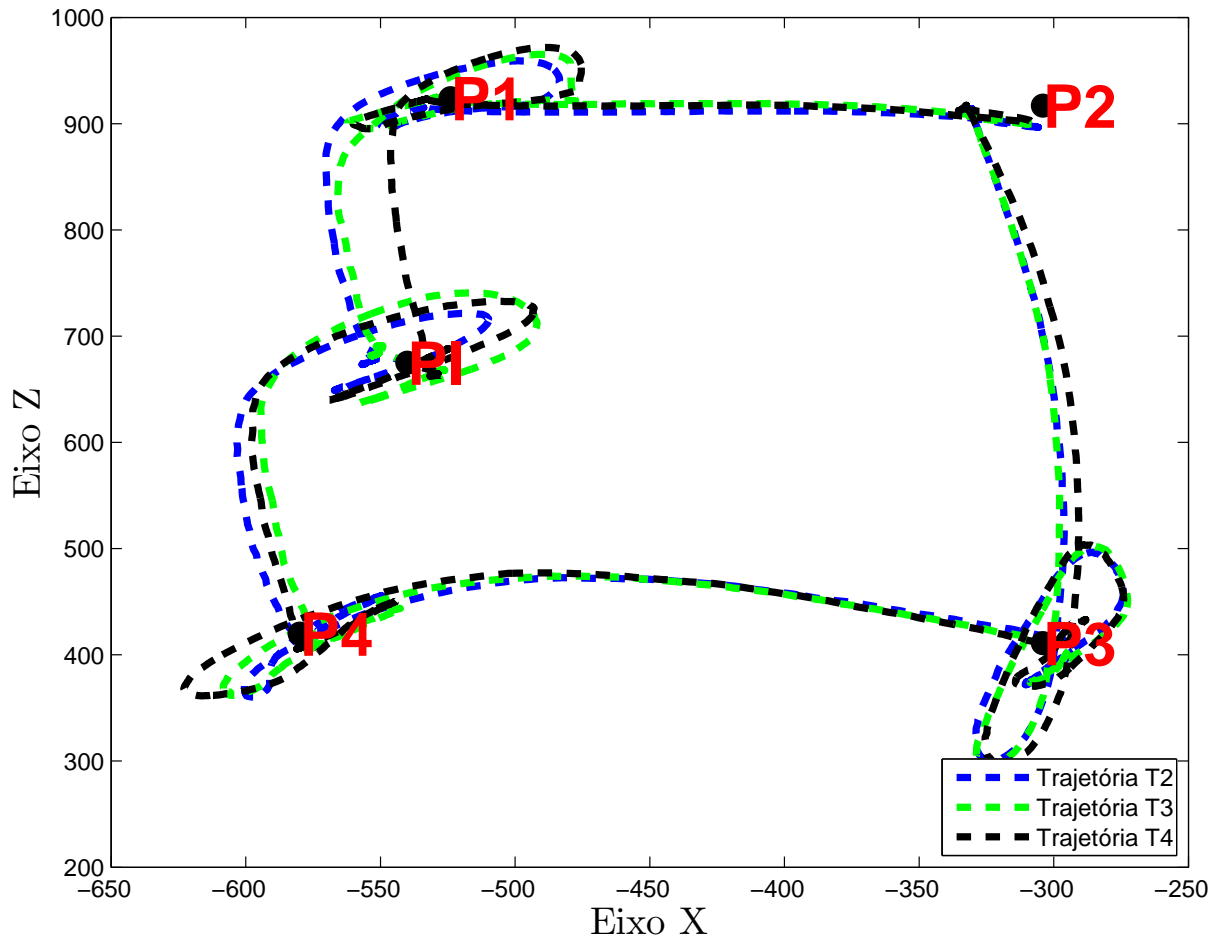
Figura 30 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 1 - Repetição 1.



Fonte: O Autor.

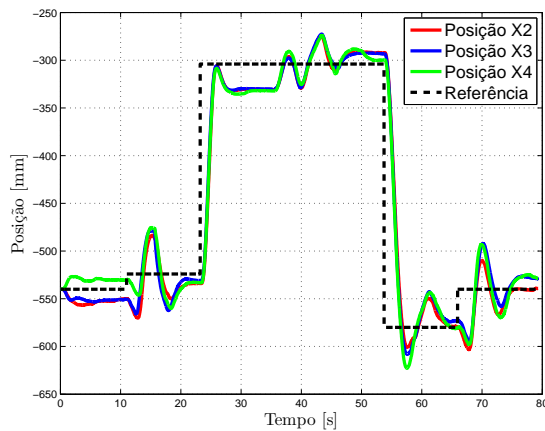
As figuras 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37 e 38 mostram os resultados relativos às outras repetições do primeiro teste. São elas respectivamente, a trajetória percorrida pelo veículo no plano XZ, coordenadas (x, z) e seus pontos de referência, ângulo de giro e os sinais de controle.

Figura 31 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.



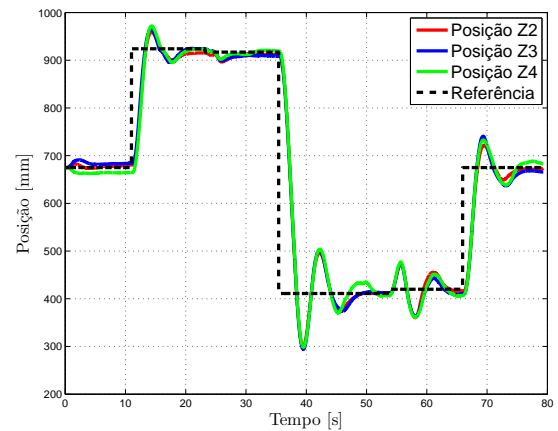
Fonte: O Autor.

Figura 32 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.



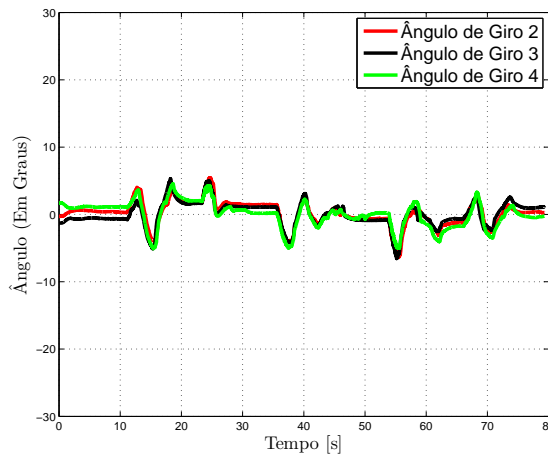
Fonte: O Autor.

Figura 33 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.



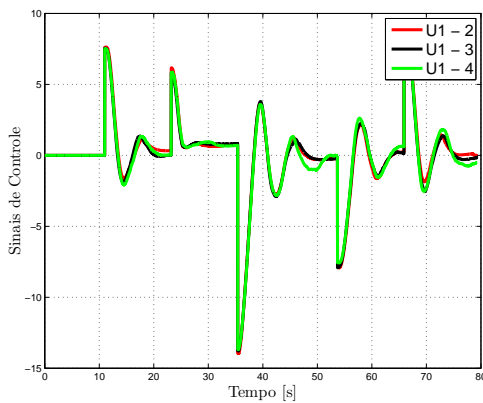
Fonte: O Autor.

Figura 34 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.



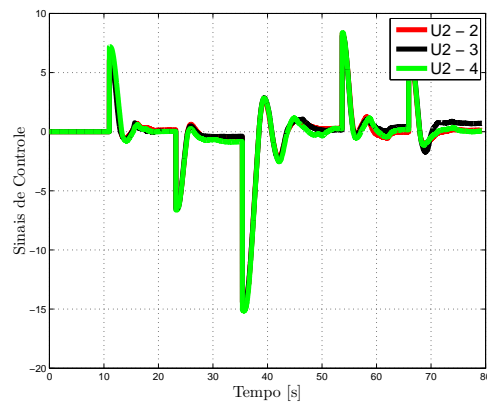
Fonte: O Autor.

Figura 35 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.



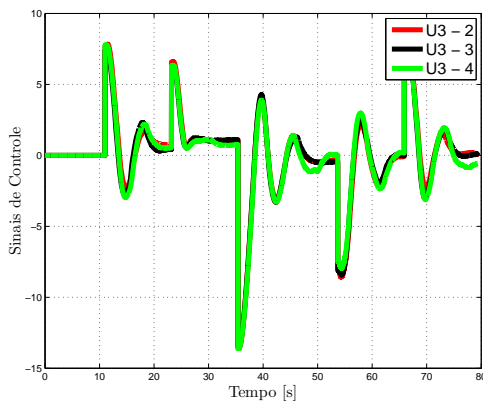
Fonte: O Autor.

Figura 36 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.



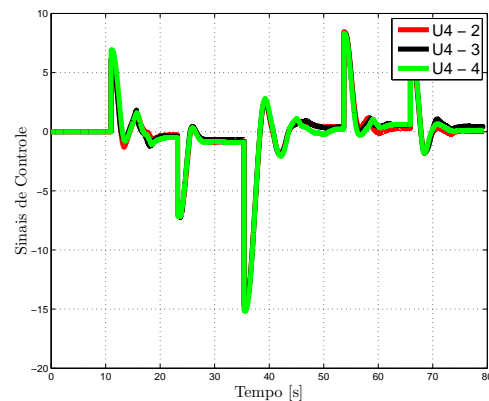
Fonte: O Autor.

Figura 37 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.



Fonte: O Autor.

Figura 38 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 1 - Repetição 2, 3 e 4.



Fonte: O Autor.

Ao término do primeiro teste foi possível concluir que o desempenho do controle se mostrou satisfatório, isto porque o erro de posição do veículo ficou, em média, abaixo de 3 cm em todas as coordenadas e o erro de orientação ficou abaixo de 1° no período de estabilização. É possível perceber também a semelhança entre as curvas dos sinais de controle de U1 e U3, e também entre U2 e U4, nos gráficos das figuras 27-30 e 35-38. Esta semelhança pode ser explicada pela figura 6, a qual mostra que para os deslocamentos lineares o sentido de giro do par de rodas 1-3 e 2-4 são iguais. Além disso, as curvas de controle demonstram que o controle projetado é estável para os deslocamentos propostos.

Como era esperado, os gráficos das figuras 25 e 26 (os quais representam a estimação dos quatérnios e o ângulo de giro do veículo) mostram que há uma correlação entre as curvas. Já a pequena instabilidade apresentada nas mesmas, pode ser explicada pelo sobressinal criado pela estimação do filtro de Kalman Estendido.

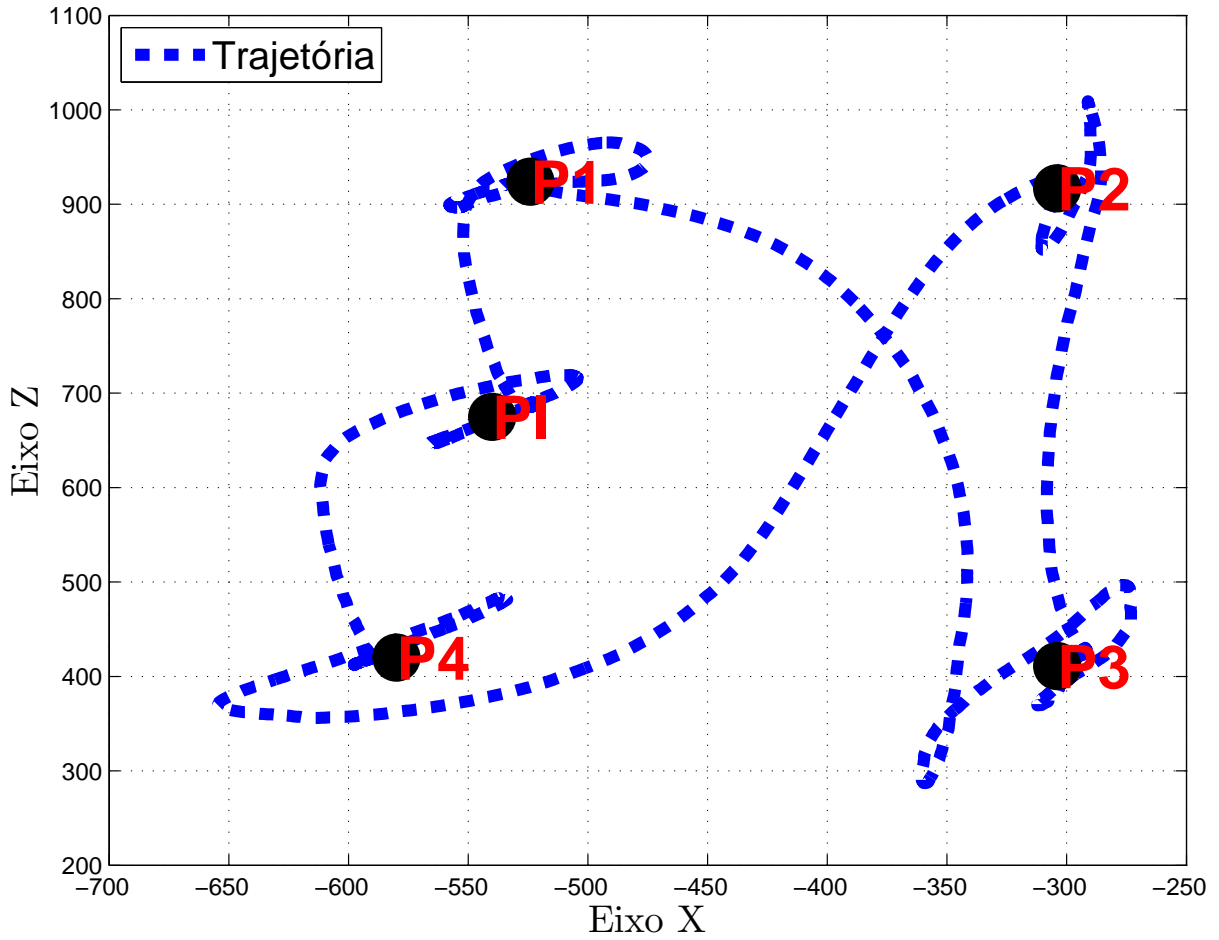
No gráfico da figura 23 pode ser visto que o valor final da posição em x não corresponde ao valor da referência, este fato não é devido a um erro de regime do controlador, mas sim de aparecimento de zonas mortas nos atuadores do sistema, problema recorrente que irá aparecer nos testes subsequentes.

6.2.2 Teste 2 - Deslocamentos Lineares

O segundo teste consiste no deslocamento do veículo, partindo do ponto inicial PI; seguindo a seguinte sequência de pontos $PI \rightarrow P1 \rightarrow P3 \rightarrow P2 \rightarrow P4 \rightarrow PI$, a trajetória resultante assemelha-se a uma ampulheta, visto que neste teste a orientação do veículo é fixa em 0° .

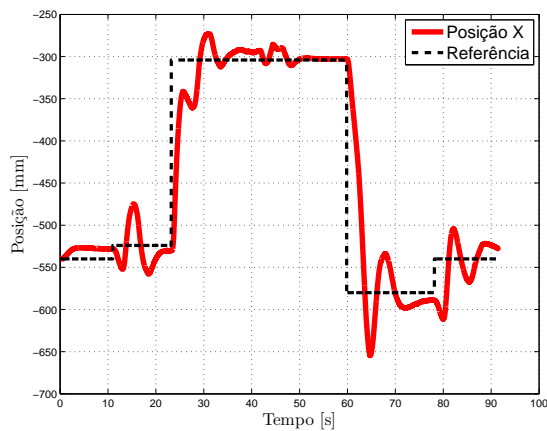
As figuras 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 e 47 mostram os resultados relativos à primeira repetição do segundo teste. São elas respectivamente, a trajetória percorrida pelo veículo no plano XZ, coordenadas (x, z) e seus pontos de referência, ângulo de giro, os quatérnios e os sinais de controle.

Figura 39 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 2 - Repetição 1.



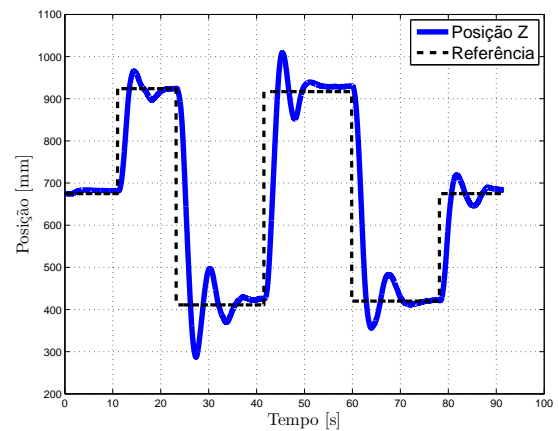
Fonte: O Autor.

Figura 40 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 2 - Repetição 1.



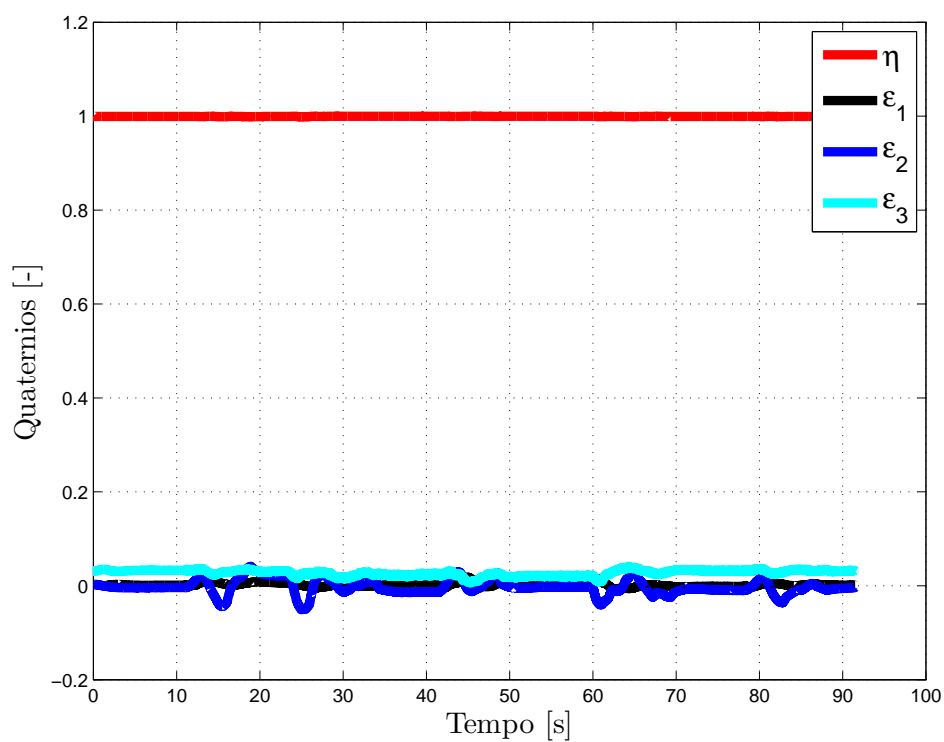
Fonte: O Autor.

Figura 41 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 2 - Repetição 1.



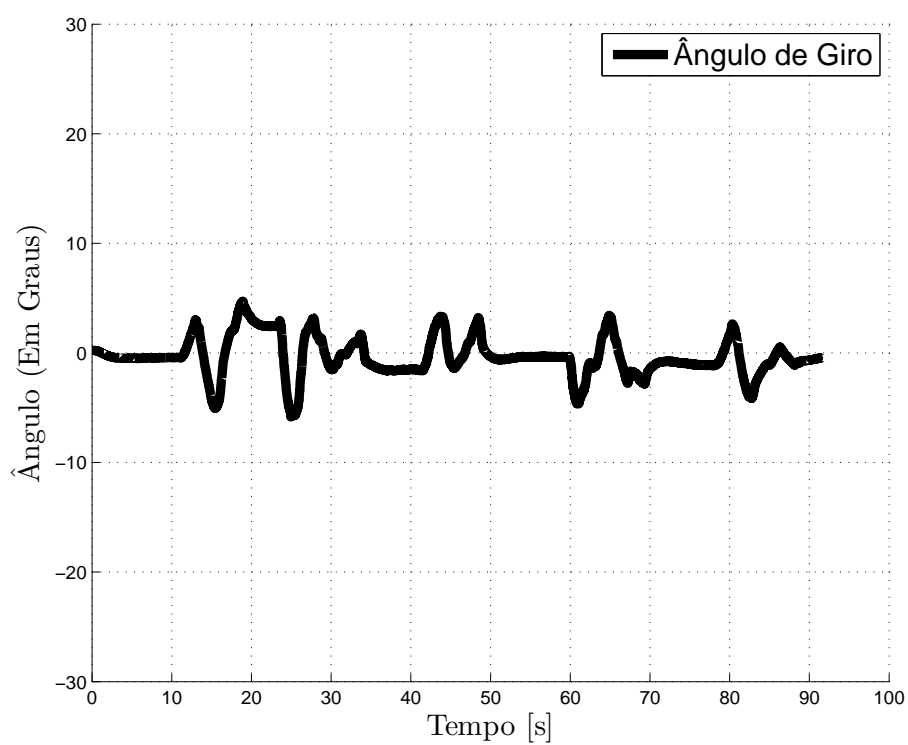
Fonte: O Autor.

Figura 42 – Gráfico de quatérnios - Teste 2 - Repetição 1.



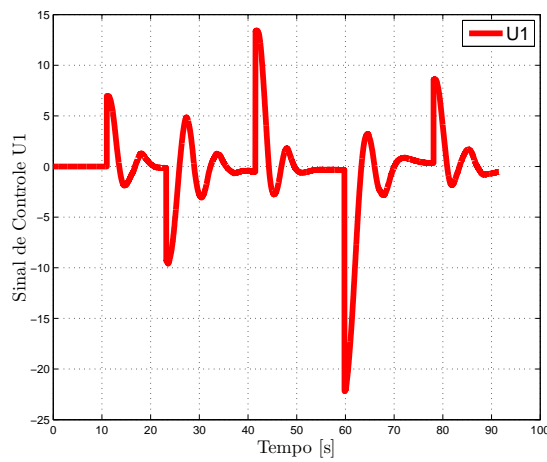
Fonte: O Autor.

Figura 43 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 2 - Repetição 1.



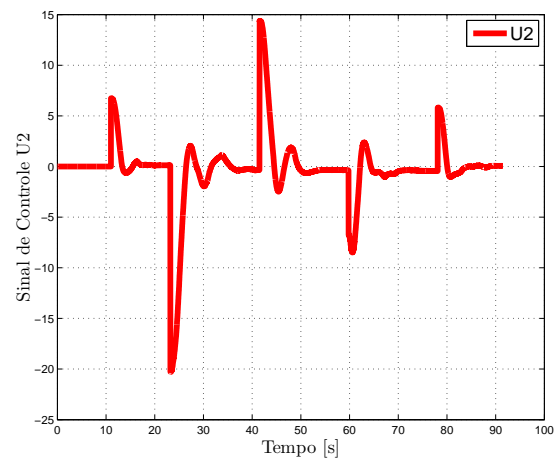
Fonte: O Autor.

Figura 44 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 2 - Repetição 1.



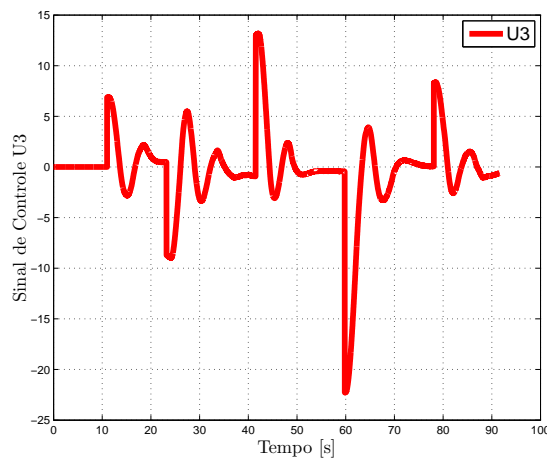
Fonte: O Autor.

Figura 45 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 2 - Repetição 1.



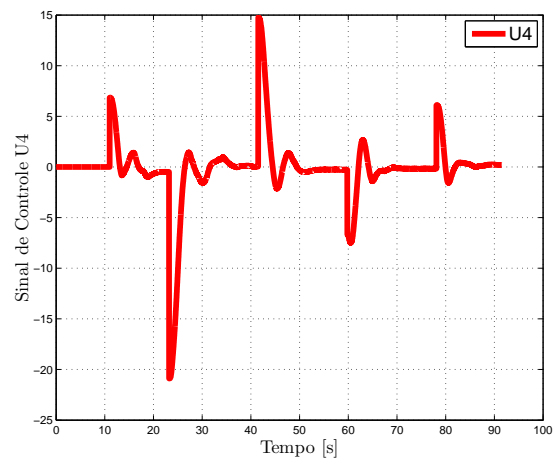
Fonte: O Autor.

Figura 46 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 2 - Repetição 1.



Fonte: O Autor.

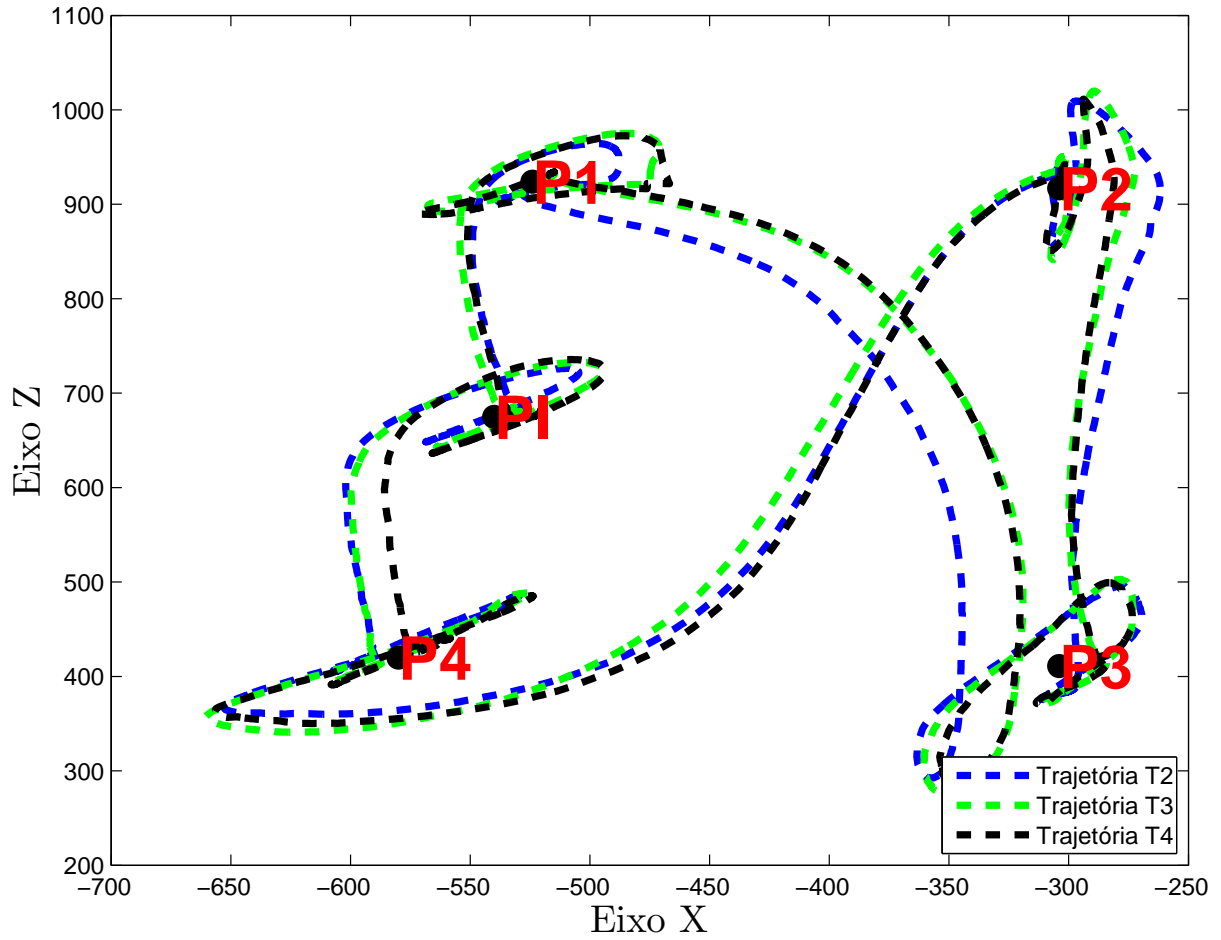
Figura 47 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 2 - Repetição 1.



Fonte: O Autor.

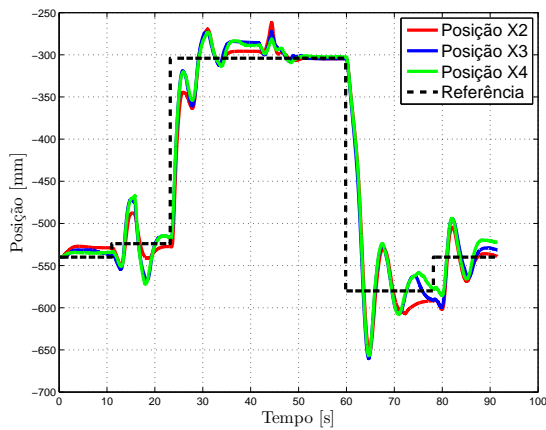
As figuras 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54 e 55 mostram os resultados relativos às outras repetições do segundo teste. São elas respectivamente, a trajetória percorrida pelo veículo no plano XZ, coordenadas (x, z) e seus pontos de referência, ângulo de giro e os sinais de controle.

Figura 48 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.



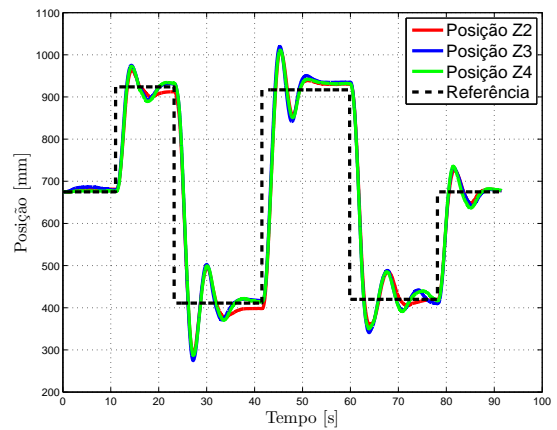
Fonte: O Autor.

Figura 49 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4. FONTE: O Autor.



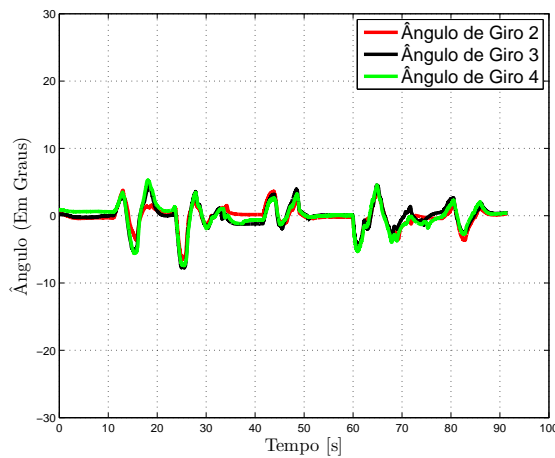
Fonte: O Autor.

Figura 50 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.



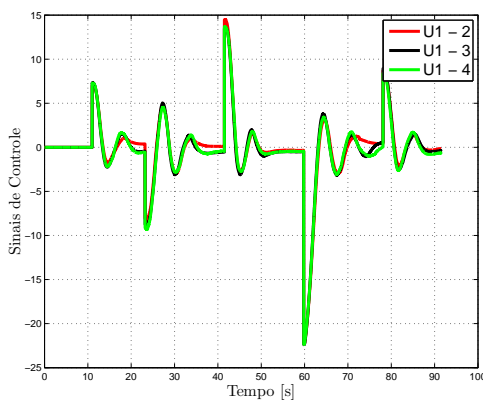
Fonte: O Autor.

Figura 51 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.



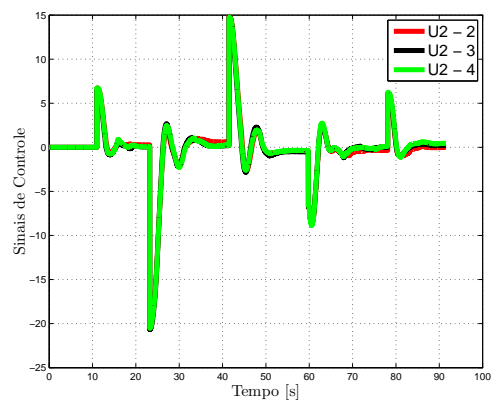
Fonte: O Autor.

Figura 52 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.



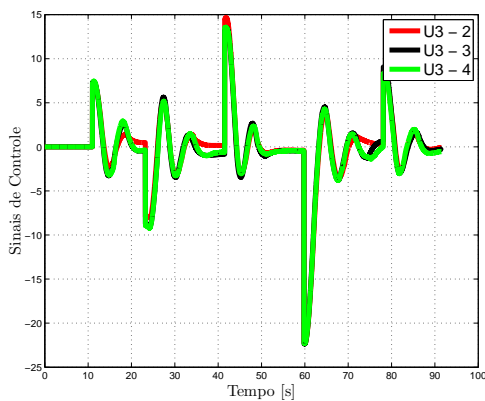
Fonte: O Autor.

Figura 53 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.



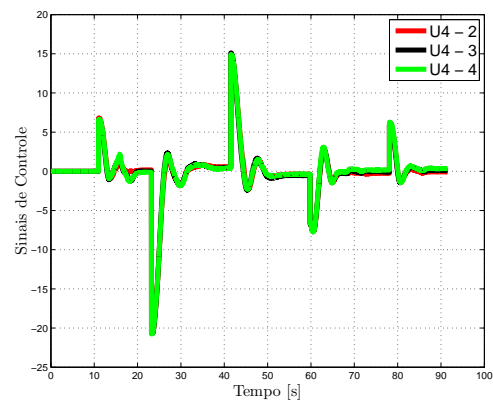
Fonte: O Autor.

Figura 54 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.



Fonte: O Autor.

Figura 55 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 2 - Repetição 2, 3 e 4.



Fonte: O Autor.

Ao término do segundo teste é possível concluir, assim como no primeiro, que o desempenho do controle é satisfatório, visto que o erro de posição do veículo ficou, em média, abaixo de 3 cm em todas as coordenadas; e o erro de orientação ficou abaixo de 1° , no período de estabilização.

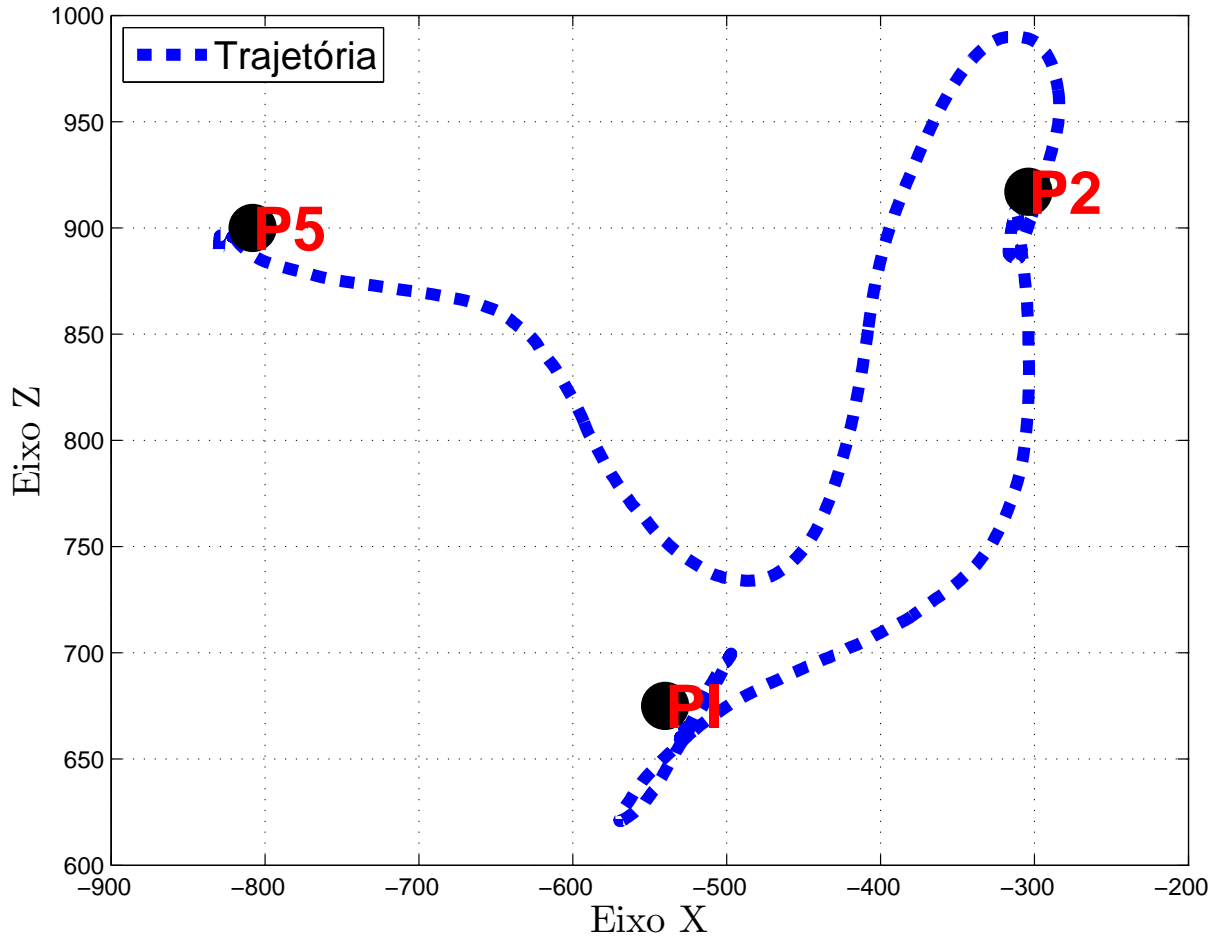
Nos gráficos 44-47 e 52-55, assim como no teste 1, é possível perceber a semelhança entre as curvas dos sinais de controle de U1 e U3 e também entre U2 e U4. Este teste também utilizou apenas deslocamentos lineares, fator que explica as semelhanças entre as curvas. Os gráficos das figuras 42 e 43 mostram um comportamento igual ao teste 1, mostrando a mesma instabilidade causada pelo sobressinal criado pela estimação do filtro de Kalman Estendido.

6.2.3 Teste 3 - Deslocamentos Não Lineares

O terceiro teste foi concebido para analisar a parte não linear do controlador, visto que este teste, além do deslocamento do veículo, realiza também mudança de orientação. Partindo do ponto inicial P5, em uma orientação de 25° deslocando-se para o ponto P2 em uma orientação de -15° , e terminando no ponto PI na orientação de 0° .

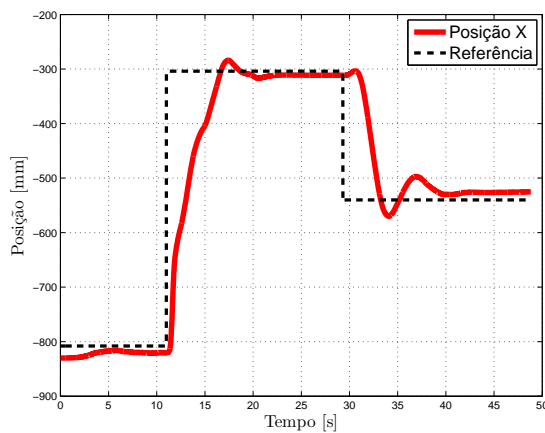
As figuras 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63 e 64 mostram os resultados relativos à primeira repetição do terceiro teste. São elas respectivamente, a trajetória percorrida pelo veículo no plano XZ, coordenadas (x, z) e seus pontos de referência, ângulo de giro, os quatérnios e os sinais de controle.

Figura 56 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 3 - Repetição 1.



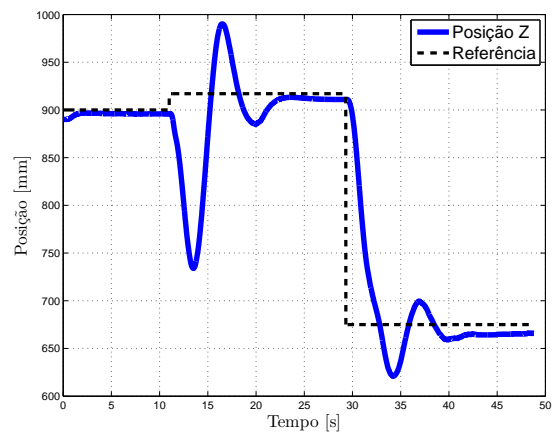
Fonte: O Autor.

Figura 57 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 3 - Repetição 1.



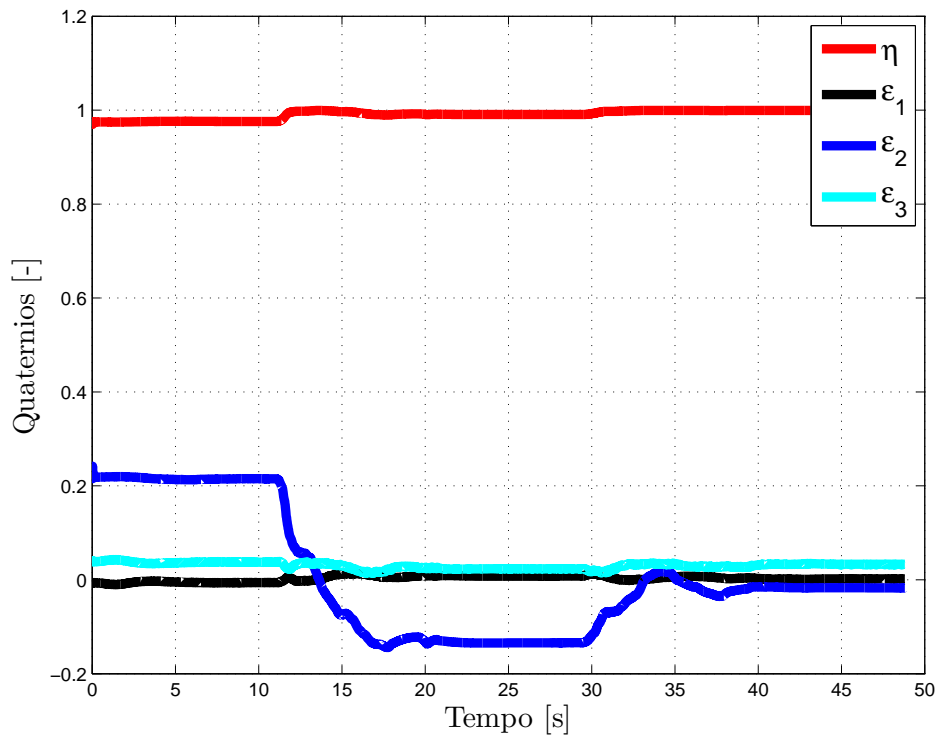
Fonte: O Autor.

Figura 58 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 3 - Repetição 1.



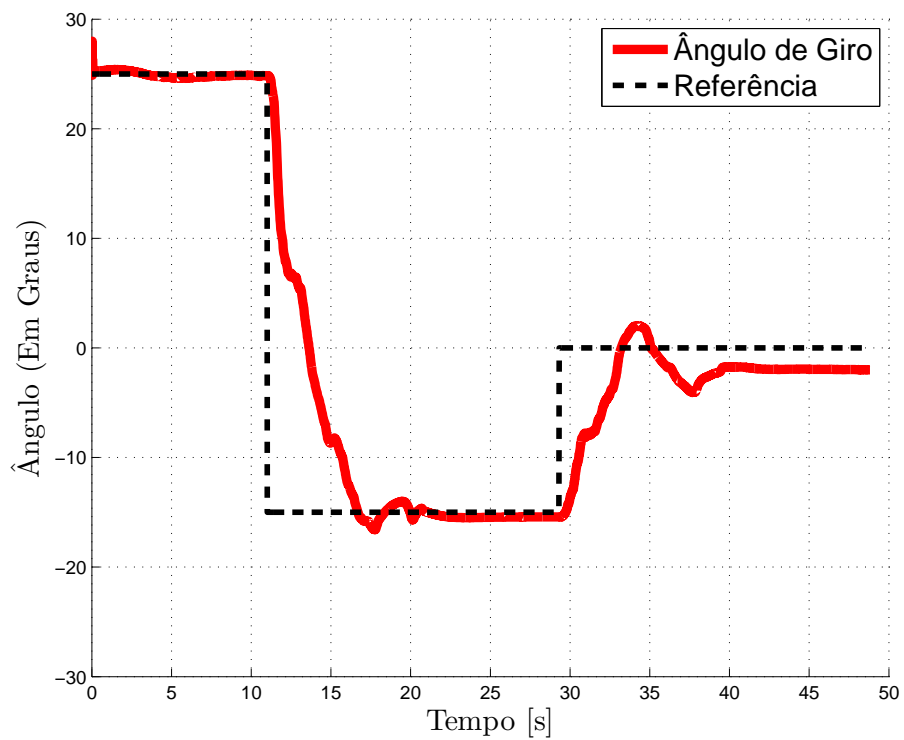
Fonte: O Autor.

Figura 59 – Gráfico de quatérnios - Teste 3 - Repetição 1.



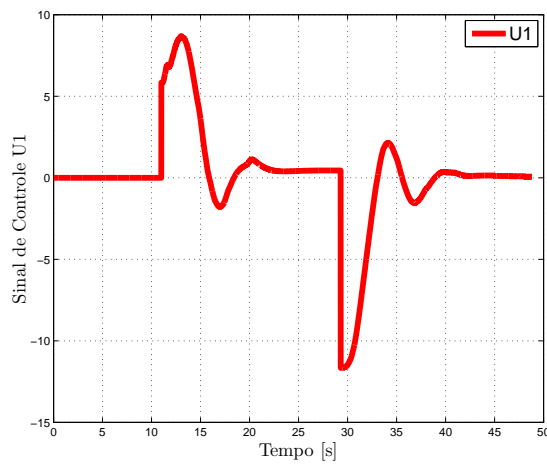
Fonte: O Autor.

Figura 60 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 3 - Repetição 1.



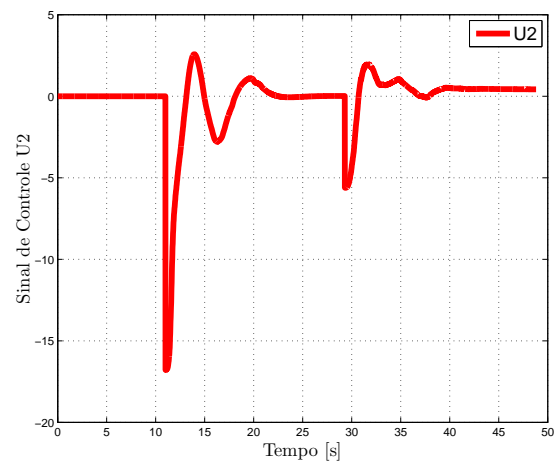
Fonte: O Autor.

Figura 61 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 3 - Repetição 1.



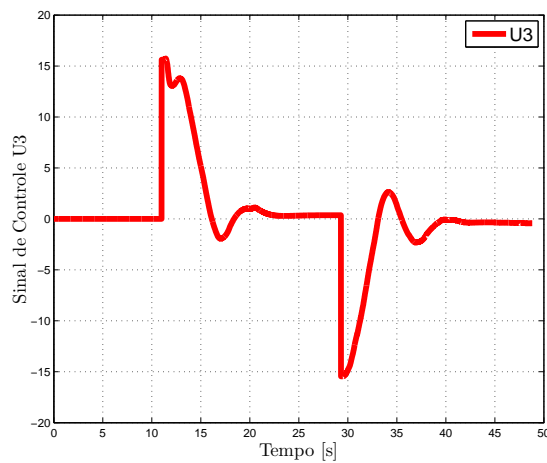
Fonte: O Autor.

Figura 62 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 3 - Repetição 1.



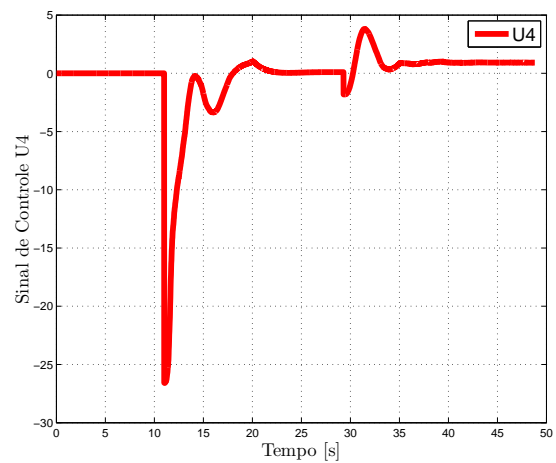
Fonte: O Autor.

Figura 63 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 3 - Repetição 1.



Fonte: O Autor.

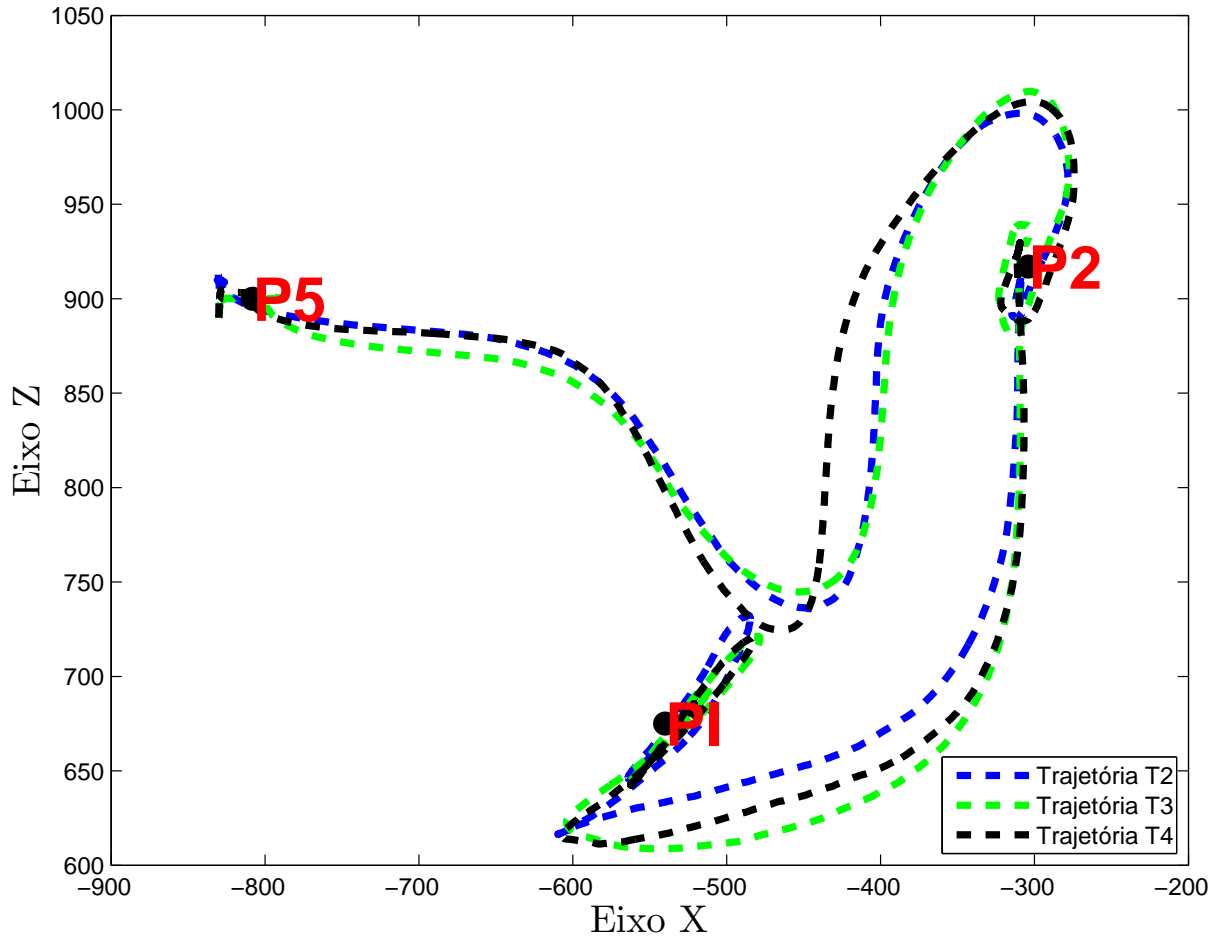
Figura 64 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 3 - Repetição 1.



Fonte: O Autor.

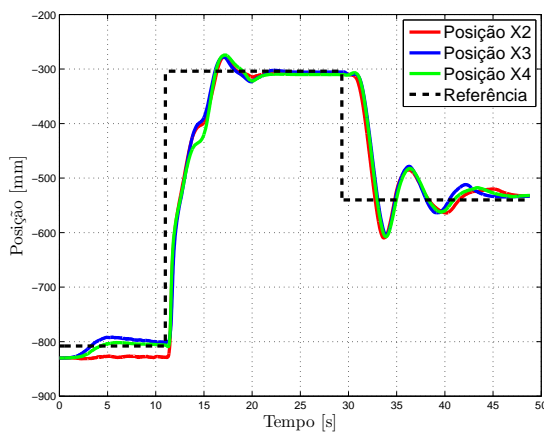
As figuras 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71 e 72 mostram os resultados relativos às outras repetições do segundo teste. São elas respectivamente, a trajetória percorrida pelo veículo no plano XZ, coordenadas (x, z) e seus pontos de referência, ângulo de giro e os sinais de controle.

Figura 65 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.



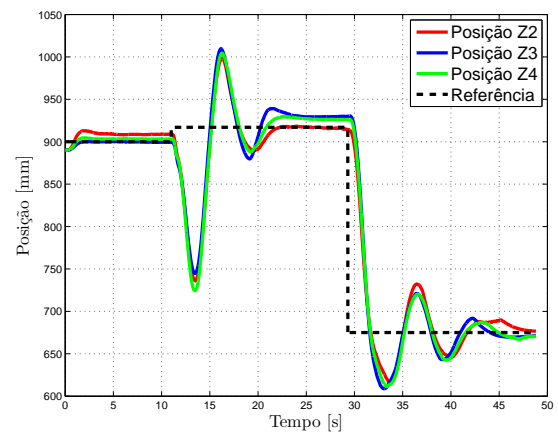
Fonte: O Autor.

Figura 66 – Gráfico da coordenada (x) com a referência - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.



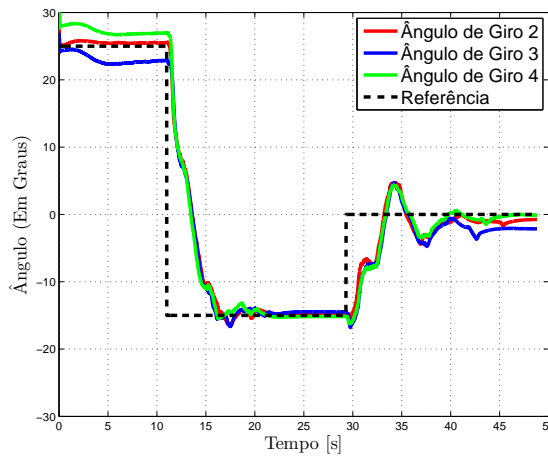
Fonte: O Autor.

Figura 67 – Gráfico da coordenada (z) com a referência - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.



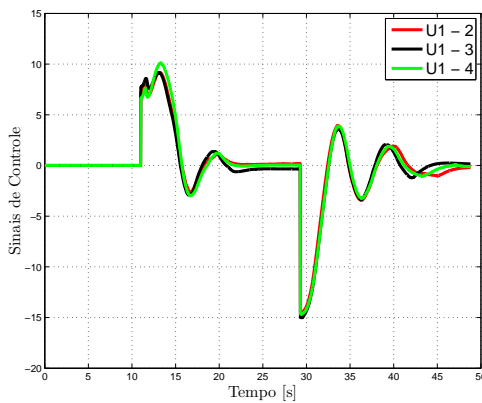
Fonte: O Autor.

Figura 68 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.



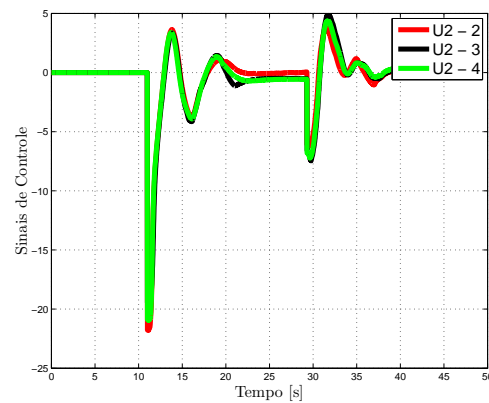
Fonte: O Autor.

Figura 69 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.



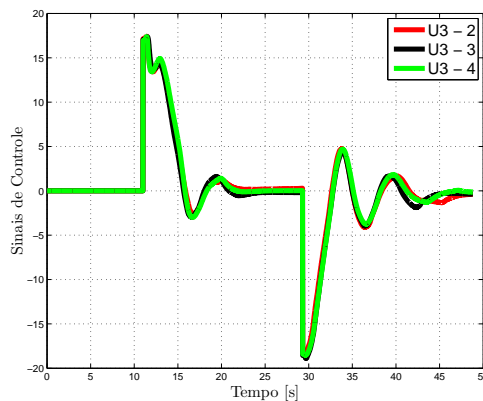
Fonte: O Autor.

Figura 70 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.



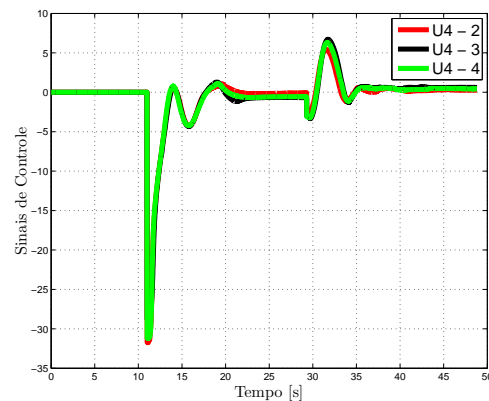
Fonte: O Autor.

Figura 71 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.



Fonte: O Autor.

Figura 72 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 3 - Repetição 2, 3 e 4.



Fonte: O Autor.

Ao término do terceiro teste foi possível concluir, assim como nos primeiros dois testes, que o desempenho do controle é satisfatório, visto que o erro de posição do veículo ficou, em média, abaixo de 4 cm em todas as coordenadas e o erro de orientação ficou abaixo de 2° , no período de estabilização. Adicionalmente mostrou um bom desempenho nas mudanças de orientação, fator de complicações em sistemas desta natureza.

De forma contrária aos testes 1 e 2, onde foram utilizados apenas deslocamentos lineares, no teste 3 é possível perceber que as curvas de controle U1, U2, U3 e U4 não apresentam as mesmas semelhanças que mostravam anteriormente. As curvas apresentadas nos gráficos das figuras 61, 62, 63, 64, 69, 70, 71 e 72 mostram comportamentos e valores distintos, e assim como nos testes anteriores as curvas de controle mostram também que o controle projetado é estável para os deslocamentos propostos.

Nos gráficos das figuras 59 e 60 é possível determinar com clareza a correlação entre as mesmas, visto que a curva de ε_2 no gráfico dos quatérnios segue o mesmo comportamento que a curva do ângulo de giro.

Assim como visto no teste 1, o erro entre posição e referência apresentado nos gráficos de coordenadas x e z mostrados nas figuras 57 e 58, são decorrentes de aparecimento de zonas mortas nos atuadores do sistema e não a um erro de regime do controlador.

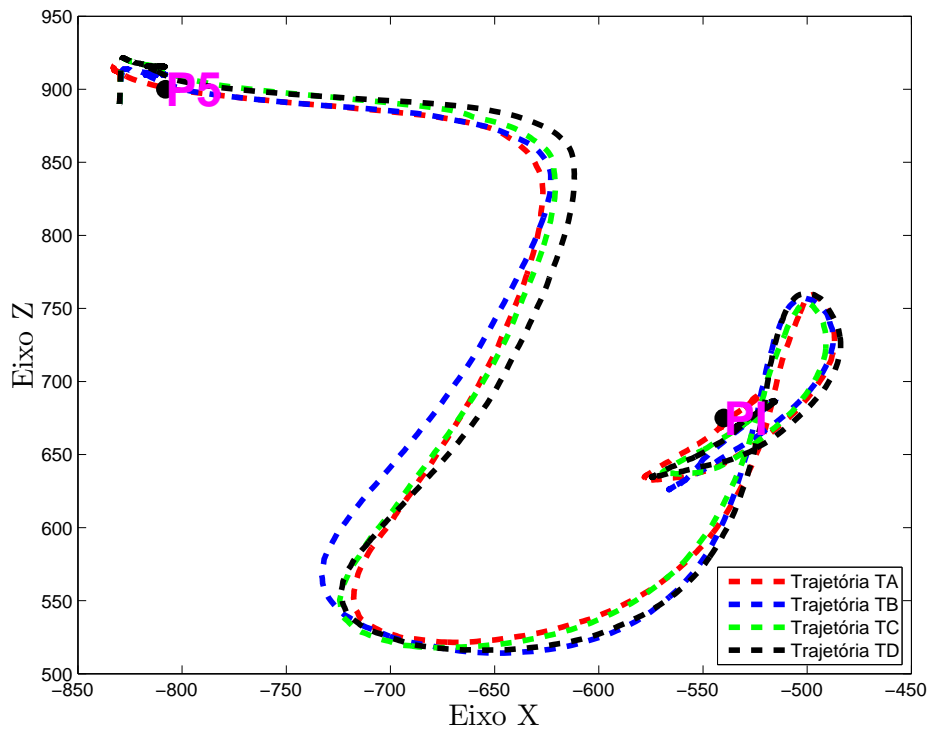
6.2.4 Teste 4 - Deslocamentos Não Lineares

Neste teste o veículo começa em pontos iniciais diferentes e com orientações diferentes de 0° . O objetivo deste é determinar se o sistema consegue, e de que forma, sair destas condições iniciais e chegar no ponto PI com orientação igual a 0° .

Foram realizadas quatro trajetórias neste teste: na primeira, o ponto inicial era o ponto P5 com orientação de ângulo 25° . Na segunda trajetória o ponto inicial era o ponto P2 com orientação de ângulo -15° . Na terceira o ponto inicial era o ponto P3 com orientação de ângulo -20° . A quarta trajetória o ponto inicial era o ponto P6 com orientação de ângulo 25° . Assim, como nos testes anteriores, foram feitas quatro repetições para garantir a uniformidade dos resultados.

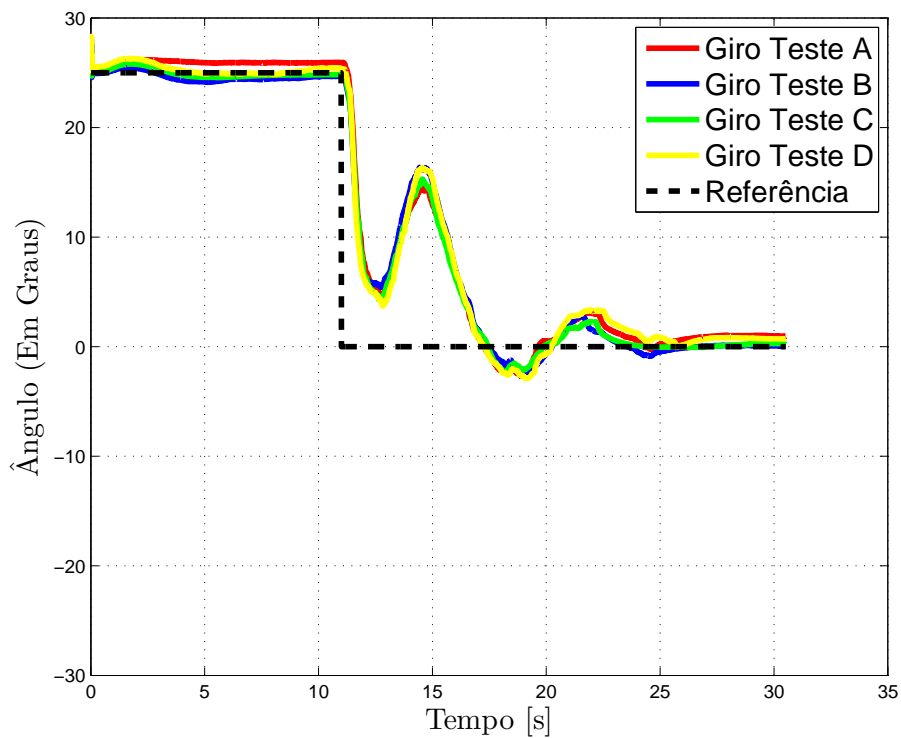
As figuras 73, 74, 75, 76, 77 e 78 mostram os resultados relativos à primeira trajetória do quarto teste. São elas respectivamente, ângulo de giro, trajetória resultante e seus sinais de controle. Em cada gráfico é mostrado as curvas das quatro repetições.

Figura 73 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.



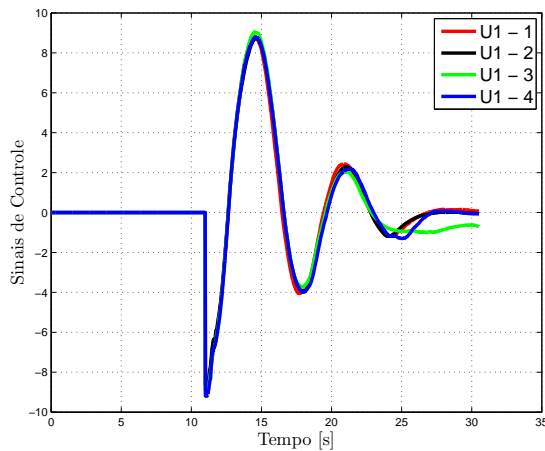
Fonte: O Autor.

Figura 74 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.



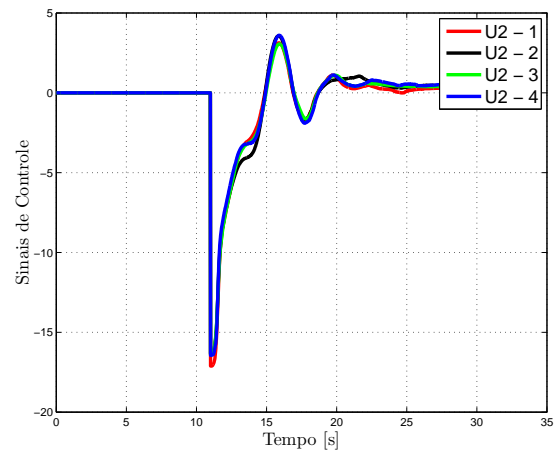
Fonte: O Autor.

Figura 75 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.



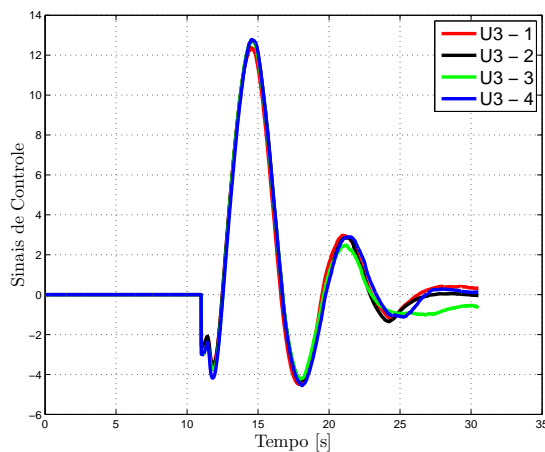
Fonte: O Autor.

Figura 76 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.



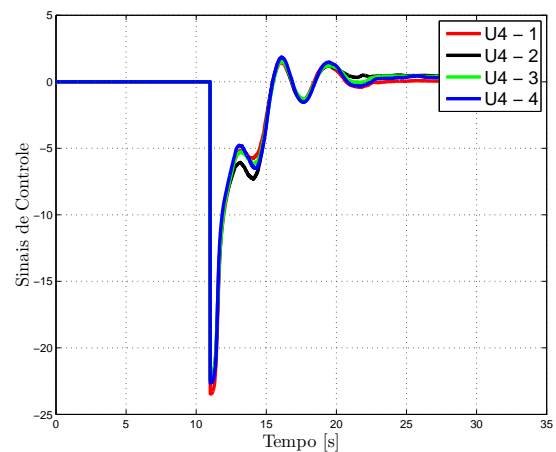
Fonte: O Autor.

Figura 77 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.



Fonte: O Autor.

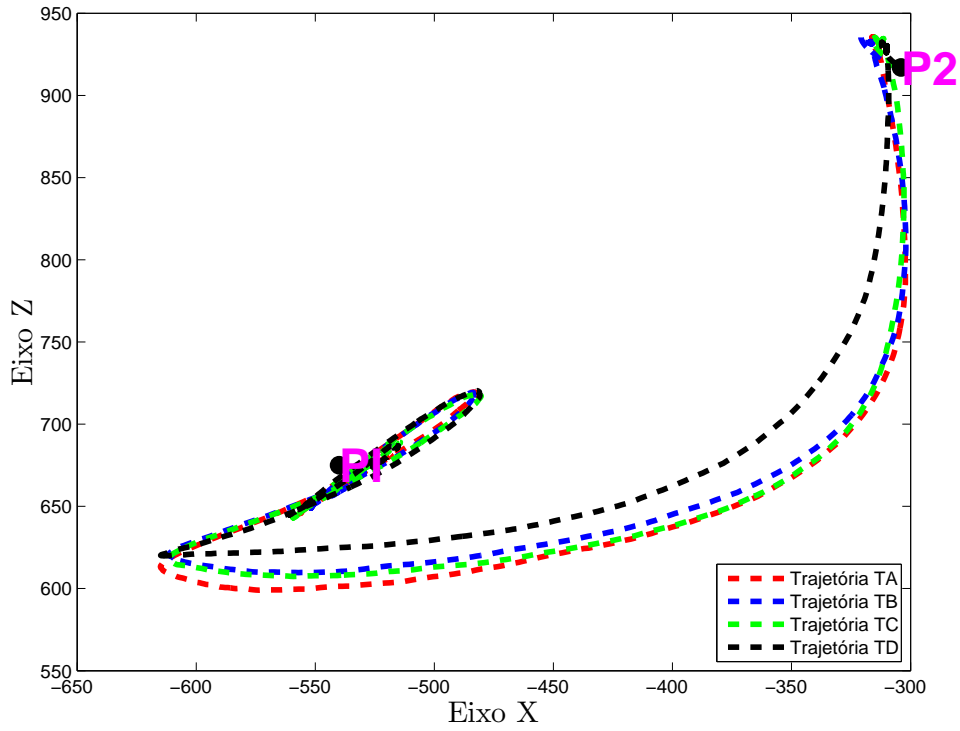
Figura 78 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 4 - Trajetória 1 - Repetição ABCD.



Fonte: O Autor.

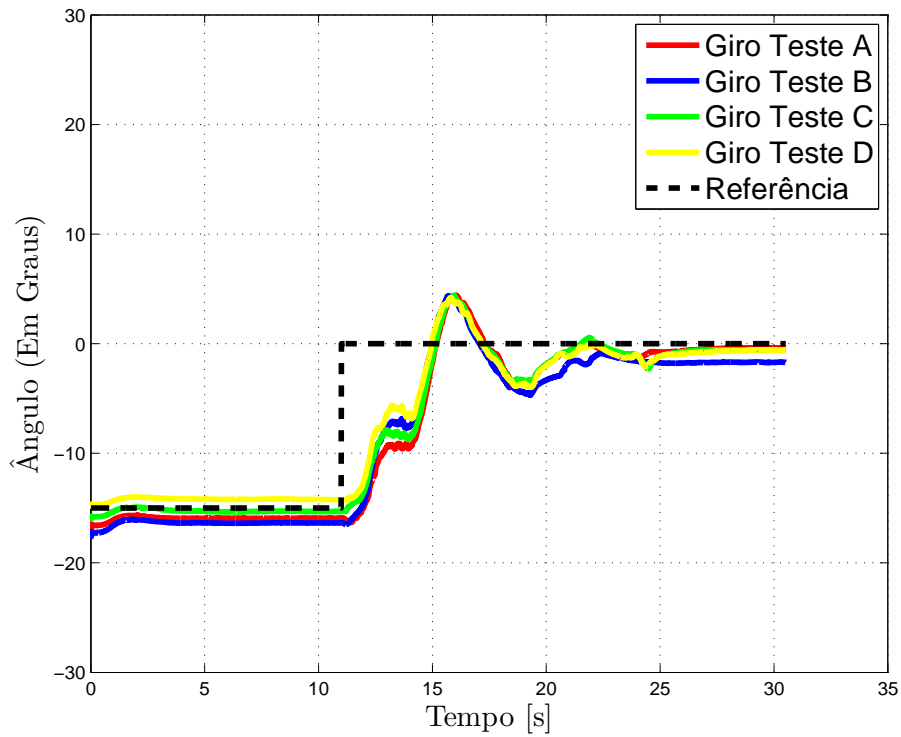
As figuras 79, 80, 81, 82, 83 e 84 mostram os resultados relativos à segunda trajetória do quarto teste. São elas respectivamente, ângulo de giro, trajetória resultante e seus sinais de controle. Em cada gráfico é mostrado as curvas das quatro repetições.

Figura 79 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.



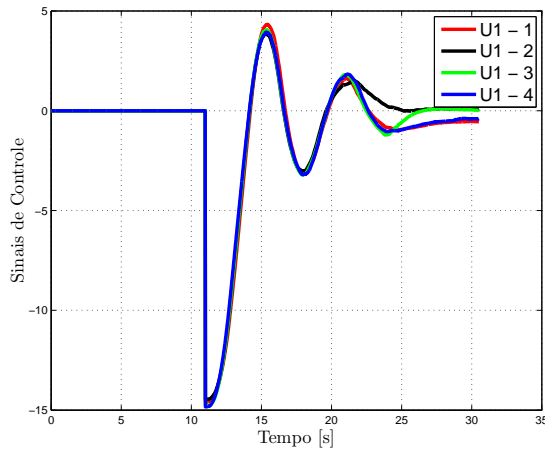
Fonte: O Autor.

Figura 80 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.



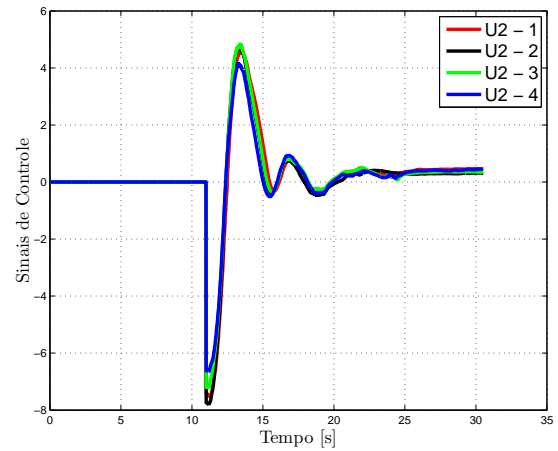
Fonte: O Autor.

Figura 81 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.



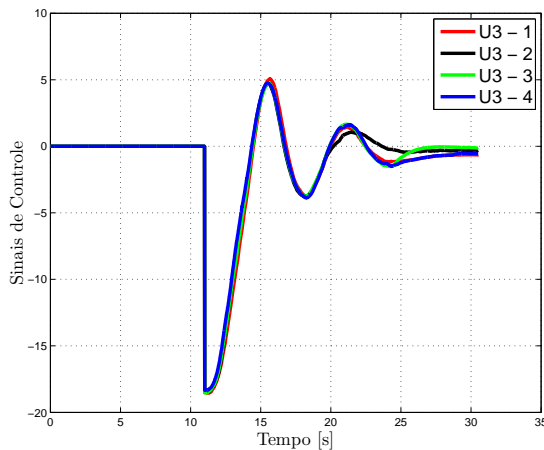
Fonte: O Autor.

Figura 82 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.



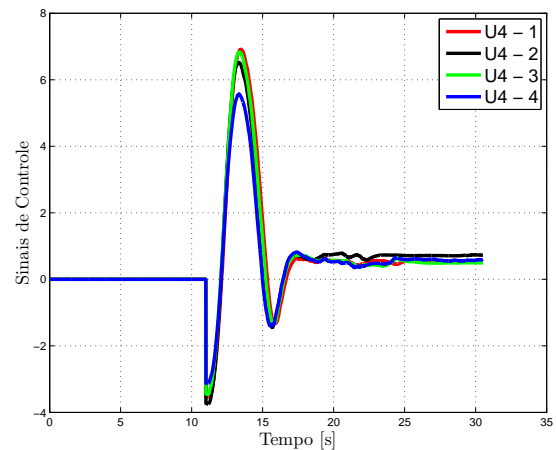
Fonte: O Autor.

Figura 83 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.



Fonte: O Autor.

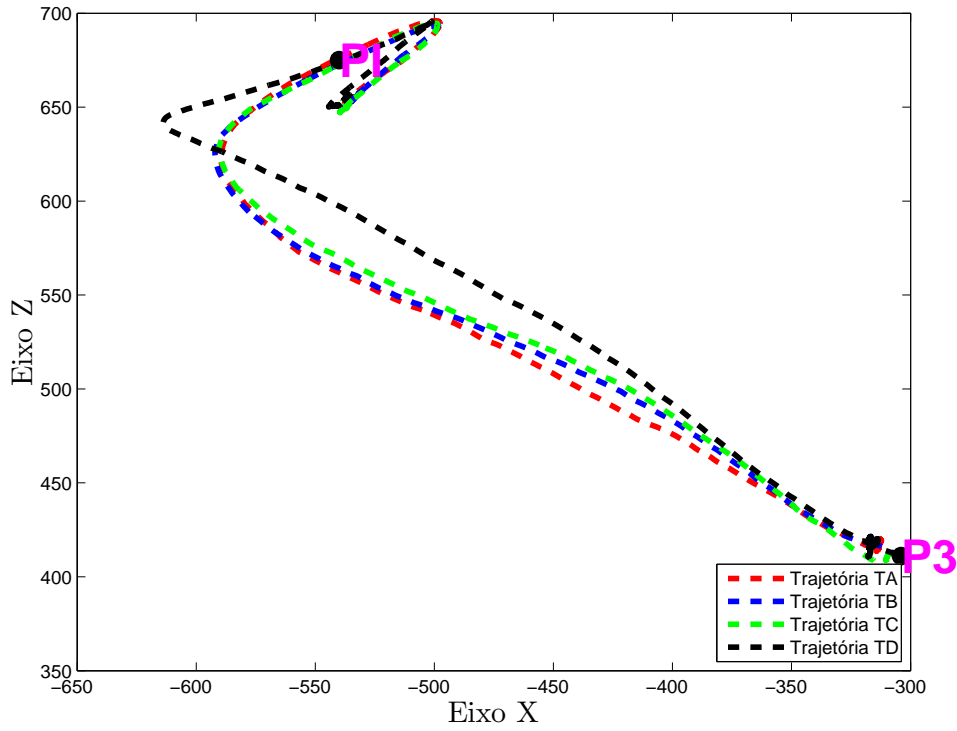
Figura 84 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 4 - Trajetória 2 - Repetição ABCD.



Fonte: O Autor.

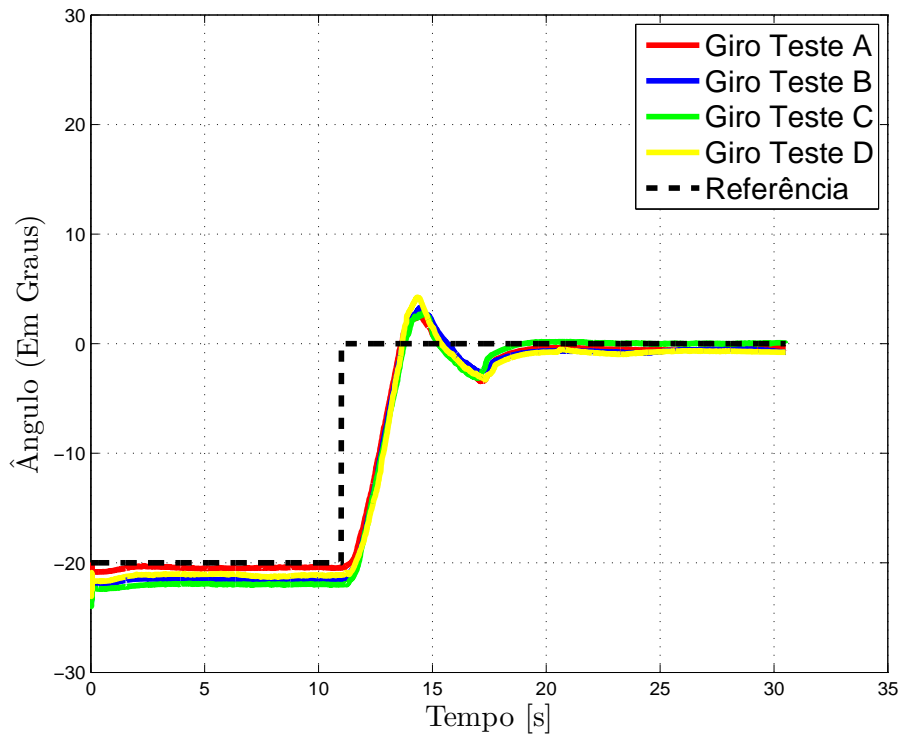
As figuras 85, 86, 87, 88, 89 e 90 mostram os resultados relativos à terceira trajetória do quarto teste. São elas respectivamente, ângulo de giro, trajetória resultante e seus sinais de controle. Em cada gráfico é mostrado as curvas das quatro repetições.

Figura 85 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.



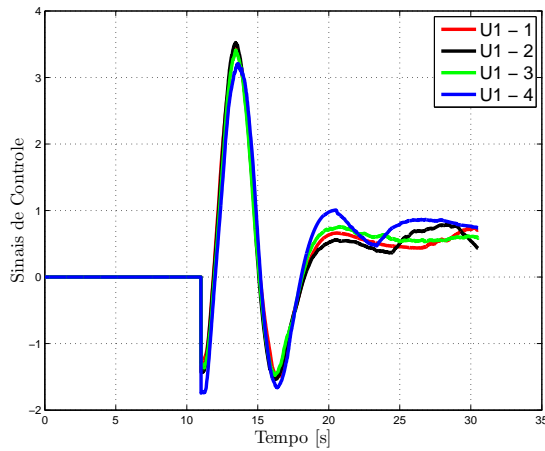
Fonte: O Autor.

Figura 86 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.



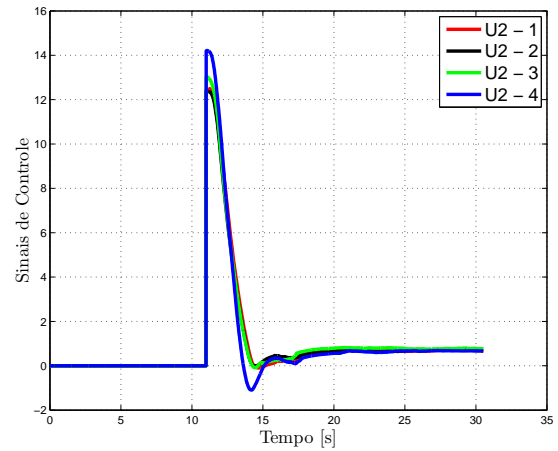
Fonte: O Autor.

Figura 87 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.



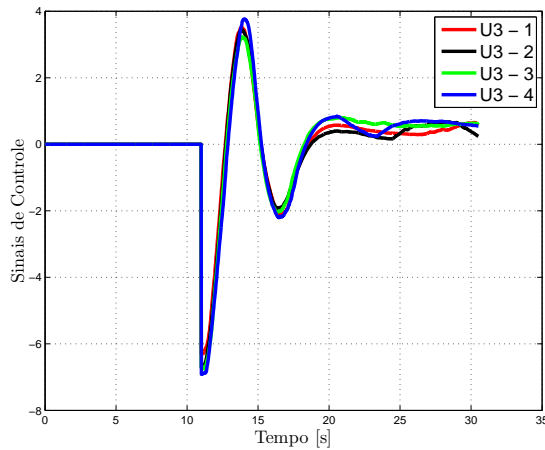
Fonte: O Autor.

Figura 88 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.



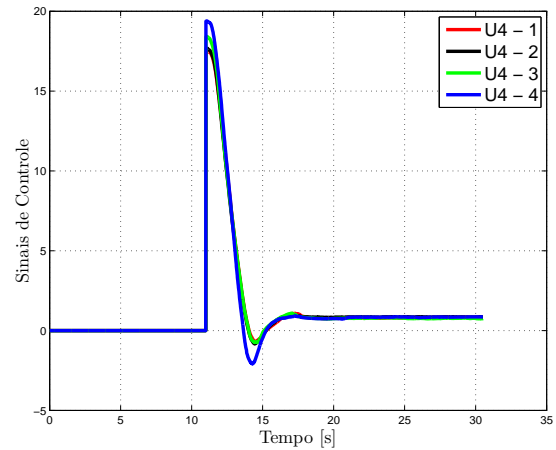
Fonte: O Autor.

Figura 89 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.



Fonte: O Autor.

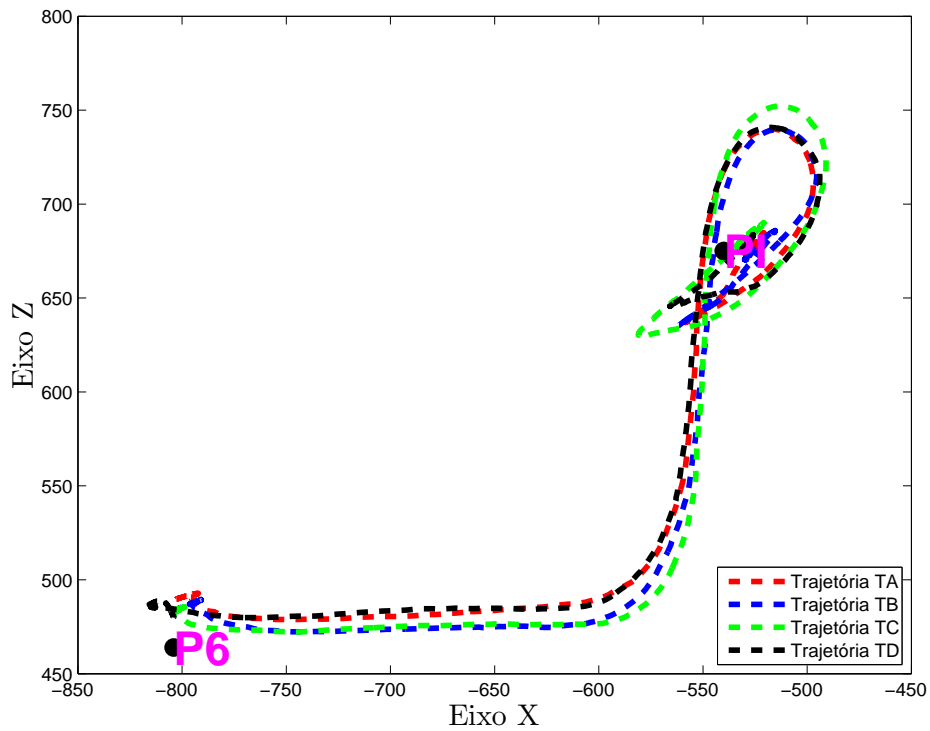
Figura 90 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 4 - Trajetória 3 - Repetição ABCD.



Fonte: O Autor.

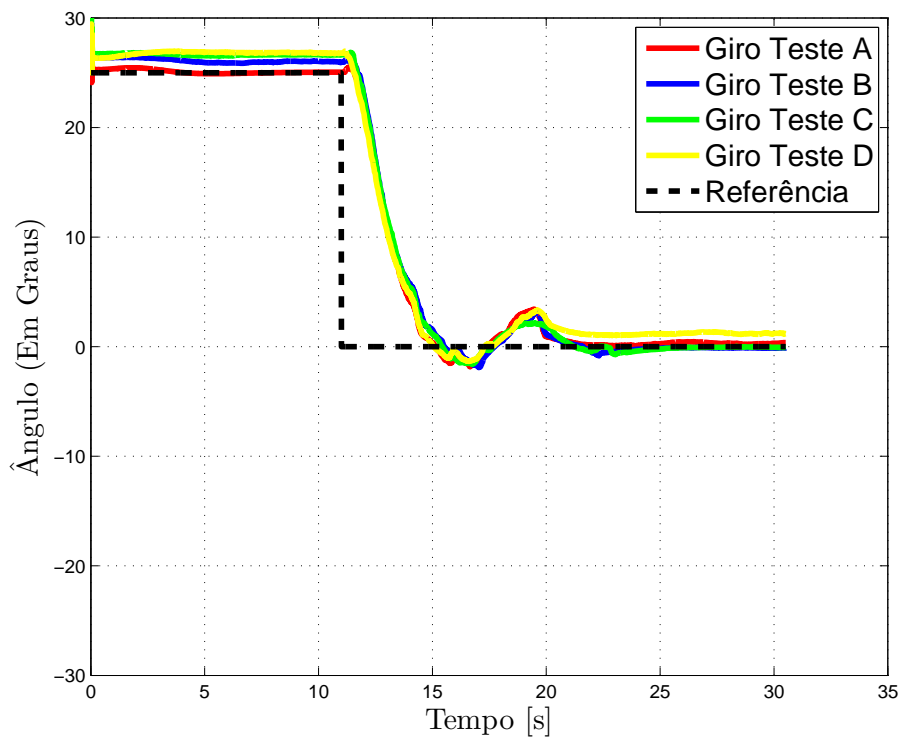
As figuras 91, 92, 93, 94, 95 e 96 mostram os resultados relativos à quarta trajetória do quarto teste. São elas respectivamente, ângulo de giro, trajetória resultante e seus sinais de controle. Em cada gráfico é mostrado as curvas das quatro repetições.

Figura 91 – Gráfico da Trajetória Resultante - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.



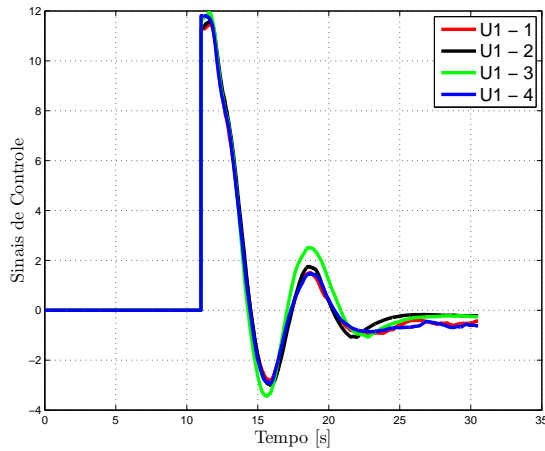
Fonte: O Autor.

Figura 92 – Gráfico de ângulo de giro - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.



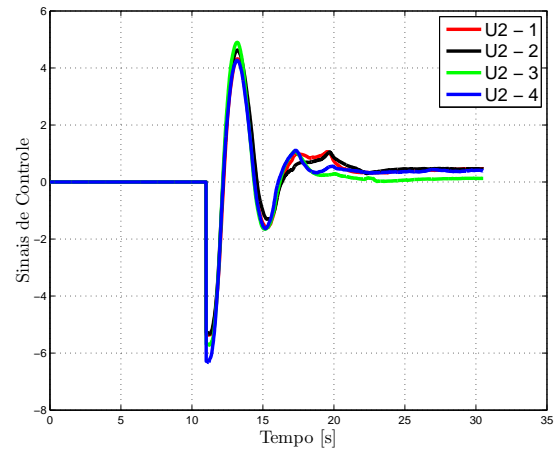
Fonte: O Autor.

Figura 93 – Gráfico do sinal de controle U1 - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.



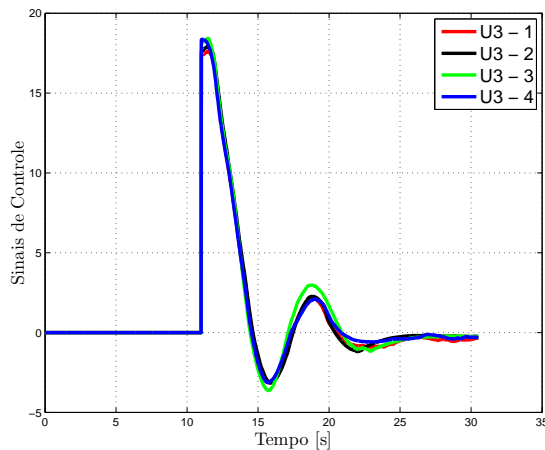
Fonte: O Autor.

Figura 94 – Gráfico do sinal de controle U2 - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.



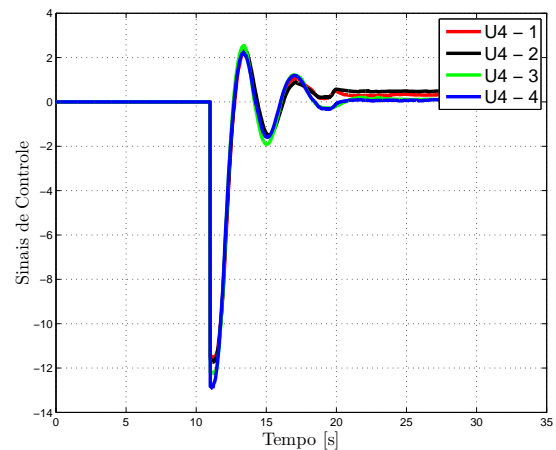
Fonte: O Autor.

Figura 95 – Gráfico do sinal de controle U3 - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.



Fonte: O Autor.

Figura 96 – Gráfico do sinal de controle U4 - Teste 4 - Trajetória 4 - Repetição ABCD.



Fonte: O Autor.

Seguindo os resultados dos primeiros testes, a quarta iteração de testes mostrou o potencial do sistema desenvolvido. O controlador mostrou um bom desempenho tanto em condições lineares, quanto para não lineares. Mostrou-se robusto em qualquer condição de operação, mostrando que a formulação da estabilidade estava correta.

O único problema constatado nos testes, foi a demora para a estabilização nos pontos de parada. Este fato não é causado pelo controle, mas sim ao tempo de estimação do filtro de Kalman Estendido que adicionou uma dinâmica extra ao sistema.

Outro fator que interfere no controle é o aparecimento de "zonas mortas" nos motores. Isto é, um PWM muito baixo não consegue gerar torque suficiente no motor para

movimentá-los, então para entradas baixas de \mathbf{u} não é possível criar uma relação direta entre \mathbf{u} e o PWM. Assim, tendo que usar sinais de PWM maiores para entradas mais baixas, causando saturações no sistema.

7 Conclusões e Perspectivas

O presente trabalho apresentou uma técnica de sensoriamento de posição e orientação de um sistema a partir do Filtro de Kalman Estendido para a fusão de sensores inerciais e visão computacional. Além disso, implementou-se um controle baseado na teoria de estabilidade de Lyapunov para o controle de um veículo omnidirecional construído com rodas "*mecanum*". Os dois sistemas idealizados, sensoriamento e controle, foram aplicados na construção do sistema apresentado.

No capítulo 4 foram abordadas a modelagem e aplicação do filtro de Kalman Estendido para a determinação da posição e pose de um corpo. Esta técnica mostrou, em resultados preliminares uma alta precisão da posição global com um erro de atuação de poucos milímetros. A única deficiência aparente deste filtro foi o tempo de estimação, o qual causava no sistema alguns sobressinais. Este tempo alto de estimação foi diminuído nos testes subsequentes graças à melhora do *hardware* utilizado, porém o sistema ainda apresentou sobressinal, característico do Filtro de Kalman Estendido.

No capítulo 5 foram criadas as bases matemáticas para representar o desenvolvimento do controlador utilizado neste projeto. A partir da modelagem do sistema foi possível criar uma lei de controle para a parte linear e outra para a parte não linear. Nos dois desenvolvimentos foram provadas as estabilidades de cada lei de controle.

No capítulo 6, a partir de testes do sistema construído, envolvendo deslocamentos lineares e não lineares foi possível comprovar a eficácia do controlador projetado. Imprecisões foram detectadas durante os testes, as quais podem ser atribuídas a diversos fatores, entre eles o sobressinal gerado pelo Filtro de Kalman Estendido, a aparição de "zonas mortas" na atuação dos motores responsáveis pelo giro das rodas. Contudo, apesar das imprecisões o sistema mostrou-se bastante preciso, apresentando erros de estabilização de poucos centímetros e graus. O veículo conseguiu realizar os deslocamentos lineares e não lineares de forma eficaz, se mantendo estável.

Considerando o exposto, pôde-se concluir ao final dos testes, que o controle do sistema construído foi capaz de aliar as características lineares e não lineares de forma robusta e eficaz. Adicionalmente, adaptou-se o filtro de Kalman Estendido para a fusão de sensores inerciais e visão computacional com o intuito de estimar a posição global e orientação de um sistema. Por fim, destaca-se o desempenho eficiente do sistema de sensoriamento, sem a utilização de equipamentos complexos ou financeiramente dispendiosos.

7.1 Perspectivas para Trabalhos Futuros

Como perspectivas para trabalhos futuros pode-se citar os seguintes itens:

- Implementar o veículo autônomo em um *hardware* projetado especificamente para este sistema;
- Aplicar um controle de torque para cada motor DC;
- Aplicar o sistema em condições onde o mesmo perde a referência visual com os marcadores;
- Identificação do sistema;
- Criar algoritmos semelhantes para a fusão de sensores utilizando outras ferramentas, como por exemplo, o Filtro de Partículas (FP) e o *Unscented Kalman Filter* (UKF).

Referências

- ADĂSCĂLIȚEI, F.; DOROFTEI, I. Practical applications for mobile robots based on mecanum wheels—a systematic survey. **Gh. Asachi Technical University of Iasi, Mechanical Engineering Faculty, Theory of Mechanisms and Robotics Department, B-dul D. Mangeron**, p. 61–63, 2011. Citado na página 33.
- ALTUG, E.; OSTROWSKI, J. P.; TAYLOR, C. J. Quadrotor control using dual camera visual feedback. In: IEEE. **Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on**. [S.l.], 2003. v. 3, p. 4294–4299. Citado na página 36.
- ASTRÖM, K. J.; MURRAY, R. M. **Feedback systems: an introduction for scientists and engineers**. [S.l.]: Princeton university press, 2010. Citado na página 17.
- BURT, P. J. Smart sensing in machine vision. **Machine Vision: Algorithms, Architectures, and Systems**, Academic Press New York, 1988. Citado na página 36.
- CASTRO, R. S. et al. Filtro de kalman estendido baseado em quatérnions para a fusão de sensores inerciais e imagem. In: SOCIEDADE BRASILEIRA DE AUTOMÁTICA. **Congresso Brasileiro de Automática 2016**. [S.l.], 2016. Citado na página 46.
- CHAI, L.; HOFF, W. A.; VINCENT, T. Three-dimensional motion and structure estimation using inertial sensors and computer vision for augmented reality. **Presence: Teleoperators and Virtual Environments**, MIT Press, v. 11, n. 5, p. 474–492, 2002. Citado na página 18.
- CHOSSET, H. M. **Principles of robot motion: theory, algorithms, and implementation**. [S.l.]: MIT press, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 32.
- DIEBEL, J. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. **Matrix**, v. 58, n. 15-16, p. 1–35, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 21, 22 e 23.
- DIEGEL, O. et al. Improved mecanum wheel design for omni-directional robots. In: **Proc. 2002 Australasian Conference on Robotics and Automation, Auckland**. [S.l.: s.n.], 2002. p. 117–121. Citado na página 32.
- DOROFTEI, I.; GROSU, V.; SPINU, V. **Omnidirectional mobile robot—design and implementation**. [S.l.]: INTECH Open Access Publisher, 2007. Citado na página 34.
- DOROFTEI, I.; STIRBU, B. Design, modeling and control of an omni-directional mobile robot. In: TRANS TECH PUBL. **Solid State Phenomena**. [S.l.], 2010. v. 166, p. 173–178. Citado na página 32.
- ENGEL, J.; STURM, J.; CREMERS, D. Accurate figure flying with a quadrocopter using onboard visual and inertial sensing. **IMU**, v. 320, p. 240, 2012. Citado na página 18.
- FORSYTH, D. A.; PONCE, J. **Computer Vision: A Modern Approach**. [S.l.]: Prentice Hall, 2003. Citado na página 25.

GAGE, D. W. **UGV history 101: A brief history of Unmanned Ground Vehicle (UGV) development efforts**. [S.l.], 1995. Citado na página 16.

GE, S. S. **Autonomous mobile robots: sensing, control, decision making and applications**. [S.l.]: CRC press, 2006. v. 22. Citado na página 17.

GOLDBERG, S. B.; MAIMONE, M. W.; MATTHIES, L. Stereo vision and rover navigation software for planetary exploration. In: IEEE. **Aerospace Conference Proceedings, 2002**. IEEE. [S.l.], 2002. v. 5, p. 5–2025. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 36.

GOLDMAN, R. Rethinking quaternions. **Synthesis Lectures on Computer Graphics and Animation**, Morgan & Claypool Publishers, v. 4, n. 1, p. 1–157, 2010. Citado na página 21.

GOLLER, M. et al. Setup and control architecture for an interactive shopping cart in human all day environments. In: IEEE. **Advanced Robotics, 2009. ICAR 2009. International Conference on**. [S.l.], 2009. p. 1–6. Citado na página 32.

HASEGAWA, F. et al. A stereo vision system for position measurement and recognition in an autonomous robotic system for carrying food trays. In: IEEE. **Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC'99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on**. [S.l.], 1999. v. 6, p. 661–668. Citado na página 16.

HEBERT, M. H.; THORPE, C. E.; STENTZ, A. **Intelligent unmanned ground vehicles: autonomous navigation research at Carnegie Mellon**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 388. Citado na página 16.

HSU, P.-E.; HSU, Y.-L.; LU, J.-M. irw-an intelligent robotic wheelchair integrated with advanced robotic and telehealth solutions. In: **1st Asia Pacific eCare and TeleCare Congress, Hong Kong**. [S.l.: s.n.], 2011. Citado na página 32.

ILON, B. E. **Wheels for a course stable selfpropelling vehicle movable in any desired direction on the ground or some other base**. [S.l.]: Google Patents, 1975. US Patent 3,876,255. Citado na página 32.

JANABI-SHARIFI, F.; MAREY, M. A kalman-filter-based method for pose estimation in visual servoing. **IEEE Transactions on Robotics**, IEEE, v. 26, n. 5, p. 939–947, 2010. Citado na página 36.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Journal of basic Engineering**, American Society of Mechanical Engineers, v. 82, n. 1, p. 35–45, 1960. Citado na página 28.

KHALIL, H. K.; GRIZZLE, J. **Nonlinear systems**. [S.l.]: Prentice hall New Jersey, 1996. v. 3. Citado na página 34.

KORNUTA, T.; ZIELIŃSKI, C. Robot control system design exemplified by multi-camera visual servoing. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Springer, v. 77, n. 3-4, p. 499–523, 2015. Citado na página 36.

KRISTIANSEN, R.; NICKLASSON, P. J.; GRAVDAHL, J. T. Satellite attitude tracking by quaternion-based backstepping. In: CITESEER. **Proceedings of the 16 th IFAC World Congress**. [S.l.], 2005. Citado na página 24.

- KUIPERS, J. B. et al. **Quaternions and rotation sequences**. [S.l.]: Princeton university press Princeton, 1999. v. 66. Citado na página 20.
- MA, Y. et al. **An invitation to 3-d vision: from images to geometric models**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 26. Citado na página 26.
- MARIOTTINI, G. L.; PRATTICCHIZZO, D. Egt for multiple view geometry and visual servoing: robotics vision with pinhole and panoramic cameras. **Robotics & Automation Magazine, IEEE**, IEEE, v. 12, n. 4, p. 26–39, 2005. Citado na página 26.
- MARKLEY, F. L.; CRASSIDIS, J. L. **Fundamentals of spacecraft attitude determination and control**. [S.l.]: Springer, 2014. v. 33. Citado na página 20.
- MARTÍNEZ, C. et al. On-board and ground visual pose estimation techniques for uav control. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Springer, v. 61, n. 1-4, p. 301–320, 2011. Citado na página 18.
- MUIR, P. F.; NEUMAN, C. P. Kinematic modeling for feedback control of an omnidirectional wheeled mobile robot. In: **Autonomous robot vehicles**. [S.l.]: Springer, 1990. p. 25–31. Citado na página 32.
- MURRAY, R. M. et al. **A mathematical introduction to robotic manipulation**. [S.l.]: CRC press, 1994. Citado na página 34.
- NILSSON, N. J. **A mobile automaton: An application of artificial intelligence techniques**. [S.l.], 1969. Citado na página 16.
- NÜTZI, G. et al. Fusion of imu and vision for absolute scale estimation in monocular slam. **Journal of intelligent & robotic systems**, Springer, v. 61, n. 1-4, p. 287–299, 2011. Citado na página 18.
- OZGUNER, U.; ACARMAN, T.; REDMILL, K. **Autonomous ground vehicles**. [S.l.]: Artech House, 2011. Citado na página 16.
- PALOMERAS, N. et al. Vision-based localization and mapping system for auv intervention. In: IEEE. **OCEANS-Bergen, 2013 MTS/IEEE**. [S.l.], 2013. p. 1–7. Citado na página 36.
- PISSARDINI, R. de S.; WEI, D. C. M.; JÚNIOR, E. S. da F. Veículos autônomos: Conceitos, histórico e estado-da-arte. Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes (ANPET), 2013. Citado na página 16.
- QUEIROZ, M. S. D. et al. **Lyapunov-based control of mechanical systems**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página 34.
- RANSOM, S.; KRÖMER, O.; LÜCKEMEIER, M. Planetary rovers with mecanum wheels. In: CITESEER. **16th ISTVS Intl Conf**. [S.l.], 2008. p. 25–28. Citado na página 32.
- REHBINDER, H.; GHOSH, B. K. Pose estimation using line-based dynamic vision and inertial sensors. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 48, n. 2, p. 186–199, 2003. Citado na página 18.

- ROBOTICS, V. 4" **Mecanum Wheel**. 2016. <<http://www.vexrobotics.com/vexedr/products/accessories/motion/edr-wheels.html>>. Accessed: 2016-10-18. Citado na página 32.
- SCHULZE, L.; BEHLING, S.; BUHRS, S. Development of a micro drive-under tractor-research and application. In: CITESEER. **Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists**. [S.l.], 2011. v. 2. Citado na página 32.
- SICILIANO, B.; KHATIB, O. **Springer handbook of robotics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008. Citado na página 38.
- SIEGWART, R.; NOURBAKHSI, I. R.; SCARAMUZZA, D. **Introduction to autonomous mobile robots**. [S.l.]: MIT press, 2011. Citado na página 18.
- SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. et al. **Applied nonlinear control**. [S.l.]: prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991. v. 199. Citado na página 35.
- STEDER, B. et al. Visual slam for flying vehicles. **Robotics, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 24, n. 5, p. 1088–1093, 2008. Citado na página 18.
- THRUN, S.; BURGARD, W.; FOX, D. **Probabilistic robotics**. [S.l.]: MIT press, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 29, 30 e 31.
- TRUCCO, E.; VERRI, A. **Introductory techniques for 3-D computer vision**. [S.l.]: Prentice Hall Englewood Cliffs, 1998. v. 201. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.
- VASQUEZ, X. M. **Posicionamento de múltiplos objetos a partir de visão estéreo**. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2015. Citado na página 25.
- YOON, S. W.; PARK, S.-B.; KIM, J. S. Kalman filter sensor fusion for mecanum wheeled automated guided vehicle localization. **Journal of Sensors**, Hindawi Publishing Corporation, v. 2015, 2015. Citado na página 33.