

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

CLÁUDIA REGINA CONFORTIN VIECILI

**MODELAGEM MATEMÁTICA:
UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA**

PORTO ALEGRE

2006

CLÁUDIA REGINA CONFORTIN VIECILI

**MODELAGEM MATEMÁTICA:
UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vicente Hillebrand

PORTO ALEGRE

2006

CLÁUDIA REGINA CONFORTIN VIECILI

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em 05 de maio de 2006, pela Banca Examinadora.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Vicente Hillebrand - PUCRS

Prof^a.Dr^a. Regina Maria Rabello Borges - PUCRS

Prof^a. Dr^a. Nilce Fátima Scheffer - URI

Dedico esta conquista aos meus queridos pais, pelo apoio, e para minha filha, por ser a razão de minha vida.

*Ando a procura de espaço para o
desenho da vida.*

*Em números me embaraço e perco
sempre a medida. Se penso
encontrar saída, em vez de abrir um
compasso, projeto-me num abraço e
gero uma despedida.*

*Se volto sobre o meu passo, é já
distância perdida.*

*Meu coração, coisa de aço, começa
a achar um cansaço, esta à procura
de espaço para o desenho da vida.*

*Já por exausta e descrida não me
animo a um breve traço:*

Saudosa do que não faço,

Do que faço arrependida.

Cecília Meireles

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a DEUS por me guiar mais uma vez na busca pelo conhecimento. Sem ELE, eu não teria chegado até aqui.

Agradeço ao meu marido Silvio pela confiança depositada.

Agradeço a meus professores do curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, por tudo o que me ensinaram.

Agradeço aos colegas de mestrado, pelo apoio e pela força, nos momentos de angústia e dificuldade.

Agradeço aos meus pais e irmãos, pelas orientações e estímulo.

Agradeço aos meus sogros, pela dedicação.

Agradeço aos alunos da turma 72/73 da Escola IESTA, onde trabalho, por terem colaborado com minha pesquisa.

Agradeço ao meu orientador, professor Vicente, por entender minhas limitações, pelas orientações, pela paciência, pelas lições de sabedoria e por ter acreditado no meu trabalho.

Agradeço a minha filha Bárbara, por ter entendido e aceitado minhas ausências, e pelos pedidos para o anjinho da guarda proteger a mãe.

Agradeço novamente a DEUS, por dar direção e proteger a minha vida.

RESUMO

Esta dissertação apresenta a Modelagem Matemática como uma proposta diferenciada de ensino que faculta, ao aluno, ser agente na construção do conhecimento, superando, com motivação e descontração, as dificuldades que a Matemática apresenta. Constitui-se uma pesquisa realizada com alunos da sétima série do Ensino Fundamental, em uma escola pública do município de Marau/RS. Questionou-se como o emprego da Modelagem pode auxiliar na aprendizagem matemática, fazendo com que os alunos gostem dessa disciplina, mudem suas concepções negativas com relação a ela e percebam a sua importância no dia-a-dia. A pesquisa teve uma abordagem qualitativa e descritiva, enfocando o cotidiano, com a criação de modelos. Foram feitas observações das atividades desenvolvidas. Após a aplicação da Modelagem foi realizada a avaliação com os alunos envolvidos na pesquisa, quando se pôde perceber a mudança de concepções com relação à Matemática, bem como de interesse e motivação em trabalhar com Modelagem.

ABSTRACT

This dissertation presents the mathematics Modelling with a differentiated proposal of teaching that, propose the student to be the agent of the knowledge construction, overcoming the difficulties with motivation and relaxation that mathematics presents. A research was made with a 7th grade group, in a public school in Marau / RS, local authority. It was questioned how the Modelling can assist in mathematics learning, making the students like the subject, change their negative conceptions of mathematics and realize its importance to daily life. The research hands a qualitative and descriptive approach to daily life, with the creation of Modelling. Observations of the developed activities were made. After the application of the research, an evaluation was performed with students involved with it, when the changes in relation to the mathematics perception could be noticed, as well as the interest and the motivation in working with Modelling.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	09
2 CONTEXTUALIZAÇÃO	11
2.1 MINHA HISTÓRIA.....	11
2.2 ORIGEM, IMPORTÂNCIA E SIGNIFICADO DO ESTUDO	12
3 ALGUNS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS	15
3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA.....	15
3.1.1 A "situação" da disciplina Matemática.....	17
3.1.2 Alguns componentes da Matemática Fundamental	18
3.2 UMA VISÃO GERAL SOBRE TEORIAS DE APRENDIZAGEM.....	19
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	23
3.3.1 Breve histórico do surgimento da modelagem matemática	23
3.3.2 Aplicações e modelagem em Educação Matemática	24
3.3.3 Modelagem Matemática: possibilidades e rupturas.....	30
4 METODOLOGIA DA PESQUISA.....	37
4.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA.....	37
4.2 SUJEITOS DA PESQUISA.....	38
4.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS.....	38
4.4 METODOLOGIA DE ANÁLISE DOS DADOS	39
5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS.....	41
5.1 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES DAS ATIVIDADES	41
5.2 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM COM PRODUTOS NOTÁVEIS	42
5.3 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM COM SISTEMA DE EQUAÇÕES.....	47
5.4 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM NO TRABALHO DE MODELAGEM.....	48
5.5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ENTREVISTAS	49
CONCLUSÃO	54
REFERÊNCIAS.....	57
ANEXO A – Questionário individual feito aos alunos em sala de aula.....	59
ANEXO B – Construções feitas pelos alunos, com figuras geométricas.....	66
ANEXO C – Situações criadas pelos alunos com sistemas de equações	74

1 INTRODUÇÃO

Ainda hoje a Matemática é vista como uma das disciplinas mais complexas. Acresce-se que a memorização e repetição de exercícios de fixação estão presentes em grande parte das metodologias aplicadas nas escolas.

No capítulo dois, relato minha caminhada como docente, o surgimento da idéia desta investigação, a importância e o significado do estudo.

No capítulo três, apresento alguns pressupostos teóricos e reforço que a Matemática tradicional, abordada nas escolas, impõe conhecimentos já prontos, além de regras e valores pré-estabelecidos, mostrando-se desligada do cotidiano e não contribuindo para a construção da história das pessoas.

Essas situações me levaram a refletir sobre minha contribuição, como profissional da educação, na determinação de tais fatos, considerando ainda que a maioria dos alunos não desenvolve o gosto pela área das ciências exatas, o que os leva a sofrer traumas e mal estar durante os períodos de aula destinados a essa disciplina.

Sugeri, então, conforme apresentado no capítulo quatro, um trabalho de Modelagem como proposta para o ensino da Matemática, com alunos de duas sétimas séries do Ensino Fundamental da Escola IESTA (Instituto Educacional Santo Tomás de Aquino), escola pública com, aproximadamente, 1500 alunos, localizada no município de Marau/ RS, buscando mostrar que a Matemática está presente em suas vidas.

Assim, objetivo mostrar, ao aluno, que a Matemática não é um saber pronto e acabado ou um conjunto de técnicas, mas sim conhecimento vivo, dinâmico, produzido historicamente por diferentes sociedades para atender às necessidades concretas da humanidade. Conseqüentemente, é organizada e sistematizada com linguagem própria. Segundo os PCNs, “Sendo a matemática uma forma especial de pensamento e linguagem, a apropriação deste conhecimento pelo aluno se dá por um trabalho gradativo, interativo e reflexivo” (BRASIL, 1998, p. 107).

Quanto à Modelagem, esta permite refletir sobre a realidade, entendendo-a – ao selecionar argumentos – e agindo sobre ela ao formalizá-la por meio de um modelo.

Segundo Bassanezi (1994, p. 01),

Modelagem Matemática é um processo que consiste em traduzir uma situação ou tema do meio em que vivemos para uma linguagem matemática. Essa linguagem, que denominamos Modelo Matemático, pressupõe um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o fenômeno em questão.

A partir desses pressupostos, apresento a Modelagem Matemática como alternativa de ensino, com desenvolvimento de atividades que levam o aluno a construir o seu próprio conhecimento por meio de relações concretas e por procedimentos que o valorizam como pessoa.

Dessa forma, ao implementar uma prática que leve o aluno a buscar as relações existentes e estabelecidas entre o cotidiano e o mundo matemático, delineei como meta resgatar o gosto e o interesse pela Matemática.

Após discorrer sobre os motivos da pesquisa, apresento o problema e os objetivos.

O problema foco desta investigação é: **Como a utilização da Modelagem Matemática contribui para construção do conhecimento matemático de alunos de sétima série do Ensino Fundamental?**

Considerando esse problema, os objetivos da pesquisa são:

- a) Verificar como a utilização da Modelagem Matemática contribui para construção do conhecimento matemático de alunos de sétima série do Ensino Fundamental.
- b) Analisar a evolução do interesse e do desempenho dos alunos diante dos trabalhos com Modelagem Matemática.

No capítulo cinco, apresento a descrição das atividades realizadas e a análise dos resultados observados em relação à aprendizagem dos alunos no decorrer dos trabalhos com modelagem.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO

Apresento, a seguir, algumas considerações, avaliadas como relevantes, relativas à caminhada rumo à docência, bem como fatos importantes na minha condição de profissional da educação.

2.1 MINHA HISTÓRIA

Minha trajetória acadêmica iniciou em janeiro de 1985, quando ingressei no Curso Superior de Licenciatura Plena em Matemática, na Universidade de Passo Fundo - UPF. A escolha do Curso se deve ao fato de sempre haver me destacado nas aulas de Matemática e de ter demonstrado curiosidade em resolver problemas matemáticos e conhecer novos conteúdos. Minha identificação com o curso levou-me a participar de vários colóquios, seminários, encontros e debates. A graduação foi significativa na minha formação na medida em que propiciou a oportunidade de ampliar conhecimentos nas áreas da Matemática, Física, Desenho, Geometria, Cálculo, Álgebra e Informática.

Sou professora de Matemática há 8 (oito) anos. Durante esse período sempre senti necessidade de pesquisar mais sobre a prática pedagógica e sobre meios para o aluno produzir conhecimentos e/ou melhor se apropriar dele. O (re)conhecimento das dificuldades encontradas pelos educandos sempre me orientou para uma série de leituras, reflexões e participação freqüente em cursos, com o intuito de vislumbrar nova postura prática e novos instrumentos pedagógicos.

Insatisfeita, ainda cursei Pós-Graduação em Educação Matemática, na Universidade do Oeste de Santa Catarina - UNOESC -, Chapecó/SC, onde residia desde 1998. O Curso ofereceu oportunidades para eu expor dúvidas, inquietações e angústias em relação ao ensino da Matemática – fato que acabou sendo de grande relevância para a minha formação profissional, pois meus conceitos e discurso se revestiram de outra visão sobre a verdadeira educação matemática.

Nessa época, fui convidada, pelo professor e chefe de Departamento de Ciências Exatas da Instituição, para trabalhar, como docente, ministrando Matemática Básica – em cursos de extensão universitária – e Estatística I – nos Cursos de Pedagogia - Séries Iniciais, Geografia e História.

Minhas preocupações e angústias aumentaram ainda mais quando comecei trabalhar na Universidade; as alunas afirmavam que haviam escolhido o Curso de Pedagogia por encontrar dificuldades em aprender a Matemática, ou seja, demonstravam significativas restrições à disciplina em decorrência de traumas sofridos.

A análise dos depoimentos conduziu à discussão, junto ao grupo de professores da área, a fim de buscar alternativas para a superação do problema. Assim, antecedendo a apresentação do conteúdo de Estatística, abri espaço para a reflexão sobre a futura docência como alfabetizadores, inclusive da Matemática. Reforcei a importância de conhecer e dominar os conteúdos, principalmente por que são eles que vão produzir as primeiras impressões em relação à disciplina. Subsidiada por essas reflexões, o trabalho da disciplina foi encaminhado por meio de Modelagem Matemática.

2.2 ORIGEM, IMPORTÂNCIA E SIGNIFICADO DO ESTUDO

Prestei Concurso Público Estadual para o Ensino Fundamental e Médio, em Santa Catarina e, aprovada, ingressei em uma desafiadora etapa dessa caminhada como profissional da educação: trabalhar com alunos da escola pública, isto é, procedentes de diferentes culturas, religiões, raças e classes sociais. Não esmoreci e procurei me engajar na tarefa do "aprender a aprender", buscando metodologias capazes de motivar o aluno na construção do conhecimento.

Minha tarefa voltou-se para a educação de alunos nas mais diferentes situações, quer seja com os desmotivados com o aprender, com aqueles prestes a engrossar a ala dos excluídos da escola, aqueles com dificuldades de aprendizagem ou com tantas outras situações de exclusão que permeiam o cotidiano do professor. Destaco que sempre procurei transformar minhas aulas num ambiente agradável e

propício para o aprender. Mesmo assim, tenho clareza do quanto ainda devo acrescentar à minha caminhada como professora.

Entretanto, ressalto que o motivo imediato para o desenvolvimento desta pesquisa se deu quando fui convidada, pela direção da escola em que trabalhava, a organizar um projeto: “Matemática: um bicho-de-sete-cabeças”. Um grupo de alunos da 8ª série e do 2º Grau participou da montagem e organização do projeto, quando tiveram a oportunidade de pesquisar sobre as dificuldades que eles encontram quanto à construção do conhecimento em Matemática. O esforço da equipe foi recompensado com a classificação entre os melhores da Feira Estadual de Matemática. Os resultados obtidos aumentaram ainda mais a vontade de buscar, por meio da pesquisa, caminhos para superar as causas, equívocos e traumas desse ‘bicho-de-sete-cabeças’ (VIECILI; SOUZA, 2003, p. 123).

Outrossim, minha caminhada na escola pública foi permeada de dificuldades, de barreiras criadas por profissionais conservadores e outras. No entanto, reconheço que, cada vez mais, aumentava o desejo de estudar e de participar de cursos, seminários, encontros e palestras, no intuito de melhorar minha prática pedagógica, de diversificar metodologias e de ampliar horizontes. O contato com alguns pensadores e escritores trouxe novo (re)dimensionamento ao meu trabalho, além de incentivo e apoio a alguns projetos em nível de escola e, também, a buscar especialização capaz de acrescentar conhecimentos e outras percepções à minha vida docente.

Essas e outras questões afins me levaram a acreditar que preciso pesquisar e rever práticas de ensino. Firmada nessas situações é que busco conhecer mais, para então, com minha parcela de conhecimentos, tornar as aulas mais atraentes e menos maçantes – como já se estereotipou definir as aulas de Matemática.

Após estas reflexões, reafirmo os motivos que determinaram a intenção de pesquisar, como tema desta dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, a aplicação de uma proposta alternativa para o ensino da Matemática: a “MODELAGEM” – uma proposta diferenciada de ensino, que faculta ao aluno ser agente na construção do conhecimento, superando, com motivação e descontração, as dificuldades que se apresentam.

Assim entendido o Ensino da Matemática, percebe-se a importância da tarefa do professor como problematizador e mediador entre o conhecimento empírico e aquele historicamente produzido. Faz sentido e é relevante para o aluno quando ele percebe o desenvolvimento das capacidades cognitivas que lhe permitem compreender, analisar, (re)elaborar, criar novas situações que visem à formação do cidadão crítico, capaz de 'ler' a realidade que o cerca, sob as diferentes dimensões – política, econômica, histórica e cultural, com vistas à transformação social.

Não se pode negar que a Matemática representa um entrave imenso para um número significativo de alunos. É um mito que continua vivo no senso comum; basta observar as referências feitas à disciplina: “odeio Matemática”, “tenho verdadeiro pavor da Matemática”, “a ciência dos números é assustadora”, “a Matemática é o terror dos jovens, adultos e crianças” e outros tantos pronunciamentos.

A literatura, a esse respeito, alerta para a importância de o aluno conhecer os conteúdos básicos da Matemática, pois a ignorância matemática tem alto preço e pode determinar a exclusão de diversos círculos da sociedade. Lidar com os números requer capacidade de abstrair, embora o resultado desse aprendizado se constitua fato bem concreto. Nota-se que a sociedade contemporânea cobra um mínimo de conhecimento do ser humano para não tornar sua própria cidadania ameaçada.

Infelizmente, como escreve Demo (2002), há pessoas que acreditam que, da Matemática, só precisam saber estritamente o necessário, e esse entendimento muitas pessoas a perder oportunidades em suas vidas.

3 ALGUNS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Discorro, a seguir, sobre a importância do ensino da Matemática relacionada com as atividades diárias do ser humano, apontando a Modelagem como proposta diferenciada para o ensino da disciplina.

3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA

Sabe-se que o ensino da Matemática há muito tempo vem sendo alvo das atenções sociais, especialmente após as demandas decorrentes da industrialização (ALMEIDA, 1993). Atualmente, esta disciplina vem ocupando lugar de destaque, sobressaindo-se entre as demais, pelo baixo rendimento escolar, preocupando pais, alunos e professores.

Validando esta citação a respeito do ensino da Matemática, cita-se Demo (2002, p. 76):

[...] alguns casos, já são paradigmáticos, como em matérias consideradas “bicho-papão”, a exemplo da matemática. É comum a relação perpendicular, com toques freqüentes de sadismo didático, na qual o professor repassa, a quilo, fórmulas, equações, matéria, estando no outro lado, um aluno dedicado a tomar nota, acompanhar a evolução do assunto, para depois, reproduzir na prova. Para este aluno, estudar significa, literalmente, memorizar, decorar e colar. O sadismo se completa, quando, ao final de semestre, 90% de uma turma não passa, utilizando-se isto como indicador da qualidade do professor.

Sendo a Matemática “aquilo que se revela do mundo”, como veicula Bicudo (1987, p. 10), mostram-se, como fundamentais, os atos mentais de sentir, intuir, imaginar, fantasiar, refletir, falar, simbolizar, generalizar, raciocinar, contar, medir, relacionar – atos esses presentes nas atividades que geram o conhecimento matemático. Ressalta-se a necessidade de integração da Matemática com as

demais áreas do conhecimento, não a destituindo do cotidiano do aluno, para assim não queimar etapas necessárias à estruturação do pensamento.

Nesse sentido torna-se um dos maiores compromissos do professor, orientar para uma Educação Matemática questionadora e libertadora, preparando o aluno para ser crítico, criativo e autônomo. Logo, busca-se uma educação mais voltada para o bom desempenho do cidadão no seu cotidiano.

Lembro aqui a seguinte citação:

O aprender tem sido visto como emissão de respostas imediatas seguidas a estímulos, e não como compreensão, como estados de entendimento de um conhecimento científico que vão sendo atingidos a partir do conhecimento que o aluno já possui (MEDEIROS, apud IMENES, 1987, p. 27).

Ressalta-se que os currículos tradicionais selecionam aspectos particulares da realidade, de modo a proporcionar, ao estudante, a prática e habilidade de usar certas técnicas, tolhendo o espírito de pesquisa e a criatividade e provocando a chamada “ansiedade matemática”.

Diante destas considerações e contexto, questiono: Como a Matemática vem sendo orientada, e a que tipo de educação está servindo?

D’Ambrosio (1993) alerta que importa atacar diretamente a estrutura de todo o ensino, em particular a estrutura do ensino de Matemática. A alternativa se vale da mudança da ênfase do conteúdo e da qualidade de conhecimento que a criança adquire, para a ênfase na metodologia que desenvolva capacidade de matematizar situações reais e que expanda a capacidade de criar teorias adequadas para as situações mais diversas. Essa metodologia há de permitir identificar o tipo de informação adequada para cada situação e as condições para que sejam encontrados, em qualquer nível, os conteúdos e métodos adequados.

Levando em consideração que a Matemática se constitui uma atividade indispensável ao ser humano – a Escola deve mudar de atitude diante dessa disciplina. Para tal, deve usar uma linguagem que permita ao ser humano comunicar-se sobre fenômenos intimamente ligados ao contexto sócio-cultural em que está inserido.

Dessa forma, tento dar uma nova faceta à Matemática, objetivando: superar as angústias e medos que contornam a disciplina, pois todos os alunos têm condições de aprendê-la; valorizar o conhecimento que o aluno já tem; desenvolver a capacidade de descobrir, criar e recriar. Assim sendo, ocorrerá aprendizagem, o desenvolvimento do raciocínio, da criatividade, da autonomia, inserindo o educando no contexto social do seu dia-a-dia.

3.1.1 A "situação" da disciplina Matemática

Nos últimos tempos, o Ensino da Matemática tem vivido uma situação de crise. Na maioria das escolas, o insucesso na disciplina de Matemática atinge índices preocupantes.

Um número crescente de alunos não gosta de Matemática, não entende para que serve estudar Matemática, não compreende verdadeiramente a sua relevância, trata a Matemática como um "bicho-papão" nas escolas. Mesmo muitos daqueles que conseguem notas satisfatórias, procuram, sobretudo, dominar técnicas úteis para resolverem exercícios.

Também, alguns professores mostram-se igualmente descontentes: queixam-se dos programas que são extensos, pouco flexíveis, demasiado abstratos. Não sabem como despertar o interesse em seus alunos.

Para mudar essa situação penso ser necessário: (1) que os alunos assumam um papel mais ativo na construção do seu próprio conhecimento; (2) que os objetivos educacionais relevantes não se constituam apenas de natureza cognitiva, mas também afetiva e social; (3) que as atividades de aprendizagem sejam entendidas de uma forma mais diversificada e aberta, recorrendo às novas tecnologias e não se restringindo apenas ao que é possível fazer-se dentro da sala de aula tradicional, com o quadro e o giz.

As novas tecnologias da informação e comunicação estão sendo um fator chave para novos processos, já que ditam as ações e atividades cotidianas, alterando a cultura social, o modo de viver, de se relacionar, de aprender e de ensinar. O processo de ensino e aprendizagem também passa por um grande

processo de renovação, não apenas enfocando o seu conteúdo, mas, sobretudo em relação a seus objetivos e de suas metodologias. A aprendizagem já não é entendida como processo de transmissão-recepção de informação, mas sim como processo de construção cognitiva que se favorece mediante incentivo à investigação pelos alunos.

É importante citar aqui as Diretrizes Curriculares Nacionais que focalizam os princípios pedagógicos da interdisciplinaridade, da contextualização, da identidade, da diversidade e autonomia, redefinindo, de modo radical, a forma como têm sido realizadas as seleção e organização de conteúdos e a definição de metodologias nas escolas do país (BRASIL, 1998).

Entre os princípios pedagógicos que estruturam as áreas de conhecimento esse documento destaca, como eixo articulador, a interdisciplinaridade. Para observância da interdisciplinaridade é preciso entender que as disciplinas escolares resultam de recortes e seleções arbitrários, historicamente constituídos, expressões de interesses e relações de poder que ressaltam, ocultam ou negam saberes. É importante que os conteúdos das disciplinas sejam vistos como instrumentos culturais, necessários para que os alunos avancem na formação global e não como fins em si mesmos. A interdisciplinaridade favorecerá que as ações se traduzam na ação educativa de ampliar a capacidade do aluno de: expressar-se através de múltiplas linguagens e novas tecnologias; posicionar-se diante da informação; interagir, de forma crítica e ativa, com o meio físico e social.

Tem-se então, ao ensinar Matemática, o desafio de assegurar a abordagem global da realidade, em que a valorização é centrada, não no que é transmitido, e sim no que é construído.

3.1.2 Alguns componentes da Matemática Fundamental

Segundo Almeida (1993), para a compreensão do princípio matemático e o seu desenvolvimento, se tornam importantes alguns dos componentes, como:

- Saber estratégias que auxiliem nas situações para a resolução de problemas.

- Fazer investigações, por meio de experiências e observações, construindo seu próprio conhecimento.
- Saber aplicar a Matemática em situações do dia-a-dia.
- Dominar mentalmente as habilidades básicas como: adição, subtração, multiplicação e divisão.
- Compreender o uso correto de números positivos e negativos, das operações, fórmulas, equações, reconhecendo suas variações. .
- Conhecer e compreender os conceitos fundamentais de geometria indispensáveis e entender o mundo.

Além desses componentes, o professor precisa de outros conhecimentos para orientar de forma eficiente e segura o seu aluno, assunto do próximo item desse estudo.

3.2 UMA VISÃO GERAL SOBRE TEORIAS DE APRENDIZAGEM

O professor, via de regra, vai intuitivamente e empiricamente construindo a sua própria didática calcada nos modelos que conheceu como aluno e no bom senso que o ajuda a filtrar os procedimentos que entende como adequados/não adequados. Desse processo resulta, com o passar do tempo, um "jeito" de organizar e conduzir o ensino que, geralmente não chega a ser tomado com reflexão nem pelo professor individualmente e, menos ainda, pelo conjunto de professores que lecionam um dado curso.

Recordo aqui que, paralelamente ao avanço tecnológico, o conhecimento humano vem crescendo exponencialmente. Exige-se do professor uma postura diferente da tradicional visando possibilitar que o aluno "aprenda a aprender". Promover a aprendizagem no aluno é, pois, o objetivo principal do professor. Para atingir essa meta, não basta ao professor preparar uma boa aula, trabalhar bem os conteúdos; ele deve ter bem claras as concepções teóricas que fundamentam a sua prática.

Aprendizagem é o processo pelo qual o ser humano se apropria do conhecimento produzido pela sociedade. Em qualquer ambiente, a aprendizagem é um processo ativo que conduz a transformações no homem. Importa, portanto, discutir a construção do conhecimento à luz das diversas teorias sobre a aprendizagem, tentando fazer um contraponto entre elas.

As teorias de aprendizagem, escreve Carretero (1997), fundamentam-se em uma visão de mundo, de sociedade e de homem e, conseqüentemente, têm seus reflexos na educação. Cada uma dessas visões sobre o processo de aprendizagem causa impactos no desenvolvimento educacional. As teorias contemporâneas, continua o autor, se apóiam no subjetivismo e/ou no objetivismo.

a) Comportamentalismo e Neo-Comportamentalismo

O comportamentalismo e o neo-comportamentalismo fundamentam-se numa visão objetivista de mundo, de sociedade, de homem. Essas teorias dão ênfase em tudo o que é visível e tocável.

O comportamentalismo, que tem origem na psicologia experimental de Watson (início deste século), defende que a aprendizagem é um processo lento e gradativo. O indivíduo é visto como "tábula rasa" que vai recebendo informações com grau crescente de complexidade, entendendo assim, o meio externo. O processo de aprendizagem se dá em função das situações de ensino, nas quais os indivíduos têm constantes reforços para respostas corretas. A instrução programada, tão utilizada nas décadas de 60 e 70, tem base nessa visão de aprendizagem.

Já o neo-comportamentalismo advém das origens objetivistas do construtivismo. Nessa situação de aprendizagem, destacam-se algumas situações importantes: a aprendizagem ocorre de forma clara, a mudança ocorre eternamente. A aprendizagem ocorre como estímulo-resposta, com conceitos e regras, até chegar à solução de problemas. Ocorre "hierarquia de aprendizagem".

Geralmente as escolas, das classes elementares aos cursos de graduação, incorporam uma visão objetivista em seu cotidiano.

b) Construtivismo

Piaget desenvolveu uma teoria bastante complexa na busca de explicação sobre a gênese do conhecimento.

Para Piaget (1987), todos os indivíduos, independentemente da cultura e da condição social podem passar pelo mesmo processo de desenvolvimento, que ocorre em 4 estágios: sensório motor, pré-operatório, operacional concreto e das operações formais.

Mas isto não ocorre em ordem linear, pois cada estágio inicia pela reorganização dos anteriores, e esse processo pode ser retardado, ou mesmo bloqueado, conforme as interações estabelecidas.

Os estágios de desenvolvimento do conhecimento fornecem indicadores para a definição da complexidade da situação, ou seja, fornecem condições de aprendizagem favorável ao atual estágio de desenvolvimento do aluno. Assim, para Piaget (apud LA TAILLE; OLIVEIRA; DANTAS, 1992), aprender é atuar sobre o objeto da aprendizagem para compreendê-lo e modificá-lo.

Como aprender é uma contínua adaptação ao meio externo, aprende-se quando se entra em conflito cognitivo, ou seja, quando há a confrontação de idéias e situações de algo que não se sabe qual a melhor solução ou resposta.

O indivíduo procura encontrar o equilíbrio. Para isso, precisa passar por importante processo de adaptação, pelo qual o sujeito adquire o equilíbrio entre assimilação e acomodação. A assimilação refere-se à ação do sujeito sobre o meio físico e/ou social e, portanto, depende da iniciativa pessoal para a construção do conhecimento. Por meio da incorporação, a estrutura de conhecimento existente se modifica de modo a acomodar-se a novos elementos – tal modificação é denominada acomodação. Equilíbrio é o processo de organização das estruturas cognitivas num sistema coerente, interdependente, que possibilita ao indivíduo a adaptação à realidade. É a partir deste entendimento que as situações de aprendizagem baseiam-se em jogos e desafios, nos quais o sujeito é defrontado com um problema novo para resolver.

c) Sócio-Interacionismo

Atualmente está em voga a teoria sócio-interacionista de Vygotsky. Os pontos-chave, enumerados por Rabelo e Lorenzato (1994), que causam impacto ao desenvolvimento de situações de aprendizagem são:

- A aprendizagem está fortemente ligada à cultura e à interação social do indivíduo.
- O desenvolvimento cognitivo é condicionado conforme os intervalos de idade (Zona Proximal de Desenvolvimento).
- O desenvolvimento cognitivo completo depende do meio social em que o indivíduo está inserido.

Note-se que as teorias aqui expostas são construções teóricas apresentadas em uma visão muito simples. Piaget é considerado um dos cientistas mais importantes da atualidade. Vygotsky redefiniu as formas de aprendizagem cooperativa – teoria que determina que qualquer discussão sobre educação e cooperação passe necessariamente por ela.

Baseando-se nessas teorias, deve-se ver a Matemática como forma dinâmica de conhecimento. A resolução de problemas – que inclui a maneira de dar significado à linguagem matemática deve ser central na vida escolar, de tal modo que os alunos possam explorar, experimentar e organizar, criando um conhecimento novo no decurso das suas vidas.

Aponto a seguir a Modelagem Matemática como uma das metodologias que podem conduzir a uma aprendizagem prazerosa e eficiente. Para Scheffer (1995) a idéia de modelagem sempre esteve presente na criação das teorias científicas e das teorias matemáticas.

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

3.3.1 Breve histórico do surgimento da Modelagem Matemática

Segundo Bassanezi (2002), modelagem, em princípio, foi trabalhada em Biomatemática, na década de 80. Nesse momento, os estudos envolviam modelos de crescimento de processos cancerígenos. A seguir, realizou-se uma experiência com a modelagem, com turma regular de Engenharia de Alimentos, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, obtendo-se resultados satisfatórios.

Na educação brasileira, ressalta o autor, a Modelagem Matemática teve início com os cursos de especialização para professores, em 1983, na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava – FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO. A modelagem começou a ganhar adeptos, pois a preocupação da maioria dos professores era buscar novas práticas para o ensino de Matemática – metodologias que partissem de situações vivenciadas pelo aluno do ensino Fundamental e Médio, no seu dia-a-dia. No entanto, acresce o autor, os primeiros trabalhos enfocando a modelagem como uma alternativa para o ensino de Matemática só começaram a ser elaborados sob forma de dissertações e artigos a partir de 1987.

Hoje, devido a avançados programas de computador, grandes cálculos são feitos em fração de segundos, tarefa que o ser humano levaria horas para realizar manualmente. Muitas das atividades do cotidiano passaram a ser executadas por máquinas; com a chegada da informática, as informações se espalharam em grande escala, revolucionando o modo de vida de grande parte da humanidade.

Com essa “facilidade” que a informática proporciona, houve uma desmatematização natural das pessoas em geral, ocasionando, desse modo, uma desvalorização dos conhecimentos matemáticos. Atualmente, questiona-se: para que decorar fórmulas ou teoremas, se, no computador, elas já estão armazenadas?

Outro ponto a ser destacado refere-se ao poder que pode advir do domínio da Matemática. Segundo Barbosa (apud CRITELLI, 1980), a Matemática pode servir como instrumento de controle social: afinal, os números governam o mundo;

decisões são tomadas a partir de fórmulas, de cálculos, de estatísticas; planejamentos de governo são decididos com auxílio da Matemática. Essas e outras decisões afetam as vidas de todos aqueles que a elas se submetem.

Nesse sentido, muito se questiona a função da Matemática na formação dos alunos. Qual educador que nunca foi questionado pelo seu aluno: “Para que serve mesmo este conteúdo que estamos vendo?”.

Talvez a Modelagem Matemática possa se constituir uma resposta para essa questão, uma vez que ela tem, como objetivo, interpretar e compreender os mais diversos fenômenos do cotidiano. A Modelagem proporciona facilidade para interpretar os conceitos matemáticos. É de grande importância descrever esses fenômenos, analisá-los e interpretá-los, gerando assim discussões reflexivas sobre tais acontecimentos que cercam os homens. Por fim, entende-se como apropriado apresentar o entendimento de Scheffer (1995): a modelagem matemática se constitui na representação do mundo real levando a uma interpretação significativa do mesmo.

3.3.2 Aplicações e modelagem em Educação Matemática

Na busca da intervenção ao ensino tradicional, surge a Modelagem Matemática – proposta de ensino em que o problema passa a ser o ponto de partida para a construção do modelo matemático, proporcionando o desenvolvimento da construção do conhecimento com muita motivação e envolvimento. Essa proposta é vista também como uma forma de capacitar o aluno a analisar um determinado problema em todos os seus aspectos, possibilitando tanto a busca da resolução da situação como motivação para estudar outras partes da Matemática (SCHEFFER, 1995).

O modelo matemático compreende o resultado de uma série de relações, situações e interpretações do mundo real que envolve o cotidiano. Essas situações que o mundo real apresenta relacionam-se tanto com a natureza, sociedade ou cultura, como com os conteúdos escolares das diferentes disciplinas. Esse contexto envolve a resolução de problemas, possível de ser matematizado objetivando descrever, explicar e compreender partes do mundo.

Logo, um problema matemático é toda situação que apresenta incógnita, que necessita ser descoberta, podendo ser mostrada por meio de uma demonstração matemática. O fundamental é que o indivíduo que está resolvendo necessite inventar estratégias e criar idéias – ele até pode conhecer o objetivo a alcançar, mas só estará enfrentando um problema se ainda não tiver os meios para atingir tal objetivo. Entende-se, portanto, que resolver um problema não é o mesmo que achar a resposta.

Segundo Dante (1991, p. 47).

É importante que o problema possa gerar muitos processos de pensamento, levantar muitas hipóteses e propiciar várias estratégias de solução. O pensar e o fazer criativo devem ser componentes fundamentais no processo de resolução de problemas.

Uma observação se torna necessária. Desde os tempos mais remotos, os textos de Matemática incluem problemas para os leitores resolverem. Os textos antigos, como os egípcios, os babilônios e os chineses, já eram compostos por uma lista de problemas cujas soluções eram depois fornecidas. Os problemas eram escolhidos como uma forma de ensinar, ao leitor, a Matemática, sendo muitas vezes colocados por grau de dificuldades; por outro lado esses problemas refletiam, muitas vezes, as necessidades das sociedades, os diferentes aspectos da vida cotidiana. Assim, livros com problemas matemáticos apareceram em todas as civilizações, ao longo da história até aos dias atuais. Contudo, o que intriga é o fato de que o mesmo problema aparece em textos de civilizações diferentes e em diferentes períodos da história. Logo, muitas vezes descontextualizados, artificiais e repetitivos.

Feita a ressalva, retorna-se ao tema. Os métodos matemáticos entram, então, em jogo e são usados para deduzir resultados matemáticos. Esses têm que ser trazidos para o mundo real, isto é, interpretados em relação à situação original. Investiga-se, então, se a solução obtida pela interpretação dos resultados matemáticos é apropriada e razoável para atender às necessidades do solucionador.

Se for necessário (e freqüentemente o é, em processos de resolução de problemas), todo o processo tem que ser repetido com um modelo modificado ou totalmente diferente. No final, a solução obtida para o problema original sobre o

mundo real é estabelecida e comunicada. O processo que leva de uma situação problema a um modelo matemático é chamado *Modelagem Matemática*. Porém, tem sido comum usar essa noção também para o processo inteiro, consistindo de estruturação, matematização, trabalho matemático e interpretação/validação (talvez muitas vezes repetido), como foi descrito.

Outras vezes, a situação-problema dada já é pré-estruturada ou nada mais do que um disfarce de um problema puramente matemático. É o que acontece freqüentemente com os clássicos problemas escolares. Nesse caso, matematizar significa meramente “vestir” o problema e o processo de modelagem consiste somente nessa “vestimenta simples”, no uso da Matemática e em uma simples interpretação.

Usar a Matemática para resolver problemas do mundo real costuma ser chamado freqüentemente de aplicar a Matemática; e uma situação cotidiana que pode ser gerenciada por meio da Matemática é chamada uma *aplicação da Matemática*. No entanto, às vezes a noção de aplicar é usada para qualquer tipo de ligação do mundo real com a Matemática (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Anastácio (1990) ressalta que a expressão “aplicações e modelagem” têm sido usadas cada vez mais para denotar todos os tipos de relação entre o mundo real e a Matemática. O termo “modelagem” focaliza a *realidade-matemática* e o processo envolvido. O termo “aplicação” focaliza a direção oposta, *matemática-realidade*, e de maneira mais geral, enfatiza os objetos envolvidos – em particular aquelas partes do cotidiano que são acessíveis a um tratamento matemático e para as quais existe um modelo matemático correspondente.

Então, o que é Modelagem Matemática?

Como foi dito na página anterior, a Modelagem Matemática é o processo que leva de uma situação problema a um modelo matemático.

Modelagem Matemática é, acima de tudo, uma proposta alternativa que vem para auxiliar o educador em suas perspectivas; é algo a ser explorado e aprofundado. A Modelagem Matemática é livre e espontânea e surge da necessidade do homem em compreender os fenômenos que o cercam para interferir ou não em seu processo de construção.

Ao trabalhar Modelagem Matemática, dois pontos são fundamentais: aliar o tema a ser escolhido com a realidade dos alunos e aproveitar as experiências extra-classe, interligando-as com as experiências realizadas em sala de aula.

Para Pinker (apud SCHEFFER, 1995), a modelagem matemática segue etapas: formulação do problema, construção de um modelo matemático, busca e testagem de uma solução modelo e, por fim, a validação da solução. Continua o autor afirmando que a informação, questões e critérios de avaliação são pré-requisitos à construção de um problema de modelagem.

Há registros de que a Modelagem Matemática traz inúmeros benefícios. Gazetta (1989) enumera os seguintes:

- Motivação por parte de educando e educador.
- Facilidade de aprender – o conteúdo matemático passa de abstrato a concreto.
- Devido à interatividade de conteúdos, preparação para futuras profissões nas mais diversas áreas do conhecimento.
- Desenvolvimento do raciocínio lógico.
- Oportuniza o aluno a ser um cidadão crítico e transformador de sua realidade.
- Compreensão do papel sócio-cultural da Matemática, tornando-a assim, mais importante.

A partir de conceitos gerais, procuro mostrar a importância da Matemática para o conhecimento e compreensão da realidade onde se vive. É evidente que a Modelagem Matemática não deve ser usada como uma única e exclusiva metodologia de ensino. O professor, no exercício das suas atividades, deve sempre procurar a melhor metodologia de ensino, envolvendo jogos, brincadeiras, enfim, usar todos os seus recursos para obter o melhor resultado possível no ensino da Matemática. No entanto, são indiscutíveis os argumentos favoráveis à Modelagem: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática.

Barbosa (apud BIEMGENTUT, 1990) defende que as atividades de Modelagem podem ser consideradas como uma forma de educar matematicamente os alunos para exercerem a cidadania, desafiando, assim, a ideologia da certeza e colocando lentes críticas sobre as aplicações da Matemática – conhecimento reflexivo. Entendo, portanto, que o ambiente de Modelagem esteja associado à problematização – ato de criar perguntas ou problemas – e à investigação – busca seleção, organização e manipulação de informações. Nesse ambiente, além de aplicar em situações reais os conhecimentos já construídos, há a possibilidade de novos conhecimentos serem adquiridos durante o trabalho de modelagem.

Segundo Scheffer (1995), Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade. Atende-se dessa forma um dos grandes desafios deste século, que é fazer o aluno compreender a importância do seu papel na sociedade, como agente ativo e transformador, e da importância da Matemática no seu dia-a-dia.

Também existem muitos outros desafios a serem vencidos. Cito entre eles: (1) a falta de apoio das instituições de ensino no sentido de viabilizar condições necessárias e suficientes para novas práticas; (2) a própria desmotivação por parte do professor que exerce uma carga excessiva de horas de trabalho; (3) a falta de interesse por parte dos alunos e a indisciplina; (4) a falta de tempo para a elaboração de projetos alternativos de ensino. Acresce-se a resistência por parte de outros professores da área que estão “acostumados” com o ensino tradicional e se opõem à tentativa de buscar novas metodologias e à possibilidade de mudar suas práticas. Além disso, o programa do currículo é previamente estabelecido, não dando, muitas vezes, a oportunidade de o professor variar sua metodologia de ensino, pois é necessário “cumprir” o programa (que é inflexível) (ALMEIDA, 1993).

Entretanto, um ponto importante a ser destacado na Modelagem Matemática é que não faz sentido o professor interromper sua seqüência de conteúdos para fazer uma atividade de Modelagem só porque ouviu falar que é interessante. É preciso ter clareza do entendimento de como se propõe um modelo, para não gerar trabalho desnecessário para o professor, prejudicando o andamento dos conteúdos. Sempre que planejar a Modelagem Matemática, o professor deve ter em vista valorizar o motivo pelo qual o aluno deve aprender Matemática e para ressaltar a

importância que isso representa na sua formação como cidadão responsável e participativo na sociedade.

Segundo Biembengut (1990), a criação de modelos para interpretar os fenômenos naturais e sociais é inerente ao ser humano. A própria noção de modelo está presente em quase todas as áreas: Arte, Moda, Arquitetura, História, Economia, Literatura, Matemática. Nesse sentido, pode-se dizer que Modelagem Matemática é o processo que descreve um fenômeno para melhor compreendê-lo e estudá-lo, refletindo sobre ele, a fim de obter um modelo matemático.

Muitas vezes, os professores não conseguem aplicar a Modelagem. Alguns motivos são apresentados por Imenes (1987): em primeiro lugar, o professor precisa aprender e se inteirar do processo de Modelagem em sua essência e utilizá-la como estratégia de ensino; em segundo lugar, a Modelagem pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por conteúdos matemáticos que ainda desconhece, ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente, os fenômenos do cotidiano.

Outros motivos – além da falta de tempo, falta de condições físicas e financeiras – são colocados como obstáculos na implantação da modelagem no ensino da Matemática: o professor que se dispõe a trabalhar com Modelagem deve apresentar um perfil diferenciado – criativo, motivador e, acima de tudo, assumir a postura de um mediador entre o saber comum e o saber matemático, fazendo com que o aluno passe a ser um agente ativo no processo de construção do saber. Alia-se aqui outra questão: o grande problema vivenciado pelos educadores matemáticos está em focalizar o aluno em primeiro plano e depois verificar como a aprendizagem da Matemática pode contribuir para que esse aluno possa ter uma visão mais crítica da realidade; essa contribuição não se dará apenas por meio do conteúdo aprendido, mas também por sua inserção numa dimensão política.

Por isso, traço um caminho a seguir em relação à aplicação da modelagem matemática dentro do atual programa de ensino, lembrando Barbosa (1999).

- Para começar, deve-se trabalhar com modelos simples, de curta duração.
- Considerar o espaço de tempo, vendo o que é possível realizar.
- Considerar o conhecimento do aluno e do professor.

- Analisar o interesse e a motivação dos alunos.

Considerando-se que a Modelagem Matemática é uma forma diferenciada de abordar os conteúdos, requer-se, também, uma nova maneira de avaliar o desempenho do aluno. A esse respeito, Gazetta (1989) sugere uma avaliação por meio de relatórios – analisando o grau de desenvolvimento do aluno, bem como o seu processo de evolução, ou seja, o que ele realmente aprendeu por meio da Modelagem Matemática.

Enriquecendo a avaliação, pode-se determinar se a Modelagem Matemática é eficiente nos processos de ensino e aprendizagem estabelecendo um paralelo entre o ensino tradicional e o ensino por meio da Modelagem Matemática. Outrossim, ao abordar aspectos como a pedagogia adotada, a criatividade, o interesse pelo estudo de Matemática, a motivação e entusiasmo por parte dos alunos, além da avaliação do que eles realmente aprenderam com a Modelagem Matemática – procedimentos que serão analisados na terceira parte deste estudo, ao aplicar a estratégia de modelagem com alunos da sétima série do Ensino Fundamental – leva-se o professor a refletir sobre a sua metodologia de ensino da Matemática.

Devido à necessidade de busca de novas maneiras de ensinar e aprender, esta proposta busca auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem dos alunos. Serve como uma alternativa no ensino das equações e sistemas de equações, na busca de uma solução para uma determinada situação-problema, a fim de que os alunos passem a enxergar a Matemática em seu cotidiano de uma forma prática e objetiva, não apenas aquela vista nos livros didáticos, sem vida e distante da realidade de seu dia-a-dia. Tais atitudes representam as possibilidades e as rupturas da Modelagem Matemática.

3.3.3 Modelagem Matemática: possibilidades e rupturas

Um exame das tendências da Educação Matemática para a próxima década aponta desafios das mais diversas áreas do conhecimento, como diz D'Ambrosio (1986, p. 51):

Não temos dúvida de que o ponto de partida para essa mudança que é efetivamente uma mudança de mentalidade, mudança de maneira de ver as coisas e das próprias estratégias para enfrentar os problemas e as situações que a realidade nos apresenta, repousa em alterações profundas na concepção do sistema educacional.

A retomada e a melhoria da qualidade do ensino da Matemática têm constituído uma procura constante para todos aqueles que se voltam para o ensino desta área do conhecimento. Nesta busca, tem-se encontrado a Modelagem Matemática como alternativa para mostrar a Matemática de uma forma mais clara e ligada à realidade, possuidora da propriedade de conectar esforços, pesquisas e debates, propriedades ainda não muito conhecidas e usadas.

Torna-se crucial para todos aqueles que crêem na validade da construção de modelos, que se dê a eles toda configuração condizente com a sua aplicabilidade, utilidade, grandeza histórica e dimensão social que possuem. Recai, sobre o professor, a tarefa de buscar instrumentos para, primeiro ele se inteirar de suas inúmeras faces e, após, levar aos alunos esse cabedal de possibilidades possíveis que derivam da Modelagem Matemática. Percebendo sua importância no contexto escolar, torna-se fundamental desenvolver uma estratégia para ministrar essa prática na escola.

Segundo Rabelo e Lorenzato (1994, p. 30),

[...] tal mudança deverá ter lugar na prática de sala de aula, pois neste labor está à possibilidade da busca de atividades mais positivas tanto de alunos como de professores, não só com relação ao ensino da matemática como também com relação ao ensino e sua aprendizagem.

Outrossim, faz-se necessário assessorar o professor ou o futuro professor de Matemática para que apresente condições, primeiro em nível de conhecimento e, em seguida, de desenvolvimento de habilidades pedagógicas para trabalhar a Modelagem em sala de aula. Tais habilidades deveriam ser desenvolvidas para que o professor fosse ele próprio promotor de sua aprendizagem, conforme destaca Bertoni (1995, p. 52),

[...] os professores não mudam sua prática só pela exposição de métodos [...], surge a necessidade de envolver os professores em experiências reais com alunos reais, numa situação de investigação, de dar significado, interpretar e buscar soluções.

Ainda, é importante que se estabeleça, em sala de aula, relações diferenciadas de conhecimento interligadas com a sociedade em que está inserido. É na formação do professor, ainda na Universidade, que se consolida esse vínculo com o conhecimento e as mudanças pertinentes a esse conhecimento. “Sempre o pino central de tudo o que estamos tratando é a questão do compromisso com o meio, da responsabilidade social do cientista, do filósofo e quantos militem na pesquisa e na docência universitária.” (MORAIS, 1989, p. 88).

No caso específico da Modelagem, configura-se o compromisso de encontrar formas e estratégias para sua aprendizagem e compreensão. Então, por que não fazer a retomada de idéias de modelagem do contexto pertinente a esses mesmos alunos? A resposta vem com Gerdes (1992, p. 18): “A Modelagem nasceu da necessidade de se mostrar ao homem a matemática através da realidade”.

Sobre o mesmo tema, Bassanezi (1994, p. 40), um dos autores que defendem a Modelagem, afirma que “[...] trabalhar com Modelos Matemáticos no ensino não é apenas uma questão de ampliar o conhecimento, mas, sobretudo, de se estruturar a maneira de pensar e agir”.

Adotar a prática de modelos matemáticos no ensino é um meio que proporciona, ao aluno, condições de atingir melhor desempenho e de tornar-se um dos principais agentes de mudança.

De acordo com D’Ambrosio (1986), a década de 90 se apresenta como marco de transição de entrada no século XXI com uma presença marcada e dominante de tecnologia. O chamado racionalismo científico, da qual a Matemática é o representante por excelência, aparece de maneira incontestável, como base para toda essa ciência e tecnologia dominante, para as relações sociais e mesmo para o comportamento dos indivíduos.

Nesse sentido, a Matemática é fascinante, não só porque é capaz de ampliar a Ciência criando novas teorias, como também no sentido de construir e possibilitar situações que não poderiam ser entendidas simplesmente na teoria.

Para Bicudo (1987, p.42),

A Educação Matemática crítica, desafia os estudantes fornecendo experiências de aprendizagem, fazendo com que professores e alunos sejam criadores e investigadores e superem o medo da Matemática. Tendência esta que se desenvolve através das pesquisas, interpretações e discussões que, gerando debates e trazendo experiências vivenciadas no cotidiano oferecem condições de interpretar e mostrar as conclusões através da Modelagem Matemática - definida como a arte de expressar, através da linguagem matemática, situações-problema do meio.

A Modelagem Matemática é uma prática que propõe mudanças e superação de algumas ações pedagógicas tradicionais, bem como se constitui um eixo que se situa numa perspectiva progressiva da Educação Matemática. A Modelagem, no ensino, pode ser um caminho para despertar, no aluno, o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece.

Muitas circunstâncias do cotidiano apresentam problemas que necessitam soluções. Alguns destes problemas têm aspectos matemáticos relativamente simples, elementares, como, por exemplo, o tempo necessário para chegar a um determinado local, o juro cobrado pelos estabelecimentos comerciais, medições de terra, e outras. Reforço que, seja qual for o caso, a solução de um problema requer uma formulação matemática detalhada.

Uma das situações que define Modelo Matemático são as relações que traduzem de alguma forma, um fenômeno ou problema da situação real. Na Ciência, a noção de modelo é fundamental; em especial, a Matemática, com sua arquitetura, permite a elaboração de modelos matemáticos, possibilitando uma melhor compreensão, simulação e previsão do fenômeno estudado.

Um modelo pode ser formulado em termos familiares, tais como as expressões ou fórmulas, os diagramas, as tabelas, os gráficos, os cálculos estatísticos, as representações geométricas, os programas computacionais e outros. Quando se propõe um modelo, ele é proveniente de aproximações realizadas para se poder entender melhor um fenômeno.

Para Biembengut e Hein (2000), Modelagem Matemática é o processo de análise dos procedimentos envolvidos na formulação de um modelo matemático a partir de uma dada situação. Esses autores enumeram as seguintes etapas:

- Reconhecimento da situação problema.
- Pesquisa.
- Proposta das hipóteses.
- Formalização matemática do modelo.
- Análise das possibilidades.

Modelagem Matemática é, pois, uma arte em formular, resolver e elaborar expressões que resolvam não apenas uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias.

Já Biembengut (2000), ao definir a Modelagem Matemática como um processo de traduzir a linguagem do mundo real para o mundo matemático, aponta três etapas que devem ser desenvolvidas.

A primeira etapa consiste da interação com o assunto, quando se define o problema e se conhece o assunto a ser modelado. Nessa etapa, a situação a ser estudada será delineada e, para torná-la mais clara, deverá ser feita uma pesquisa sobre o assunto escolhido, em livros, revistas especializadas e por meio de dados obtidos junto a especialistas da área.

A segunda etapa consiste da matematização, quando se formulam as hipóteses do problema para posteriormente resolvê-lo, modelando-o. Para o autor, essa é a fase mais complexa e desafiadora, pois é nela que se dará a tradução da situação problema para a linguagem matemática. Assim, intuição e criatividade são elementos indispensáveis. Acresce que, para formular e validar as hipóteses é necessário:

- a) classificar as informações;
- b) decidir quais os fatores são mais importantes;
- c) identificar constantes envolvidas;
- d) destacar as variáveis relevantes;
- e) selecionar símbolos adequados para as variáveis destacadas;
- f) descrever essas relações em termos matemáticos.

Ao final dessa etapa, deve-se obter um conjunto de expressões e fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficos, ou representações, ou programa computacional que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução. Dessa forma, o problema passa a ser resolvido com o ferramental matemático que se dispõe. Isso requererá um conhecimento razoável sobre as entidades matemáticas envolvidas na formulação do modelo.

A terceira etapa consiste no Modelo Matemático, quando se interpreta a solução - validação. Para a conclusão e utilização do modelo será necessária uma checagem para verificar em que nível este se aproxima da situação-problema apresentada. Assim, a interpretação do modelo deve ser feita por meio da análise das implicações da solução, derivada do modelo que está sendo investigado, para então, verificar sua adequabilidade, avaliando o quão significativa é a solução. Se o modelo não atender às necessidades que o gerou, o processo deve ser retornado para a 2ª etapa, mudando hipóteses variáveis e outros.

Destaco aqui que, para a utilização do processo de Modelagem Matemática em cursos regulares, objeto do presente estudo, o método deve sofrer algumas alterações levando em consideração o grau de escolaridade dos alunos, o tempo que terão disponível para o trabalho de classe, o programa a ser cumprido e a abertura por parte da comunidade escolar para implantar mudanças. Além disso, o professor deve ter conhecimento seguro sobre modelagem e para tanto, deve realizar um estudo sobre a respectiva metodologia, elaborar alguns modelos e já ter experiência da proposta no ensino.

Segundo D'Ambrosio (1986, p. 25),

A criação de Modelos Matemáticos vem ao encontro da necessidade de que se desenvolva uma técnica de acesso ao conhecimento e, tal conhecimento, acumulado e depositado, deverá ser acessível a vários níveis de necessidade. E que haja uma forma de ensino mais dinâmica, mais realista e menos formal, mesmo no ensino tradicional, permitindo atingir objetivos mais adequados a nossa realidade.

Entendo, portanto, que a Modelagem Matemática surge a partir de problemas e de aspectos da realidade vivida pelos participantes do processo de ensino e

aprendizagem da Matemática, para chegar-se à construção de um modelo. Para Bassanezi (2002, p. 57)

Quando se procura refletir uma porção da realidade, na tentativa de entender onde agir sobre ela, o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o Modelo.

Logo, construir Matemática com o aluno é transformar o ato educativo em ato de pesquisa, e essa pesquisa é fundamental para dar sustentação à elaboração de modelos. Para Bassanezi (1994, p.34), “Modelo Matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que apresentam de alguma forma o objetivo estudado”.

Atualmente, o número de experiências no ensino, em muitos países, vem crescendo significativamente, gerando posições diferenciadas sobre a implantação deste processo. Entretanto, vale ressaltar que o processo de Modelagem usado em toda a ciência tem contribuído para a evolução do conhecimento humano.

Ser professor é estar envolvido na docência em sua totalidade, sua prática é resultado do saber, do fazer e, principalmente, do ser, significando compromisso consigo mesmo, com o aluno, com o conhecimento e com a sociedade e sua transformação.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

A seguir, abordo e comento a metodologia usada na pesquisa, enfocando também os objetivos da pesquisa, os sujeitos envolvidos e os instrumentos indicadores usados para avaliação e análise.

4.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA

A pesquisa orienta-se por uma abordagem qualitativa, enfocando a vivência dos alunos com a criação de modelos no estudo da Matemática. Essa abordagem respeita o sujeito e seu modo de compreender os fenômenos. Logo, não é uma forma de, simplesmente, expressar os resultados, mas sim de compreendê-los. As pesquisas qualitativas têm, na palavra, a melhor fonte de coleta de dados e busca nela o sentido e/a interpretação dos fenômenos.

Conforme Alves-Mazzotti (2001), pesquisas qualitativas, ao contrário das quantitativas, não são simples. Existe nelas uma diversidade grande e muita flexibilidade. Por isso, não admitem regras precisas; elas só são definidas totalmente no decorrer do processo de investigação. Tratando da coisa em si – representação e a essência – buscam o concreto, investigam e depois expõe, reproduzindo a realidade e partindo da atividade prática e objetiva, neste caso, dos alunos. Visam à transformação e à mudança da realidade, além da totalidade dos fatos. As principais categorias da pesquisa qualitativa são a matéria, a consciência e a prática social.

Na pesquisa qualitativa o pesquisador procura reduzir a distância entre a teoria e os dados, entre o contexto e a ação, usando a lógica da compreensão dos fenômenos pela sua descrição e interpretação. As experiências pessoais do pesquisador são elementos importantes na análise e compreensão dos fenômenos estudados.

Este estudo, tem, como fundamento filosófico-epistemológico, o construtivismo, uma vez que assume uma realidade construída pelo sujeito e investiga os fenômenos no próprio contexto em que ocorrem.

Em linhas gerais, a proposta metodológica consiste, acima de tudo, em não dar tudo pronto, em fazer com que os alunos, de acordo com seu nível de desenvolvimento, realizem atividades, partindo da ação: primeiro, com o material construído nas aulas de Artes, isto é, através da ação sobre materiais concretos; a seguir, partindo da operação realizada sobre situações vivenciadas ou a vivenciar.

4.2 SUJEITOS DA PESQUISA

São sujeitos da pesquisa, alunos da sétima série do Ensino Fundamental, da Escola IESTA, escola pública com aproximadamente 1500 alunos, localizada no município de Marau/ RS.

Escolhi duas turmas cujos alunos apresentavam dificuldades relacionadas à disciplina e, conseqüentemente, à aprendizagem, com aproximadamente 35 alunos em cada uma – com idade entre 13 e 16 anos. A maioria dos professores manifestava grande preocupação, uma vez que a indisciplina e o desinteresse manifesto pelos alunos dificultavam o andamento das aulas. Na tentativa de sanar/minimizar tais problemas buscou-se parceria com os pais.

4.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Neste estudo, como instrumentos de coleta de dados, utilizei a observação direta, respostas a um questionário e entrevistas.

A observação é uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utilizar os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, como também em examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar. Traz como vantagem, a possibilidade de estudar uma ampla variedade de fenômenos e de coletar dados sobre um conjunto de atitudes

comportamentais típicas. No entanto, reconheço que traz limitações como a de que vários aspectos particulares podem não ser acessíveis ao pesquisador. Observei e analisei os alunos, individualmente e em grupo, tanto na elaboração como apresentação dos trabalhos bem como todo o material construído e escrito (Anexos).

A aplicação prática da Modelagem Matemática para fins de estudo nesta pesquisa se deu nos meses de julho a setembro de 2005, seguindo a progressão dos conteúdos arrolados no plano de ensino.

Já a entrevista é um encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas obtenha informações a respeito de determinado assunto. Apresenta tanto vantagens – pode ser utilizada com todos os segmentos da população e oportuniza a obtenção de dados que não se encontram em fontes documentais – como limitações – dificuldade de expressão e comunicação de ambas as partes, incompreensão por parte do informante do significado das perguntas, falsa interpretação, possibilidade de o entrevistado ser influenciado pelo questionador e retenção de alguns dados importantes. As entrevistas realizadas com os alunos encontram-se no decorrer do trabalho e no Anexo A.

Ao findar as atividades de Modelagem com os conteúdos programados, os alunos responderam em sala de aula a um questionário de duas perguntas elaboradas pela professora e participaram de uma entrevista coletiva, (grupo de quatro alunos), na sala de leitura da escola. Com isso tiveram a oportunidade de escrever e falar sobre tudo o que pensaram, aprenderam e construíram durante as aulas com uma nova proposta de ensino.

Assim, neste estudo envolveram-se professora e alunos para a construção de uma proposta de ensino da Matemática centrada na Modelagem Matemática.

4.4 METODOLOGIA DE ANÁLISE DOS DADOS

Para analisar os dados da pesquisa fiz uma análise de conteúdo das informações obtidas nas entrevistas e no questionário a respeito das atividades implementadas no decorrer das aulas de Matemática.

Segundo Moraes (1987, p. 57),

A análise de conteúdo investe tanto em descrição como em interpretação. A descrição, nesta perspectiva de análise, é uma etapa essencial e necessária, mesmo que não se possa permanecer nela. As categorias construídas no processo de análise de algum modo envolvem tanto descrição como interpretação. Bons trabalhos necessitam chegar à interpretação, especialmente interpretações alternativas e originais. Certamente é isto que pode constituir uma contribuição teórica de um estudo.

Notei que, muitas vezes, as idéias e os conceitos matemáticos ficam encobertos pelo mau uso de metodologias. Constitui-se apenas no uso de modelos traçados por alguém e reproduzidos automaticamente, sem compreensão e interpretação por outrem. Logo, somente o uso de metodologias não contribui para que o ensino da Matemática seja compreendido e estruturado pelo aluno. Para alcançar os propósitos, é preciso que o professor conheça as etapas de desenvolvimento mental da criança e do adolescente, isto é, conheça as teorias da aprendizagem, e que se coloque ao lado deles, no afã de detectar e de acompanhar o processo de construção que o pensamento de cada pessoa vai desenvolvendo. As teorias do conhecimento foram apresentadas no decorrer dos pressupostos teóricos.

Entendo ainda que todo o conhecimento se desenvolve a partir da ação, podendo-se considerar como ação qualquer movimento, pensamento, sentimento de desejo. Tal ação pode ser executada pelo sujeito, tanto interna como externamente, e é provocada por um impulso que representa uma necessidade – que manifesta um desequilíbrio que voltará a um novo equilíbrio, se a necessidade for satisfeita.

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A seguir, descrevo e analiso as atividades e as entrevistas realizadas com os alunos participantes desta pesquisa.

5.1 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES DAS ATIVIDADES

O uso de expressões algébricas e sua fatoração, bem com os denominados produtos notáveis, são temas geralmente abordados na 7ª série e nem sempre se dá à devida atenção para que sejam tratados com um enfoque prático, ou seja, com aplicações a situações do cotidiano dos alunos.

Esse estudo foi iniciado com uma revisão da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração e foram mostradas aos alunos representações algébricas de situações simples como:

- 1) Se x representa o preço de um caderno e y o preço de uma caneta, o preço total de dois cadernos e de três canetas pode ser representado por $2x + 3y$;
- 2) No bar do colégio, um aluno pede um refrigerante e um salgado. Se x representa o preço do refrigerante e y o preço do salgado, o custo total do lanche pode ser representado por $x + y$;
- 3) Se o custo de um lanche for representado por $x + y$ e o aluno entregar um valor V de dinheiro, o valor do troco T será representado por $T = V - (x + y)$.

Os conteúdos acima referidos e as chamadas “fórmulas matemáticas” são ferramentas úteis para agilizar a solução de diversos problemas do dia-a-dia nas mais diversas áreas do conhecimento, no entanto, os alunos se vêem diante de intermináveis listas de exercícios de mecanização de procedimentos repetitivos sem um sentido prático.

Antecedendo a unidade sobre Produtos Notáveis, foi implementado um trabalho interdisciplinar com Educação Artística. Nas aulas dessa disciplina, os alunos construíram peças de figuras geométricas com formas, tamanhos e cores diversas. Ao planejar essa atividade tive, também, em vista oportunizar atitudes de cooperação, organização, disciplina, expressão oral, abrangendo dessa forma também aspectos relacionados à Língua Portuguesa.

A interdisciplinaridade aparece tanto como entendimento de uma nova forma de institucionalizar a produção do conhecimento como permite visualizar um conjunto de ações interligadas, de caráter totalizante e isento de qualquer visão parcelada, superando-se as atuais fronteiras disciplinares e conceituais.

Nesse sentido, justifico, pela compreensão da importância da interação e transformação recíprocas entre as diferentes áreas do saber, a necessidade de romper com a tendência fragmentadora e desarticulada do processo do conhecimento. Essa compreensão integradora colabora para a superação da divisão do pensamento e do conhecimento que vem colocando a pesquisa e o ensino como processo reprodutor de um saber parcelado que, conseqüentemente, muito tem refletido na profissionalização, nas relações de trabalho, no fortalecimento da predominância reprodutivista e na desvinculação do conhecimento do projeto global de sociedade.

Para Biembengut (2000), Modelagem Matemática é o processo envolvido na obtenção de um modelo, podendo, sob alguns aspectos, ser considerado um processo artístico, pois para elaborar um modelo, além de conhecimento apurado de Matemática, o modelador deve ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto.

5.2 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM COM PRODUTOS NOTÁVEIS

Para as atividades com produtos notáveis e fatoração, tracei como objetivos:

1) representar, com peças simples, construídas pelos alunos, fórmulas, equações, variáveis e incógnitas;

2) traduzir para a linguagem algébrica, situações simples e efetuar cálculos algébricos;

3) criar situações-problema e resolvê-las criando modelos com as peças construídas.

Esperava-se que o aluno conseguisse desenvolver o quadrado da soma e da diferença de dois termos, calcular o produto da soma pela diferença de dois termos e fatorar expressões algébricas por agrupamento.

Nessa proposta, iniciou o trabalho de modelagem com material concreto utilizando-se peças coloridas de cartolina, montando expressões algébricas do 1° e 2° grau. A seguir, usou-se esse material para modelar a resolução de equações do 1° grau e fatoração.

O material utilizado consta de:

- quadrado grande branco (representa o x ao quadrado, positivo: x^2);
- quadrado grande preto (representa o x ao quadrado, negativo: $-x^2$);
- quadrado pequeno branco (representa a unidade positiva: $+1$);
- quadrado pequeno preto (representa a unidade negativa: -1);
- retângulos brancos (representam à incógnita x positiva: $+x$);
- retângulos pretos (representam à incógnita x negativa: $-x$).

É importante destacar que o aluno já tem o domínio dos conceitos de positivo e negativo, da equação do 1° grau com uma incógnita e outras idéias matemáticas básicas para essa série. Mesmo assim, foi feita uma revisão sobre operações que envolvem valores positivos e negativos.

A seguir apresentam-se dois exemplos de modelagem de expressões algébricas utilizando-se as peças anteriormente descritas.

Lembrando que $+x$ é representado por um retângulo branco, $-x$ por um retângulo preto e $-x^2$ por um quadrado preto, a representação da expressão $(-3x).(2x)$ é:

			x
			x
-x	-x	-x	

O primeiro termo, ou seja $-3x$, é representado por três retângulos pretos colocados lado a lado, e o segundo termo, $2x$, é representado por dois retângulos brancos colocados perpendicularmente aos três retângulos pretos. O resultado se configura na montagem que resulta ao se completar as linhas e as colunas, conforme figura abaixo.

$-x^2$	$-x^2$	$-x^2$
$-x^2$	$-x^2$	$-x^2$

Deve-se lembrar aqui que a combinação de uma “célula” branca do quadro com uma preta resulta numa preta, pois a multiplicação de um valor positivo (branco) por um valor negativo (preto), resulta em negativo (preto). Portanto, o resultado desta modelagem é $-6x^2$, ou seja, seis quadrados pretos.

Quando a expressão for de adição e subtração, como por exemplo $(-2x + 4) + (2x^2 + 2x - 5)$, dispõe-se as peças em linha, uma ao lado da outra. Assim, a expressão dada é representada por dois retângulos pretos ($-2x$), quatro quadrados pequenos e brancos ($+4$), dois quadrados grandes brancos ($+2x^2$), dois retângulos brancos ($2x$), e cinco quadrados pequenos pretos (-5).

-x	-x	1	1	1	1
----	----	---	---	---	---

x^2	x^2					
x	x	-1	-1	-1	-1	-1

Como só é possível reduzir termos semelhantes (x^2 com x^2 , x com x e os valores numéricos), esta soma de expressões resulta em $2x^2 - 1$, representada por dois quadrados grandes brancos (x^2), mais um quadrado pequeno e preto (-1).

x^2	x^2	
		-1

Isso porque $-5 + 4 = -1$ (pois quatro quadrados pequenos brancos se anulam com quatro quadrados pequenos pretos, resultando um quadrado pequeno preto) e dois retângulos brancos se anulam com dois retângulos pretos.

Outros exercícios e expressões algébricas que representam situações-problema foram elaborados pelos alunos e encontram-se nos Anexos. Alunos e professora criaram seus próprios modelos, sempre a partir da realidade. Nesse processo, o indivíduo é parte integrante e, ao mesmo tempo, observador da realidade, recebe informações sobre determinada situação e busca, pela reflexão, a

sua representação. Ressalta-se que, para se chegar ao modelo, é necessário que o indivíduo faça uma análise global da realidade na qual tem sua ação e defina estratégias para criar: eis o processo caracterizado pela modelagem.

Dessa forma, nas aulas de Matemática foram construídas as equações com as peças. Os alunos cumpriam as tarefas de construir equações brincando com peças de várias formas, tamanhos e cores e anotavam os resultados que poderiam ser com x e y ou qualquer outra letra ou atributo que eles preferissem; a maioria, por influência do hábito, usava x e y . A atividade se repetiu por várias aulas. Houve um destaque para a primeira atividade que contou com o auxílio da professora e a partir daí as atividades foram tanto coletivas quanto individuais; essas, no entanto, só ocorreram após muitos exercícios em grupo.

O ambiente em sala de aula demonstrava o gosto despertado para o trabalho e proporcionava o desenvolvimento da criatividade. É importante ressaltar que um olhava o resultado do outro para ver se estava certo. Propuseram brincadeiras e a uma delas chamaram de “Eu tenho...., quem tem”. A atividade consistia em cada grupo criar uma situação que era escrita em cartões; depois os cartões eram misturados e distribuídos para os grupos. Um aluno começava a apresentação da situação e o outro, que tinha a resposta, gritava: Eu tenho, e assim por diante.

A análise dos resultados das atividades até então implementadas apontou para resultados gratificantes: ao passar alguns exercícios no quadro e/ou solicitar para que tentassem resolver matematicamente os exercícios que constavam do livro-didático, sem o uso das peças, a resposta foi surpreendente: a maioria conseguiu, sem outras explicações, chegar ao resultado.

Somente após a compreensão dessa realidade é que apresentei a regra para resolver esses casos.

Concluída essa unidade, passei para o Sistema de Equações, sem que os alunos percebessem que esse era outro assunto; embora também se tratasse de equações, a resolução se dá de maneira diferente.

5.3 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM COM SISTEMA DE EQUAÇÕES

Para a introdução desse conteúdo, disse aos alunos que a aula seria de histórias. A professora iria contar uma história e foi-lhes perguntado se tinham preferência por algum tema. Um aluno disse que gostaria que os personagens fossem animais. Passou-se à história: *“Eu e minha família gostamos muito de animais; por isso, temos cachorros e gatos num total de vinte animais”. Já a minha prima, em seu sítio, tem o dobro de cachorros e o mesmo número de gatos, num total de 35 animais. Quantos gatos e cachorros têm cada uma das famílias? ”*

Pensaram um pouco e já responderam: vocês têm tantos animais. Foram feitas várias questões a respeito desse problema chamado história. A maioria já começou a dizer: *“Professora, a senhora com essa história está nos fazendo perguntas, nos fazendo pensar e percebemos que nessa história tem probleminhas para resolvermos. Tem as chamadas incógnitas que não precisam ser x e y , que agora são animais”*.

Assim passou-se a contar mais histórias: os alunos contavam e um ajudava ao outro a descobrir a resposta. Aconteceu, a partir desse momento, a reunião das contribuições de todas as áreas do conhecimento num processo de elaboração do saber voltado para a compreensão da realidade, para a descoberta de potencialidades e alternativas de se atuar sobre ela, tendo em vista transformá-la.

As atividades se seguiram. Foram se formando grupos, contando histórias, resolvendo problemas, tirando dúvidas. Todas as histórias foram relacionadas com seu dia-a-dia, com suas realidades. Testavam e tudo dava certo. Após, surgiram alguns problemas com maior dificuldade, questionavam-se mutuamente e dirimiam suas dúvidas. Em nenhum momento queriam a resposta; tinham curiosidade e vontade de descobrirem sozinhos.

Nessa experiência, diferente das equações, a curiosidade em resolver matematicamente as questões partiu dos próprios alunos. Eles mesmos perguntaram: *“E como se resolve matematicamente de maneira difícil como sempre aprendemos antes? Agora já pode nos mostrar a chatice do x e y ”*. Foram apontados no livro didático os exercícios, que foram resolvidos sem usar os métodos da adição

e da substituição. Eles estavam empolgados em resolvê-los de cabeça, ou na prática, como eles mesmos diziam. Os problemas que criaram e as respostas estão no Anexo C.

Estudando essa unidade por meio da Modelagem realizou-se uma união importante: a dos produtos notáveis com a fatoração.

Foi permitido aos alunos compor e decompor antes de apresentar o resultado, pois as regras devem ser compreendidas e não decoradas. Os alunos, dominando a situação-problema dos produtos notáveis, não terão dificuldade na fatoração.

5.4 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM NO TRABALHO DE MODELAGEM

Com o uso da Modelagem nas aulas de Matemática, a mudança foi significativa. Sanou-se grande parte dos problemas de relacionamento, aprendizagem e de indisciplina. Houve participação e interesse. Os alunos demonstravam gosto pelas aulas, o tempo passava muito rápido e a aprendizagem acontecia.

A responsabilidade do professor pela condução das atividades vai sendo mais compartilhada com os alunos. Constatei, neste relato, que inicialmente os alunos foram colocados diante de um problema sem ter nenhuma indicação de como iniciar a resolvê-lo, tendo, portanto, que criar estratégias para dar conta dele. Esse foi um convite à investigação de uma situação com referência na realidade, em que o professor não prescreveu etapas a serem cumpridas, mas permitiu que os alunos buscassem seus próprios caminhos. Durante essa busca algumas questões, não necessariamente matemáticas, podem ser levantadas; essas questões se situam no âmbito do conhecimento reflexivo, ou seja, referem-se ao significado da Matemática na sociedade.

Com esta prática o aluno sentiu-se valorizado usando o conhecimento que ele já elaborara, percebendo também que todos são capazes e com igualdade de condições. Trabalharam com motivação, aprendendo e conhecendo conteúdos que trazem significado para suas vidas, tornando-se cidadãos preparados e capazes.

Trabalhando neste sistema de aplicação de Modelagem faz-se um trabalho interdisciplinar, ou seja, envolvem-se as diversas áreas do conhecimento, mostrando a abrangência das relações matemáticas com suas vivências diárias. Procurou-se, com isso, destacar também a importância de os conteúdos matemáticos serem bem desenvolvidos e entendidos na escola.

Penso que, para desenvolver a proposta de Modelagem, o professor deve estar, constantemente, repensando sua prática metodológica, tornando-se motivador, questionador, aberto a críticas, a perguntas e a questionamentos que certamente surgirão ao longo do processo.

Finaliza-se este item com as palavras de Freire (1998, p. 52):

Ensinar exige respeito à autonomia do ser educando. Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, as suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho - a de ensinar e não de transferir conhecimento.

5.5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

Retomo aqui os pressupostos de que a construção do conhecimento é de natureza única e singular, mas que ocorre pela mediação do outro, pela socialização; que cabe ao professor criar em sala de aula um ambiente educativo, que possibilite condições para o aprendizado de cada criança de acordo com as suas possibilidades ou limitações. Nesse contexto, mediar experiências educativas não significa controlá-las a partir de cobrança da obtenção de resultados. É tarefa do professor, organizar e observar o andamento das atividades, ajustando provocações, sentando juntamente com o grupo para ouvir as considerações individuais, colocando-se à disposição para novas intervenções ou para a construção de novos conceitos, suprimindo necessidades, sejam grupais ou individuais.

Assim, neste estudo, após a aplicação da Modelagem Matemática, fiz uma análise da aprendizagem por meio de conversa com os alunos e realizando uma entrevista, com cinco questões, cuja descrição apresento, a seguir.

Questão 01: Vocês perceberam diferenças no decorrer das aulas de Matemática, nos últimos dois meses?

Todos os alunos deram uma resposta afirmativa. Registram-se algumas falas:

Percebemos muitas diferenças, a que mais nos chamou a atenção foi o fato de que a professora vem falando muito em situações do dia-a-dia (aluno 1).

Na sala de aula, a professora mostra exemplos que geralmente acontecem conosco, em nossas casas, na escola, como por exemplo, compras no mercado, lojas, pessoas da família, alunos, etc. (aluno 2).

As manifestações demonstram que as formas pelas quais se exerce o controle sobre o que se ensina inibem, distorcem, desvirtuam a aprendizagem, além de criar situações irreais, em que a ansiedade, a tensão, a desconfiança e o medo substituem a motivação para assegurar a aprendizagem. Para atuar de forma crítica e criativa, é necessário tratar o aluno como pessoa que pode pensar criticamente e autonomamente, que reflete sobre a experiência que vive em seu dia-a-dia. Verifiquei que o aluno revela uma atitude criticamente construtiva e que reconhece as mudanças que se traduzem em exercício da cidadania.

Questão 02: Como vocês vêem esta prática que a professora adotou para explicar a Matemática?

As respostas focaram o gosto pelas aulas.

Nós achamos muito legal e bom, pois assim todos os alunos têm interesse pela aula, não conversam sobre outras coisas, param de jogar papéis e fazer brincadeiras bobas que só atrapalham (aluno 2).

Achamos muito bom também porque a gente aprende sem sofrer, sem perceber que tem fórmulas e coisas chatas (alunos 3 e 4).

Aprendemos brincando com os colegas e com a professora (aluno 5).

Todas as contradições existentes na educação se exibem em uma vitrina: a sala de aula. Essa evidencia as deficiências ou sucesso das diversas formas em que os processos de ensino e de aprendizagem têm sido programados e efetivados. A escola não está isolada da sociedade em que está inserida. Como a sociedade se encontra num momento de muita tensão e disparidades, a escola também não funciona harmonicamente. Os textos de formação de ontem não resolvem os problemas da sociedade de hoje. Portanto, o professor precisa estar preparado para atuar nesse meio e para tomar decisões às vezes arriscadas. Deve tomar posição como única garantia de um agir consciente e comprometido que leva à busca de respostas para os objetivos da educação, implementando um processo de indagação. O gosto e o incentivo para a aprendizagem devem se constituir um referencial permanente a orientar a prática educacional. Não podem atuar do mesmo modo os que entendem a educação como inclusão ou como exclusão, como integração ou como segregação, como submissão ou como emancipação. Construir a aprendizagem: eis a questão. A metodologia tem sentido e é plenamente justificada quando está a serviço de quem aprende e assegura sempre e em todos os casos a alegria de estar em sala de aula.

Questão 03: Qual a parte de que vocês mais gostaram, das atividades propostas?

Inúmeras foram as respostas:

a) A parte que mais gostamos foi quando, em grupos, brincando de encaixar peças descobrimos que tínhamos feito uma equação quadrada (o quadrado da soma e da diferença de dois termos), sem mesmo precisar multiplicar com tantas flechinhas. A partir daí foi maravilhoso, todos queriam tentar, imaginar equações para testar se dá certo mesmo, aumentamos, somamos a outras, diminuimos e tudo deu certo, brincamos muito.

b) Muito interessante foi quando a professora começou contar histórias de situações próximas de nós; pensamos: aí tem coisa, a professora vai chegar a algum conteúdo difícil de Matemática com esta história. Dito e feito, depois de algumas situações chamou um aluno para o quadro para montar a situação contada de maneira que pudéssemos chegar ao final da história.

Gostei quando íamos ao quadro, trocando idéias. Cada um tinha uma opinião, todos queriam participar e encontrar o resultado.

*c) Muitas situações surgiram e na organização delas chegamos a um sistema de equações, resolvido sem falar em x e y , mas sim, **G** para gato, **A** para aluno, **C** para carro, etc.*

d) Estas aulas marcaram nosso ano de sétima série, pois não sabíamos que contando histórias poderíamos aprender Matemática, que sempre achamos um bicho de sete cabeças e sempre temos as notas mais baixas.

As exposições dos alunos evidenciam que o ato de aprender ganha novo sentido se partir de questões de interesse das crianças. Isso ocorre quando elas são desafiadas a solucionar problemas que envolvem situações reais e diversificadas. Dessa forma, têm o incentivo para irem em busca de informações e do estabelecimento de relações a fim de construir uma aprendizagem real. Alicerça-se, assim, um novo aprendizado com mais significação, um processo de aquisição de conhecimento e de construção dos próprios conceitos, que envolvem a análise, a compreensão, descrição e interpretação, a partir das suas concepções prévias.

Questão 04: Como vocês conseguiram fazer a relação da Matemática prática, com a tradicional (ficou mais fácil de entender as fórmulas (métodos), com x e y)?

As declarações dos alunos surpreendem:

a) Foi incrível como ficou fácil de entender os sistemas através dos métodos com x e y (que para falar a verdade, temos pavor), depois de ter montado várias situações com fatos que estavam perto de nós.

b) A professora explicava os métodos (adição, substituição) e nós já sabíamos os resultados, antes de resolver a equação, só pela lógica.

c) O que nos chamou a atenção também foi que a professora, após ter explicado pelos métodos (tradicional), colocou alguns exercícios no quadro e também tínhamos no livro, e os colegas já montaram situações-problema com essas equações e resolveram pela lógica.

O ensino voltado para a criança – e não apenas para o currículo escolar e o planejamento pré-determinados – enseja um processo amplo, em que se investigam, de modo contínuo e permanente, os caminhos percorridos pelas crianças na construção do próprio conhecimento.

A partir de uma situação problemática solicita-se ao aluno uma solução satisfatória, desafiando-o a utilizar os conhecimentos de que já dispõe ou buscando novas informações por meio da pesquisa. O aluno tenta descobrir e elaborar uma alternativa de solução para uma situação-problema apresentada. Enfatiza-se o

raciocínio e a reflexão e estimula-se a participação do aluno na construção do conhecimento, desencadeando sua atividade mental, por meio da mobilização dos seus esquemas operatórios de pensamento. É importante assinalar que a construção de conhecimentos possibilita sua aplicação em situações práticas de solução de problemas, bem como a transferência da aprendizagem por meio da aplicação do conhecimento a situações novas. Outro ponto a ser focalizado aqui é a motivação intrínseca: o aluno sente satisfação quando constrói conhecimentos e soluciona um problema.

Questão 05: Vocês gostariam de falar mais alguma coisa respeito das aulas de Matemática?

Arrolam-se alguns comentários:

Gostaríamos de pedir para a professora que continuasse a trabalhar dessa maneira até o final do ano.

Vibramos nos dias que tem Matemática, não faltamos à aula, não percebemos o tempo passar e passamos a gostar do conteúdo e aprendemos muito.

A Matemática deixou de ser um “saco”, uma chatice.

Nessa modalidade de trabalho, o aluno vai em busca de uma solução. É desafiado, isto é, provocado para desencadear sua atitude reflexiva, ativando seus esquemas mentais de pensamento. Outra característica que torna essa proposta significativa é estar relacionada à experiência de vida do educando e adequada ao nível de desenvolvimento intelectual do aluno.

Após analisar a postura dos alunos frente às respostas dadas, percebe-se claramente a importância de se trabalhar com uma proposta diferenciada de ensino, que consegue devolver o entusiasmo e a vontade de aprender, entendendo os conteúdos abordados.

CONCLUSÃO

Neste estudo, apontei que o acesso ao conhecimento na escola – em destaque o da Matemática – aparece descontextualizado da vida das pessoas. São conhecimentos, em sua grande maioria, não direcionados para a prática em sociedade nem pertinentes à vivência cotidiana dos alunos. Baseia-se, geralmente, em textos de livros didáticos, avaliações e conceitos classificatórios e excludentes.

Também reforcei que a função social definida para a escola é a transmissão do conhecimento sistematizado pelo homem. Além disso, alguns professores de Matemática possuem uma formação acadêmica que pouco valoriza a relação entre a teoria e a prática, dificultando, dessa forma, que o aluno tenha uma visualização matemática da realidade.

Embora se reconheça que a Matemática esteve presente em grande parte da História – contribuindo significativamente para o desenvolvimento do pensamento racional, percorreu a Antigüidade Clássica, "driblou" a Idade Média, chegou à Idade Moderna e desenvolve-se cada vez mais no Mundo Contemporâneo – atualmente é considerada uma disciplina que traz imensa dificuldade para os alunos.

No entanto, existem propostas pedagógicas que envolvem professores e alunos de maneira que não se estabeleçam os individualismos, a fragmentação e a imposição.

Reconheço que, nos dias atuais, sempre quando for possível, deve-se trabalhar os conceitos matemáticos a partir da realidade do meio em que vivem os alunos. Desse modo, a Matemática passa a ser mais interessante e sedutora aos olhos dos alunos, pois eles se tornam capazes de realizar a própria construção do saber com o qual estão tendo contato, e a escola deixa de ser algo fora da sua realidade social e começa a fazer parte do seu cotidiano.

Sendo assim, uma proposta de ensino para a Matemática aqui apresentada é a Modelagem Matemática – uma integração e universalização da Matemática com outras áreas do conhecimento.

Acredito que esta proposta de trabalho é viável por fazer uma representação integrada do campo de atividades cognitivas, porque as atividades estão ligadas à realização de tarefas, orientadas por objetivos e se baseiam em uma representação da situação. São atividades que se encontram sob os termos: compreensão, raciocínio e resolução de problemas.

Além disso, ao utilizar a Modelagem Matemática, o professor mantém um clima de certa liberdade e descontração, estimulando a participação e a criatividade individual. Dessa forma, obtém-se resultados satisfatórios em relação ao aprendizado de Matemática.

Foi o que se constatou ao se propor a Modelagem Matemática – um meio para integrar dois conjuntos disjuntos: Matemática e realidade – aos alunos da sétima série do Ensino Fundamental da Escola IESTA, localizada no município de Marau/ RS.

Nesse sentido, a proposta pedagógica que se caracteriza pela contextualização na prática social e pedagógica, evidenciou o questionamento, a crítica e a criatividade, em atividades em que predomina a cooperação, a solidariedade, a disciplina autônoma, em que a relação homem – mundo – conhecimento é consciente e verdadeira.

As estratégias de integração disciplinar pela busca de um maior diálogo entre os diversos componentes curriculares, tornam mais evidente o necessário (re)encontro da Matemática com a realidade. O diálogo, nesse caso, não é só dos cientistas entre si, mas dos alunos entre si e com o cotidiano.

Não se está referindo à Modelagem Matemática como uma proposta única e absoluta, mas como uma proposta de desenvolvimento de um processo dinâmico, integrador e, sobretudo, dialógico. Assim, a atitude interdisciplinar permite o desenvolvimento do sujeito como um todo, de acordo com suas condições, possibilidades e entendimento. Colocou-se em evidência algumas maneiras de desenvolver Modelagem nas aulas de Matemática e sinaliza-se ao professor que é possível trazer atividades dessa natureza para sua prática.

Como consideração final afirmo que o objetivo foi plenamente atendido, uma vez que a descrição e a análise da observação do professor e das falas dos alunos

evidenciaram que a Modelagem Matemática contribui para a construção do conhecimento matemático de alunos de sétima série do Ensino Fundamental.

Numa perspectiva crítica e colocando a ênfase na investigação de situações reais, a demonstração de interesse e o bom desempenho dos alunos diante dos trabalhos com Modelagem Matemática levam a refletir sobre o significado e o lugar da Modelagem na Educação Matemática. Aposta-se, pois, na inserção da Modelagem como proposta para o ensino da Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Carlos Roni F. de. **Ao professor de matemática**. In: Educação para crescer. Projeto Melhoria da Qualidade de Ensino, 1993.
- ÁVILA, Geraldo. **O ensino da matemática**. Campinas: LTC, 1995.
- ALVES-Mazzotti, Alda Judith. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001.
- ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso. **Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática**. Rio Claro, 1990. Dissertação de Mestrado, UNESP.
- BARBOSA, J.C. **O que pensam os professores sobre Modelagem matemática?** Zetetike. Campinas, v.7, n.11, p.67-85, 1999.
- BASSANEZI, Rodney C. **Modelagem como estratégia metodológica no ensino da matemática**. Boletim de Educação da SBMAC. São Paulo: IMECC/Unicamp, 1994.
- BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BERTONI, Nilza Eigenheer. **Formação do professor: concepção, tendências unificadas e pontos de reflexão**. Temas e debates. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Blumenau, n. 7, 1995.
- BICUDO, Maria Aparecida V. **Educação matemática**. Rio de Janeiro: LTC, 1987.
- BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º Graus**. Rio Claro/SP, 1990. Dissertação de Mestrado. UNESP.
- BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. **Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CARRETERO, Mário. **Construtivismo e educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- CRITELLI, Dulce Mara. **Educação e dominação cultural, tentativa de reflexão ontológica**. São Paulo: Cortez, 1980.

D' AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1993.

_____. **Da Realidade a Ação**: Reflexões sobre Educação Matemática. Campinas/SP: Sammus, 1986.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 1991.

DEMO, P. **Educar pela pesquisa**. 5. ed. Campinas/SP: Autores Associados, 2002.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1998.

GAZETTA, Marineusa. **A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem da Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores**. Rio Claro/SP, 1989. Dissertação de Mestrado. UNESP.

GERDES, Paulus. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: UFPR, 1992.

IMENES, Luiz Márcio. **Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem matemática**. São Paulo: FNBEAC, 1987.

LA TAILLE, Yves de; OLIVEIRA, Marta Kohl de; DANTAS, Heloysa. **Piaget, Vigotsky, Wallon**: teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Summus, 1992.

MORAES, Roque. **Análises qualitativas**: Análise de conteúdos? Análise de discurso? Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

MORAIS, Régis de. **Cultura brasileira e educação**. São Paulo: Papyrus, 1989.

PERRENOUD Philippe. **Novas Competências para Ensinar**. Porto Alegre, 2000.

PIAGET, J. **O nascimento da inteligência na criança**. 3.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1987.

RABELO: Edmar; LORENZATO, Sérgio A. **Ensino da matemática**: reflexões para uma aprendizagem significativa. São Paulo: Zetetiké, n. 2., 1994.

SCHEFFER, Nilce Fátima. **O encontro da Educação Matemática com a Pedagogia de Freinet**. Rio Claro: UNESP, 1995. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1995.

VIECILI, Cláudia Regina Confortin; SOUZA, Juliana de. **Matemática um bicho de sete cabeças**. Chapecó, SC: Univille, 2003.

ANEXOS

ANEXO A

Questionário individual feito aos alunos em sala de aula.

Nome: Severino do Sivo N: 09 1: Y2

1. O que você pensa de trabalhar matemático, eu sei, equações algébricas, usando figuras geométricas não precisando realizar a conta p/ obter a resposta.
 ou pense que deveria continuar as equações algébricas, usando figuras geométricas não precisando realizar a conta para obter a resposta.
2. Fale um pouco sobre o sistema de equações, trabalhe de maneira que você possa conectar com os fatos do teu dia-a-dia.
 continue trabalhando de jeito em que está

- * Digo, a parte de trabalhar matemática, eu vejo, equações algébricas, unidades
- * figuras geométricas, não preciso realmente o conta, o plotar o respectivo. Eu acho legal não fazer contas, só desenhando as partes, figuras. Este trabalho é dez.

- * Também pouco sobre o sistema de equações, trabalho de monografia
- * que possa conectar com os fatos do dia-a-dia. Eu acho importante sempre entender uma equação com um exemplo, agora, entendi mais a contagem de histórias, é muito legal, eu te amo professor.
- *

① Cique você pensa de trabalhar matemática ou seja expressões algébricas, usando figuras geométricas, mas pensando realizar a conta p/ dizer o resultado.

Eu gostei e mais fácil pois o grande diferencial tem a capacidade de pensar, foi tudo mais simples e saímos um pouco da rotina de que na matemática e números mais números uma coisa que acata durante as aulas de matemática mais chata, pois aprofundamos matemática ~~em~~ uma maneira que a gente goste, acabamos nos interessando por uma coisa que faz parte do nosso dia-a-dia.

② Fala um pouco sobre o sistema de equações, trabalhe de maneira que você possa conectar com as falas do seu dia-a-dia.

↳ Pense da mesma maneira que é de uma pais "as vezes falamos" para que eu não ocupar isto" e a prof. me dá exemplos que a gente nem percebe que podemos transformar em matemática sobre o nosso dia, compras, etc...

Exemplo que as aulas continuam assim.

1) O que vc pensa d trabalhar matematik, ou seja, equões algébricas, usando figuras geométricas, n precisando realizar a conta p/ obter a resposta.

Eu acho, na minha opinião que é muito interessante, não precisa escrever um monte de coisa e aprende o mesmo.

2) Fale um pouco sobre o sistema de equões, trabalhar de maneira q vc possa conectar com os fatos do teu dia-a-dia.

É bem melhor trabalhar com situações do dia-a-dia, do que ficar todo dia vendo x e y na frente.

1 O que você pensa de trabalhar matemática, ou seja equações algébricas, usando figuras geométricas, não precisando realizar a conta plotar a resposta.

Eu acho bom trabalhar com matemática, usando figuras geométricas, porque é mais ~~facil~~ fácil.

2 fale um pouco sobre o sistema de equações, trabalhando de maneira que vc possa conectar com os fatos do seu dia-a-dia.

Esse sistema de aprender sistema de equações é bem melhor porque exige do aluno um pensamento muito maior.

1) O que você pensa de trabalhar matemática, ou seja, equações algébricas, usando figuras geométricas, não precisando realizar a conta para obter a resposta?

Acho que é uma maneira legal que a professora está trabalhando e fez com que os alunos se interessassem mais nas aulas e prestassem mais atenção na matéria e na aula.

2) Fale um pouco sobre o sistema de equações, trabalhando de maneira que você possa conectar com os fatos do teu dia-a-dia?

Acho que está tudo colocado na resposta anterior.

1. O que você pensa de trabalhar matemática, ou seja, equações algébricas, usando figuras geométricas não precisando realizar a conta para obter a resposta.

Tu acho que é muito legal porque: cada dia que ~~passa~~ passa aprendemos coisas novas que um dia talvez nem precisemos para ter um futuro concreto e saber se agora achamos difícil e mais tarde vai ser bom, é interessante fazer através de desenhos e não precisar fazer contas, ~~(mas é fácil)~~ que se torna difícil e desenhos é mais fácil trabalhar.

2.

2. Fale um pouco sobre o sistema de equações, trabalhando de maneira que você possa conectar com os fatos do teu dia-dia.

Tu acho que pode continuar assim como está porque é fatos do nosso dia-dia e não ajuda história de x e y etc..

① O que você pensa de trabalhar matemática, ou seja, equações algébricas, usando figuras geométricas, não precisando realizar a conta para obter a resposta.

Tu acho que é uma atividade diferente, que a professora de matemática fez com a turma, e assim fez com que os alunos se interessassem mais pela matéria e prestassem mais atenção nas aulas; e eu gostaria que as aulas continuassem assim.

② Fale um pouco sobre o sistema de equações, trabalhe de maneira que você possa conectar com os fatos do teu dia-a-dia.

Tu achei legal essa maneira de aprender, pois assim, sabemos aonde podemos usar a equação que estamos aprendendo.

1) É que não penso de trabalhar matemática, eu seja, equações algébricas usando figuras geométricas, não precisando realizar a conta $p/1$ até a resposta.

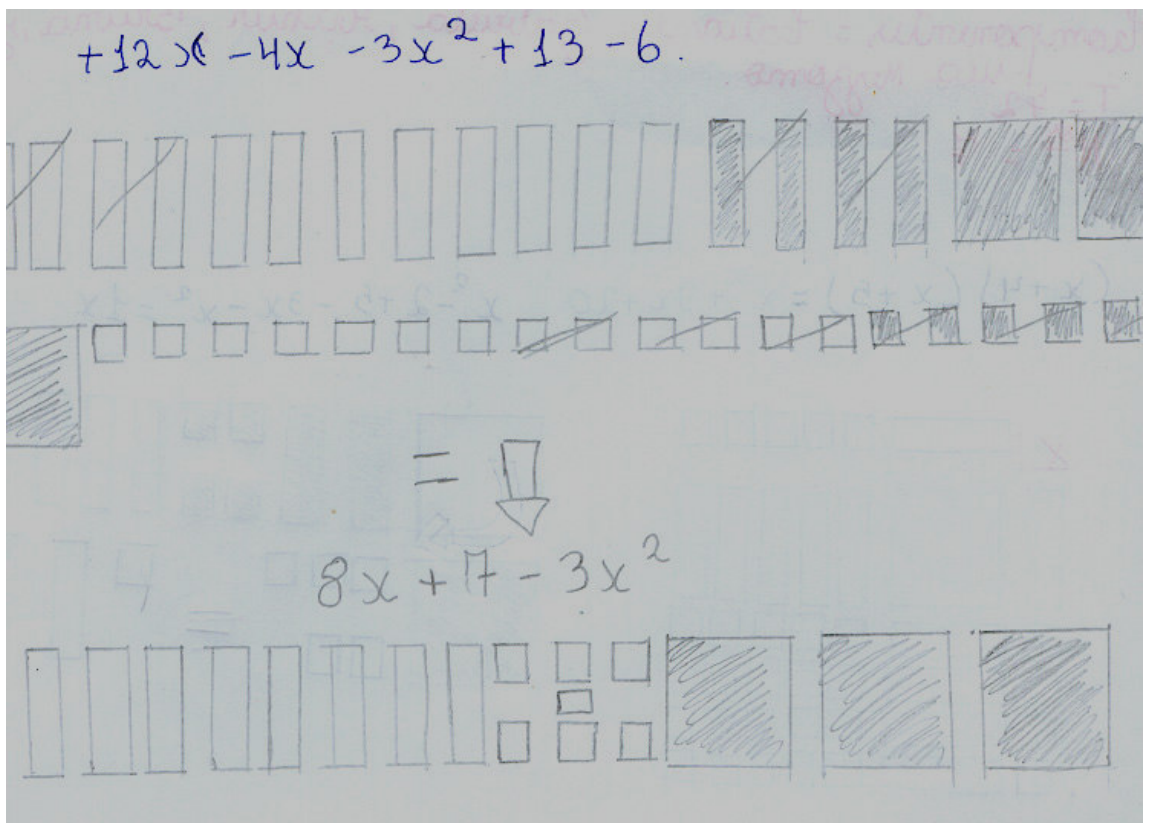
Eu acho muito legal, porque é bastante fixar fazendo aquelas contas e legal com as figuras porque não só chega ao resultado final.

2) Fui um pouco sobre o sistema de equações, trabalhado de maneira que não pode conectar com os fatos do seu dia-a-dia.

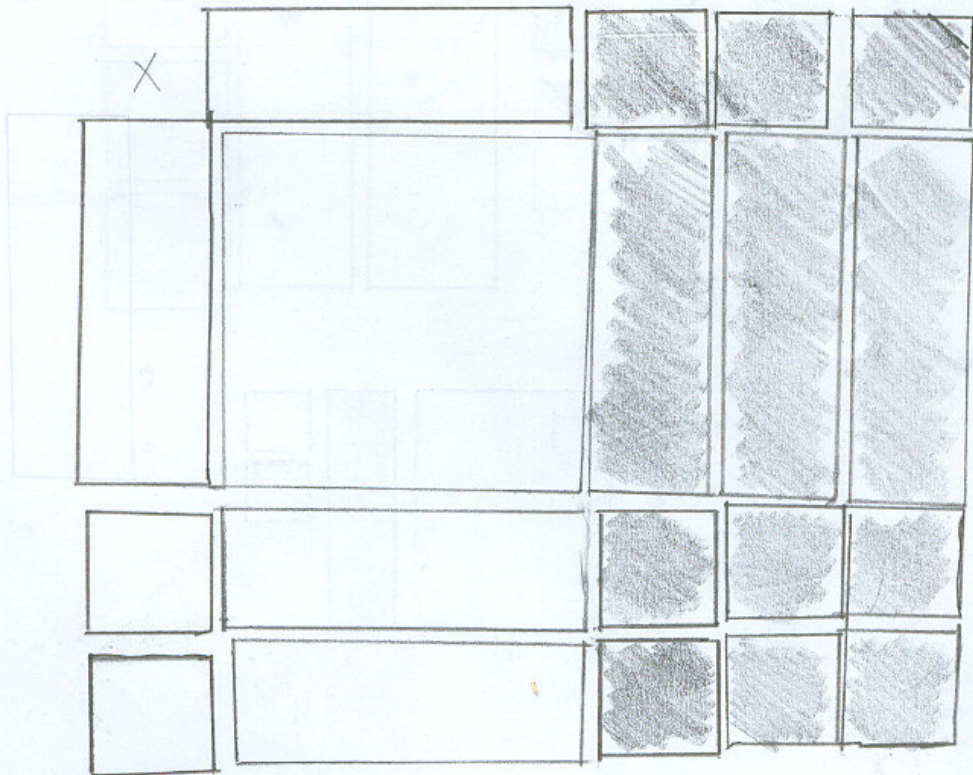
É um interessante, só que eu não entendi, é muito bom porque se não, não tempra uma coisa e chega em casa e pergunta quanto custa e não não sabe, não está aprendendo um aula com sua professora.

ANEXO B

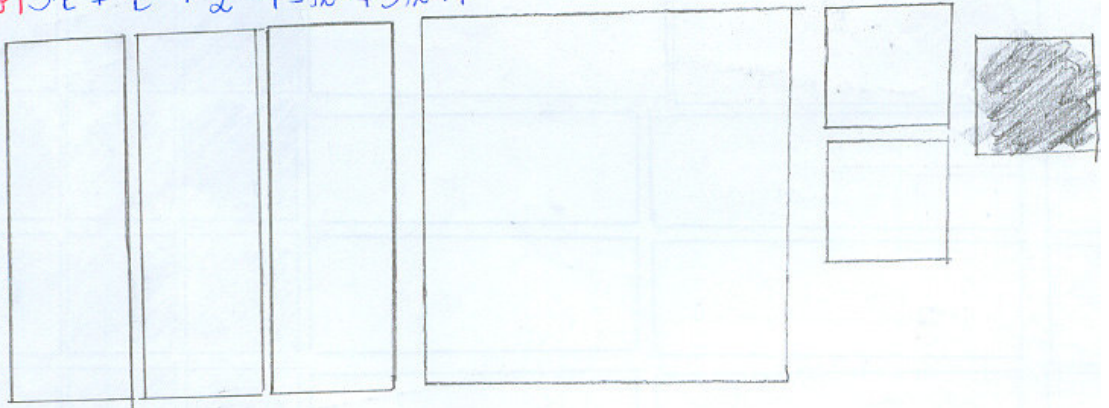
Construções feitas pelos alunos, com figuras geométricas
(trabalhando produtos notáveis).



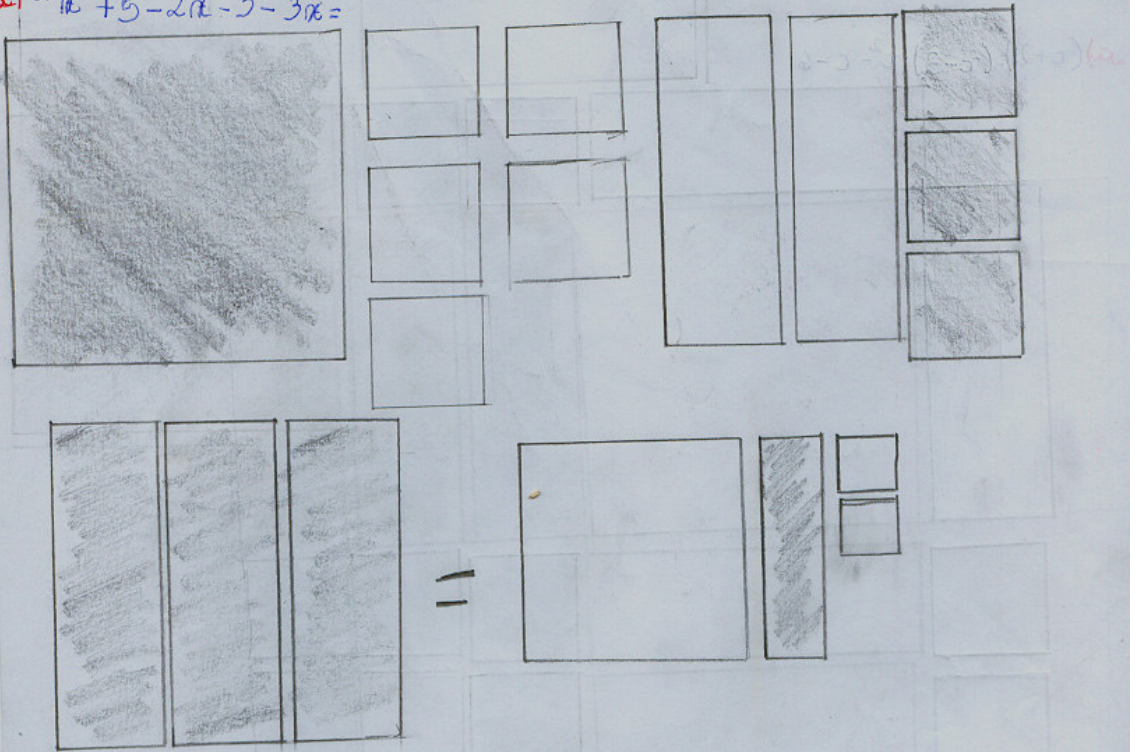
$$a) (x+2) \cdot (x-3) = x^2 - x - 6$$



$$b) 3x + x^2 + 2 - 1 = x^2 + 3x + 1$$



$$c) -x^2 + 9 - 2x - 3 - 3x =$$

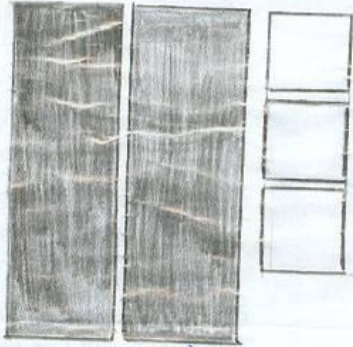
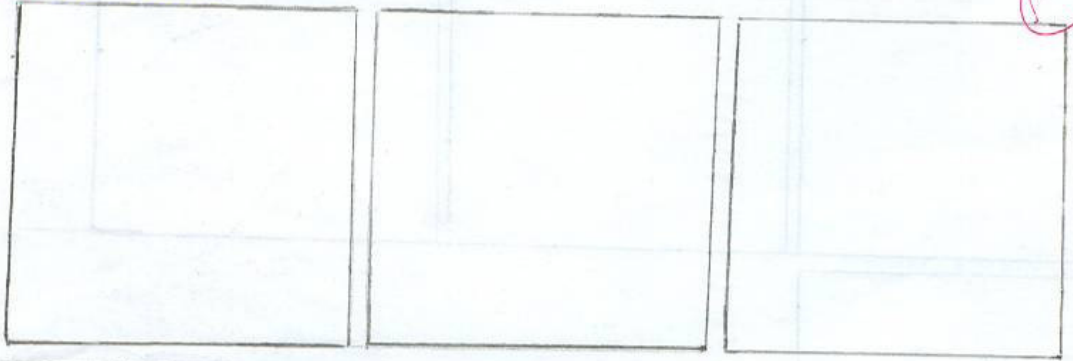


$$d) 4 \cdot (2x - 3)$$

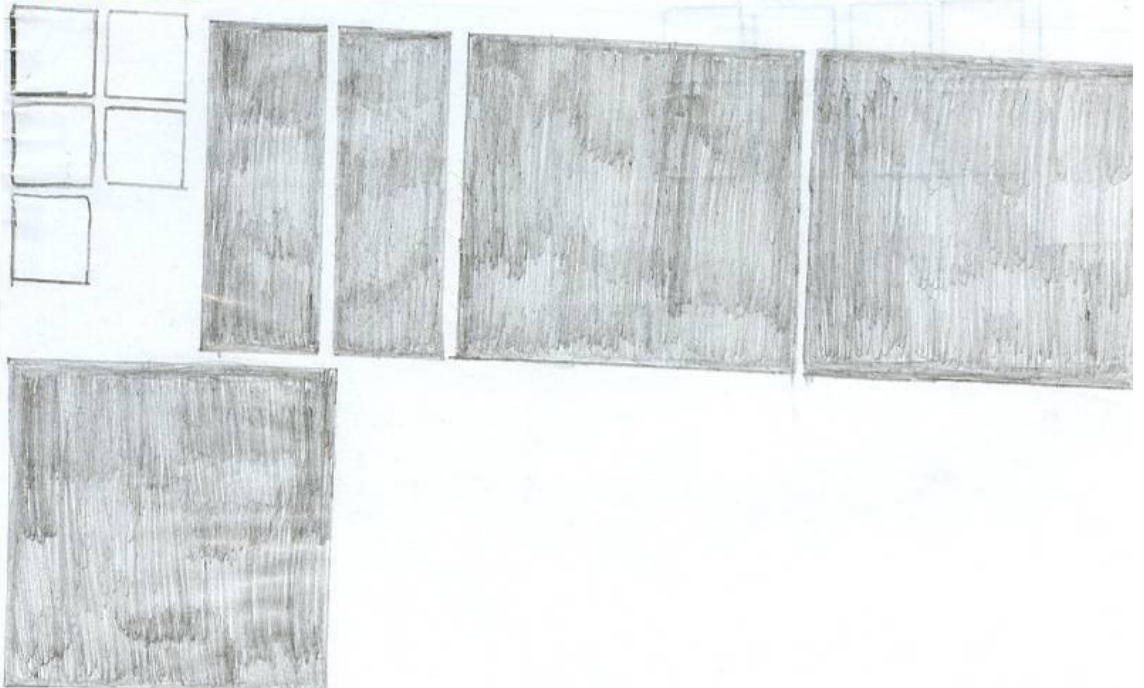


a) $3x^2 - 2x + 3$

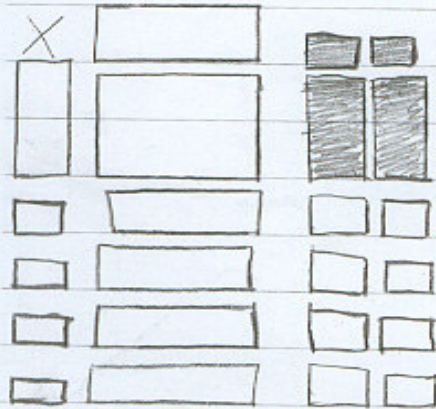
6



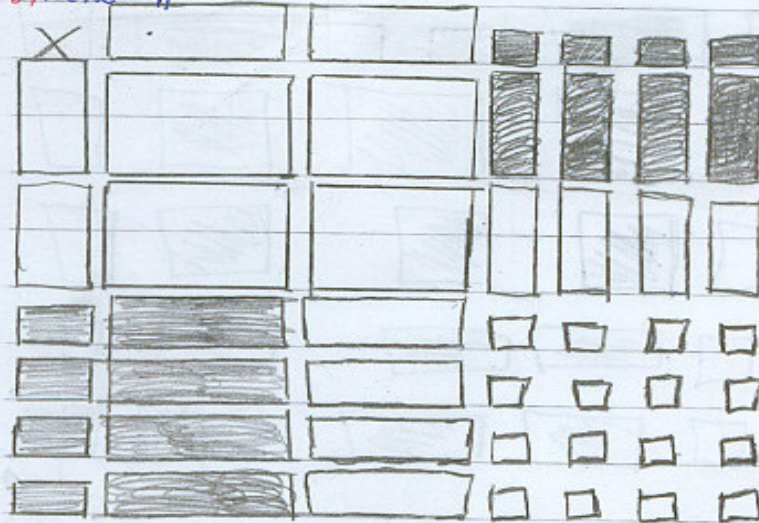
b) $5 - 2x - 3x^2$



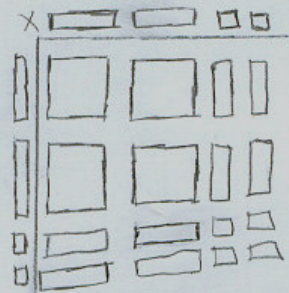
$$a) (x+4) \cdot (x-2) = x^2 + 4x - 2x + 8.$$



$$b) (2x-4)^2 =$$



1) $(x+2+x)(x+2+x)$

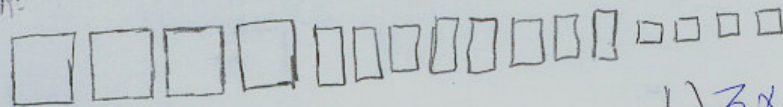


5) $3x-3x+6-6$

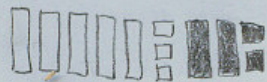


R=0

R=

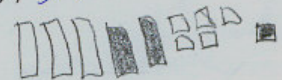


$2-5x+3-2x-2$



R=

6) $3x-2x+6-1$



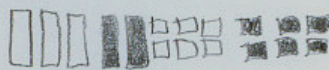
R

3) $-6x+3x-2+6$



R=

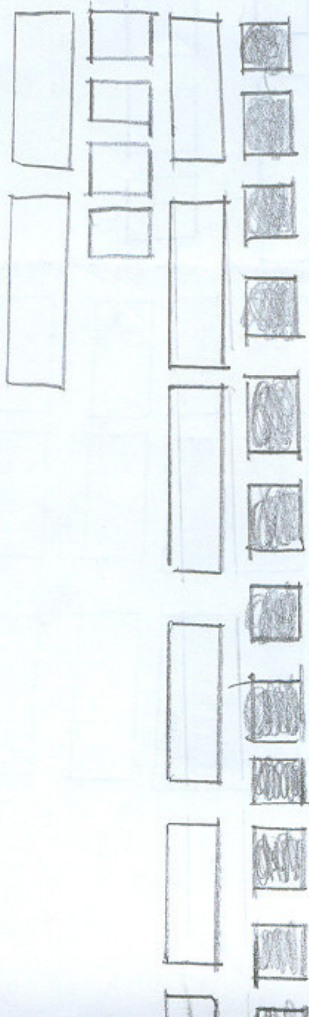
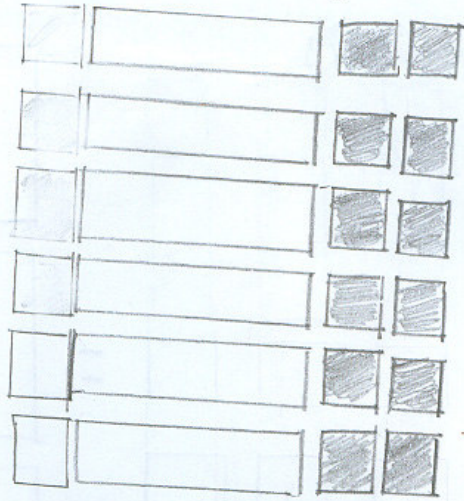
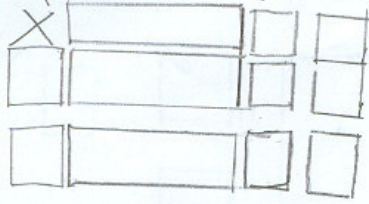
4) $3x-2x+6-6$



R=

actmenodj
 F=U o
 z=U o
 c=U o
 f=U o

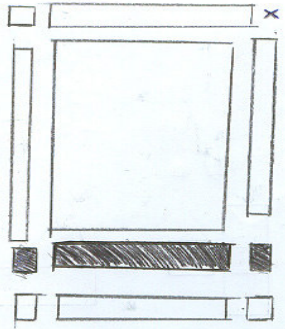
$$2(x+2) + 6(x-2) = 2x + 4 + 6x - 12$$



BARALHANDO A ALGEBRA COM

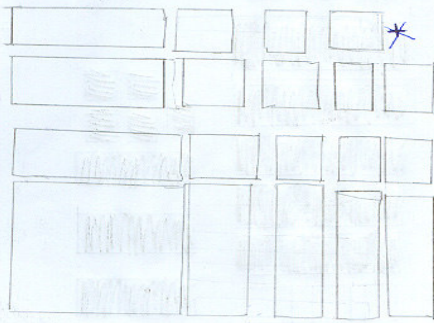
GEOMETRIA

1) $(x+1) \cdot (x-2)$



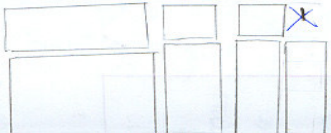
2)

2) $(3x) \cdot (2+x)$

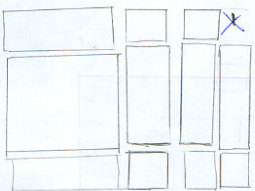


3)

3) $(2+x) \cdot (x+1)$

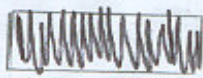
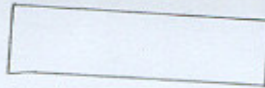


3) $(2+x) \cdot (x+1)$



COM

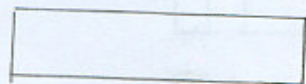
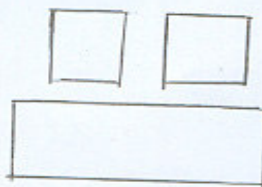
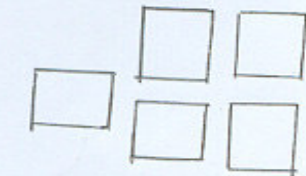
4) $x^2 + 3 - 5x - 8$



(55)



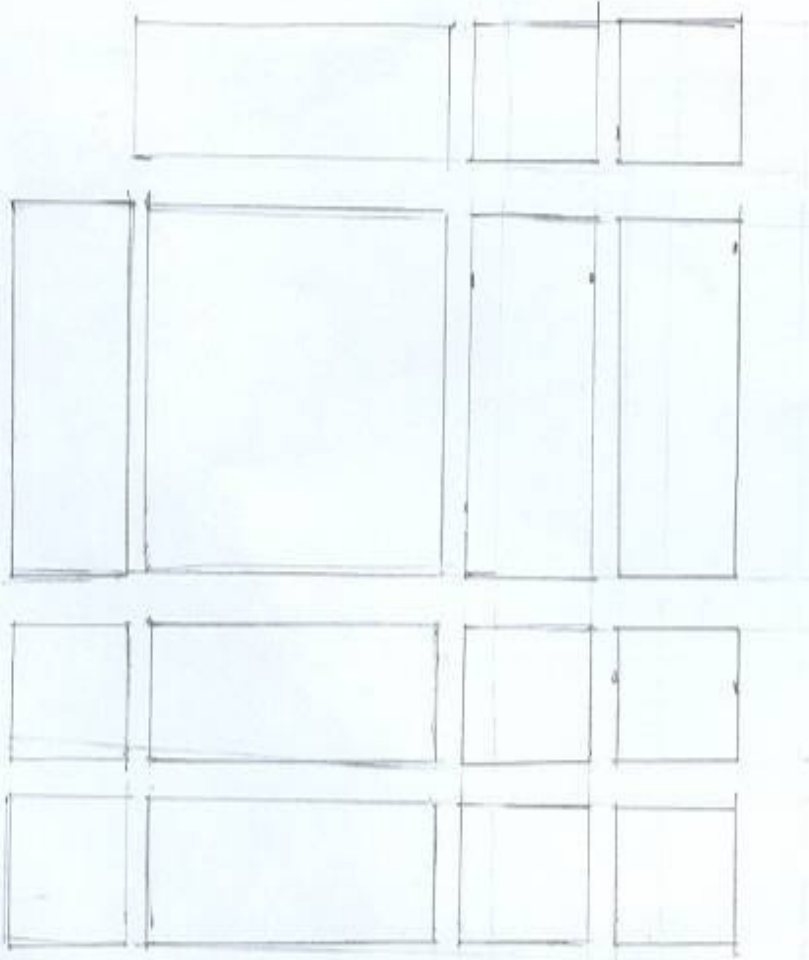
□ □



$2x^2 + 2x + 1$

□ □

$$b) (x+2)^2$$



ANEXO C

Situações criadas pelos alunos trabalhando Sistema de Equações.

1. Eu tenho laranjas e bonanas num total de 30 fr. Meu primo tem o triplo de laranjas que eu tenho mas a mesma quantidade de bonanas que eu tenho totalizando 40. Qual é a quantidade de laranjas que eu e meu primo temos?

$$\begin{array}{r} L+B=30 \quad (-1) \rightarrow -L-B=-30 \\ 3L+B=40 \\ \hline 2L=20 \\ L=10 \\ B=20 \end{array}$$

2. Meu primo tem ~~10~~ bicicletas e bolas num total de 50 dezes. Minha prima tem o triplo de bicicletas que eu tenho, mas a mesma quantidade de bolas que eu tenho totalizando 10. Qual é a quantidade de dezes que meu primo e minha prima tem?

$$\begin{array}{r} C+B=50 \quad (-1) \rightarrow -C-B=-50 \\ 3C+B=10 \\ \hline 2C=-40 \\ C=-20 \\ B=70 \end{array}$$

3. Num dia tem homens e mulheres num total de 90 pessoas. No outro dia tem o triplo de homens que a primeira, mas a mesma quantidade de mulher que eu tenho totalizando 30. Qual é a quantidade de pessoas que as 2 dias tem?

$$\begin{array}{r} H+M=90 \quad (-1) \rightarrow -H-M=-90 \\ 3H+M=30 \\ \hline 2H=-60 \\ H=-30 \\ M=120 \end{array}$$

① Eu tenho lápis e canetas totalizando 29. A diferença entre lápis e canetas é de 1. Quantos lápis e quantas canetas eu tenho?

$$L + C = 29 \quad = \quad 2L = 30 = 15L \quad 14 \cdot C$$

$$L - C = 1 \quad 2$$

15

R 15L e 14C

+14

29

② Eu comprei 6 balas e 3 chiclé, paguei 15 reais, minha amiga comprou 4 balas e 5 chiclé, pagou 13 reais. Quanto custa cada bala e cada chiclé?

$$6b + 3c = 15 \quad \text{Eu paguei 2 reais cada bala e 1 real chiclé}$$

$$4b + 5c = 13 \quad \text{Minha amiga pagou 2 reais por bala e 1 real chiclé}$$

TRABALHO DE MATEMÁTICA

1) Em um avião, haviam aeromoças e passageiros, que no total completavam 42 pessoas e em outro haviam o triplo de passageiros e o mesmo número de (pessoas) aeromoças. Quantas pessoas tem em cada avião?
Completando 116 pessoas.

$$\begin{cases} P + A = 42 \quad (-1) & -P - A = -42 \\ 3P + A = 116 & 3P + A = 116 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 2P = \frac{74}{2} = 37 \\ 37 \times 3 = 111 \end{array}$$

2) João compra 10 laranjas e ~~20 maçãs~~ 20 maçãs totalizando 20 reais. O seu primo comprou o dobro de laranjas e o triplo de maçãs que custam 50 reais. Quanto ele pagou de cada produto?

$$\begin{cases} 10L + 20M = 20 \\ 20L + 60M = 50 \end{cases}$$

$$L = 1,00 \text{ real}$$

$$M = 0,50 \text{ centavos}$$

3) Em uma sala de aula há 30 cadeiras e a diferença entre elas é de 2. Quantas cadeiras e cadeiras tem na sala de aula?

$$\begin{cases} CL + CA = 30 \\ CL - CA = 2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} CL = 16 \\ CA = 14 \end{array}$$

- * Comprei um tênis e uma bota
 * totalizando R\$ 642,00 na compra.
 * Minha mãe comprou na mesma
 * loja 2 botas e 1 tênis gastando
 * R\$ 984,00. Quanto custa cada produto?
- | | | | |
|-------------------|------------|---------|-------|
| $T + B = 642,00$ | $\times 2$ | 984 | 984 |
| $T + 2B = 984,00$ | $- 642$ | $- 684$ | |
| | 342 | 300 | |
| | $\times 2$ | | |
| | 684 | | |
- TÊNIS \rightarrow 300,00
 BOTA \rightarrow 684,00

Um estacionamento tem motos e carros totalizando 50 pneus. Quantas motos e carros tem, sabendo que tem + carros?

$$\begin{aligned} C + M &= 50p \\ 2C + M &= 50p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \text{ motos } & 10p \\ 10 \text{ carros } & 40p \end{aligned}$$

1) Com uma excursão tinha h homens e mulheres totalizando 42. A diferença de homens e mulheres é 2. Quantos homens e mulheres tinha?

$$\begin{cases} H + M = 42 \\ H - M = 2 \end{cases} \rightarrow \text{tinha 22 homens e 20 mulheres}$$

2) Com minha loja tenho brinços e relógios totalizando 60. Minha amiga tem o dobro de brinços e a mesma quantidade de relógios totalizando 90. Quantos brinços e relógios eu e minha amiga temos?

$$\begin{cases} B + R = 60 \\ 2B + R = 90 \end{cases} \rightarrow \text{eu tenho 30 brinços e 30 relógios e minha amiga tem 60 brinços e 30 relógios}$$

Sistema de Equações

1) Em minha loja tenho ceifas e tratores totalizando 60. Meu amigo tem o dobro de ceifas e a mesma quantidade de tratores totalizando 90. Quantas ceifas e tratores eu e meu amigo temos?

$$\begin{cases} C + T = 60 \rightarrow \text{Eu tenho 30 ceifas e 3 tratores} = 60 \\ 2C + T = 90 \rightarrow \text{Meu amigo tem 60 ceifas e 30 tratores} = 90 \end{cases}$$

2) Em minha livraria tenho livros e revistas totalizando 20. Meu vizinho tem o quadruplo de livros e o mesmo de revista totalizando 50. Quantas revistas e livros eu e meu vizinho temos?

$$\begin{cases} L + R = 20 \rightarrow \text{Eu tenho 10 livros e 10 revistas} = 20 \\ 4L + R = 50 \rightarrow \text{Meu vizinho tem 40 livros e 10 revistas} = 50 \end{cases}$$

3) Eu comprei perfumes e 3 botões, paguei 15 R\$. Minha amiga comprou 4 perfumes e 5 botões, pagou 13 R\$. Quanto custa cada perfume e botão?

$$\begin{cases} 6P + 3B = 15 \rightarrow \text{Eu paguei 2 R\$ cada perfume e 1 R\$ cada botão} = 15 \\ 4P + 5B = 13 \rightarrow \text{Minha amiga pagou 2 R\$ cada perfume e 1 R\$ cada botão} = 13 \end{cases}$$

Matemática =

- 1) Eu tenho brincos e anéis num total de 30 jóias. Minha prima tem o dobro de brincos que eu tenho + 15 a mesma quantidade de anéis que eu tenho, totalizando 45. Qual é a quantidade de brincos e anéis que cada uma tem?

$$\begin{cases} b + a = 30 \\ 2b + a = 45 \\ 30 + 15 \end{cases} \begin{array}{l} \text{Eu tenho 15 brincos e 15 anéis} \\ \text{Minha prima tem 30 brincos e 15 anéis} \end{array}$$

- 2) Eu tenho canetas e lápis totalizando 55. Minha irmã tem o triplo de canetas + a mesma quantidade de lápis que eu tenho, totalizando 105. Qual é a quantidade de lápis e canetas que cada uma de nós tem?

$$\begin{cases} c + l = 55 \\ 3c + l = 105 \\ 75 + 30 \end{cases} \begin{array}{l} \text{Eu tenho 25 canetas e 30 lápis} \\ \text{Minha irmã tem 75 canetas e 30 lápis} \end{array}$$

① O prédio A mais o prédio B tem 40 salas. Quantas salas tem cada prédio sendo que duas vezes o prédio B mais uma vez o prédio A tem 70 salas?

$$\begin{cases} A + B = 40 \\ 2B + A = 70 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} A = 20 \text{ salas} \\ B = 20 \text{ salas} \end{matrix}$$

② Laasca juntamente com Vilo Maria tem 85 prédios. A diferença entre Casca e Vilo Maria é de 15 prédios. Quantos prédios tem cada cidade?

$$\begin{cases} C + V = 85 \\ C - V = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} C = 50 \text{ prédios} \\ V = 35 \text{ prédios} \end{matrix}$$

③ Em uma exposição de quadros comprei 5 quadros de um pintor e 2 quadros de outro pintor e paguei R\$ 11,00. Meu vizinho comprou 3 quadros de um pintor e 1 quadro de outro pintor e pagou R\$ 6,00 reais. Quanto custa cada quadro ou cada pintor?

$$\begin{cases} 5PI + 2PN = 11 \\ 3PI + 1PN = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} PI = 1 \\ PN = 3 \end{matrix}$$

Sistema de Equações

a) Com minha família há 29 pessoas morando em minha casa. A diferença entre crianças e adultos é de 1. Quantas crianças e quantos adultos há na minha família?

$$\begin{cases} C + A = 29 \\ C - A = 1 \end{cases}$$

$$2C = 30$$

$$C = \frac{30}{2}$$

$$A = 14$$

$$C = 15$$

b) Com uma exposição de carros e motos, comprei 5 carros e 2 motos e paguei 11 mil reais, e meu vizinho comprou 3 carros e 1 moto e pagou 6 mil reais. Quanto custa cada carro e cada moto?

$$\begin{cases} 5C + 2m = 11.000 \\ 3C + 1m = 6.000 \end{cases}$$

$$8C + 3m = 17.000$$

$$5C + 2m = 11$$

$$- 6C - 2m = -12$$

$$- C = -1$$

$$m = 1.000$$

c) Com minha festa de aniversário há balões rosa e verde totalizando 300. Na festa de minha amiga há o quadruplo de balões rosas e a mesma quantidade de balões verdes totalizando 250. Qual a quantidade de balões verdes e rosas que temos?

$$\begin{cases} R + V = 300 \text{ Balões} \\ 4R + V = 250 \text{ Balões} \end{cases}$$

A quantidade de balões que temos é de 50.

1) Na minha turma o número de alunos tem 30 alunos e diferença entre meninas e Meninas e 2 quantas meninas e quantas meninas a na minha sala?

$$H + M = 30$$

$$2) H - M = 2$$

$$2H = 32$$

$$H = 16$$

$$M = 14$$

$$H + M = 30$$

$$M = 14$$

2) No meu sítio eu tenho vacas e galinhas num total de 20 animais. Meu avô tem o triplo de vacas que eu tenho, mas a mesma quantidade de galinhas. Qual a quantidade de animais que nós temos?

$$V + G = 20$$

$$3V + G = 50$$

$$-V - G = -20$$

$$3V - G = 50$$

$$3 \cdot 19 + 6 = 50$$

$$49 + 6 = 50$$

$$2V = 30$$

$$V = 30$$

$$2$$

$$V = 15$$

