FACULDADE DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Mauro Weigel

ENSINANDO GEOMETRIA ESPACIAL EM TEMPOS DE CIBERCULTURA

Porto Alegre
2011

MAURO WEIGEL

ENSINANDO GEOMETRIA ESPACIAL EM TEMPOS DE CIBERCULTURA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Profª. Dra. LUCIA MARIA MARTINS GIRAFFA

PORTO ALEGRE

2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

W419e Weigel, Mauro
Ensinando geometria espacial em tempos de cibercultura / Mauro Weigel. – Porto Alegre, 2011.
150 f.: il.

Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS.
Orientador: Profa. Dra. Lucia Maria Martins Giraffa.

1. Matemática - História. 2. Geometria - Métodos de Ensino. 3. Geometria Espacial. 4. Cibercultura. 5. Blogs. I. Giraffa, Lucia Maria Martins. II. Título.

CDD 372.7

Bibliotecária Responsável: Elisete Sales de Souza, CRB 10/1441

MAURO WEIGEL

ENSINANDO GEOMETRIA ESPACIAL EM TEMPOS DE CIBERCULTURA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em 01 de agosto de 2011, pela Banca Examinadora.

BANCA EXAMINADORA:

Dra. Lucia Maria Martins Giraffa (Orientadora- PUCRS)

Dr. Regis Alexandre Lahm (PUCRS)

Dr. Sérgio Crespo Coelho da Silva Pinto (UNISINOS)

AGRADECIMENTOS

À *Professora Doutora Lucia Maria Martins Giraffa*, pela orientação, incentivo e confiança dedicados a este trabalho.

À *Professora Doutora Ruth Portanova*, pelas ideias iniciais e pela orientação durante a elaboração do Projeto desta Dissertação.

À *Coordenação e aos Professores* do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, por sua valorosa contribuição à minha formação.

À *minha família*, que sempre acreditou que a educação é o bem maior do ser humano, nunca poupando esforços para fazê-la acontecer ao longo de toda a minha vida.

Aos *meus amigos leais,* que sempre me receberam de braços abertos e compreenderam minha ausência nesses últimos anos. Nunca se cansaram de me incentivar a seguir em frente, mesmo diante das mais colossais adversidades. E cada um, com a sua sabedoria, elevou o meu estado de espírito. Valeu Gauchito, Gaúcho, Isa, Jorge, Luana, Maninho, Maura, Rafa, Rodi, Tonho, Vinte e Um.

Aos *meus queridos alunos*, pela dedicação ao trabalho e seriedade nas avaliações dele decorrentes.

Aos *meus colegas de trabalho e de mestrado*, pelo suporte ao longo dessa epopeia, seja com dicas, revisões, substituições de aula, trabalhos em grupo, etc. Cada um à sua maneira.

Resumo

O ensino de Matemática, especialmente de Geometria Espacial, é potencialmente beneficiado pelas tecnologias associadas aos recursos da *Web 2.0*, principalmente no que tange às possibilidades de integração de mídias e interação entre os alunos e os objetos de estudos. Além do aspecto relacionado aos recursos que podem compor uma abordagem metodológica para ensino e aprendizagem, a facilidade de localização e recuperação de informações na Internet permite que se viabilize um trabalho mais contextualizado e desafiador. Nesse sentido, consideramos o estudo dos conceitos relacionados à Geometria Espacial numa perspectiva que utilize a História da Matemática.

A investigação está amparada pelos pressupostos teóricos de que a contextualização histórica se faz necessária para dar vivacidade e despertar o interesse do aluno para relacionar os conteúdos ao seu cotidiano. Além disso, considera-se que, para uma efetiva qualificação no ensino, seja importante o professor incorporar a tecnologia às aulas.

Na busca por respostas à questão de pesquisa norteadora deste trabalho que buscava verificar como se poderia diversificar a forma como se estuda Geometria no Ensino Médio, desenvolveu-se uma metodologia de ensino usando a História da Matemática em um blog, especialmente criado para esta atividade. A investigação foi realizada com alunos de turmas de 2ª série do Ensino Médio. O conteúdo abordado, numa sequência de dez atividades, está relacionado ao estudo de Pirâmides e o pano de fundo para a contextualização histórica não poderia ser mais oportuno: as pirâmides do Egito. Após o desenvolvimento das atividades os alunos responderam ao instrumento de pesquisa onde foi possível registrar suas sensações e opiniões sobre o trabalho realizado.

Finalizado o trabalho, considerou-se que o resultado foi bastante satisfatório, pois existem indicadores, oriundos das sensações percebidas pelo autor no decorrer do trabalho e posteriormente nessa análise, de que a proposta permitiu que os alunos tivessem seu desempenho e motivação elevados.

Palavras-chave: Ensino de Geometria Espacial. História da Matemática. Cibercultura. Blogs.

Abstract

The teaching of Mathematics, and of Spatial Geometry in particular, is potentially benefited by the technology associated with the Web 2.0 features, especially regarding the possibilities of media integration and interaction between students and the objects of study. Besides the aspect related to resources that can make a methodological approach to teaching and learning, the ease of locating and retrieving information on the Internet allows you to make possible a more contextualized and challenging work. In this sense, we consider the study of concepts related to Spatial Geometry in a perspective that uses the History of Mathematics.

The research is supported by theoretical assumptions that the historical context is needed to liven and arouse the interest of the student to relate the content to his daily life. Moreover, it is considered that for effective teaching improvement it is important for a teacher to incorporate technology to the classes.

In the search for answers to the research question guiding this work, which sought to see how we could diversify the way Geometry is studied in High School, we developed a teaching method using the History of Mathematics in a blog especially created for this activity. The investigation was conducted with High School students from second grade classes. The content covered, in a sequence of ten activities, is related to the study of the Pyramids, and the background to the historical context could not be timelier: the Pyramids of Egypt. After the development of the activities, all students responded to the survey instrument, where it was possible to record their feelings and opinions about the work done.

The work being completed, it was considered that the result was very satisfactory, because there are indicators, from the sensations perceived by the author during the work and later in this analysis, which the proposal methodology allowed the students to have their performance and motivation increased as we supposed to be.

Keywords: Teaching Spatial Geometry. History of Mathematics. Cyberculture. Blogs.

Prólogo

O tema escolhido para a pesquisa parte, primeiramente, de meu apreço pelo conteúdo de Geometria Plana e Espacial. Desde meu primeiro contato com a Geometria no ensino fundamental, guardei carinho especial pelo tema da Matemática. E o que garantia este apreço com o assunto era a facilidade com que eu desenvolvia o conteúdo, diferentemente do que ocorrera com a Álgebra, na qual tinha notória dificuldade. Minha maior facilidade com Geometria estendeu-se para o Ensino Médio e também para o ensino superior, onde, sempre que podia, fazia uma representação geométrica, mesmo dentro de conteúdos de álgebra, como funções polinomiais, por exemplo.

Quando ainda aluno do Ensino Médio, me chamou a atenção o fato de alguns colegas terem dificuldade maior em Geometria Espacial, o que me pareceu bastante estranho, já que consideravam outros conteúdos triviais. Depois que comecei a lecionar, percebi que em qualquer sala de aula existem alunos com facilidade em Geometria e dificuldade em álgebra e vice-versa. É claro que inquirir sobre o fato remete a uma abordagem cognitiva profunda, sem que nos restrinjamos ao campo matemático, mas comecei a me questionar se o método de ensino não seria determinante para o caso.

Comecei a lecionar para o Ensino Médio no ano de 2005, em turmas de 1ª e 2ª séries, e dentre os conteúdos designados a mim estavam as Geometrias, Plana e Espacial. Naquele primeiro ano as aulas eram essencialmente com quadro e giz, pois ainda não havia descoberto as maravilhas de se trabalhar com o computador.

O computador foi uma ferramenta importante para o aperfeiçoamento de minhas aulas. Minhas primeiras investidas foram relacionadas a material complementar. Essencialmente listas de exercício. Ao invés de deixá-las no "Xerox" da escola, passei a disponibilizá-las na Internet, via *Moodle*. À medida que fui me familiarizando com o programa, fui percebendo mais e mais recursos contidos naquela plataforma. Não só com material complementar, mas também com listas de exercícios poderia ser preenchida aquela "sala". Há nela espaços para discussão entre os membros, tais como fórum e chat, e diversos recursos próprios do programa para montagem de atividades, como questionários, palavras cruzadas, etc. É com certeza um bom recurso para o professor que possui acesso ao software, ainda que seja muito pouco utilizado, como percebo em minha escola.

A partir do uso tímido do *Moodle*, passei a ter certeza dos benefícios à aprendizagem gerados com o uso das tecnologias no processo de ensino. Comecei então a me dedicar à busca de novas ferramentas, associadas às tecnologias digitais que pudessem colaborar para diversificar as atividades didáticas que preparo para meus alunos.

A decisão de fazer o curso de Mestrado deu-se em função da necessidade de reorganizar ideias e aprimorar a parte conceitual, e buscar formação e atualização para qualificar minha prática docente. Minha experiência docente com adolescentes e jovens, assim como o fato de eu ser um usuário de tecnologias associadas à Internet e, também, curioso em analisar e selecionar *softwares* educacionais para verificar seu potencial, foram fatores decisivos para a escolha da área e do tema de minha pesquisa.

Atualmente trabalho como professor de Matemática em um curso pré-vestibular tendo um total de 25 períodos semanais, nos turnos da manhã, tarde e noite. Leciono também em turmas de 1ª e 2ª série do Ensino Médio em uma escola particular de Porto Alegre, num total de 20 períodos semanais. Desses 20 períodos, 8 são destinados ao trabalho com as 4 turmas de 2ª série, das quais foram selecionados os sujeitos da pesquisa.

O grande desafio para realizar esta formação certamente foi conciliar e organizar o tempo com tantas horas em sala de aula. Quando se deseja muito alguma coisa, o tempo se multiplica e, evidentemente, fazemos opções por um determinado tempo e abrimos mão de certas coisas em detrimento de outras. Mas no final vale a pena.

Lista de Figuras

Lista de Abreviaturas

HM	História da Matemática
PCN`S	Parâmetros Curriculares Nacionais
MSN	Microsoft Network
TD´s	Tecnologias Digitais

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A escolha do tema deste trabalho foi motivada por diversos fatores: interesse pessoal do autor, atualidade e relevância de se investigar o ensino em tempos de cibercultura e, o principal, o que diz respeito a relatos de ex-alunos quando se referem aos livros utilizados na sua graduação, onde mencionam, com entusiasmo, as notas históricas contidas nas introduções de cada capítulo. A partir desses depoimentos refletiu-se acerca da possibilidade de começar a introduzir os assuntos da aula fazendo pequenos relatos históricos sobre origens, personagens e época do conteúdo a ser abordado. Ao perceber o retorno dessa abordagem por parte dos meus alunos, comecei a sistematizar o trabalho utilizando informações oriundas de pesquisas sobre História da Matemática em livros, dos quais destaco Boyer (2003), Eves (2004), Hogben (1956) e Garbi (2006).

As potencialidades da contextualização da História da Matemática são variadas e promissoras, mas parecem esquecidas, ou simplesmente deixadas de lado por nós professores. Muito pouco se tem feito para inseri-las no contexto da sala de aula. Com a pesquisa em questão, pretende-se analisar teorias que defendem e argumentam o uso da História da Matemática no ensino, revisar livros didáticos e apresentar uma atividade didática para os tópicos Pirâmides e Esfera, dentro do conteúdo de Geometria Espacial.

Ao sugerir uma atividade didática, concorda-se com Garbi (2007), que coloca no prefácio de sua obra *O Romance das Equações Algébricas* uma crítica aos livros-textos, nos quais:

> [...] de um modo geral, a Matemática é mostrada de maneira fria e insípida, sem qualquer vinculação com a realidade histórica e humana vivida pelos gênios que, ao desvendar os segredos das Ciências Exatas, tornaram possível o mundo tecnológico que nos está libertando da miséria, das doenças, do sofrimento e da ignorância.” (p. VIII)

E não é dessa forma que a Matemática deve ser abordada, seja no ensino fundamental, médio ou superior. Acredita-se, sim, que o processo de formação do conhecimento se dá quando o aluno questiona, faz conjecturas, discute e argumenta sobre o que está aprendendo. Por isso a História da Matemática deve estar presente nesse processo, já que esta potencialidade lhe é intrínseca.

Assim, a pesquisa a ser realizada foi conduzida pela investigação em História da Matemática, visando contribuir com o processo ensino-aprendizagem para despertar interesse no educando, aproximando os sentimentos tão distantes do ódio e da paixão, encontrados em qualquer ambiente de ensino. E, em tempos de cibercultura (LÉVY, 1999), com nossos alunos nativos digitais (PRENSKY, 2005) e compondo uma geração de *Homo Zappiens* (VEEN e VRAKKING, 2009), não poderíamos deixar de considerar a forma e os meios com que pretendemos abordar esta temática. Para apoiar o trabalho criou-se um blog que permita a integração de diversos recursos midiáticos e facilite a interação entre o professor e seus alunos, ampliando e estendendo o espaço tradicional da sala de aula.

A História da Matemática a que nos referimos como base para construção deste trabalho de pesquisa não necessariamente deve ser aquela de séculos atrás. O problema de ontem é também dúvida de hoje. Se analisarmos a história, como o conhecimento matemático foi surgindo ao longo dos tempos, veremos que muitas das situações de determinada época são semelhantes àquelas com as quais nos deparamos nos dias atuais, porém não nos chama a atenção, já que a informação é rápida e fácil. A Matemática elementar é imprescindível para a solução de um problema cotidiano. Em Geometria Espacial, é sempre possível começar uma aula com "charadas geométricas", como os clássicos mostrados por Gardner (2003). Muitos deles são antiquíssimos e um exemplo que ilustra muito bem essa investida é a divisão em oito partes idênticas de um queijo cilíndrico com apenas três cortes, conforme Figura 1.

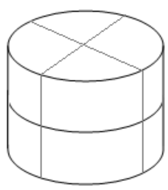


Figura 1 - (GARDNER, 2003, p. 62)

A questão pode então desencadear uma série de atividades matemáticas formais, como cálculos diversos em setor circular, volume e superfície de cilindro, secção meridiana, entre outras.

Pode-se complementar com algumas outras questões similares, como, por exemplo, a divisão de um bolo em quatro partes idênticas: "Tome um bolo quadrangular de lado 20 cm e altura 5 cm. Faça um corte a uma distância de 7 cm de um dos cantos até o centro do bolo, conforme abaixo...”

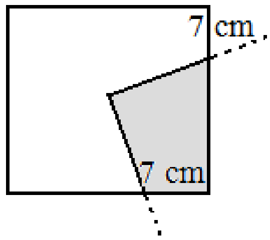


Figura 2 - (GARDNER, 2003, p. 101)

A princípio pode parecer estranho que o bolo seja composto por quatro dessas fatias, mas quando a situação é finalizada fica claro que o problema é possível (Figura abaixo).

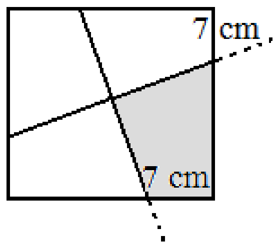


Figura 3 - (GARDNER, 2003, p. 102)

A partir deste contexto deseja-se mostrar como é possível motivar os alunos a desenvolver seus estudos a partir da abordagem histórica da Matemática, uma vez que o problema poderá ser observado sob outra perspectiva. Um exemplo desta situação seria a aula começar com um questionamento do tipo: determinar o raio da base de um cilindro circunscrito num cubo de aresta *a*; antes mesmo de você concluir a questão ela provavelmente será rejeitada pelos alunos, pois farão a ligação direta com o conteúdo, dando um caráter mais formal à solução sem a devida contextualização, como afirma D´Ambrosio: “...a Matemática utilitária não interessará ao aprendiz como um desafio intelectual” (D´AMBROSIO, 2006, p. 31).

A História da Matemática (HM) continua sendo escrita e deveria ser apresentada e estudada com os alunos. Ainda na graduação, lembro-me do professor falar sobre alguns problemas de Matemática até então insolúveis, nos quais era oferecido um prêmio de um milhão de dólares para a solução. O fato me despertou profundo interesse e parti para a investigação, não com intuito de resolver algum deles, mas sim de ficar a par do que efetivamente estes problemas abordavam e o porquê de não se ter ainda encontrado a solução. Os problemas do milênio não são facilmente entendidos por um matemático experiente, quanto mais por um aluno do Ensino Médio, mas trata-se de um bom exemplo de que a Matemática ainda reserva muitas surpresas para o futuro, pois possui um grande número de perguntas sem respostas. Quando lançados, em 2000, os chamados problemas do milênio eram em número de sete, mas não tardou muito e caíram para seis, pois, em 2006, a resolução do problema de número cinco foi oficialmente publicada.

Os problemas do milênio são uma série de sete grandes enigmas matemáticos do nosso tempo que foram lançados num encontro em Paris, no ano 2000, pelo Clay Mathematics Institute de Cambridge, Massachussets. Devido à complexidade de seus aspectos, esses enigmas exigem um grande embasamento para serem entendidos, mas de uma forma extremamente sucinta podem ser descritos como segue.

O primeiro deles é a chamada *Hipótese de Riemann*. Muitos matemáticos concordam que este é o problema mais significativo ainda não resolvido na Matemática. O problema trata de questões relacionadas aos infinitos zeros da função zeta:

$$\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^z}$$

Rimann começou mostrando que qualquer inteiro negativo par é um zero dessa função. A seguir, conjecturou que a função deveria ter outros infinitos zeros complexos da forma $z = \frac{1}{2} + bi$, o que hoje é conhecido como a *Hipótese de Riemann.* Se resolvida, trará a resposta a uma pergunta muito antiga: qual o padrão, se é que ele existe, dos números primos?

A *Teoria de Yang-Mills e a Hipótese da Lacuna de Massa* é um problema da Física, no entanto desafia a comunidade Matemática a torná-lo válido. As equações de

Yang-Mills são parte da Física Quântica e funcionam em termos práticos, uma vez que suas previsões descrevem partículas observadas em laboratórios. Por outro lado, carecem de uma teoria Matemática comprobatória. Essa comprovação ajudaria muito os físicos, uma vez que eles apenas observam que os elétrons têm massa, mas não conseguem demonstrar isso.

Curiosamente, um único problema se refere à computação. O terceiro problema do milênio é o chamado *Problema P versus NP*. Em Ciência da Computação, as tarefas computacionais são divididas em duas categorias: as do tipo P, que podem ser resolvidas em uma máquina, e as tarefas do tipo NP, as quais podem levar milhões de anos até que sejam concluídas. No entanto parece existir uma terceira categoria, NP, que é um meio termo entre as outras duas, e que contém a maior parte das grandes tarefas computacionais. Apesar de se acreditar que NP possa em realidade ser P, após mais de 30 anos de esforços ninguém foi capaz de provar tal suposição.

Os estudantes universitários das ciências exatas estão acostumados a resolver questões de equações diferenciais parciais. Questões de um tipo muito parecido são *As equações de Navier-Stokes*. Elas descrevem o movimento de fluídos pelo espaço, como, por exemplo, a água ao redor do casco de um navio. Apesar de computadores serem usados para resolver casos particulares dessas equações de maneira aproximada, ainda não há uma fórmula geral para a resolução dessas equações, e o quarto problema do milênio continua em aberto.

O único desses problemas resolvidos até o momento foi a *Conjectura de Poincaré*. O quinto problema está entranhado num dos ramos mais fascinantes da Matemática contemporânea: a Topologia. Ela assemelha-se à Geometria, mas não usa escalas. Trata de objetos pelas relações que eles mantêm entre si, desconsiderando suas dimensões. Um exemplo tradicional em Topologia é o de que um cubo e uma esfera são objetos topologicamente idênticos, pois com um "martelo" podemos transformar o cubo em uma esfera e vice-versa. A solução a esse problema foi dada pelo matemático russo Grigori Yakovlevich Perelman, que surpreendentemente recusou o prêmio, oficialmente concedido, em março de 2010. Perelman recusou ainda a *Medalha Fields*, com a qual foi contemplado em agosto de 2006. À época de sua descoberta, publicou seus trabalhos na Internet, de forma totalmente pública. A solução do problema pode ser acessada por qualquer internauta nos sites http://arxiv.org/abs/math.DG/0211159, http://arxiv.org/abs /math.DG/0307245 e http://arxiv.org/abs/math.DG/0303109.

O sexto problema do milênio é a chamada *Conjectura de Birch e Swinnerton-Dyer*, e também tem conexão com a *Hipótese de Hiemann*. Em 1994, outro problema matemático, o chamado *Último Teorema de Fermat*, foi demonstrado pelo matemático Andrew Wiles, após confundir as maiores mentes por mais de 350 anos. O teorema de declara que

$$x^n + y^n = z^n$$

“não tem solução no campo dos números inteiros para *n* maior do que 2” (SINGH, 2005, p.51). A equação acima é bastante simples de se compreender e, no entanto, sua demonstração contou com mais de 200 páginas de um artigo. Se para algumas equações simples as soluções às vezes são bastante complexas, o que dizer de equações mais intrincadas! E é esse o caso quando se trata do sexto problema.

As equações a que se refere esse problema são as chamadas equações elípticas e têm a forma

$$y^2 = x^3 + ax + b$$

A questão levantada pelos cientistas está em descobrir se há uma infinidade de pares ordenados *(x, y)* racionais[1] que resolvam essas equações que forma eles têm.

O último problema desta seleta lista é a *Conjectura de Hodge*. Trata-se de outro problema inserido no ramo da Topologia e que está envolto em uma gigantesca abstração. Incompreensível para matemáticos amadores, quanto mais a estudantes de Matemática elementar, é resumido por Devlin como segue:

> A Conjectura de Hodge afirma que para uma classe importante de objetos, chamados de variedades projetivas algébricas, as partes chamadas de ciclos de Hodge são, na verdade, combinações de partes geométricas, chamadas de ciclos algébricos. (2004, p. 23).

---

[1] Um número racional tem a forma a / b, onde *a* é um número inteiro e *b* é inteiro e diferente de zero.

Os problemas do milênio são os mais significativos e intrigantes enigmas matemáticos da virada para o terceiro milênio. Certamente despertam curiosidade nos alunos e podem ser objeto de diversas discussões, mesmo em turmas de Ensino Médio. E, como nos mostram esses problemas, a Matemática necessita ser vista como uma manifestação cultural, algo que vai surgindo em razão das necessidades de cada povo, cada civilização.

Um aspecto muito importante no campo da HM é o trabalho da Etnomatemática, idealizado por D´Ambrosio a partir da década de 1970. As diferentes culturas encontradas pelo mundo, e até mesmo num único país, vide o Brasil em sua extensão territorial e, por sua vez, cultural, *clamam* por diferentes abordagens matemáticas. Seja em função de seu artesanato, das atividades artísticas ou a partir da indústria e comércio característicos (D´AMBROSIO, 2000).

Diferentes culturas possuem diferentes abordagens matemáticas. Basta uma pequena viagem a um país próximo para percebermos as alterações. Por exemplo, ao entrarmos no Uruguai, quase imediatamente sentiremos a nova moeda[2]. A pergunta é imediata: mas, em reais, isso representa quanto? A própria nota de rodapé exige certa destreza Matemática para ser compreendida. Nos noticiários sempre ouvimos a respeito do preço do barril de petróleo. Há que se comparar medidas, relacionar moedas, etc. O próprio computador apresenta suas medidas quando falamos em "tamanho" de arquivo: um mega, um giga, um tera. Essas são medidas do cotidiano para um aluno de classe média, mas muitas vezes numa aula de Física ele não consegue visualizá-las quando o professor discorre sobre unidades de medidas. Na feira estamos tão acostumados a ouvir dúzia de ovos, um maço de rúcula, uma bacia de legumes. Há certo rigor matemático em tudo isso, e também um perfeito entendimento para os clientes das feiras. Trazer essa cultura do povo para a sala de aula é fundamental. O aluno deve ser capaz de perceber a Matemática da sala de aula no seu dia-a-dia.

Resgatando as experiências como educador, por vezes fui testemunha de relatos de ex-alunos sobre livros do ensino superior. Ao comentarem que os livros traziam notas históricas sobre os personagens que desenvolveram determinado conteúdo, sobre o ano em que aquilo ocorreu e também sobre a importância prática do mesmo, e ainda que

---

[2] A moeda Uruguaia é o Peso, que equivale atualmente a 10% do Real.

aquilo despertava seu interesse, percebi mais uma vez a importância da História dentro do contexto ensino-aprendizagem relacionado à Matemática.

As histórias das pirâmides são interessantes e suscitam curiosidade entre os jovens, uma vez que despertam imediata associação às sete maravilhas do mundo antigo. E a esfera, por, de um modo geral, não receber no Ensino Médio a devida atenção para a dedução de suas fórmulas, como justifica Mottola ao introduzir a Geometria Espacial: "Duas fórmulas são necessárias, a da área e a do volume da esfera, pois apenas com a Matemática do Ensino Médio não é possível compreendê-las" (MOTTOLA, 2005, p. 265). E aqui acredito no oposto, já que pelo 2° princípio de Cavalieri o aluno de Ensino Médio pode ter uma perfeita ideia de como demonstrar a fórmula do volume da esfera e ainda ter uma boa noção do que vem a ser o cálculo integral, tão temido pelos estudantes universitários.

Acredita-se que com uso da História da Matemática seja possível cativar um aluno desacreditado das potencialidades matemáticas para seu desenvolvimento pessoal e atividades do cotidiano. E como apontado por Mendes, "A Matemática escolar deve valorizar o conhecimento cotidiano como base cognitiva para que os alunos possam aprofundar seu pensamento matemático, até organizá-lo como conhecimento escolar" (2009, p. 24).

D´Ambrosio (2000) coloca que o enfoque histórico favorece o aspecto crítico e lúdico, e Miguel e Miorim (2004) pontuam que na História é possível buscar as razões pelas quais as pessoas fazem Matemática. E, em tempos de cibercultura (LÉVY, 1999), e tendo identificado que a grande maioria desses *Homo Zappiens* (VEEN e VRAKKING, 2009) presentes em minhas classes acessa a Internet quase que diariamente e de suas próprias casas, nada mais justo do que veicular a atividade na *web*, visando perceber de que forma se procede, se esse for o fato, a aprendizagem por esse meio. Assim, encontrou-se a justificativa para o trabalho de pesquisa em questão.

A partir do contexto e motivações já mencionadas emerge a questão de pesquisa que norteia este trabalho:

Como auxiliar o aluno do Ensino Médio a aprender os conteúdos de Geometria Espacial a partir de uma abordagem relacionada à História da Matemática utilizando como elemento apoiador um blog?

O trabalho de pesquisa teve por objetivo geral:

Investigar a contribuição de uma proposta metodológica apoiada em recursos organizados num blog como auxiliar na aprendizagem de conteúdos de Geometria Espacial para alunos do Ensino Médio, considerando uma abordagem relacionada à História da Matemática.

Decorrente deste objetivo geral estabeleceu-se os seguintes objetivos específicos:

- Organizar e disponibilizar um acervo de materiais para uso público envolvendo conteúdos e Geometria Espacial constituído em função da proposta metodológica que considera uma visão histórico-contextualizada dos elementos que a compõe;

- Ajudar a divulgação da pesquisa na área de Informática na Educação, auxiliando a demonstrar aos professores as potencialidades dos recursos tecnológicos como apoio às suas atividades docentes.

Este volume está dividido em cinco capítulos, compondo a sequência cronológica de desenvolvimento da pesquisa, os quais são brevemente apresentados como segue:

No segundo capítulo abordamos os fundamentos teóricos que amparam esta pesquisa. Iniciamos com uma breve exposição da Matemática no currículo nacional, desde meados do século XX até a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais ao final dos anos 90. Em seguida abordamos a história da Geometria, preparando o terreno para a inserção das teorias contemporâneas em Educação Matemática no que tange a História da Matemática. Ao final, consideramos as ideias de teóricos que buscam, assim como nós, a inserção das novas tecnologias no ensino, mais especificamente o uso da Internet.

A seguir, no terceiro capítulo, apresentamos a metodologia de pesquisa definida para compor esta dissertação, bem como a descrição dos experimentos efetuados e a apresentação dos sujeitos envolvidos. A escolha da análise qualitativa é justificada e efetivada a partir da composição de metatextos, oriundos das opiniões formalizadas pelos sujeitos de pesquisa em resposta às atividades executadas. Surge dessa análise uma contribuição ao ensino de Matemática, uma vez que temos a questão de pesquisa respondida de maneira favorável.

O quarto capítulo é destinado às considerações finais, onde retomamos a questão de pesquisa analisando de que forma ela foi respondida. Avaliamos ainda a metodologia aplicada e percebemos que os objetivos específicos foram atingidos.

As referências bibliográficas utilizadas para a redação deste volume encontram-se no capítulo cinco, e logo após temos os Anexos, contendo todas as atividades e textos com os quais os sujeitos de pesquisa tiveram de trabalhar ao longo da aplicação deste experimento.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta algumas considerações acerca da importância da História da Matemática para o aprendizado do aluno ao longo de sua trajetória escolar, tanto no ensino fundamental quanto no médio, e, para tal, fundamentamos a pesquisa nos trabalhos de Mendes, D´Ambrosio, Miguel e Miorim. No que concerne o uso das novas tecnologias no ensino, mais especificamente o uso da Internet, destacamos os trabalhos de Lévy, Moran e Veen e Vrakking.

2.1 A História da Matemática no currículo nacional

Até as últimas décadas do século XIX, o ensino da Matemática, em nível secundário, esteve imbricado em um formalismo rígido dotado de alta sistematização e lógica. Proveniente da escola grega, esse formalismo fora adotado ao longo de mais de 2.000 anos, a partir da obra de Euclides, *Os Elementos*.

A perfeição lógica contida em *Os Elementos* é incontestável, o que fez com que por muito tempo se acreditasse que ela fosse capaz de fortalecer o raciocínio das crianças. No entanto, todo seu rigor fez com que a Matemática se tornasse quase que inacessível a maior parte dos jovens. (ROXO, 2003).

A aritmética contida na obra de Euclides é tamanha que também foi criticada, ainda no século XVI, por Pierre de La Ramée, afirmando que Euclides trata a Geometria aritmeticamente, quando deveria tratá-la geometricamente. Ramée criticou ainda a sequência dada por Euclides em que a Geometria (Livros I a IV) aparece antes da aritmética (Livros VII a IX), o que está em conflito com as exigências da lógica, pois o número vem antes da grandeza. (apud. BONGIOVANNI, 2008).

Ao final do século XIX vão surgindo correntes favoráveis a uma reforma no ensino da Matemática. Não apenas pedagogos, mas os próprios matemáticos manifestam-se contrários ao rigor matemático impelido às crianças. Nomes como Félix Klein, Henri Poincaré, Jules Tannery, Pierre Boutroux, Laisant, mostram-se contrários aos refinamentos sistemáticos impostos aos adolescentes. (apud. ROXO, 2003).

Nesse sentido, Roxo (2003) afirma:

> Do mesmo jeito que a humanidade não criou, de súbito, a Matemática, em sua forma logicamente cristalizada, não pode o indivíduo aprendê-la pronta e acabada, para desse modo, adquirir uma nova faculdade - o raciocínio. Não é com a apresentação brusca de um tipo formal de pensamento lógico que se há de educar a inteligência da criança. Deve-se começar deixando que o aluno pense a seu modo sobre os problemas apresentados. Será depois mais fácil moldar-lhe o pensamento em um tipo mais formal. (p. 163).

Com o surgimento das ideias de um *Espaço não Euclidiano* no século XVIII, permanece em aberto até os tempos atuais a questão: “Será a própria Geometria euclidiana consistente?” (MLODINOW, 2005, p.125). Logo, por ser uma questão ainda aberta no domínio das pesquisas Matemáticas, o estabelecimento de uma base axiomática é um rigorismo ilusório, portanto “não tem cabimento algum a preocupação de rigor na organização lógica da Matemática secundária.” (ROXO, 2003, p. 166).

Avançando para o século XX, mais precisamente de 1931 a 1954, o Brasil teve um currículo de Matemática obrigatório para as escolas secundárias e de 1946 a 1954 um currículo obrigatório às escolas primárias. De 1954 em diante a regulamentação mudou, cada Estado podendo, assim, seguir seu próprio currículo. No entanto alguns fatores como tradição, inércia e material didático foram determinísticos para que esse currículo permanecesse homogêneo ao longo de todo o país. (FAUVEL, 2000).

Em 1998 o governo federal (BRASIL, 2009) institui os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN`S) para o ensino fundamental e médio. Para o ensino fundamental os parâmetros dão grande ênfase à História da Matemática, justificando que a Matemática não é simplesmente um grande corpo de conhecimentos, mas também uma construção de pensamentos e práticas que evoluíram ao longo do tempo, conforme a curiosidade e a necessidade humana.

Dentro das competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática os parâmetros do Ensino Médio colocam que o aluno deve “desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real” e “relacionar etapas da História da Matemática com a evolução da humanidade” (BRASIL, 1998, p. 46), deixando claro sua crença na importância do uso da História da Matemática no contexto ensino-aprendizagem.

2.2 A construção histórica dos conceitos geométricos

A Geometria surgiu da necessidade das civilizações antigas em lidar com suas vidas, desde suas moradias e alimentação até suas crenças, como foi o caso da construção das grandes pirâmides, por exemplo.

Nessa seção pretende-se mostrar como foi se desenvolvendo a Geometria ao longo dos séculos, fazendo-se um percurso histórico desde seu surgimento até sua prática contemporânea, tendo como fundamento os trabalhos de Eves (2004), Boyer (2003) e Hogben (1956).

Determinar um ponto de partida para o trabalho de Geometria é um tanto delicado, já que seu início foi dado muito antes da escrita, que remota aos seis últimos milênios. As informações sobre a pré-história dependem da interpretação de poucos documentos que sobreviveram aos séculos.

O período neolítico (8.000 a.C.) deixou registros de desenhos e figuras que indicam uma preocupação com relações espaciais, devido à simetria e congruência das formas. Esse homem pode não ter necessitado de medições de terra nem tampouco tido diversas atividades de lazer, no entanto as características primitivas de Geometria são notórias em formas do tipo abaixo:

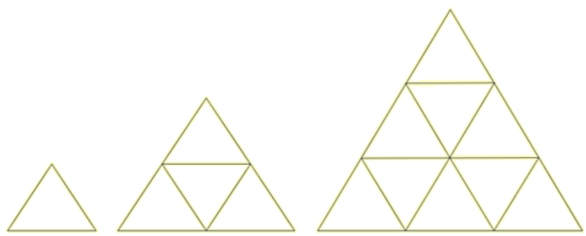


Figura 4 - Sequências aritméticas - (BOYER, 2003)

Os babilônios usavam argila cozida para fazer seus registros, enquanto que os egípcios lançavam mão de pedra e papiros, materiais de existência duradoura. Por outro lado, indianos[3] e chineses[4], que muita Matemática produziram, para seus registros se valiam de casca de árvore e bambu, materiais extremamente perecíveis. Por esse motivo, muito pouco se sabe com certeza sobre sua produção.

Heródoto[5] e Aristóteles[6] não deixaram registros de uma Geometria mais antiga que a originada no Egito, mas é sabido que a Geometria que pensavam tinha berço mais antigo. Em seus pensamentos apresentam duas teorias distintas sobre o surgimento da Geometria: enquanto Heródoto aponta para as necessidades de mensuração da terra após as enchentes anuais no vale do rio, Aristóteles coloca seu surgimento como proveniente do entretenimento da classe sacerdotal no Egito. Sobre suas ideias, escreveu Heródoto:

> Sesóstris ... Repartiu o solo do Egito entre seus habitantes... Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem... O rei mandava pessoas para examinar, e determinar por medida a extensão exata da perda... Por esse costume, eu creio, é que a Geometria veio a ser conhecida no Egito, de onde passou para a Grécia. (apud. BOYER, 2003, p. 6).

Alguma informação Matemática antiga é proveniente de observações astronômicas, como por exemplo, a precisão com que os raios de luz da estrela Polar incidem no interior da "Grande Pirâmide" ou Pirâmide de Quéops (HOGBEN, 1956), e outras remetem a calendários. Ao observarem que a inundação anual do Nilo se dava logo após a estrela Sirius surgir a leste antes do sol, e que o fenômeno se repetia aproximadamente 365 dias depois, os egípcios estabeleceram um bom calendário solar, composto de doze meses e trinta dias cada um, acrescentando ainda cinco dias. (BOYER, 2003). Alguns

---

[3] Os hindus não eram proficientes em geometria, mas foram exímios aritméticos. Talvez o nome hindu mais conhecido seja o de *Bhaskara*, cujo trabalho *Siddhanta S´iromani* ("diadema de um sistema astronômico"), escrito em 1150, traz grande parte do conhecimento aritmético hindu.

[4] Além dos registros em materiais perecíveis, em 213 a.C. o imperador chinês Shi Huang-ti ordenou uma queima de livros. Muitos dos livros queimados foram posteriormente reconstituídos em memória, baseando-se em interpretações e informações orais dos originais. Em janeiro de 1984 foi descoberto um livro de aritmética transcrito por volta do século II a.C. Conhecido como *Chóu-pei*, este é o trabalho matemático chinês mais antigo de que se tem conhecimento. (EVES, 2004).

[5] Heródoto foi historiador e geógrafo grego que viveu no séc. V a.C.

[6] Aristóteles, filósofo grego, viveu no séc. IV a.C. e é considerado um dos maiores pensadores de todos os tempos.

estudiosos sugerem que tal observação ocorrera em 2773 a.C., no entanto não há como precisar a data.

A precisão com que as pirâmides foram construídas (cerca de 5000 anos) mostra um alto grau de conhecimento geométrico, no entanto, algumas afirmações, como de que a razão entre o perímetro da base e altura da “Grande Pirâmide” vale 2π fora calculada conscientemente, estão incorretas. (BOYER, 2003).

Uma das principais fontes de informação antiga são os papiros. Certa quantidade de papiros egípcios resistiu ao tempo e é hoje fonte de informação precisa de atividades Matemáticas. O mais famoso deles, o papiro de Rhind, foi escrito por volta de 1650 a.C., por um escriba chamado Ahmes, que o copiou a partir de um material 200 anos mais antigo. Contém 85 problemas com respectivas soluções e provavelmente parte desse conteúdo provenha de Imhotep, arquiteto e médico do faraó Zoser, o qual supervisionou a construção de sua pirâmide a cerca de 5.000 anos.

Até o século VI a.C. a Matemática era essencialmente expositiva, sendo apresentada com as mais diversas fórmulas, e com procedimentos sistemáticos, com se observa em problemas como: “Se lhe perguntarem o que é 2/3 de 1/5 tome o dobro e o sêxtuplo; esse é 2/3 dele. Deve-se proceder assim para qualquer outra fração.” (RHIND, apud BOYER, 2003, p. 83). O papiro Rhind expõem ainda que a área de um círculo é igual a de um quadrado, cujo lado é 8/9 do diâmetro. Essa “receita” mostra uma aproximação para o valor de π $\left(\pi \cong \frac{256}{81}\right)$.

Nos últimos séculos a.C. ocorreram diversas mudanças econômicas e políticas que acarretaram no desaparecimento de civilizações e no declínio do poder do Egito e Babilônia.

A partir dessa época o homem começou a se perguntar *como* e *por quê*. As observações empíricas do Oriente antigo respondiam, em parte, as questões de *como,* mas não resolviam os questionamentos científicos do *por quê.* Surge então a Matemática demonstrativa, tradicionalmente remetida a Tales de Mileto, por sua Geometria demonstrativa na primeira metade do século VI a.C. “Para Tales... a questão primordial não era o que sabemos, mas como sabemos.” (ARISTÓTELES, apud. BOYER, 2003, p. 30.).

Tales nasceu em Mileto, antiga colônia grega, tendo vivido entre 624 a.C e 558 a.C. É considerado um dos “sete sábios” da Antiguidade e, tendo começado sua vida como mercador, tornou-se rico e pôde dedicar-se aos estudos e algumas viagens. Conta-se que numa de suas viagens foi ao Egito e determinou a altura de uma pirâmide.

A versão mais conhecida dessa História diz que Tales fincou no solo, verticalmente, uma estaca e no momento em que a sombra desta tinha mesma medida de seu comprimento, mediu a sombra da pirâmide e assim determinou sua altura.

O berço da Matemática demonstrativa surge com Tales, mas todo o rigor e a atmosfera de racionalismo que envolve a Matemática, no sentido moderno da palavra, fica publicada na obra *Os Elementos*, de Euclides. A importância desse trabalho é enorme, e fica bem evidenciada neste elogio de Bicudo, na introdução à tradução da obra, ao compará-la com outros trabalhos publicados pelo geômetra: “São, na maior parte, pequenos planetas a orbitarem à volta daquela magna estrela.” (EUCLIDES, 2009, p. 45).

Outro nome importante para a pesquisa em questão é Bonaventura Cavalieri. Ele é lembrado principalmente pela publicação de *Geometria indivisilibus continuorum* em 1635. (BOYER, 2003) . O livro se baseia no fato de que uma área é formada a partir de segmentos, chamados “indivisíveis” e que volume é composto de áreas que são volumes indivisíveis. O estilo do método dos indivisíveis é bem ilustrado em diversas publicações de livros didáticos sobre Geometria no espaço, como nos apresenta Paiva:

> Sejam dois sólidos P1 e P2 e um plano α. Se qualquer plano β, paralelo a α, que intercepta um dos sólidos também intercepta o outro e determina nesses sólidos secções de áreas iguais (S1 e S2), então os sólidos P1 e P2 tem volumes iguais. (1995, p. 440).

Vale lembrar aqui que o método dos indivisíveis é a *porta de entrada* para as teorias da Matemática moderna, desenvolvidas por Newton e Leibniz, com o cálculo diferencial e integral, no século XVII.

2.3 O espaço da História da Matemática no ensino

A Educação Matemática é uma área de pesquisa educacional, e seu objetivo é compreender e traduzir os fenômenos relevantes no ensino e na aprendizagem da Matemática nos diversos níveis de escolaridade, tanto na teoria quanto na prática. Está em desenvolvimento há algumas décadas, sendo trabalhada a partir de diversas tendências teóricas, tais como a Etnomatemática, História da Matemática, Modelagem, Didática da Matemática, entre outras.

No âmbito da História da Matemática, acredita-se que, dentre os profissionais da área de ensino desta ciência, haja total concordância com a importância de sua abordagem em sala de aula. Ao se referir à licenciatura em Matemática, Portanova (2001) coloca que:

> Entre os educadores de Matemática tem sido unânime a opinião de que precisamos trabalhar com o nosso aluno de sala de aula, ou em nossas pesquisas, com a História da Matemática. Trabalhar com conceitos e sua origem histórica e com suas possíveis aplicações. (p. 74-75).

A importância do uso histórico também é defendida por Poincaré[7], que argumenta:

> Os zoólogos afirmam que o desenvolvimento embrionário de um animal resume em um tempo bastante curto toda a História de seus ancestrais de tempos geológicos. Parece que o mesmo pode ser dito a respeito do desenvolvimento da mente. O educador deve fazer com que a criança passe novamente por onde passaram os seus ascendentes; mais rapidamente, mas sem omitir etapas. Por essa razão, a História da ciência deve ser o nosso primeiro guia. (POINCARÉ, 1947, apud. MIGUEL e MIORIM 2004, p. 41).

Para Miguel e Miorim, "A História pode ser uma fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar na atualidade."

---

[7] Henri Poincaré foi matemático, físico e filósofo da ciência francês. Doutorou-se em Matemática em 1879 e foi nomeado professor de física Matemática na Sorbonne (1881), permanecendo até a sua morte. Em seu livro *Analysis situs,* publicado em 1895, são lançadas os conceitos e métodos que conduziriam o ramo da Topologia pelos próximos cinquenta anos seguintes. O *Sexto Problema do Milênio*, solucionado em 2003, é a chamada Conjectura de Poincaré. (DEVLIN, 2004).

(2004, p.45). Ou seja, ela pode fornecer maior esclarecimento sobre o conteúdo estudado e sobre a razão que levou ao desenvolvimento do mesmo.

Muitas vezes, talvez na maioria das aulas, o professor é questionado do porquê de determinado assunto. Penso que aqui a História pode sempre ter papel esclarecedor, não como *uma saída pela tangente*, mas dando significado satisfatório e real para o aluno. Nesse sentido os PCN´S compactuam com Jones[8] quando colocam que:

> Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias Matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns "porquês" e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento." (BRASIL, 1996, seção 1.5.2).

Sobre essas indagações, Jones aponta para três categorias de porquês: os cronológicos, lógicos e pedagógicos. (apud. MIGUEL e MIORIM, 2004).

Os porquês cronológicos são aqueles caracterizados não por uma necessidade lógica, mas em função de sua natureza histórica, cultural ou convencional. Como exemplo podemos citar as denominações *sen, cos e tan*, dentro da trigonometria, ou ainda o motivo pelo qual a circunferência é dividida em 360°.

Já os porquês lógicos derivam de construções do pensamento abstrato ou ainda de conclusões lógicas provindas de axiomas. Exemplo disso são as demonstrações em Geometria plana, todas oriundas dos axiomas de *Euclides.*

Finalizando, aparecem os porquês pedagógicos, que seriam os procedimentos operacionais de cada professor para explicar determinado conteúdo. Como exemplo podemos citar que alguns professores dispensam a extração do m.m.c. para efetuar soma ou subtração com frações, lançando mão de outra técnica[9].

---

[8] JONES, P. S. The history of mathematics as a teaching tool. In: *Historical Topics of the Mathematics classroom.* New York- USA, NCTM 1969, p. 1-17.

[9] Para efetuar $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ podemos proceder com o seguinte algoritmo: $\frac{3\cdot 2+1\cdot 4}{4\cdot 2}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$.

Quando os questionamentos dos porquês por parte dos alunos começam a surgir, para Jones, a História da Matemática é sempre uma ferramenta efetiva para esclarecê-los, e não somente nos de tipo cronológico, mas sim nas três categorias.

Corroborando Jones, Mendes (2009) afirma que:

> O conteúdo histórico surge como um elemento motivador e gerador da Matemática escolar, pois se apresenta como um fator bastante esclarecedor dos porquês matemáticos tão questionados pelos estudantes de todos os níveis de ensino. (p. 121).

Outro ponto, citado acima por Mendes, e também muito comentado por diversos autores, é o aspecto motivacional. O professor, dentre outras qualidades, deve ser capaz de motivar o aluno, trazê-lo para *dentro do conteúdo*. E isso parece cada vez mais difícil de conseguir, pois quanto mais a tecnologia avança, mais distante fica a sala de aula da realidade dos adolescentes. A chave para essa aproximação parece ser a motivação. Segundo Chaves, "Ninguém aprende sem ter um interesse, e este, quando despertado habilmente pelo professor, constitui uma das melhores técnicas da didática moderna" (1960?, p. 17-18). E sobre a História da Matemática, Chaves acrescenta que um simples episódio da vida de um matemático famoso, relacionado com o conteúdo em questão, é um excelente recurso motivador. Nesse sentido, D´Ambrosio coloca que:

> É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a Matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico. (2006, p.31).

Acreditamos, portanto, que a motivação pelo aprendizado de Matemática pode ser despertada por sua História. Esta, por sua vez, pode ser inserida como introdução na elaboração de projetos, a fim de desencadear as mais diversas investigações em sala de aula.

A investigação é uma poderosa forma de construir conhecimento (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2006) e portanto, julga-se indispensável para a aprendizagem Matemática. Nesse estudo pretende-se apresentá-la em concomitância à HM. Por si só, uma investigação em sala de aula não é tarefa fácil, pois não parece evidente ao professor nem tampouco ao aluno. Há que se pensar e organizar com muito cuidado uma proposta investigativa.

O processo de investigação é capaz de desencadear uma série de fatos benéficos para a construção do conhecimento no qual, segundo os mesmos autores (2006), os alunos demonstram aprendizagens de grande alcance, além de desenvolverem entusiasmo pela Matemática. Acreditamos que a criatividade seja primordial para o aluno "induzir", e Polya (1995), assim expõe a importância da indução para a descoberta Matemática na História:

> [...] muitos fatos matemáticos foram primeiro encontrados por indução e demonstrados depois. A Matemática, apresentada com rigor, é uma ciência dedutiva sistemática, mas a Matemática em desenvolvimento é uma ciência indutiva experimental. (p. 93).

Das faculdades desenvolvidas pela investigação, não há dúvidas de que a criatividade se faz presente nesse processo. E esta é crucial na construção do raciocínio, mas necessita de oportunidade para surgir. A investigação pode ser essa oportunidade.

A atividade investigativa desenvolve-se habitualmente sobre um ou mais problemas. Em princípio o aluno parte primeiramente para a identificação, e então cria formas e desenvolve ideias para solucioná-lo. A investigação suscita novas descobertas e novos questionamentos. Nesse sentido Ponte, Brocado e Oliveira colocam que "... para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original." (2006, p. 17).

O elo entre teoria e prática ocorre com a pesquisa, a qual está intimamente ligada à investigação; na ideia de um "mergulho" no desconhecido, buscando respostas e melhores soluções a determinados problemas. A pesquisa em sala de aula pode ser muito bem trabalhada no desenvolvimento de projetos. É fato que a Matemática experimental, para muitos, parece estranha, e que também já foi removida dos currículos escolares, porém, há de se resgatar essa prática tão fundamental para o desenvolvimento intelectual e crítico do aluno.

Segundo D´Ambrosio (2006), os professores do ensino das ciências naturais, principalmente a Biologia, parecem mais suscetíveis ao desenvolvimento de projetos, procurando abrir, ainda que timidamente, um espaço no currículo para essa prática. Em menor escala surgem a Física e a Química, que também estão evoluindo ao longo dos últimos anos. A Matemática é que parece realmente estagnada nesse contexto.

A pesquisa pode ser feita a partir de projetos, e é essa uma das ideias da Etnomatemática, proposta por Ubiratan D´Ambrosio. Porém, não basta simplesmente impor um projeto aos alunos, querendo que eles trabalhem com afinco, sem que haja uma motivação inicial ou, principalmente, sem que o projeto seja de seu interesse. A motivação é parte essencial nessa atividade. Segundo D´Ambrosio (2006) o docente pode preparar uma justificativa para cada um dos tópicos do programa, mas que fique claro que justificativas tais como a de dizer que determinado assunto é pré-requisito para outro está descartado. A motivação deve estar contextualizada na vivência do aluno, em sua prática social.

Quando se insiste no uso da HM para mostrar a Matemática como algo em movimento, que evoluiu ao longo de séculos de ideias e estudos e também como uma ferramenta de grande utilidade, se está de acordo com uma educação libertadora, defendida por Freire, que é enfático em sua aversão à educação como mera narração e diz que:

> Há uma quase enfermidade na narração. A tônica da educação é preponderantemente esta - narrar, sempre narrar. Falar da realidade como algo parado, estático, compartimentado e bem comportado, quando não falar ou dissertar sobre algo completamente alheio à experiência existencial dos educandos vem sendo, realmente, a suprema inquietação desta educação. (2005, p. 65).

Freire ainda aponta que a narração faz com que os educandos simplesmente exercitem a memorização do conteúdo. Assim sendo, se tornam algo como um "recipiente" que vai se enchendo a medida que o educador segue "despejando" a matéria. Daí, os "recipientes" mais cheios são tidos como mais valiosos e o professor quanto mais os "enche", melhor catedrático é considerado (FREIRE, 2005). É esse o contexto da concepção "bancária" de Freire na crítica à prática dos alunos serem meros depositários, e os educandos, depositantes.

A presente pesquisa é também voltada ao fato de que HM em sala de aula pode contribuir para o desenvolvimento crítico do aluno, fator esse não praticado quando a pessoa é posta na condição exclusiva de ouvinte. Segundo Freire (2005, p.68) "Quanto mais se exercitem os educandos no arquivamento dos depósitos[10] que lhes serão feitos, tanto menos desenvolverão em si a consciência crítica de que resultaria sua inserção no mundo, como transformadores dele."

Deve-se conectar a Matemática com a realidade. Os conteúdos dela desconexos parecem opacos, pobres. Parecem a criação de uma mente, de um ser superior, que teve um lampejo e enxergou Matemática ali. Essa ideia é também defendida por Freire, dizendo que assim apresentados esses são "Conteúdos que são retalhos da realidade desconectados da realidade em que se engendram ..." (2005, p. 65).

Procuramos mostrar nesta seção a importância do uso da História da Matemática no contexto ensino-aprendizagem, para que sirva de base a futuras aplicações de atividades em sala de aula, onde pretendemos desenvolver um trabalho que seja interessante e desafiador para o aluno.

2.4 Registros de representações semióticas

Em algumas situações, e não raro é o fato, o professor para e se questiona: como é possível alguém não entender determinado conteúdo aparentemente tão elementar até mesmo para a grande maioria presente em sala de aula? Qual a natureza dessa dificuldade? Que caminho constrói esse aluno em sua mente para chegar a falsas conclusões? Mas é claro que respostas a essas indagações remetem a uma abordagem cognitiva profunda, sem que nos restrinjamos ao campo matemático.

Segundo Duval (2003), a atividade Matemática, sob o ponto de vista cognitivo, é caracterizada pela importância primordial das representações semióticas e pela grande variedade de representações semióticas. Para citar um exemplo dessas representações na história, podemos destacar o surgimento dos algarismos indo-arábicos, que possuem inúmeras vantagens se comparados aos romanos. No entanto, uma série de alunos do

[10] Metáfora usada por Paulo Freire ao criticar a educação opressora por exigir dos educandos que apenas memorizarem conteúdos passados por seus educadores.

Ensino Médio têm muitas dificuldades de trabalhar com o sistema posicional de base dez, por vezes se surpreendendo com que 15.0,75 seja menor que 15:0,75.

Outro exemplo da importância dos diferentes registros de representação, adaptado de Duval (1999, apud. MORETTI, 2002, p. 346), faz referência as representações fracionárias e decimais. Tomemos o problema de encontrar o denominador *x*, da seguinte equação:

$$\frac{1}{4}=\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{50}+\frac{1}{\boldsymbol{x}}$$

Um desenvolvimento pelo cálculo do mínimo múltiplo comum da equação seria sem sombra de dúvidas bastante trabalhoso. Para facilitar, pode-se mudar de registro, convertendo as frações para a representação decimal, ou seja:

$$0,250=0,125+0,100+0,020+\boldsymbol{y}$$
$$\boldsymbol{y}=0,005$$

E procedendo a conversão do decimal 0,005 para sua forma fracionária temos 1/200, concluindo que $x = 200$.

No momento de analisar um problema matemático o aluno necessita de criatividade e originalidade. Para Duval (2003, p. 14), "A originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação." O autor coloca ainda dois tipos de transformações de representações semióticas: os tratamentos e as conversões.

A primeira implica nas transformações que o aluno faz dentro de um mesmo registro de representação, e quando nos referimos à Geometria Espacial, por exemplo, seriam as transformações de figuras segundo critérios de simetria e conexão. Na Figura 5, observamos que o prisma ABCDEF pode ser decomposto em três tetraedros (ABCD, BDEF e BCDE). Essa decomposição exige um alto grau de visualização, o que é fator determinante na compreensão desse conteúdo.

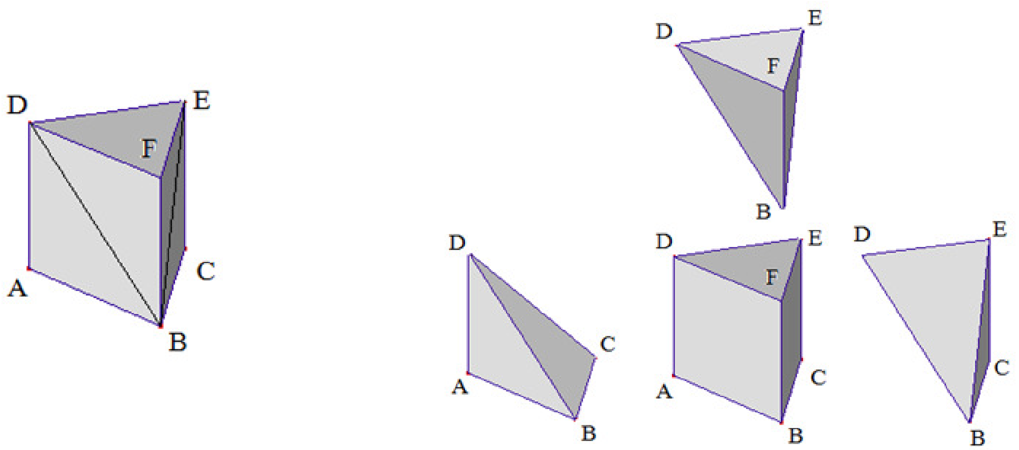


Figura 5 - Decomposição do prisma em tetraedros

Já os registros de representações denominados conversões consistem nas transformações que o aluno faz ao mudar de registro de representação. Por exemplo, ao avaliar a função real $f(x) = x^2 - 8x + 12$, a fim de perceber em quais intervalos ela é crescente ou decrescente ou maior ou menor que zero, pode ser muito mais producente mudar de registro e fazer sua representação gráfica ao invés de tratá-la com métodos puramente algébricos.

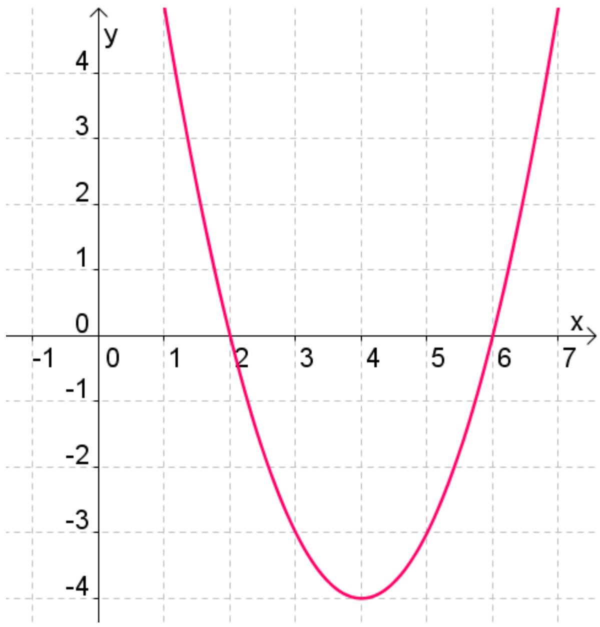


Figura 6 - Mudança de registro da função $f(x) = x^2 - 8x + 12$

A própria "tradução" do problema da linguagem usual para a Matemática é um exemplo do uso da conversão, mas claro que de uma forma muito superficial. E segundo o mesmo autor, para se analisar as dificuldades de aprendizagem em Matemática é primordial o estudo desse tipo de transformação.

Tomemos ainda o exemplo do cálculo da área lateral de uma ampulheta inscrita em um cubo de aresta 6 m conforme a figura abaixo:

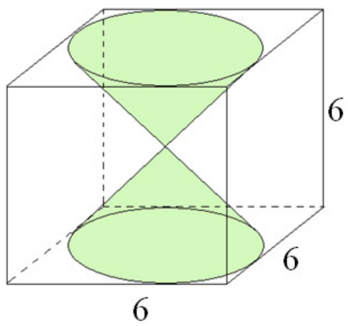


Figura 7 - Ampulheta inscrita no cubo

A análise inicial pode passar pela identificação do sólido como sendo formado pela justaposição de dois cones de revolução, ligados pelo vértice. A partir daí, o aluno já está no processo de transformação denominado tratamento. Agora, a simples aplicação de uma fórmula, no caso a área lateral de um cone ($S_\ell = \pi \cdot r.g$), não é suficiente. O aluno necessita mudar de perspectiva, saindo da figura em projeção, e analisar o sólido sob um olhar geométrico plano, para determinar a geratriz (g) e o raio (r).

Visualização da base do cubo:

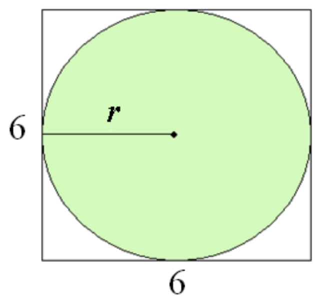


Figura 8 - Base do cubo

Ao analisar o sólido na perspectiva da Figura 8, fica fácil concluir que a medida do raio é de 3 m. Ainda dentro do mesmo registro semiótico, faz-se necessária a visualização da face lateral do cubo, para determinação da geratriz ($\boldsymbol{g}$) do cone:

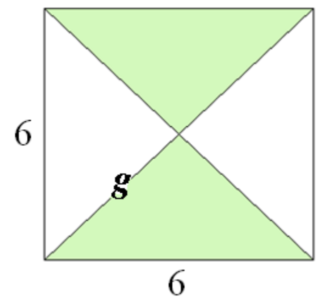


Figura 9 - Face lateral do cubo

A partir desse ponto o aluno precisa mudar de registro e passa à transformação de conversão. Por ter constatado que a geratriz é exatamente a metade da diagonal do quadrado de lado 6, Figura 9, aplica o teorema de Pitágoras e obtém o seguinte resultado:

$$\begin{aligned}
&(2\boldsymbol{g})^2 = (6)^2 + (6)^2 \\
&4\boldsymbol{g}^2 = 36 + 36 \\
&\boldsymbol{g}^2 = 18 \\
&\boldsymbol{g} = 3\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Por fim, volta para a questão em perspectiva (tratamento), Figura 7, e calcula a área lateral de dois cones.

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{S}_\ell = (\boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{r}.\boldsymbol{g}) \cdot 2 \\
&\boldsymbol{S}_\ell = \left(\boldsymbol{\pi} \cdot 3.3\sqrt{2}\right) \cdot 2 \\
&\boldsymbol{S}_\ell = 18\sqrt{2}\boldsymbol{\pi}
\end{aligned}$$

Para Duval, a conversão não chama tanto a atenção por aparentemente se tratar apenas de uma atividade lateral, no entanto "Do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão" (2003, p. 16).

2.5 O uso das Tecnologias Digitais e a Internet

Vivemos num período em que as tecnologias marcam de forma intensa o nosso modo de viver. As tecnologias antigas que já estão incorporadas às nossas práticas, e as tecnologias novas, como é o caso das tecnologias eletrônicas que modificam concepções de tempo, espaço, realidade e virtualidade, passam a fazer parte de nosso dia-a-dia.

Segundo Pierre Lévy (1993), o conhecimento da humanidade está estruturado na oralidade, na escrita e na tecnologia digital. Essas três formas, que surgiram em épocas distintas e sucessivas, continuam a integrar a realidade da sociedade atual. De acordo com o autor, a humanidade "dispõe deste extraordinário instrumento de memória e de propagação das representações, que é a linguagem" (p. 46). Já a escrita é a forma mais utilizada nas sociedades letradas e serve de suporte para a tecnologia digital, largamente usada nas sociedades estruturadas na tecnologia da informação.

Na sociedade da informação o ato de ler e escrever, na tela do computador, traz um novo letramento revelando possibilidades de novos processos cognitivos. Na verdade estamos diante de novas formas de aprender, segundo Lévy (1999) propiciadas pelo ciberespaço que "suporta tecnologias intelectuais que amplificam, exteriorizam e modificam numerosas funções cognitivas humanas". (p. 157).

Em realidade estamos diante de novas formas de aprender e precisamos utilizar estas ferramentas para ampliar nosso potencial de aprendizagem. Precisamos, como enfatiza Kenski (1997, p. 60), estar em "permanente *estado de aprendizagem e de adaptação ao novo"* (grifos da autora), no que lhe segue Arruda (2004) ao refletir "sobre as mudanças educacionais que essas 'tecnologias da inteligência' estão provocando no mundo contemporâneo, pois as novas formas de pensar e de sentir, de aprender, fazer e ensinar estão sendo rapidamente (re) elaboradas quando mediadas por essas tecnologias" (p. 26).

Ensinar com as novas mídias, segundo Moran (1999), provocará uma revolução desde que transformemos, ao mesmo tempo, os paradigmas vigentes, para então aproximarmos alunos e professores e possamos extrapolar os muros físicos da escola. Nesse sentido o autor reforça que a Internet é um importante instrumento para nos auxiliar a rever, ampliar e modificar nossas práticas de ensinar e aprender. De acordo com Arruda:

> Estas ferramentas pedagógicas são plenas de virtualidades (potências) e podem levar o aprendente a pensar e a aprender, propiciando um desempenho autônomo capaz de acessar, decodificar e utilizar informações e conhecimentos, refletindo sobre eles, utilizando-os para resolução de problemas do seu meio social, de forma dinâmica e criativa. (p. 34-35).

Uma nova forma de interação entre os atores do processo de aprendizagem desenha-se através do conceito de uma ecologia cognitiva, termo cunhado por Lévy e que encontra espaço na escola da cibercultura. Este processo depende de um novo papel do professor, cuja função, de acordo com Ramal (2002), seria traçar estratégias e mapas de navegação, possibilitando ao aluno fazer escolhas e utilizar a tecnologia para diversificar seus espaços de aprendizagem. Nesse sentido são muitas as ferramentas colocadas à disposição do professor denominado "arquiteto cognitivo", propulsor da exploração deste novo espaço, descobrindo possibilidades, orientando trilhas e estabelecendo um novo paradigma de interação do homem com a tecnologia e do professor com o aprendiz.

De acordo com Ramal (2002), "educar na cibercultura implicará formar seres conscientes, críticos e capazes de gerenciar informação" (p. 252). Informações que junto às ferramentas constituirão a trilha de possíveis caminhos a ser percorridos na aprendizagem em rede. Um universo de possibilidades implicará na tomada de decisão e de escolhas a cada instante do desenvolvimento da ação.

As ferramentas mais utilizadas no processo de aprendizagem, mediadas pela Internet, são o fórum, o chat e o blog. Destas, o fórum destaca-se pela assincronicidade e possibilidade de uma discussão mais ampla. O chat é síncrono, com respostas imediatas, exigindo maior domínio e conhecimento do assunto em pauta, e o blog, ou diário pessoal virtual, é assíncrono com atualizações em ordem cronológica inversa.

O blog, de acordo com a definição da Wikipédia, aceitaria postagens que "podem ou não pertencer ao mesmo gênero de escrita, referir-se ao mesmo assunto ou ter sido escritos pela mesma pessoa", proporcionando uma autoria coletiva, uma reunião de pessoas com interesses comuns, uma possibilidade de inclusão de variados tópicos. Destacando-se, ainda, pela facilidade de inserção, de atualização e de manutenção dos textos na rede, o blog conquistou alunos e professores, aproximando-os. Dessa forma, tem-se revelado, de acordo com Dias (2010, p. 109), “uma importante ferramenta na produção coletiva do conhecimento” e na ampliação do espaço da sala de aula.

Assim, o educador, de acordo com Von Staa, tem “uma nova maneira para se comunicar com seus alunos". Na visão da autora há sete motivos para o educador criar um blog: é prazeroso, aproxima professores e alunos, propicia reflexão sobre as colocações, estabelece uma ponte do professor com o mundo, amplia a aula, possibilita a troca de experiências com colegas e ainda torna o trabalho visível.

Dentre os motivos enumerados por Von Staa para o professor criar um blog e estimular seus alunos a fazerem o mesmo, destaca-se a afirmação da autora de que "o professor ‘blogueiro’ certamente se torna um ser mais próximo deles. Talvez, digital, o professor pareça até mais humano". E, nesse sentido, a ferramenta será um elo entre o aprendiz e o professor, uma vez que ambos são iniciantes no meio e, certamente em algum momento, estarão juntos dividindo inquietações.

2.6 A geração digital

A geração adolescente atual, crianças que nasceram a partir dos anos 1990, é formada pelos filhos da era digital, que já nasceram imersos na tecnologia. Desde pequenos, têm a seu alcance uma série de recursos tecnológicos: o mouse do computador, o controle remoto da televisão, o CD player, telefone celular, iPods, etc. Essa geração, chamada de *Homo Zappiens*, termo cunhado por Veen e Vrakking (2009), é a que ocupa lugar em nossas escolas atualmente. É claro que não estamos generalizando, pois temos consciência de que esse acesso à tecnologia ainda é privilégio de algumas classes em nosso país.

Exatamente essa nova geração de crianças e adolescentes, que nasceram na era da tecnologia, onde desde seus primeiros anos de vida já estavam diante de um computador, operando naturalmente e de forma autodidata, nos traz hoje tantas dúvidas enquanto seus professores. Como suas atividades de lazer e de estudo passam pelo computador, e como até mesmo a sua comunicação é altamente operacional em função dessa tecnologia, temos nos questionado se as formas de ensino estão acompanhando o seu ritmo.

O uso do *Microsoft Network* (MSN) [11] para a comunicação é intenso e as conversas não são feitas uma de cada vez. É comum o *Homo Zappiens* “teclar” com vários amigos ao mesmo tempo. Suas listas de contatos podem conter centenas de usuários, dos quais diversos ele sequer conhece pessoalmente. Ele executa ainda várias tarefas ao mesmo tempo, com diferentes graus de concentração, priorizando conforme a necessidade momentânea. As tarefas escolares são feitas enquanto seu computador, mp3 ou CD player toca uma seleção de músicas. Se seu ambiente está equipado com um televisor, este provavelmente estará ligado. Suas pesquisas passam primordialmente pelo computador e, quando o assunto é lazer, podem permanecer horas ininterruptas em sua companhia. (VEEN e VRAKKING, 2009).

Seus pais se preocupam constantemente com o uso exacerbado da tecnologia, pedindo frequentemente para que eles saiam à rua e criem possibilidades de diversões independentes do computador ou da televisão, principalmente praticando esportes. Mas brincar ao ar livre não é parte de suas atividades preferidas.

Quando diante da televisão, o *Homo Zappiens* não se atém a um canal específico. Ao contrário, fica “zapeando” de canal em canal, assistindo a vários programas simultaneamente. O zapear não indica apenas a procura por um determinado conteúdo na TV, mas sim sua ferramenta para acompanhar o máximo que esta pode lhe oferecer.

Por estar sempre conectado com os amigos e com o mundo, seja pelo celular, computador ou mesmo no ambiente escolar, o *Homo Zappiens* tornou-se um excelente comunicador. É rápido e objetivo em sua comunicação e tem alta consciência de que o coletivo é mais forte do que o individual, uma vez que recorre a outros, em primeira instância, ao sinal de uma dúvida.

O comportamento desses adolescentes pode parecer um tanto caótico pela execução de múltiplas tarefas simultaneamente, mas não é. Como a informação tem crescimento exponencial, é imprescindível que ele saiba filtrar e absorver o que lhe é importante com a maior velocidade possível. Para isso as crianças desenvolveram uma habili-

[11] Programa de mensagens instantâneas criado pela Microsoft Corporation, onde seus usuários, conectados à Internet, podem conversar pelo computador em tempo real.

dade visual impressionante, tendo interesses sinalizados por ícones e símbolos, sendo que em sua volta até mesmo as cores indicam certas categorias de informação. Gerações passadas têm a linguagem como sua principal ferramenta de procura e enxergam a sobrecarga de informações como algo estressante. O *Homo Zappiens*, por sua vez, considera a grande quantidade de informação algo essencial para buscar e filtrar a informação confiável, uma vez que a rede apresenta muitas inverdades camufladas entre seus infinitos caminhos.

O processamento de várias informações simultâneas é uma característica que vem acompanhada do grau de concentração em cada uma destas informações. Numa conversa com vários amigos pelo MSN, por exemplo, dependendo do interesse o grau de atenção poderá ser superficial, mas, se o assunto em pauta com outro internauta for mais interessante naquele momento, então essa conversa será priorizada.

No caos da informação é fundamental não se ater a detalhes, para não perder a riqueza de informações do todo. Essa prática não é novidade no mundo, pois as gerações anteriores já faziam isso quando liam um jornal inteiro apenas pelas manchetes, buscando mais tarde o detalhamento naquilo que lhes fora mais importante.

As mudanças no ensino sempre ocorreram ao longo das gerações, mas nessas últimas décadas as mudanças foram mínimas em relação ao que aconteceu com a tecnologia. A educação de hoje não parece mostrar ao indivíduo o que ele precisa no mundo real, tanto que o *Homo Zappiens* considera o ambiente escolar como um lugar onde se aprendem coisas que não se aplicam no mundo real.

O valor do conhecimento está diferente. Já não é de grande valia o *saber* algo. O mais importante é saber *para quê* esse algo será usado, saber como utilizá-lo e, principalmente, saber onde encontrá-lo.

A necessidade de mudança no ensino é evidente, e os autores acrescentam que "A fim de que a educação seja capaz de atender às demandas de amanhã, os professores terão de considerar sua tarefa de educar a juventude de uma nova maneira, contribuindo de maneira significativa para a sociedade." (VEEN e VRAKKING, 2009, p. 108).

Sendo assim, amparado pelos autores aqui citados, a experiência docente e as observações registradas no diário de campo utilizado na pesquisa, foi possível realizar o trabalho investigativo associado à esta dissertação.

2.7 Inserindo a História da Matemática no contexto sala de aula

Como visto até o momento, o uso da História da Matemática em sala de aula tem um sem número de defensores, os quais apontam uma série de benefícios para a sua prática. Interessa agora visualizarmos de que forma essa tendência em Educação Matemática pode ser efetivamente exercida.

De acordo com Rosa (1998), em seu trabalho com História da Matemática no ensino de Números Complexos, para a elaboração de atividades que agreguem a História da Matemática o professor deve fazer um estudo histórico e epistemológico acerca do assunto de que deseja tratar. Ou seja, interar-se da história por trás do conteúdo e entender as dificuldades iniciais quando de seu desenvolvimento àquela época, fazendo um paralelo com o conhecimento e as ferramentas de seus alunos, a fim de direcionar o trabalho da melhor forma possível.

Para além do conhecimento histórico acerca do conteúdo escolhido no método, entende-se que o professor necessita ser um pleno conhecedor do conteúdo matemático e acima de tudo um usuário de Internet, pois em tempos de cibercultura (LÉVI, 1999) esse veículo torna-se imprescindível tanto para a divulgação quanto para a veiculação da atividade matemática propriamente dita. E se concordamos com Mendes (2006), de que "o uso da História da Matemática em sala de aula deve ser revestido de um significado contextual, formativo e conscientizador" (p. 95), e justificamos como um dos motivos para o uso da HM no ensino a sua ligação direta com o cotidiano, não poderíamos deixar de considerar a ferramenta cotidiana da geração *Homo Zappiens* (VEEN e VRAKKING, 2009): a Internet.

Tendo buscado o conhecimento histórico, definido a ferramenta de manipulação e estando preparado com os conhecimentos técnicos acerca do assunto a ser tratado, o professor deve organizar o material a ser utilizado na prática pedagógica. Não é vasta a literatura disponível nesse campo, mas bons exemplos de material afim podem ser encontrados em obras como as de Mendes (2009), Miguel e Miorim (2004), Miguel

(2009) e Eves (2004). Este último apresentando uma abordagem mais direcionada para atividades de ensino superior, mas que oferecem um ótimo arsenal para dar fio à criatividade do professor na preparação desse trabalho, porque segundo Mendes (2006), "é imprescindível que o professor seja ousado e criativo, pois é dessa maneira que ele poderá criar, em sala de aula, um ambiente inovador que favoreça a concretização da imaginação e criatividade matemática dos estudantes." (p. 114).

A criatividade na elaboração das atividades históricas é, sim, imprescindível para um trabalho de excelência, mas nas obras citadas acima encontram-se excelentes exemplos de aplicações práticas.

Antes de iniciar o trabalho propriamente dito, deve-se aplicar um teste de conhecimentos gerais sobre o conteúdo que será tratado a seguir em caráter historicamente contextualizado. Esse teste servirá, para além de entender quais os conhecimentos prévios desses alunos e caracterizar epistemologicamente o grupo (Rosa, 1998), como um comparativo quantitativo quando da aplicação de um teste após o desenvolvimento da atividade historicamente contextualizada.

Isso posto, é chegada a hora da efetiva aplicação do método. Primeiramente o professor deve conversar com a turma sobre sua intenção, ir cativando os alunos com o trabalho que se iniciará. Nesse diálogo, expor os primeiros pontos históricos, situando o grupo sobre a época a que remete o respectivo conteúdo matemático e sobre quem são os personagens principais. Em seguida, lançar mão das atividades elaboradas, deixando ao encargo dos estudantes o trabalho preparado, pois segundo Mendes (2006), "É, também, muito importante fazer com que o aluno investigue os conceitos por si mesmo, de preferência em conjunto com alguns colegas, em pequenos grupos" (p. 143). Nosso discurso vem ao encontro do que coloca o mesmo autor:

> As façanhas do passado, pelo menos na matemática, não são monumentos a serem admirados pasmadamente; são possibilidades excitantes a serem vividas e o aluno precisa lidar com elas, analisando-as, avaliando-as e até tentando melhorá-las. (p. 140).

Durante o tempo hábil destinado ao desenvolvimento do trabalho por parte dos alunos, o professor deve estar em permanente contato com o grupo, podendo valer-se dos recursos disponíveis na *Web 2.0*, tais como as chamadas redes sociais, como o *Twit-*

ter e o *Facebook*, para sanar dúvidas, dar dicas e sugestões, e mesmo para fazer uma cobrança relativa ao andamento do trabalho. Dessa forma, compactuamos com Mendes (2006), quando este afirma:

> A metodologia adotada para esse exercício cognitivo deve priorizar as experiências práticas e/ou teóricas vivenciadas pelos estudantes e orientadas pelo professor, a fim de formular conceitos e/ou propriedades e interpretar essas formulações, visando aplicá-las na solução de problemas práticos que assim o exijam. (p. 107).

Ao término do trabalho por parte dos estudantes, é hora de aplicar um novo teste de conhecimentos do conteúdo desenvolvido. De posse dos resultados desse último teste, devemos compará-lo aos resultados do teste anterior ao trabalho. Além disso, usar como avaliação os registros do diário de campo do professor, que deve conter todas as etapas do processo, inclusive trazendo as intervenções feitas na *web*. Avaliar ainda os resultados encontrados pelos estudantes no desenvolvimento das atividades, bem como seus comentários e opiniões em questões que os solicitem; tudo isso como indicadores de aprendizagem.

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

A proposta de pesquisa apresentada considera o uso de recursos tecnológicos, mais especificamente o uso da *Web 2.0*, como ferramenta fundamental para a aprendizagem da geração atual, pois vivemos em "um mundo em que todos somos potencialmente ciberativistas." (UGARTE, 2008, p. 19).

Para desenvolver a pesquisa junto aos alunos, se propôs uma metodologia de trabalho com atividades extraclasse *online*, disponibilizadas em um blog com conteúdos associados à História da Matemática, fundamentado em ideias como a de Valdés (2006) de que:

> A visão histórica transforma meros fatos e destrezas sem alma em porções de conhecimento buscadas ansiosamente, e em muitas ocasiões com genuína paixão por homens de carne e osso que se alegraram imensamente quando pela primeira vez se depararam com ela. (p. 15).

O uso da *Web 2.0* é viabilizado pelo fato de que o grupo selecionado para a pesquisa possui acesso a este recurso na escola e, em sua grande maioria, nas próprias residências. Queremos com essa pesquisa perceber de que forma o uso da Internet e da História da Matemática podem contribuir para o desenvolvimento intelectual e motivacional dos alunos.

A abordagem metodológica adotada é denominada como qualitativa, porém busca indicadores no quantitativo para uma análise qualitativa. Busca-se uma reflexão sobre a razão (positivismo) e emoção (humanismo) segundo Morin (1986), para quem o pensamento divergente nos permite analisar as situações em que o problema está situado. Sendo também uma pesquisa à luz do pensamento complexo de Morin (1991) e pós-estruturalista, instaurando uma teoria de desconstrução na análise literária, visando a pluralidade de sentidos, considerando a realidade como construção social e subjetiva. Permite uma abordagem mais aberta quanto à diversidade de métodos que se pode utilizar. Segundo Moraes e La Torre (2006), trata-se de um processo de construção do conhecimento, no qual se pode retomar, durante seu processo, os objetivos, as estratégias e as avaliações feitas.

A pesquisa é de cunho qualitativo, pois precisamos da ideia de subjetividade, passível da exposição de sensações e opiniões. A esse tipo de pesquisa também se englobam noções de percepção de diferenças e semelhanças dos aspectos comparáveis de experiências, e entende-se que a noção de rigor não é aplicável, uma vez que a ela faltariam precisão e objetividade, dificultando a aplicação de quantificadores (BICUDO, 2004).

Na abordagem qualitativa buscamos uma nova visão sobre o ensino de Geometria a partir de reflexões sobre as ações e observações no campo da pesquisa, que segundo Flick (2004) tornam-se dados em si mesmos, constituindo parte da interpretação, e por isso serão posteriormente documentadas e expressas em metatextos. A produção de um metatexto, segundo Galiazzi e Moraes (2007):

> É um movimento sempre inacabado de procura de mais sentidos, de aprofundamento gradativo da compreensão dos fenômenos. A construção dessa compreensão é um processo reiterativo em que, num movimento espiralado, retomam-se periodicamente os entendimentos já atingidos, sempre na perspectiva de procura de mais sentidos. (p. 37).

No elemento veiculador das atividades, o blog *Portal da Matemática,* disponibilizado na Internet pelo endereço www.mauroweigel.blogspot.com, os alunos tiveram acesso a todo material necessário, tais como: textos, *softwares* matemáticos, atividades de investigação, exercícios, fórum, chat, etc. As atividades foram todas elaboradas sobre o tópico de pirâmides no conteúdo de Geometria Espacial, além de uma atividade envolvendo o estudo do volume da Esfera.

O conteúdo designado ao blog foi desenvolvido pelo autor desta dissertação, tendo como referência obras como as de Boyer (2003), Eves (2004), Hogben (1956) e Lopez (1978). As atividades de investigação tiveram como referência os trabalhos de Brito e Carvalho (2009), Mendes (2009) e Miguel (2009). A nossa crença de que a investigação é crucial no âmbito escolar é corroborada por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), que afirmam que seu "... interesse por este tema decorre do fato de diversos estudos em educação terem mostrado que investigar constitui uma poderosa forma de construir conhecimento." (p. 10).

O blog, intitulado *Portal da Matemática,* foi um veiculador do conhecimento científico, cuja utilidade, segundo Lakatos e Marconi (2000), emerge, entre outros pontos, de "sua objetividade, pois, na busca da verdade, cria ferramentas de observação e experimentação que lhe conferem um conhecimento adequado das coisas – por sua vez, esse conhecimento sobre as coisas permite manipulá-las com êxito." (p. 42).

A pesquisa em questão, com viés exploratório, foi desenvolvida em duas etapas. Em ambas as etapas uma série de atividades (Anexos 5 - 15) foram postadas no blog *Portal da Matemática* e executadas pelos alunos, os quais comentaram as questões e publicaram seus resultados no próprio blog.

No primeiro experimento o grupo analisado foi de 20 alunos voluntários, selecionados entre três turmas da 2ª série do Ensino Médio de uma escola da rede particular de Porto Alegre. Esses alunos tiveram um tempo de aproximadamente 30 dias para executar o trabalho. No segundo experimento, participaram outros 20 alunos, também voluntários, de uma única turma de outra escola particular de Porto Alegre e da mesma série. Dessa vez a sequência de atividades foi proposta em sala de aula e o prazo para execução foi gradual, sendo o trabalho finalizado em aproximadamente 30 dias, numa média quatro dias para cada duas atividades. Os adolescentes, em ambas as pesquisas, tinham idades entre 15 e 17 anos.

Os alunos da primeira etapa, ao final do trabalho, redigiram um pequeno texto, com 25 linhas em média, sobre suas opiniões e sensações com a execução do trabalho (Anexo 4).

O objetivo dessa avaliação foi perceber de que forma o uso dos recursos utilizados no trabalho contribuiu para o aprendizado desses alunos. As questões foram formuladas sugerindo categorias *a priori*, mas deixando espaço para o surgimento de categorias emergentes. Com esses dados documentados se pode categorizá-los e discorrê-los dentro dos padrões da análise textual discursiva, segundo Galiazzi e Moraes (2007). A colocação de categorias *a priori* foi aplicada por sua condução ser mais simples, no entanto sabemos que acarreta o problema de o pesquisador ter limitada a percepção dos significados, conforme apontam os mesmos autores (2007). Para transpor essa limitação se deixou um espaço para o aluno discorrer livremente sobre o trabalho, para possibilitar o surgimento de novas categorias, o que, segundo os mesmos autores, é a forma mais trabalhosa de análise, mas é a que tem possibilidades maiores de criatividade.

A diferença, em termos de atividades, entre a primeira e a segunda etapa, é que essa contou com o adendo de uma “biblioteca virtual”. Na biblioteca virtual, os alunos, em duplas, pesquisaram na Internet materiais diversos sobre as pirâmides do Egito e postaram no blog um total de três *links*. Na medida em que o material era postado pelas duplas, as seguintes deveriam ter o cuidado de não coletar material coincidente. Todos, ao postarem o material, deveriam redigir um pequeno comentário, identificando o conteúdo da postagem.

Na segunda etapa ainda, o instrumento de avaliação contou com um questionário *online,* enviado aos alunos pelos respectivos emails, conforme o Anexo 23. O objetivo desse questionário, além de averiguar de que forma o uso dos recursos utilizados no trabalho contribuiu para o aprendizado desses alunos, foi de verificar o quanto esses alunos se valem do uso da Internet fora do ambiente escolar.

Com os dados do questionário em mãos, fez-se novamente uso da análise textual discursiva da mesma forma que na primeira etapa do trabalho.

4. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE DADOS

O presente capítulo apresenta a descrição e interpretação dos dados colhidos durante as duas aplicações do trabalho com o blog e desenvolve-se a partir da produção de metatextos, seguindo os padrões da análise textual discursiva, conforme colocam os autores Galiazzi e Moraes (2007).

4.1 Análise dos textos redigidos pelos alunos da 1ª etapa da pesquisa

A aplicação do trabalho com o blog, em sua primeira etapa, ocorreu durante o mês de setembro do ano 2010. Reiteramos que o grupo avaliado consistiu-se de 20 alunos voluntários, estudantes da 2ª série do Ensino Médio de uma escola da rede particular de ensino de Porto Alegre. Após a leitura de seus textos, "corpos" dessa análise textual, que atenderam às solicitações do Anexo 4, surgiram diversas categorias, as quais são interpretadas e descritas nos metatextos a seguir, que segundo Galiazzi e Moraes (2007) "são constituídos de descrição e interpretação, representando o conjunto um modo de teorização sobre os fenômenos investigados." (p. 32).

Nesse momento, impregnado das ideias e opiniões dos pesquisados, me coloco como autor das argumentações que seguem, tendo total convicção de que os metatextos representam o real sentimento desses alunos. Tal persuasão íntima decorre do fato de os depoimentos estarem coerentes com toda a troca de informações que tivemos ao longo daquele mês. E visualizando este cenário, os mesmos autores apontam que:

> A qualidade dos textos resultantes das análises não depende apenas de sua validade e confiabilidade, mas é, também, consequência do fato de o pesquisador assumir-se autor de seus argumentos. (2007, p. 32).

4.1.1 A contribuição da atividade historicamente contextualizada

Uma parcela significativa de alunos (90%) demonstrou apreço pela contextualização histórica do trabalho, apontando que sua inserção traz interesse e motivação no desenvolvimento. Dentro das suas opiniões emergiram algumas categorias, as quais são interpretadas e descritas abaixo.

4.1.1.1 Maior liberdade de resposta

Frequentemente nos deparamos com a insatisfação dos estudantes perante seus desenvolvimentos em questões de prova. Muitas vezes, descontentes com uma questão considerada errada, seus argumentos acabam por refletir uma questão bastante delicada no ensino: a avaliação. Como avaliar com coerência e, principalmente, com "justiça" uma questão desenvolvida em uma prova e que apresenta um resultado errôneo? As respostas a perguntas como essa nos encaminham a um grande campo de estudo, e diga-se, a propósito, que esse estudo poderia ser desenvolvido ainda a partir desse trabalho com o blog. Mas o que nos alimenta nessa etapa da análise é o poder que perguntas envoltas em contextualização histórica têm de invocar o espírito crítico e, por conseguinte, a opinião do grupo após seus resultados matemáticos. As atividades intituladas "coincidência ou ciência", (Anexo 11 ao 15) deram essa possibilidade aos pesquisados. Independente de acertarem ou não os cálculos, todos puderam opinar, discorrer acerca do resultado matemático. Isso fez surgir relatos como o que segue:

> Atividades mais complexas e que exigem um pouco da nossa interpretação, ainda mais sendo com a História da Matemática, faz com que seja despertado interesse, pois não é como na sala de aula, onde para toda questão resolvida tem uma única resposta objetiva. (Sujeito D).

Além disso, o fato de os resultados não serem minuciosos, como numa questão de vestibular, por exemplo, é um ponto importante que o preciosismo do professor, na busca por resultados exatos, muitas vezes deixa às cegas em correções de provas.

4.1.1.2 Conhecimentos gerais

Um trabalho historicamente contextualizado traz a vantagem de prover os alunos de informação cultural, ampliando seu conhecimento geral, o que é sem dúvida alguma desejo intrínseco dos responsáveis por esses estudantes.

Ao falar sobre a inserção da História da Matemática em livros escolares e no currículo de algumas faculdades, Hygino Domingues, na apresentação à obra de Eves (2005), aponta que:

> A Matemática, desde os seus primórdios, entrelaça-se tão intimamente com a história da civilização, sendo mesmo uma das alavancas principais do progresso humano, que sua história é não só altamente motivadora em termos de ensino como também muito rica em aspectos culturais.

E sobre esse aumento de conhecimentos gerais e culturais o sujeito A coloca que "O trabalho me ensinou bastante. Por exemplo, eu não sabia da existência do número de ouro. Foi ótimo misturar conhecimentos gerais com Matemática". Já não tão simpatizante pela atividade historicamente contextualizada, o sujeito B assinala: "Achei interessante a relação com a história apenas pelo fato de aumentar meu conhecimento". E como buscamos também um aumento de conhecimento, achamos esse retrospecto positivo.

4.1.1.3 Aplicabilidade do conteúdo

As tradicionais intervenções destrutivas de alguns estudantes com relação à matéria de Matemática, classificando-a de inaplicável e portanto sem sentido, perdem força quando o aprendizado passa a ser tratado com contextualização. O aluno passa a enxergar um sentido nas questões que lhe são cobradas em aula e em provas, vendo sua aplicabilidade fora da escola. Para o professor é muito fácil visualizar a aplicabilidade de um conteúdo como a Geometria, e ele engana-se ao pensar que o mesmo ocorre com seus discípulos. Deve o mestre mostrar-lhes a vida por trás da Matemática e a Matemática por trás da vida.

Alguns depoimentos, destacados abaixo, evocam com grande clareza o fato de que as atividades historicamente contextualizadas servem para dar sentido à disciplina, despertando o interesse dos alunos.

> Meu interesse aumentou muito em relação a Matemática. É muito mais fácil gostar de Matemática quando ela tem um contexto envolvido. (Sujeito A). Sem dúvida, relacionar o palpável, o que estamos habituados a ver, com

> todas aquelas fórmulas teóricas que nos são introduzidas é uma maneira fantástica de criar um interesse maior em qualquer matéria. (Sujeito O). Através desse trabalho, foi possível notar que a geometria que tanto nos é cobrada em sala de aula realmente tem uma função e, mais do que isso, um sentido na vida real. (Sujeito M). Despertam mais interesse, já que são coisas que já existiram, não coisas inventadas pra por numa prova e pronto. (Sujeito N).

Ainda sobre o uso de atividades de aplicação prática, percebemos que a aprendizagem tem muito a ganhar com isso. Por ser um conteúdo que depende muito da visualização, a Geometria Espacial leva muitos alunos ao sofrimento, pois não conseguem fazer aquilo que Duval (2003) classifica como transformações de tratamento. Essa parte de "enxergar" os sólidos, perceber as diferenças entre suas faces laterais, bases inferiores, bases superiores, enfim, tudo aquilo que é essencial para a resolução de questões, é enormemente auxiliado pela contextualização. Temos isso bem resolvido em nossa prática docente, pois recebemos dos alunos essas informações, tais como a que o sujeito B expõe: "Aprender com fatos concretos torna a matéria mais real, principalmente a geometria, que muitas vezes nós temos dificuldades em enxergar, por exemplo, secções, áreas laterais, entre outros elementos".

É claro que não defendemos a contextualização de todo conteúdo ministrado, nem o abandono de exemplos de aula sem qualquer contexto, mas reiteramos a importância de fazê-lo quando for possível, pois a Matemática do dia-a-dia interessa a esses adolescentes.

4.1.1.4 Interesse pela História

O interesse pela atividade Matemática não é, nem jamais será, algo geral em um grupo de estudantes, assim como o interesse pela História da Matemática. O trabalho em questão revelou isso também, mas em uma parcela bastante reduzida de alunos. Mas dentro desse grupo, alguns ainda consideraram o trabalho com as pirâmides do Egito interessante, pela própria história do Egito. Mostraram claro interesse na mítica em volta da história egípcia, a partir do contexto do trabalho: as pirâmides de Gizé. Exemplo disso está no depoimento de um dos sujeitos da pesquisa: "gostei muito de fazer essas questões de Matemática, porque me interesso muito com a história de monumentos e ainda mais do Egito".

Outros alunos, ao serem contrários ao uso da história, deixam claro o seu desejo por atividades que atinjam as suas próprias vidas, descrevendo situações como:

> Calcule o tamanho do quadrado interno da Torre Eiffel. Dadas as seguintes informações: ... Todos os que já foram pra Paris vão achar no mínimo interessante e terão a vontade de saber ou ficarão tão curiosos que precisarão da resposta, fazendo com que o exercício se torne algo legal, uma busca divertida ao invés de algo monótono. (Sujeito K). Calcular o ângulo de uma pista de skate, ... (Sujeito G).

Essas sugestões deixam nítida a vontade de trabalhar uma Matemática que faça parte da sua vivência, do seu dia-a-dia, onde a contextualização lhe traria curiosidade, despertando o desejo pela busca de resultados matemáticos.

4.1.2 Internet como elemento auxiliar da aprendizagem

A análise textual do material produzido pelos sujeitos da pesquisa, no espectro dos benefícios à aprendizagem com o uso da Internet, provocou uma série de sensações, gerando algumas conclusões sobre essa prática.

Quanto mais fomos nos impregnando das ideias dos sujeitos, à medida que íamos analisando os seus depoimentos, fomos percebendo que a prática de fazer consultas gerais pelo Google ou outros sites de pesquisa era de fato efetivada. Algumas conversas em sala de aula nos deixaram uma impressão contrária a esse respeito antes desse trabalho com o blog, mas pôde se constatar que a atividade se consuma. Os depoimentos a seguir confirmam o dito:

> A internet como ferramenta auxiliar de trabalho eh muito boa, pois se você tem uma duvida você faz uma pesquisa no Google, por exemplo, e encontra informações para resolver o problema. (Sujeito A). Ao estarmos na internet, temos a disposição diversas ferramentas para nos auxiliar, como o caso do Google. (Sujeito E).

Ainda com relação às buscas pela Internet, entendemos que, à medida que os alunos vão se envolvendo com a atividade, passam a buscar outras informações além daquelas solicitadas para o desenvolvimento da questão específica. A própria inteligência artificial da Internet seleciona conteúdos semelhantes ao procurado, como por exemplo o que ocorre quando se fez buscas no *You Tube*[12], em que a barra lateral do site vai automaticamente sugerindo outras fontes para o internauta.

> Esta atividade extraclasse fez com que, pelo menos eu, fosse atrás de informações que não sabia, proporcionando uma melhor aprendizagem, porque assim é possível tu te envolver muito mais com o assunto, já que é possível usufruir de um recurso alternativo: a internet. (Sujeito L).

A consulta, em geral, é fácil e rápida quando auxiliada pela Internet. Além disso, é global, pode ser feita em qualquer parte do mundo e permite que se faça em qualquer idioma, se isso for de interesse do pesquisador.

> Com a Internet podemos procurar matérias que nos ajudem a resolver as perguntas. Além disso, a Internet possui um fácil e ágil manejamento (Sujeito B). Geralmente faço o esclarecimento de dúvidas utilizando ferramentas como o You Tube e lendo entrevistas e notícias do mundo, preferivelmente em inglês. (Sujeito O).

O confronto de informações pode ser feito com muita rapidez na Internet. É fato que nela existem muitas fontes “pobres” e de idoneidade duvidosa, mas a geração que convive com ela desde o berço sabe como lidar com esses percalços. Sobre isso, o sujeito C afirma que o fato de ter a Internet disponível para o desenvolvimento de um trabalho propicia a busca de diversas fontes da mesma informação, podendo assim utilizar a que for de seu melhor entendimento.

Ao incorporar a Internet em seu trabalho, o professor tem uma poderosa forma de disponibilizar material aos seus alunos. Foi-se o tempo em que listas de exercícios, páginas de artigos e materiais diversos eram encontrados apenas no “Xerox” da escola. Hoje, qualquer um pode disponibilizar tais fontes em sites ou blogs, tudo de forma gra-

---

[12] Site de compartilhamento de vídeos, onde o internauta pode assistir e postar vídeos de forma gratuita. Seu endereço é: www.youtube.com

tuita e acessível para a grande parte da população. Sobre essa forma de disponibilizar material extra, ou mesmo obrigatório, dois sujeitos destacam que:

> Eu acho que a atividade extraclasse veiculada na internet facilita o processo escolar, pois promove um fácil acesso a materiais importantes para a fixação e o entendimento da matéria. (Sujeito F). Ter de forma mais acessível listas de exercícios, matérias, observações, sem dúvida alguma mudaria radicalmente a forma de como os alunos utilizam a internet. (Sujeito G).

O aluno de escola particular tem, hoje, fácil acesso à tecnologia digital, seja na escola ou, na maioria dos casos, em suas próprias casas. A Internet faz parte de sua rotina diária, mas ainda não é devidamente utilizada para o ensino. Essas "crianças" acreditam que o ensino possa se adaptar a seus meios de comunicação, já que segundo Veen e Vrakking (2009):

> Elas se comunicam com amigos e outras pessoas de maneira muito mais intensa do que as gerações anteriores, usando a televisão, o MSN, os telefones celulares, os iPods, os blogs, os Wikis, as salas de bate-papo na Internet, os jogos e outras plataformas de comunicação. (p. 29).

Elas percebem a evolução na aprendizagem quando o ensino atinge o "seu mundo", mas essa inserção ainda é muito tímida. Nos depoimentos que seguem, percebemos como esses jovens estão realmente conectados ao mundo da Cibercultura:

> Pode-se pensar pelo lado da praticidade ao realizar a tarefa, uma vez que geralmente a maioria dos jovens encontram-se conectados ao computador na maior parte do dia. (Sujeito P). É muito bom trabalhar no nosso computador e mexendo com coisas que fazem parte da nossa vida. (Sujeito L). Esse tipo de projeto, usando a tecnologia, é muito útil, ainda mais para uma geração que, cada vez mais, é totalmente interada ao "mundo digital." (Sujeito D).

O próprio momento de se organizar para fazer suas atividades escolares é beneficiado com o auxílio da Internet. Como esses adolescentes passam muito tempo conectados, seria mais fácil acessar o trabalho escolar, uma vez que este ficaria a um toque no *mouse* de distância, sendo ainda fácil de lembrar em função das agendas eletrônicas, conversas em salas de bate-papo, mensagens via *Twitter* pelos professores, etc. Sobre essa facilidade, os sujeitos apontam que:

> As vezes estamos sem fazer nada na internet, daí lembramos que têm os exercícios, e acabamos acessando. (Sujeito N). Como atividade extraclasse é uma motivação muito maior do que um simples "tema de casa", pois tema é uma coisa mais fácil de esquecer e tem que copiar, anotar. Já no blog é apenas lembrar e entrar. (Sujeito G). A internet como é um meio de fácil acesso a todos, todos acabam indo visualizar as tarefas. (Sujeito H).

Usá-la como ferramenta auxiliar no ensino é nosso desafio. Estamos ainda engatinhando nesse aspecto, mas cada vez mais percebemos os seus benefícios. Deixando de lado a intenção de atingir todos os alunos de uma determinada turma, percebemos que alguns desses têm plena convicção do benefício dessa tecnologia para a parcela de alunos "mais aplicados". Alguns relatos mostram que essa parcela de estudantes quer que a *web* seja utilizada para fortalecer o seu conhecimento.

> Pode facilitar sim a aprendizagem. Podemos inseri-la em nosso meio, fazendo com que quem queira mesmo aprender ou intensificar os conteúdos aprendidos em aula possa fazer isso, sem obrigar aqueles que não querem. (Sujeito C). Devemos levar em conta que nem todos têm a vontade de aprender. (Sujeito J).

Assim, a partir desses relatos, percebemos a vontade desses estudantes de terem a seu dispor material didático disponibilizado na rede mundial de computadores, não com uma obrigatoriedade de acesso, mas como uma oportunidade de crescimento intelectual.

No decorrer da análise textual percebemos, também, alunos descrentes das potencialidades do aprendizado pela Internet. No entanto, não chega a ser uma manifestação diretamente contrária a seu uso no ensino. Sentimos que se trata mais de enaltecer o trabalho do professor em sala de aula do que estar adverso à atividade virtual, como coloca o sujeito C, ao afirmar: "Eu acredito que o aprendizado ainda seja melhor em sala de aula, ao lado de um profissional que tenha habilidade suficiente para transmitir seus conhecimentos aos alunos, auxiliando sempre que necessário".

O que nessa categoria aparece como uma sala de aula não substituível pela atividade virtual é também exposto pelo sujeito F, que mostra claramente sua preferência pela atividade de aula tradicional, sem desconsiderar as tecnologias, quando coloca: “Gostei de fazer algumas atividades na Internet, mas ainda prefiro aprender com um professor na minha frente”.

Assim sendo, percebemos o valor que os estudantes ainda dão para os professores, o que às vezes parece não acontecer quando estamos em sala de aula, mas, entrando na intimidade desses sujeitos, notamos o seu afeto e respeito aos profissionais da educação.

Um dos sujeitos, quando critica a atividade veiculada na Internet, argumenta que o meio facilita a distração do usuário, colocando que “A Internet tem muitas coisas pra se distrair, e as pessoas não prestam tanta atenção como em aula”.

De fato, temos consciência de que a *web* apresenta uma enxurrada de informações e entretenimento que, se não for bem administrada por seus usuários, pode acabar prejudicando sua aprendizagem. É comum ouvirmos dos alunos que estiveram por um dia ou dois proibidos por seus pais de acessarem a Internet, por estarem despendendo muito tempo nessa atividade. Os pais sabem e se preocupam com as distrações promovidas pela *web*, mas devemos levar em conta, como coloca Pereira (2011), que “Nesse contexto, tendem a se sobressair aqueles que souberem enfrentar a enxurrada de dados, controlando o ímpeto de responder a qualquer mensagem, foto ou vídeo postado por amigos”. Ou seja, os estudantes devem saber administrar o seu tempo, tanto na vida “real” quanto na “virtual”.

4.2 Análise dos questionários respondidos pelos alunos da 2ª etapa da pesquisa

Após a conclusão do trabalho com os alunos e suas respostas ao questionário *online*, obteve-se uma série de dados quantitativos. A análise desses dados revelou surpresas e também refutou algumas suposições levianamente impostas, as quais foram de suma importância para a pesquisa em questão e são mostradas a seguir, entre a Figura 10 e a Figura 39.

Observamos ainda outra possibilidade que emerge de nossa pesquisa: a de uma análise de erros como metodologia da análise de conteúdo. No entanto, por fugir do objetivo central desse trabalho, foi descartada, ficando em aberto como possibilidade de um estudo futuro. Mas é pertinente observarmos que a leiga análise dessas questões, sob a ótica da análise de erros, permitiu muito debate em sala de aula, tanto no que diz respeito aos aspectos da História da Matemática e da interdisciplinaridade, quanto ao uso da Internet no desenvolvimento de atividades escolares.

4.2.1 O perfil dos alunos

Os alunos que participaram da pesquisa são adolescentes com 15 ou 16 anos (Figura 10), em sua maioria do sexo feminino (Figura 11) e não repetentes. Ao analisarmos esse gráfico lançamos a conjectura de que as meninas se interessam mais por esse tipo de atividade do que os meninos, no entanto ela é refutada ao se confrontar a proporção de alunos do sexo feminino em relação a toda turma; um percentual muito próximo do apresentado pelo gráfico, não sendo, pois, conclusivo.

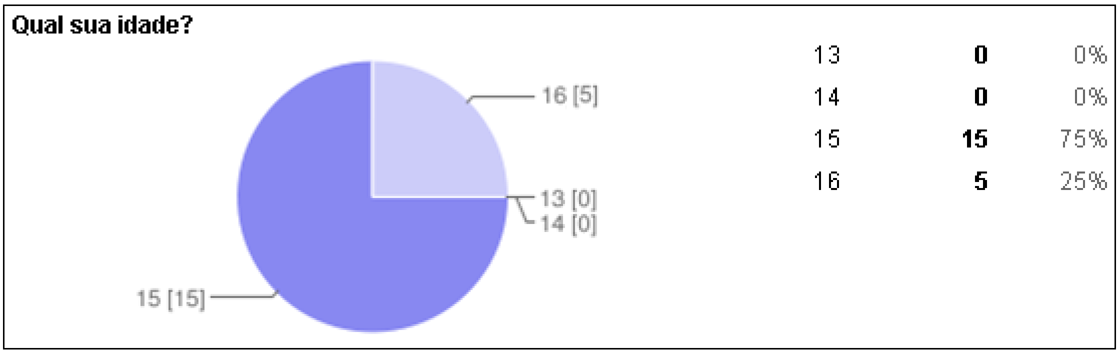


Figura 10 - Idade

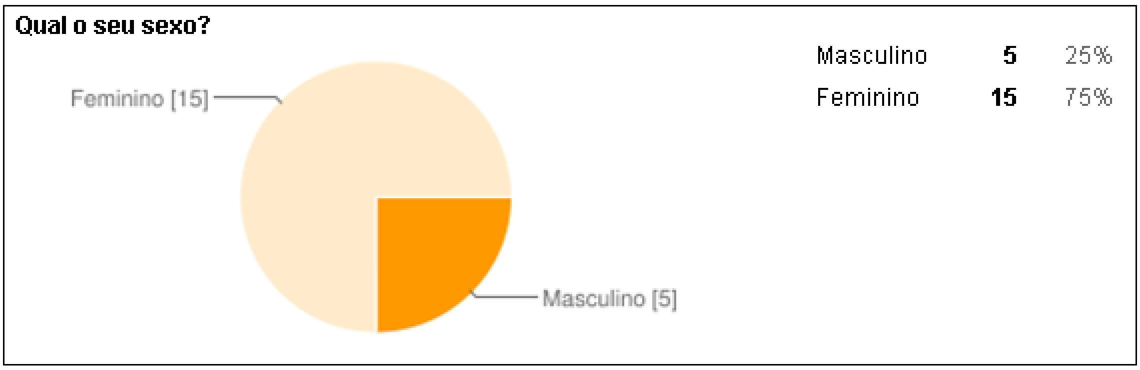


Figura 11 - Sexo

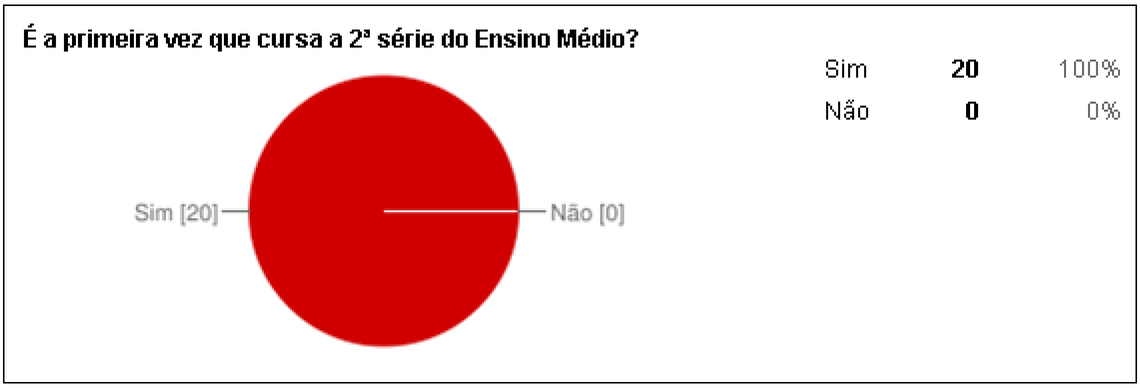


Figura 12 - Índice de repetência

4.2.2 Recursos Computacionais, acesso e disponibilidade para uso de TDs

Como a escola em questão é da rede particular de ensino, já se esperava um grande número de pesquisados possuindo acesso à Internet a partir de suas casas, não se revelando uma grande surpresa esse número ser de 100% (Figura 13). Antes mesmo da pesquisa ser aplicada nessa turma, já se tinha uma ótima ideia desse percentual, pois havíamos conversado com os alunos sobre o seu acesso à Internet. No entanto esse dado ainda está muito longe da realidade nacional, mas dá uma ideia do acesso à Internet para o jovem de classe média de Porto Alegre. Além desse dado extremamente satisfatório para o professor que deseja direcionar um trabalho a seus alunos veiculado na Internet, o questionário revela ainda que 80% desses estudantes (Figura 15) possuem esse acesso via banda larga, ou seja, de alta qualidade. Mais um fator que favorece tal trabalho, uma vez que a banda larga é a conexão à Internet com uma velocidade superior à velocidade padrão dos modems atualmente utilizados, de 56 kbps.

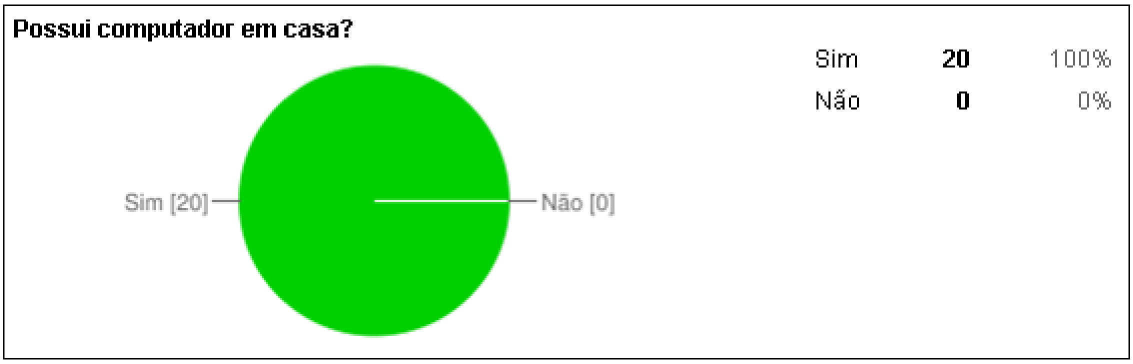


Figura 13 - Computador pessoal

Analisando o contexto socioeconômico nacional, temos ciência das dificuldades enfrentadas pelas diversas classes que compõem a nossa população, e entendemos que os gráficos das Figuras 13 e 14 não representam a realidade da maioria dos jovens brasileiros. Por outro lado, o trabalho proposto não vem ao encontro de uma discussão sobre políticas públicas nem tampouco faz apologia ao uso geral das tecnologias digitais. A questão invocada é de que, se existe tecnologia disponível, então existe a obrigatoriedade de seu uso por parte dos professores.

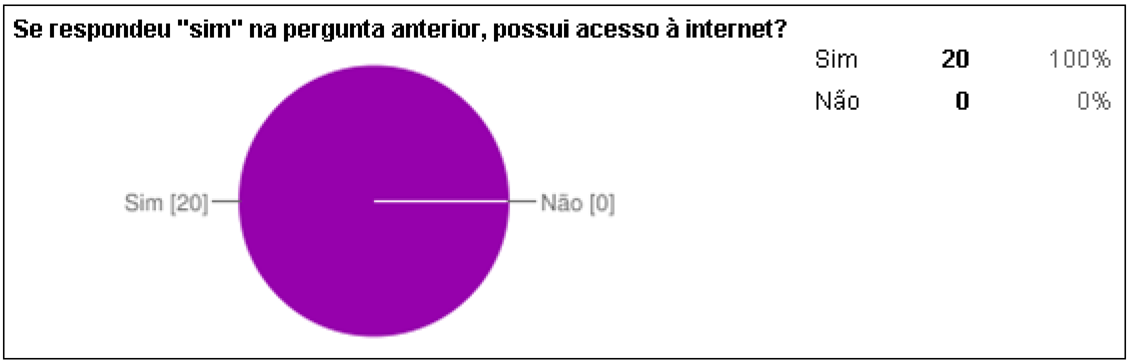


Figura 14 - Acesso à Internet

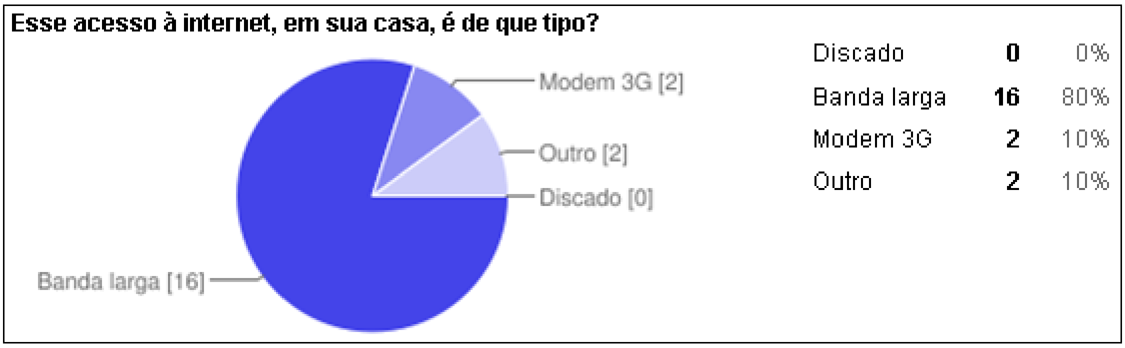


Figura 15 - Tipo de acesso

Sobre os gráficos apresentados a seguir, podemos perceber o tempo aproximado que esses jovens permanecem conectados durante uma semana (Figura 16 e Figura 17). A maioria se conecta todos os dias (Figura 16), e a permanência semanal diante do computador é de algumas horas (Figura 17), o que se mostra mais um dado relevante e favorável à aplicação de atividades extraclasse via Internet. Em conversa com os alunos fora do período de sala de aula já tínhamos esse conhecimento, pois a maioria diz que estuda ou faz suas tarefas escolares com o computador ligado ao lado. Não necessariamente sendo utilizado na execução dessas atividades, mas principalmente como lazer, em redes sociais ou escutando música na maior parte do tempo.

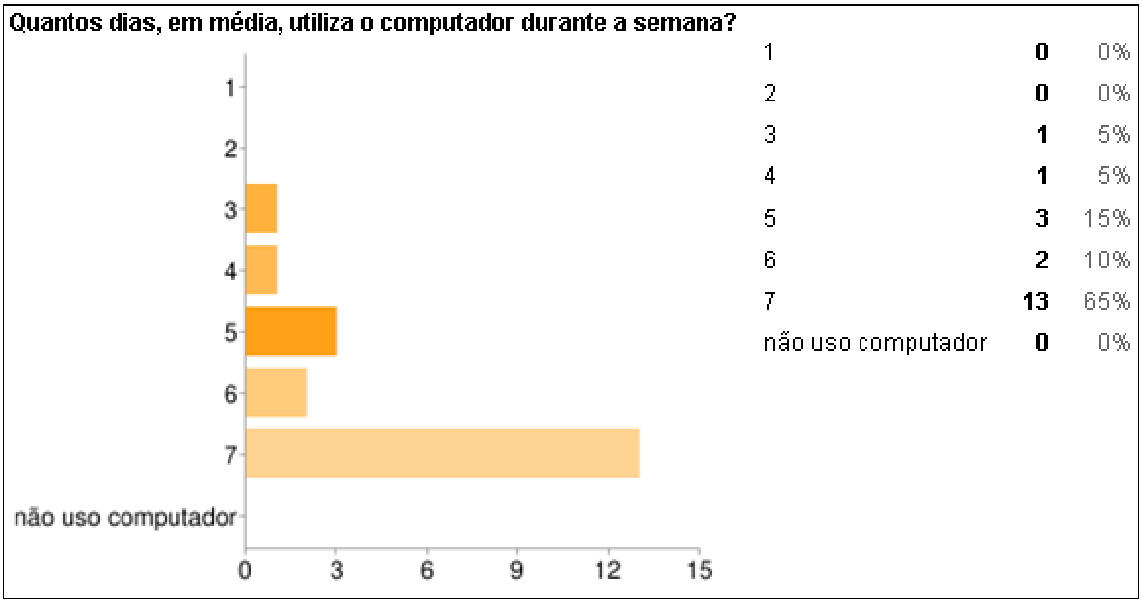


Figura 16 - Uso semanal do computador

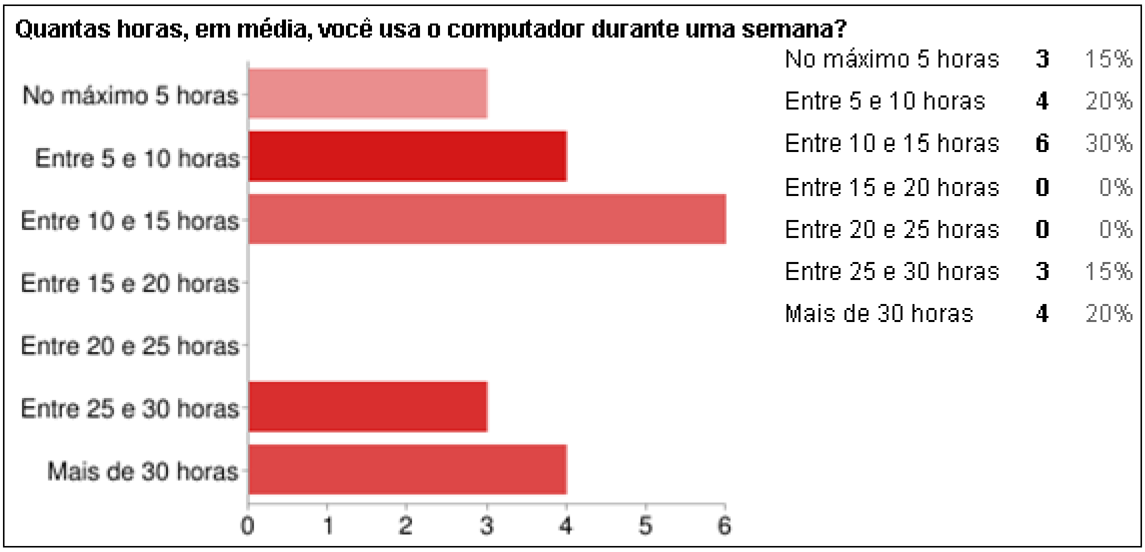


Figura 17 - Tempo de uso semanal

Nas questões a seguir, os alunos apontam a relevância de alguns serviços disponibilizados na rede.

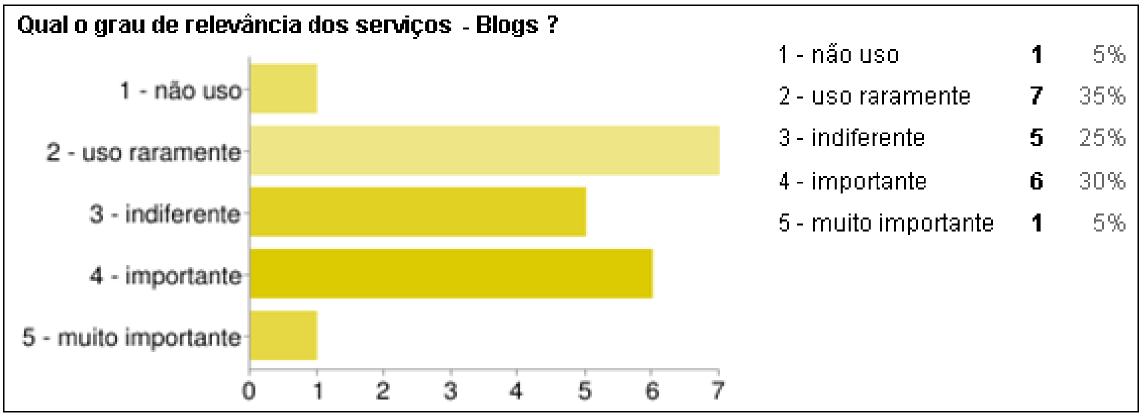


Figura 18 - Relevância no uso de *blogs*

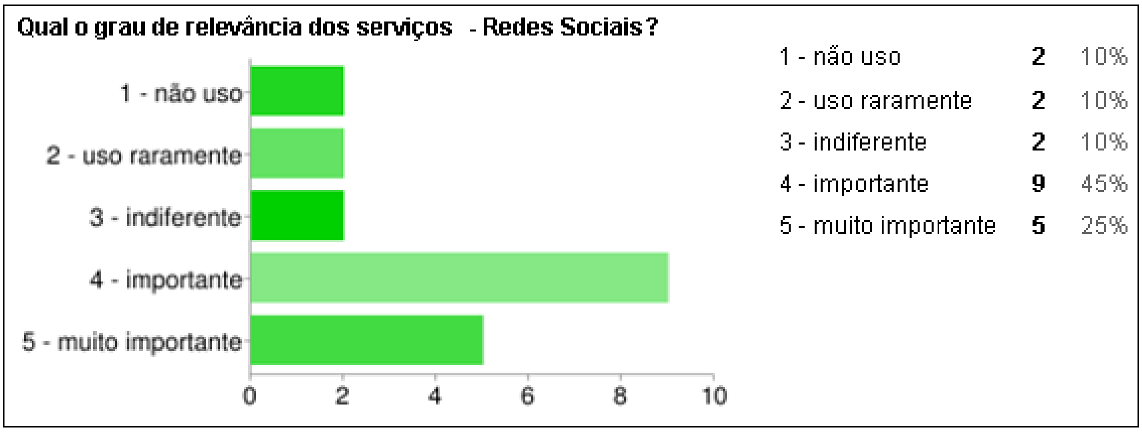


Figura 19 - Relevância no uso de Redes Sociais

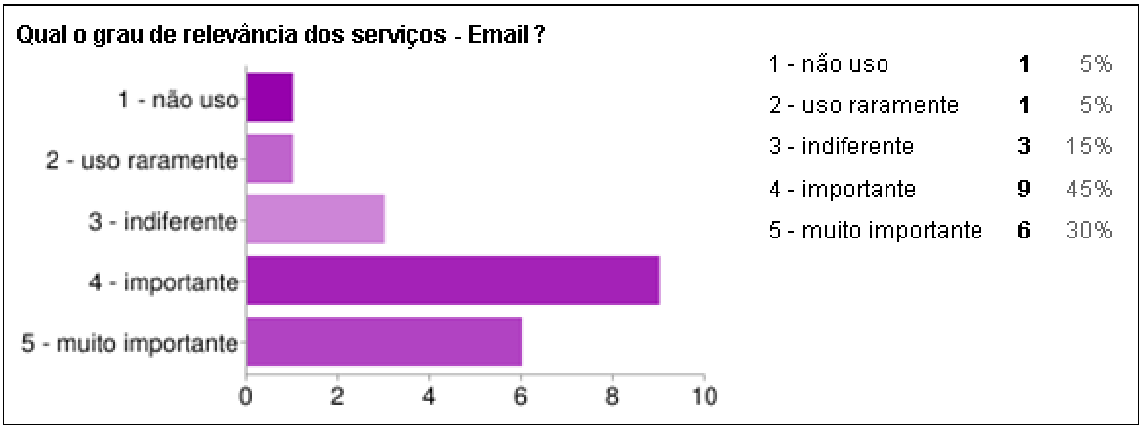


Figura 20 - Relevância no uso de Email

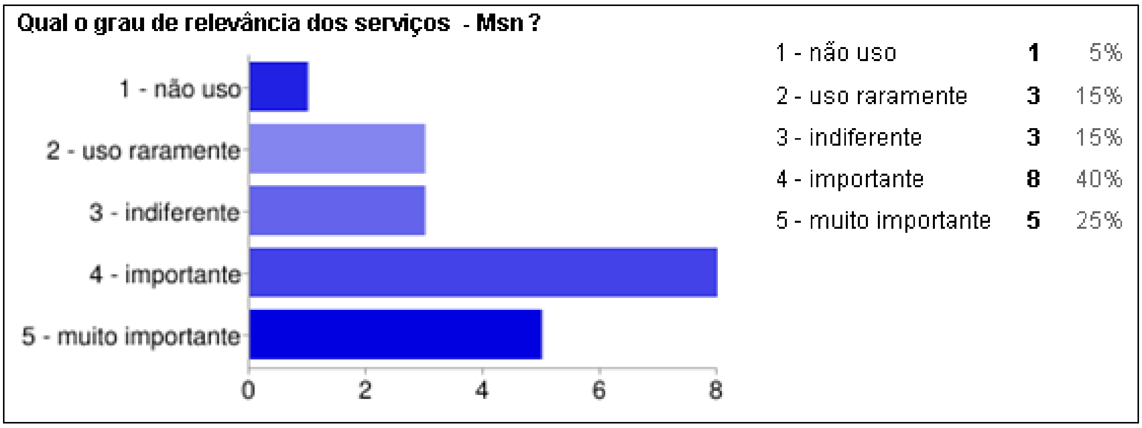


Figura 21 - Relevância no uso de MSN

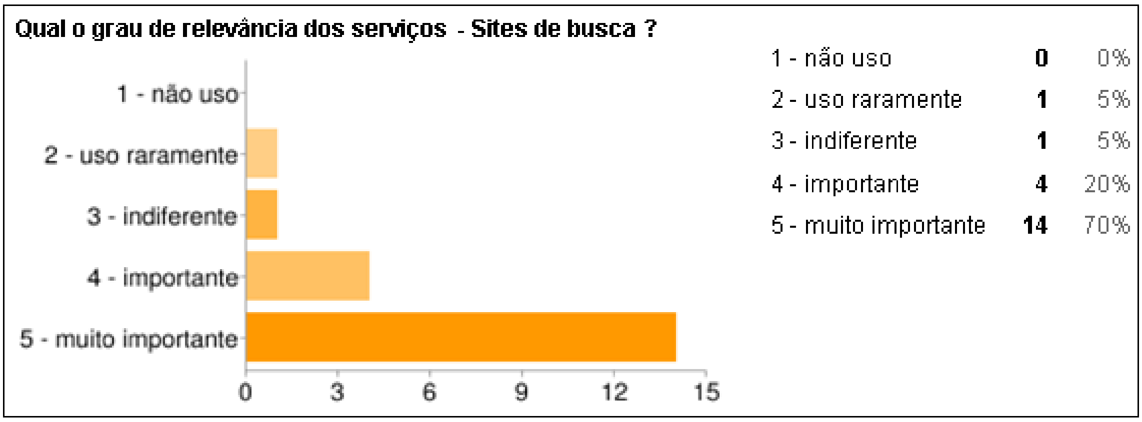


Figura 22 - Relevância no uso de Sites de Busca

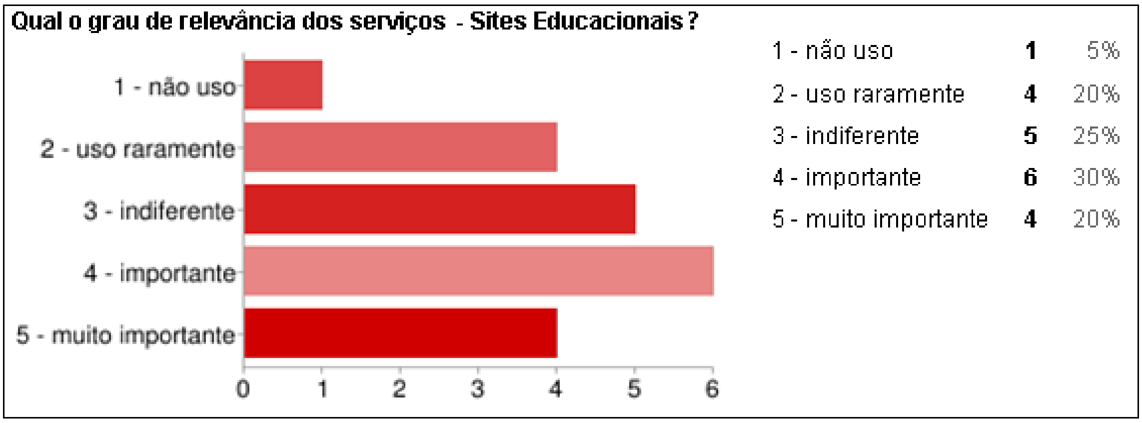


Figura 23 - Relevância no uso de Sites Educacionais

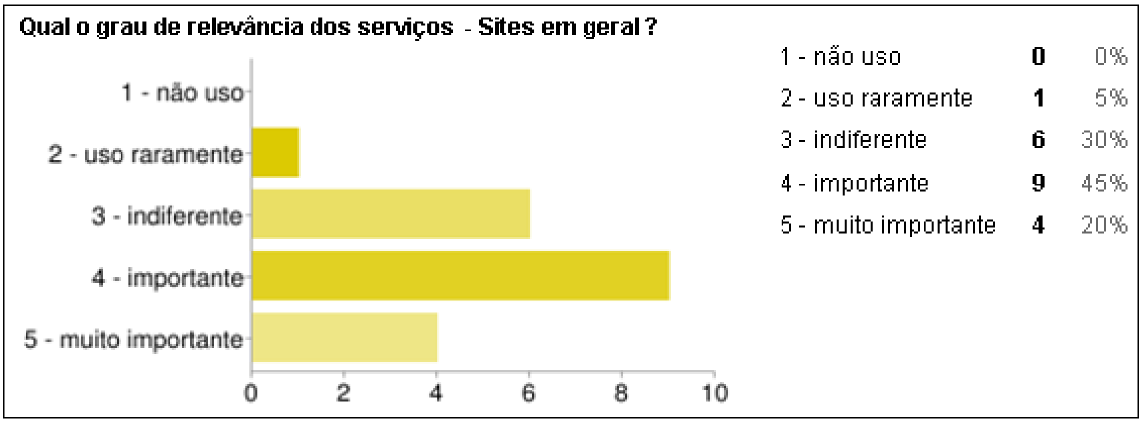


Figura 24 - Relevância no uso de Sites em Geral

Contrariando a pressuposição pessoal de que o email estivesse se tornando pouco importante para o adolescente, a pesquisa aponta que 75% desses alunos ainda consideram o uso dessa ferramenta importante ou mesmo muito importante para seus afazeres (Figura 20). Um número que pensávamos estivesse bem abaixo do revelado, em função do grande uso das redes sociais por esses jovens, como é o caso do popular Facebook. De fato, as redes sociais se mostram muito aprazíveis a esse público, uma vez que a pesquisa revela um total de 70% com interesse pelo serviço (Figura 19).

Sentimos falta de um número mais expressivo no interesse por blogs (Figura 18), já que o trabalho em questão foi veiculado inteiramente nesse meio. Porém, para não deixar dúvidas quanto ao exposto, fomos perguntar aos próprios alunos por que o seu pouco ou nenhum interesse por blogs. Concluímos então que os alunos não encontram em blogs atividades ou conteúdos confiáveis, nem tampouco satisfatórios aos seus interesses, ao contrário do que ocorre em sites renomados ou até mesmo na Wikipédia, conforme relatos informais, ainda que suas colocações sobre esta última sejam de total cautela, pois se mostram desconfiados de sua vasta informação, conforme postagens no blog na Atividade 01.

> Acho que a Wikipédia está errada. (Sujeito A). A Wikipédia não fornece as medidas exatas da pirâmide, já que esta é um site público, e as informações podem ser alteradas por qualquer um. (Sujeito B). O site da Wikipédia pode ser alterado por qualquer um que visita o site, por isso deve estar errado. (Sujeito W).

Como esperado, os sites de busca tiveram uma grande aceitação, com 90% dos pesquisados classificando-os como importantes ou muito importantes (Figura 22). A despeito de percebermos em sala de aula que os alunos praticamente não “vasculham” a Internet na busca de informações sobre assuntos relativos às matérias de colégio, a pesquisa revelou que essa busca é feita sim, mas muito timidamente, como se observa na Figura 23, em que 50% dos estudantes consideram os sites educacionais importantes ou muito importantes.

Outra ferramenta tecnológica de grande aceitação entre os jovens é o MSN Messenger, programa de mensagens instantâneas criado pela Microsoft Corporation, onde seus usuários podem conversar pelo computador em tempo real, bastando para isso ter o programa instalado em seu computador e utilizarem uma conexão com a Internet. Atualmente o serviço evoluiu para o chamado *Windows Live Messenger*, agregando novos recursos, mas mantendo o conceito fundamental de comunicação online. Conversando com alguns alunos, percebemos que essa ferramenta está constantemente ativada enquanto eles estão conectados, e também tivemos a grata surpresa de saber que alguns alunos se corresponderam através desse serviço para dirimir dúvidas sobre os exercícios do blog.

Talvez a maior surpresa tenha sido o índice percentual de aceitação dos serviços relativos às redes sociais (Figura 19). Tão batidas pela mídia, principalmente em comerciais de telefones celulares, as chamadas redes sociais tiveram um percentual modesto na pesquisa em questão. É claro que a aceitação de 70% é representativa, mas em meio às conversas de sala de aula os alunos pareciam adeptos às redes sociais quase que em sua totalidade, o que mostra, assim, que a percepção pode falhar, mas o método científico corrige.

4.2.3 Avaliação das atividades executadas no *blog*

No gráficos a seguir, Figura 25 a Figura 33, aparecem às classificações de cada uma das atividades do trabalho com o blog, referentes ao nível de dificuldade de cada uma delas. A ausência das Atividade 04 e Atividade 06 deu-se em função de ambas não terem sido exigidas nessa etapa (2ª etapa) da aplicação do experimento, pois até aquela data o conteúdo ainda não havia sido ministrado.

Os dados em si representam uma gama de possibilidades de estudo, dentre eles a análise de erros[13], atividade baseada na análise de conteúdo, onde dentro das etapas de pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados, passaríamos pela distinção entre atividades corretas, atividades parcialmente correras e atividades incorretas. O confronto desses dados com as classificações abaixo certamente trariam novas percepções com relação ao desenvolvimento matemático das atividades, mas fugiria do nosso objetivo, o qual está centrado na busca da percepção do aluno com uma atividade extraclasse de feição historicamente contextualizada, veiculada na Internet.

---

[13] Cury, H. N. *Análise de erros:* o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

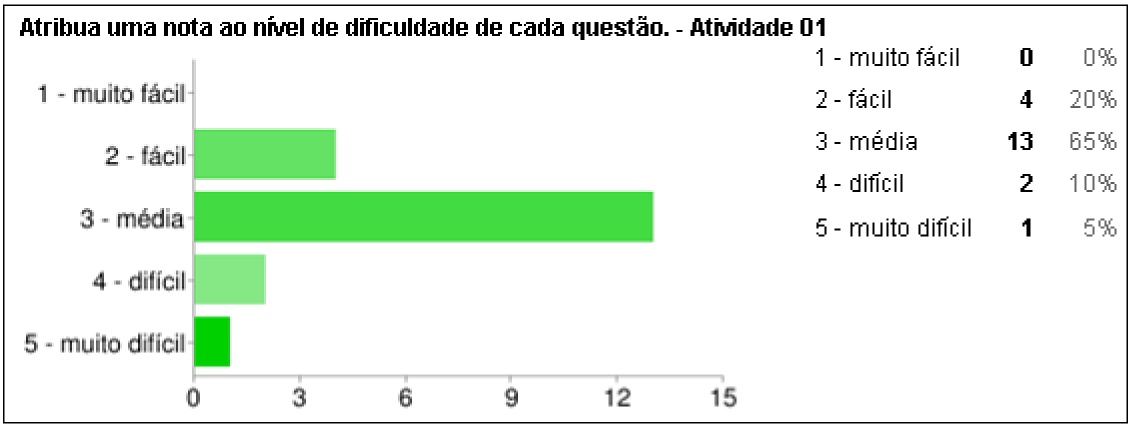


Figura 25 - Nível de dificuldade / Atividade 01

A Atividade 01, Figura 25 acima e Anexo 5, trouxe duas questões que merecem destaque nesse momento. Uma das perguntas solicitava o confronto dos resultados obtidos a partir dos cálculos dos alunos com as informações contidas da enciclopédia virtual Wikipédia. Tanto as postagens no blog quanto os registros no diário de campo fizeram emergir duas categorias. Umas delas, contendo a maior parte dos alunos, mostra uma grande confiança em seus cálculos e refuta as informações provenientes da Wikipédia. A outra categoria traz um número bastante reduzido de alunos que também acredita em seus cálculos, mas compactua com os números apresentados pela Wikipédia.

Algumas declarações da primeira categoria foram:

> A medida da Wikipédia é diferente da que eu calculei. Acredito que o site é pouco confiável, pois qualquer pessoa pode trocar as informações apresentadas. (Sujeito T). O valor da minha altura deu bem próximo ao do site Wikipédia, porém acho que o meu resultado está correto e o erro está no site. (Sujeito S). As informações apresentadas pela Wikipédia diferem das que eu encontrei a partir de cálculos. Acho que esse tipo de site não é uma fonte confiável de pesquisa, pois nem sempre se baseia em conhecimentos seguros e comprovados. (Sujeito J). O resultado foi bem próximo, mas acho que o valor fornecido pela Wikipédia está errado, pois seus valores podem ser alterados por qualquer pessoa. (Sujeito K).

Ao professor de Matemática agrada essa confiança nos cálculos, pois a questão tinha o intuito de promover a discussão a partir da certeza Matemática. Ainda que o assunto não permita essa "certeza", já que muito se desconhece sobre as pirâmides do Egito, as postagens no blog não revelam essa manifestação, e qualquer um poderia argumentar que nem os textos do blog e nem o site Wikipédia podem trazer a verdade absoluta sobre a questão.

A segunda categoria advinda dessa Atividade, dos alunos que também acreditam em seus cálculos, mas não refutam a Wikipédia, traz as seguintes opiniões:

> Sim, pois aproximamos os valores do ângulo para conseguirmos a tangente e fazer o cálculo da altura. Tivemos essa pequena diferença de altura. (Sujeito W). Concluímos que a Wikipédia colocou um valor mais aproximado, e o calculado por nós é um valor exato. (Sujeito P). Sim, afinal eu não tinha o valor exato da tangente e tive que arredondar, enquanto no Wikipédia provavelmente o cálculo foi feito com o valor exato ou mais próximo. (Sujeito T). Sim. Talvez por eu ter aproximado os valores eu tenha achado um valor diferente. (Sujeito L).

Acertadamente, as solicitações de opiniões sobre a Wikipédia e do cálculo matemático da altura da pirâmide fizeram dessa questão um belo trabalho de crítica por parte dos alunos.

Quanto à outra questão a ser destacada na Atividade 01, temos a pergunta sobre a massa total da pirâmide a partir da densidade da rocha calcária utilizada na sua construção, fornecida pela questão.

A pergunta remetia a outra matéria: Física. No entanto, não foram registradas queixas sobre o solicitado, apenas algumas observações sobre a "dificuldade e beleza ao se misturar Matemática e Física." (Sujeito S).

Um grande número de respostas traz seu valor em toneladas e outro em kg, com conversões corretas na maioria dos casos. Chamou a atenção o alto número de postagens com o resultado inteiro de 5.750.000.000 kg. Um valor aproximadamente correto, mas que contém um erro gravíssimo de conceito, pois essa resposta foi encontrada a partir do produto do número total de pedras pela massa média das mesmas obtido no texto, e não se aplicando o conceito de densidade, que é a razão entre massa e volume. Uma questão que gerou uma boa discussão em aula, além de conduzir à interdisciplinaridade.

Abaixo, apresentamos os demais dados quantitativos obtidos dos questionários quanto à avaliação dos alunos a respeito do grau de dificuldade das atividades executadas.

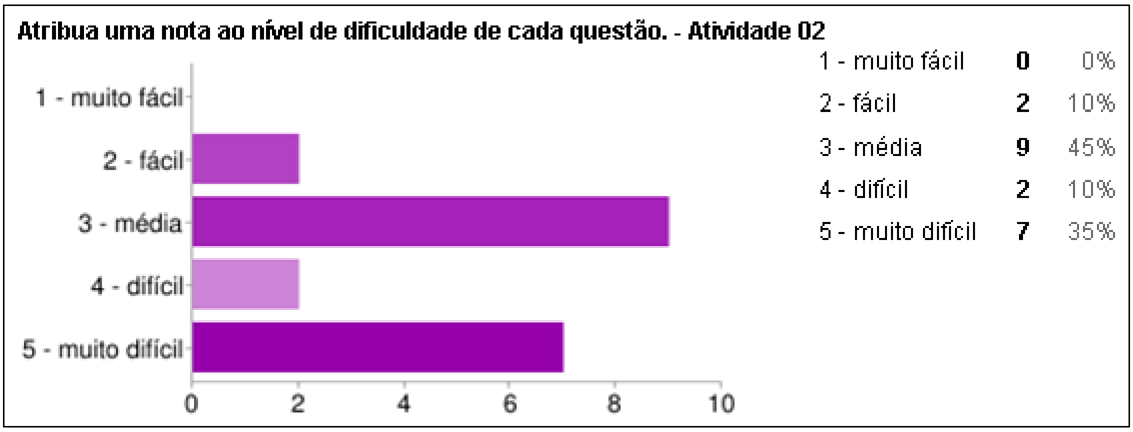


Figura 26 - Nível de dificuldade / Atividade 02

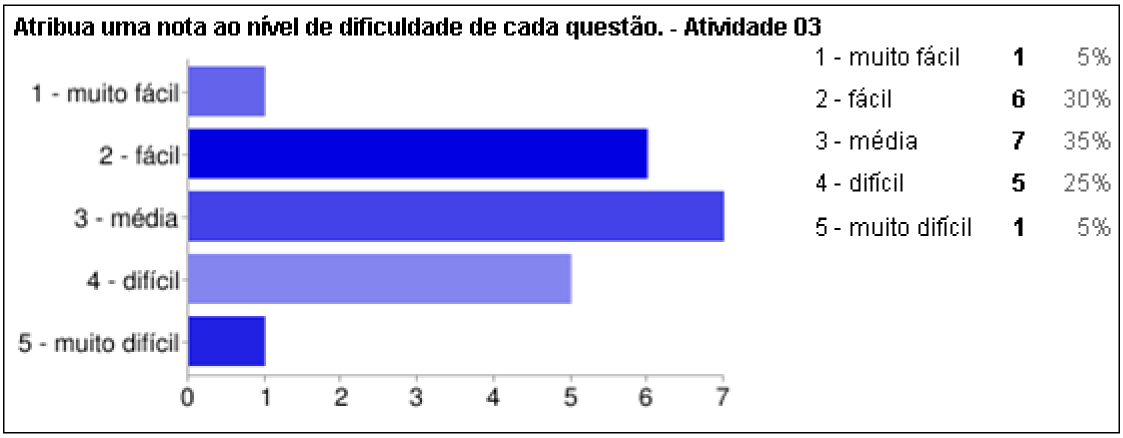


Figura 27 - Nível de dificuldade / Atividade 03

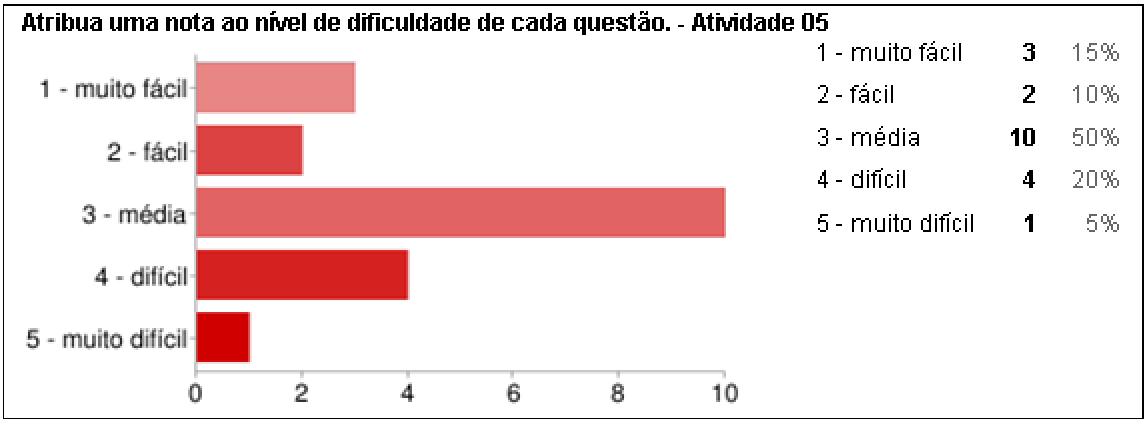


Figura 28 - Nível de dificuldade / Atividade 05

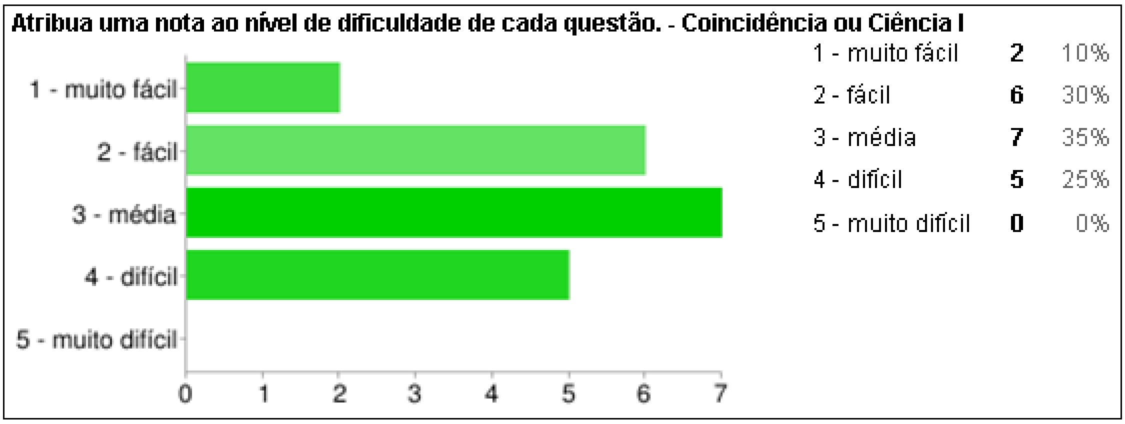


Figura 29 - Nível de dificuldade / Coincidência ou Ciência I

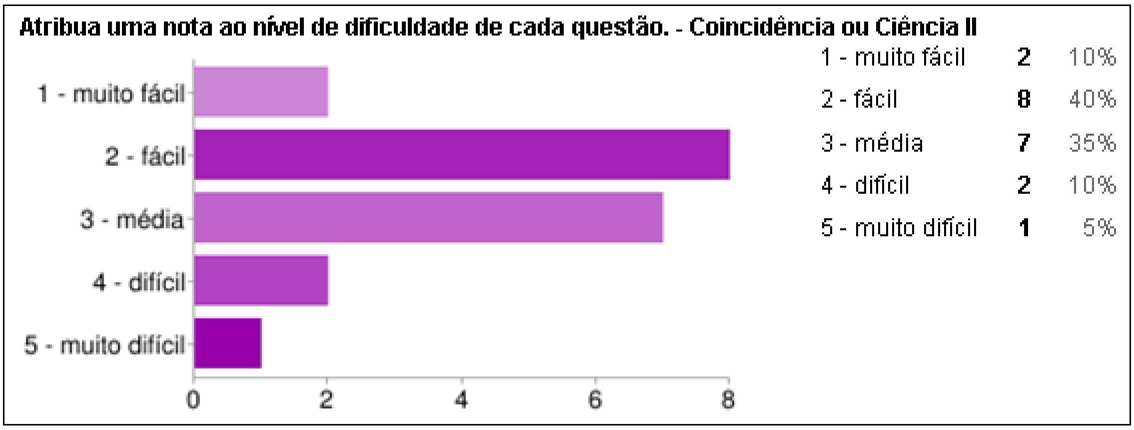


Figura 30 - Nível de dificuldade / Coincidência ou Ciência II

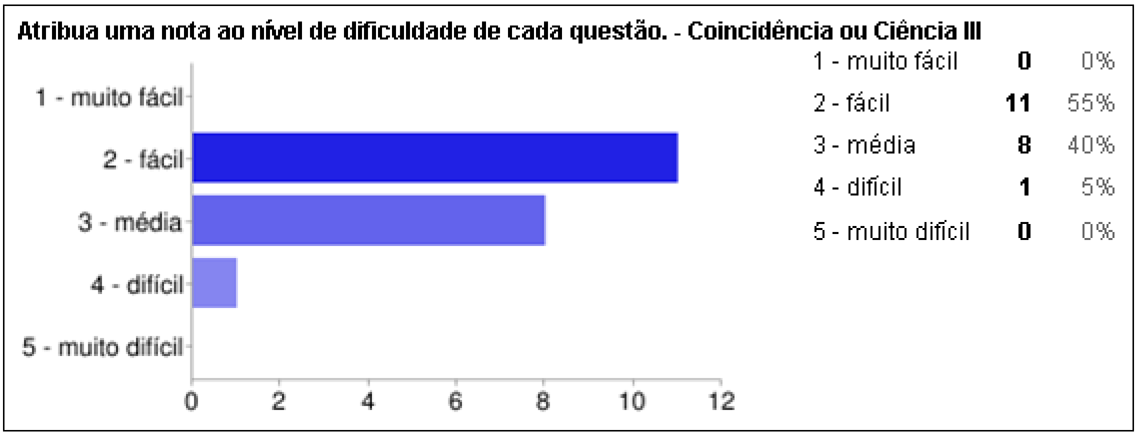


Figura 31 - Nível de dificuldade / Coincidência ou Ciência III

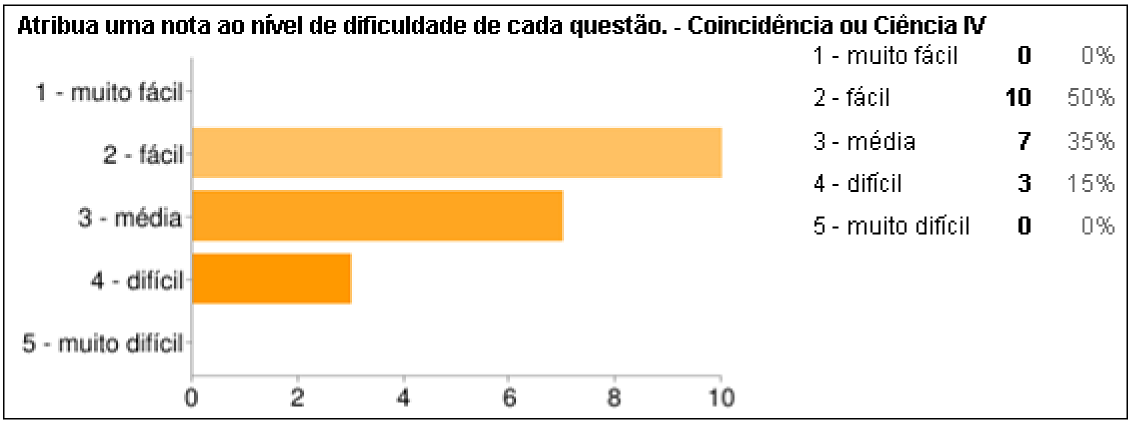


Figura 32 - Nível de dificuldade / Coincidência ou Ciência IV

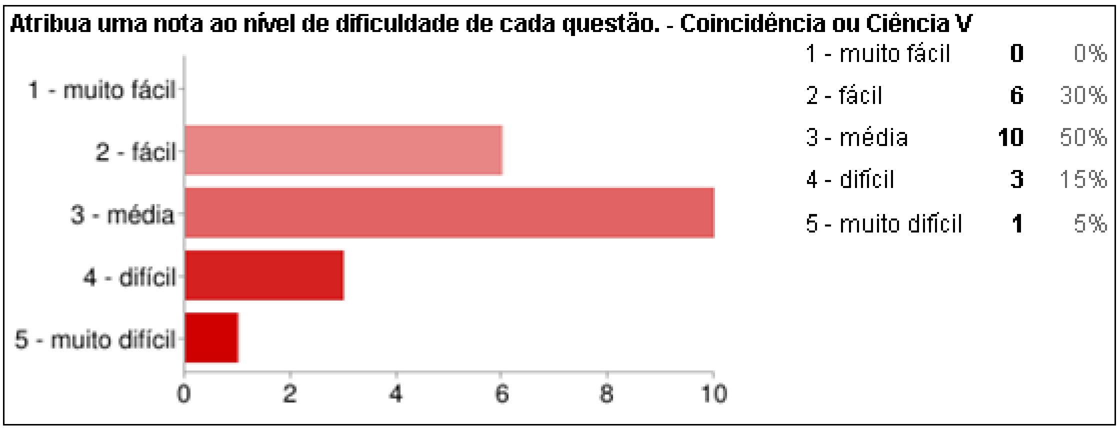


Figura 33 - Nível de dificuldade / Coincidência ou Ciência IV

O objetivo das perguntas acima foi o de perceber se esses estudantes sentem ou não maior dificuldade com questões abordadas de formas distintas das usuais, já que o conteúdo é exatamente o mesmo do que o exigido em provas. A esse respeito parece muito claro que os alunos estão amarrados a Matemática em si, tendo muita dificuldade em enxergar as outras matérias no contexto das atividades. A exemplo disso destaca-se a Atividade 02, Figura 26 e Anexo 6, considerada por este pesquisador uma questão fácil, mas que teve um índice de 90% dos alunos considerando-a de média a muito difícil. A pressuposição de sua facilidade está no fato de que o trabalho com escalas é efetuado nas aulas de geografia e a Matemática envolvida traz a "regra de três" e o "círculo", conceitos simples da Matemática elementar. No debate gerado após o trabalho foi apontado para esse fato e a grande maioria atendeu com imensa surpresa quando a geografia foi citada no desenvolvimento da questão. Mas o mais curioso é o fato de nenhum aluno ter lançado mão do programa *Google Earth*[14] e utilizado suas ferramentas para proceder às medidas solicitadas, ou ao menos servir de referência aos resultados de seus cálculos. Suas alegações foram de que seu foco estava no desenvolvimento matemático da questão e não no uso da tecnologia disponível.

Fica, portanto evidente a necessidade de instigar esses jovens para o uso dos recursos disponíveis na Internet não apenas para seu lazer, mas também para suas obrigações escolares, afinal a *web* é uma fonte inesgotável de excelentes *softwares* educacionais que parecem inexistentes ou inúteis para os alunos.

Figura 34 - Pesquisa na Internet

[14] Programa de computador desenvolvido pela empresa *Google Inc.*, que permite visualizar todo o globo terrestre a partir de imagens obtidas de diversas fontes, em sua maioria satélites. Permite ao usuário, além de uma visualização bidimensional, simular diversas paisagens em três dimensões. Seu *download* é gratuito e pode ser feito pelo endereço http://www.google.com/earth/index.html.

O gráfico da Figura 34 gera algum contraste com o que colocamos no parágrafo anterior. Por outro lado, as discussões em sala de aula deixaram a questão mais clara, pois as buscas feitas pela Internet foram essencialmente efetuadas em sites, não sendo dirigidas a qualquer tipo de software.

Quando indagados sobre o uso sites de busca para o desenvolvimento das atividades (Figura 34), os alunos se mostraram efetivos nessa prática, como podemos perceber nos fragmentos abaixo:

> Acho que a Internet tem bastante informações importantes, e quando eu não sei alguma coisa, eu sempre venho procurar no Google ou em outros sites, porque trazem o conteúdo que eu preciso. (Sujeito Z). Eu procurava, pois muitas vezes certas informações que encontramos na Internet podem ser bem úteis. (Sujeito X). Sim, pois obter as respostas por meio da Internet é mais fácil. (Sujeito T).

Suas colocações afirmam ser a *web* um canal plenamente ativo em suas rotinas de estudo. Nas conversas com os alunos sobre suas atividades com o blog, tivemos a grata surpresa de perceber que a comunicação mútua entre o grupo que participou do trabalho foi efetiva e decisiva no desenvolvimento de algumas atividades, apontando ao que já foi observado também por Veen e Vrakking (2009):

> As crianças se comunicam com o mundo inteiro, pois a Internet não tem limites ou fronteiras. Se elas jogam no computador, podem se comunicar com qualquer pessoa que esteja, como elas, disposta a resolver um problema ou responder a uma determinada questão. (p. 28).

Ainda dentro dessa categoria destacamos o comentário do sujeito M, que afirma se valer da pesquisa em sites “para ter precisão nos resultados obtidos a partir dos cálculos”. O que esse aluno observa já foi colocado de maneira análoga por Lévy (2003):

> Munido de um computador, de um modem e de programas de filtragem e de exploração dos dados, associado a outros usuários em redes de trocas cooperativas de serviços e de informações quase gratuitas, o usuário final está cada vez mais equipado para refinar a informação. (p. 64).

Assim sendo, vamos solidificando nossa crença de que o uso da Internet nas atividades educacionais deve ser focado sem hesitação.

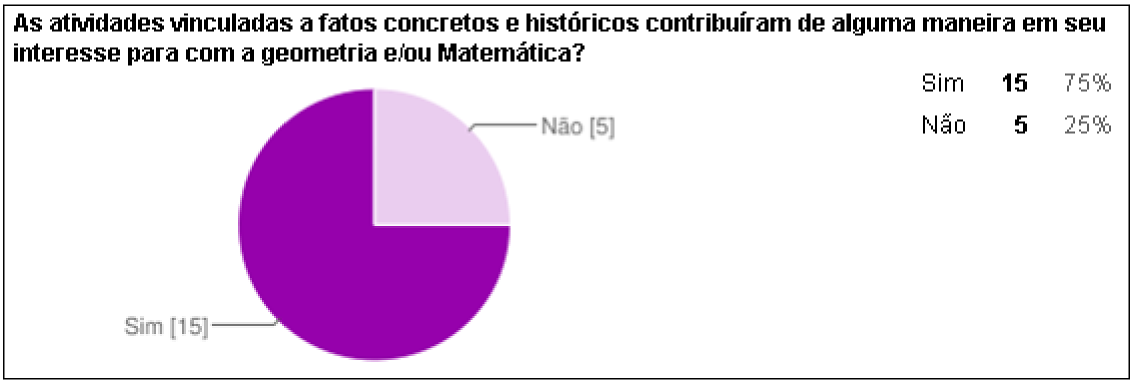


Figura 35 - Contribuição das atividades historicamente contextualizadas

Quando de nossa aposta de que um trabalho envolvendo a História da Matemática surtiria bons resultados, percebemos no gráfico acima que o conteúdo fica mais interessante, pois os próprios alunos apontaram que "a geometria ganha mais sentido, e o contexto histórico dá maior curiosidade na busca pela solução das questões".

Ainda sobre as opiniões acerca do uso da História da Matemática no ensino, destacam-se as seguintes categorias advindas dessa questão:

4.2.3.1 Matemática cotidiana

Alguns alunos manifestaram interesse no contexto histórico das atividades do blog, pois fizeram um paralelo das questões com o cotidiano da sociedade, e deram os seguintes depoimentos:

> Eu achei interessante, pois percebi que a Matemática tem as aplicações mais diversas no cotidiano. (Sujeito B). Sempre achei Geometria interessante justamente por isso: ser aplicável em "situações do cotidiano", e não somente em exercícios matemáticos. (Sujeito C).

E sobre esse ponto de vista, citamos Mendes (2009), ao afirmar que:

> Embora a Matemática cotidiana seja produzida e costumeiramente consumida nos contextos socioculturais nos quais ela é gerada, é na escola que deve

> ocorrer a sua oficialização e difusão, por meio de um processo dinâmico e contínuo característico da interação social. (2009, p. 24).

Assim, entendemos que a História da Matemática seja capaz de promover essa difusão, apontada por Mendes, já que o cotidiano é História e a História é o cotidiano.

4.2.3.2 Despertar a curiosidade

Para alguns alunos, a curiosidade foi destacada como um fator importante para seu interesse em uma atividade historicamente contextualizada e relataram o que segue:

> Percebi que existe muita história por trás das Pirâmides, e isso alimenta a curiosidade das pessoas. (Sujeito L). Aguça a nossa curiosidade ao estudar tais matérias. (Sujeito J). Foram ditas muitas coisas das quais eu não sabia sobre as pirâmides, eu já tinha alguma curiosidade sobre como foram construídas e sobre seus tamanhos e esses exercícios só aumentaram minha curiosidade. (Sujeito D).

O fato de esses sujeitos se mostrarem curiosos os coloca invariavelmente como protagonistas da atividade e, se ela objetiva um crescimento intelectual, estamos muito próximos dessa conquista.

4.2.3.3 A importância da Matemática

A Matemática é uma matéria muito importante no currículo, e isso nem mesmo o aluno mais desgostoso com a disciplina se atreve a negar. Mas sentir o aluno perceber e fortalecer essa ideia, a partir de um trabalho realizado como atividade extraclasse, sem dúvida traz mais motivação ao professor para a continuidade e aperfeiçoamento de um trabalho dessa natureza. Sobre a ênfase a essa importância, destacamos o relato do sujeito G, que enfatiza essa qualidade e ainda demonstra que assimilou a atividade efetuada, ao dizer: "Me fez perceber o quanto a Matemática é necessária para construções, pois a partir dela sabemos o grau de inclinação, a altura, a largura, entre outros."

4.2.3.4 Método diferenciado

Um professor deve estar sempre preocupado com o seu método de ensino. Esse método deve estar em constante evolução, pois os alunos assim estão, principalmente pelos avanços tecnológicos tão céleres. E sem dúvida uma aula, um trabalho ou uma atividade escolar que fuja do habitual e antiquado método de ensino, que se vale da aula expositiva de transmissão de conhecimento agregada ao uso do material didático e atividades de fixação de conteúdo, terá a atenção do aluno. Mais ainda, se for de qualidade, certamente irá estimulá-lo ao trabalho. Sobre o método diferenciado apresentado pelas atividades com o blog, dois sujeitos colocaram que tiveram o interesse despertado: "Mostrou uma maneira diferente de praticar a Matemática (Sujeito A)" e "Deu uma utilidade para a matéria. Saiu um pouco da teoria e foi à prática."

4.2.4 Avaliação geral

Nas duas questões a seguir, Figura 36 e Figura 37, encontra-se o cerne do trabalho de pesquisa em questão. Retomamos nesse momento o objetivo geral do trabalho e confrontamos nossas ideias com as opiniões dos alunos. Nossa proposta inicial teve como objetivo geral investigar a contribuição de uma proposta metodológica apoiada em recursos organizados num blog como auxiliar na aprendizagem de conteúdos de Geometria Espacial para alunos do Ensino Médio.

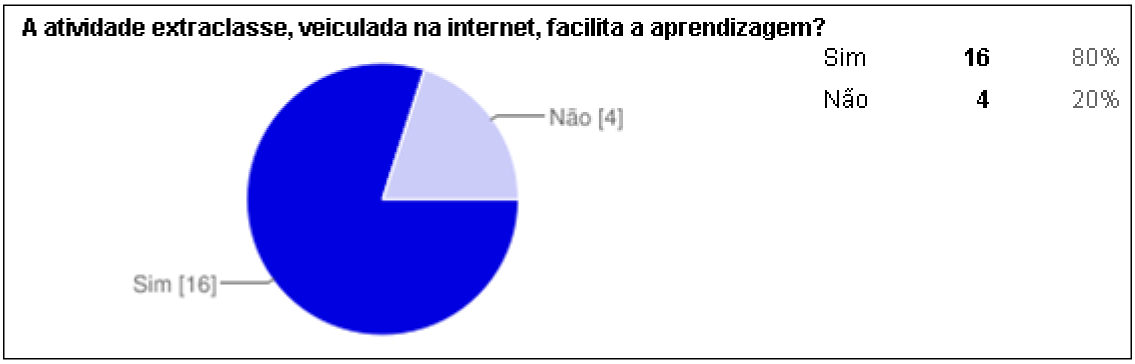


Figura 36 - Internet como facilitador da aprendizagem

Nossa crença sempre foi a de que o uso da tecnologia, mais especificamente o uso da Internet no trabalho com os alunos, traria bons resultados tanto em termos de interesse como de aprendizagem. De acordo com o gráfico da Figura 36, 80% dos alunos pesquisados admitem que uma atividade extraclasse, veiculada na Internet, facilita a aprendizagem. Desse percentual emergiram as seguintes categorias:

4.2.4.1 Longo tempo diante do computador

Uma grande parte dos alunos favoráveis ao uso da Internet aponta que, em função do longo tempo que passam conectados, teriam a aprendizagem beneficiada ao direcionar parte desse tempo para atividades escolares com a Internet. Destacamos alguns relatos a seguir:

> Utilizar para o estudo algo que temos tanto contato, como o computador, pode tornar uma atividade mais interessante. (Sujeito P). Com o tempo que as pessoas passam na internet, atualmente, facilita muito. Parece perder um pouco da "formalidade" e, por isso, fica mais divertido. (Sujeito K). A internet, hoje em dia, é um meio de comunicação em que a maioria dos jovens tem acesso e é uma das mais procuradas, facilitando então a aprendizagem. (Sujeito N).

Ao analisar esses depoimentos temos traduzido em palavras aquilo que nos mostrou o gráfico da Figura 16, página 64, de que 65% desses estudantes usam diariamente o computador e, portanto, até mesmo os mais céticos quanto as potencialidades didáticas do uso da Internet, deverão considerar a possibilidade de seu uso no ensino. Dentro dessa categoria destacamos ainda o comentário do sujeito G, que diz: “Eu acho muito mais fácil atividades veiculadas na Internet por nós passarmos bastante tempo na mesma, então fica melhor de lembrar e de fazer”. E sobre o fato de lembrar o aluno sobre suas obrigações, até mesmo nisso a Internet nos auxilia, pois o envio ou mesmo a lembrança de tarefas pode ser feito pela *web*, a partir de email ou mesmo por redes sociais.

4.2.4.2 Fontes alternativas de consulta

O potencial de informações contidas na *web* é indiscutível e esse é mais um dos nossos argumentos a favor do seu uso no ensino. O gráfico da Figura 34, página 75, já foi comentado e não deixa dúvidas a esse respeito, e novamente a busca por informações na Internet é citada por um dos sujeitos, quando afirma que a aprendizagem é favorecida, “porque na Internet podemos encontrar outros meios de consulta para tentar resolver as questões”.

4.2.4.3 Abordagem diferenciada e contribuição para o aprendizado

Quando trabalhamos com Geometria Espacial, nossa maior preocupação é com a visualização dos sólidos por parte dos alunos. Não queremos que eles decorem uma gama de fórmulas e teoremas para terem êxito nos cálculos. Pensamos que o primordial para o desenvolvimento de qualquer questão sobre o tópico seja a visualização, ou o uso dos diferentes registros de representações semióticas, de acordo com Duval (2003).

Um ótimo retorno obtido pelo desenvolvimento do trabalho com o blog por parte dos alunos foi o fato de eles alegarem que as atividades não usuais, criadas para compor o corpus do trabalho, tiveram de fato importância para o melhor entendimento do conteúdo em comparação ao método tradicional que vínhamos empregando até então. O gráfico da Figura 37, abaixo, demonstra bem essa opinião, em que 90% dos pesquisados afirmaram que tiveram um melhor entendimento do conteúdo a partir desse trabalho extraclasse. O relato feito por um dos sujeitos deixa essa posição bem clara:

> Acredito que sim, pois as atividades postadas no blog são diferentes das atividades encontradas no livro, e, quanto mais exercícios feitos, melhor a aprendizagem. Assim, acredito que a atividade extraclasse me ajudou muito a entender a matéria de pirâmides. (Sujeito C).

Ainda com relação ao tipo de exercício abordado e sobre o seu benefício na aprendizagem, ressaltamos outros dois depoimentos desse percentual de alunos:

> Sem dúvida, chama a atenção, quanto mais modos o professor usar para chamar a atenção do aluno, melhor. (Sujeito D). Em minha opinião, a Matemática se estuda fazendo exercícios. E se o aluno fez os exercícios do

> blog ele com certeza esta estudando e sujeito a saber mais. A prática de fazer exercícios ajuda a trabalhar a parte lógica do cérebro, e consequentemente, ajuda no aprendizado. (SujeitoL).

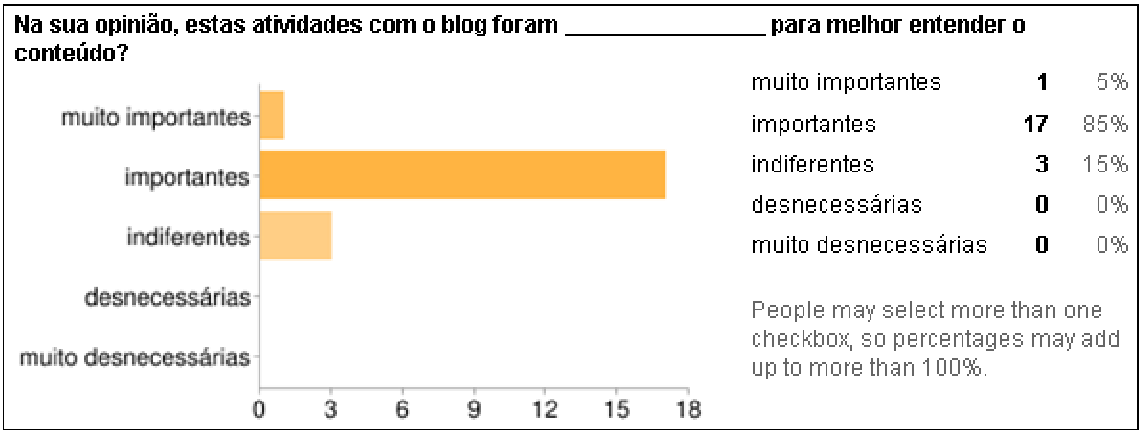


Figura 37 - Grau de contribuição no entendimento da matéria[15]

4.2.5 Avaliação da atividade com a Biblioteca Virtual

Na última parte da trabalho com o blog desenvolveu-se o que se denominou "Biblioteca Virtual". Nela, os alunos, em duplas, pesquisaram na Internet materiais diversos sobre as pirâmides do Egito e postaram no blog um total de três *links*. As duplas cuidaram para não postar material coincidente, verificando o que já havia sido postado. Todos redigiram um pequeno comentário, identificando o conteúdo da postagem. O objetivo dessa atividade foi de estimular os alunos a pesquisarem outras fontes sobre as pirâmides do Egito e complementarem seus conhecimentos e opiniões sobre o assunto.

As opiniões dos alunos acerca da atividade com a biblioteca virtual foram bastantes positivas, sendo que 95% se declararam estimulados com esse trabalho, conforme o gráfico abaixo.

[15] Em função de o programa permitir a seleção de mais do que uma opção, os percentuais excedem os 100%.

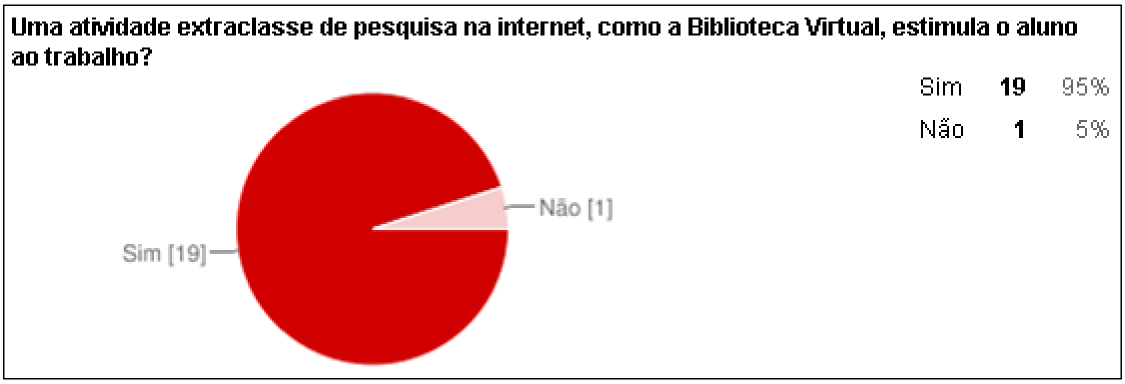


Figura 38 - Biblioteca virtual como estímulo

Dentro de seus comentários emergiram duas categorias de estímulo para esses alunos: estímulo pela pesquisa e pela atividade diferenciada.

4.2.5.1 Estímulo pela pesquisa

O uso da Internet na pesquisa pelos mais variados assuntos é senso comum, e, quanto às pesquisas por material didático, o presente trabalho já revelou ser prática usual. A categoria em questão traz à tona um dado interessante: o aluno se sente estimulado ao usar a Internet para pesquisar trabalhos de aula. Em justificativa à resposta dada à pergunta da Figura 38, o sujeito C coloca que esse tipo de pesquisa é um trabalho agradável e uma boa forma para direcionar os alunos ao estudo, ao alegar que "... é um meio de inserir o aluno no assunto e fazê-lo se interessar. E a Biblioteca Virtual é um espaço de curiosidades e um aprendizado não massacrante, bom e interativo".

Também fazendo referência ao estímulo pela pesquisa, outra aluna aponta: "Eu me senti estimulada, pois com todas as informações que li no blog sobre a história egípcia, queria pesquisar mais sobre este povo fantástico. Acredito que esta tenha sido uma das minhas atividades preferidas".

Percebemos com esse relato a sua avidez pela informação e compartilhamos da mesma opinião, pois quando do início do trabalho e da montagem dos textos para o blog tínhamos cada vez mais o desejo por novas e distintas informações, uma vez que o assunto das pirâmides do Egito nos despertou grande curiosidade. Levantando opinião semelhante, o sujeito F diz: "Estimula sim, nos faz procurar, ler sobre o assunto e às vezes gostar do que leu e ler mais".

A pesquisa sobre mais informações acerca das pirâmides do Egito, promovida pela Biblioteca Virtual, não foi uma busca de conhecimento sobre algo completamente incógnito. Pelo contrário, foi uma atividade de busca por maior conhecimento e precisão, para que os alunos pudessem avaliar tudo aquilo que já haviam colocado sobre diversos fatos serem uma simples coincidência ou um resultado plenamente calculado, científico. De acordo com a Figura 39 abaixo, esse objetivo foi atingido, uma vez que 100% dos alunos perceberam as informações complementadas acerca dos textos postados no blog.

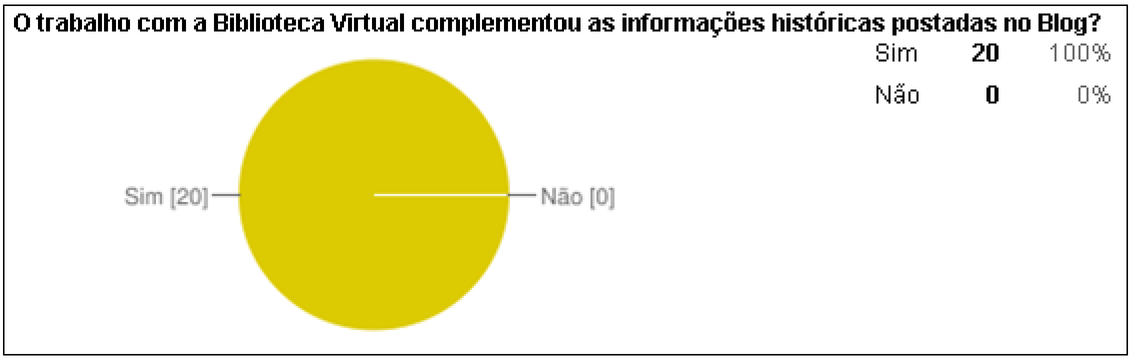


Figura 39 - Biblioteca virtual como complemento de informações

E, nesse sentido, da condução de uma pesquisa para o crescimento e aprimoramento de um conhecimento prévio, dirigimos essa atividade, compactuando com Ramos (2008), ao afirmar que:

> ... pesquisar consiste em responder a perguntas com base no conhecimento que se tem, mas com argumentação mais consistente e complexa, construída a partir de dados relevantes obtidos, sobre os quais se procedeu a processo analítico e reflexivo. Contribui para essa maior consistência e complexidade o diálogo com outras vozes, pensadores e autores de texto, por exemplo, que tenham pesquisado e escrito sobre o tema que é objeto da investigação. (p. 66).

4.2.5.2 Estímulo pela atividade diferenciada

Sair do convencional e direcionar uma atividade noutros moldes que não naquilo que é de praxe para os alunos pode ser uma ótima alternativa para o ensino. E, em uma comunidade totalmente conectada ao mundo virtual, nada melhor do que desenvolver atividades que passem por ele. A proposta de nosso trabalho tem esse intuito e, pelos relatos descritos pelos pesquisados, estamos plenamente convencidos de sua eficácia. Alguns dos depoimentos dessa categoria foram:

> Sendo uma atividade diferente do que se faz em sala de aula, ajuda a ter um interesse maior. (Sujeito J). Dá vontade de estudar a matéria no nosso próprio espaço, fora da sala de aula. (Sujeito A). Computador é uma coisa que os adolescentes gostam muito. Mesmo sendo pra estudar, se tiver que usar o computador os alunos gostam e fica mais fácil fazer os trabalhos. (Sujeito L). Creio que qualquer coisa que envolva a internet facilita e estimula o aluno a aprender de uma forma mais prazerosa do que em sala de aula. (Sujeito G).

Em outros depoimentos pareceu um pouco confuso o que os alunos classificaram de *interessante*, por exemplo:

> Além de ser interessante, ajuda a compreender a matéria. (Sujeito F). Eu achei muito interessante as histórias e as curiosidades contadas pelos sites de pirâmides, principalmente os mistérios da Grande Pirâmide de Quéops. E essas curiosidades e mistérios me fizeram querer achar resultados (Sujeito L).

Porém, a conclusão indubitável foi de que uma atividade que fuja do convencional cativa a atenção dos alunos e traz bons resultados no que diz respeito à aprendizagem.

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Ao concluir esta investigação de pesquisa pautada na dissertação de Mestrado, resgato a motivação inicial para a realização dela, relacionada à questão de examinar, nos tempos atuais e com os alunos que se constituem na geração digital, qual é o papel do professor e como nós, professores, devemos organizar nossas aulas e nosso trabalho a fim de poder enfrentar os desafios que as tecnologias digitais, especialmente aquelas associadas à rede Internet, trazem para dentro da sala de aula.

É fato que a Matemática é percebida pelos alunos como uma matéria difícil, conforme apontado por Felicetti (2007), em seu trabalho relacionado ao estudo *Matofobia* (o medo que os alunos têm de Matemática), e esse sentimento está ligado à falta de entendimento do conteúdo e à forma como ele é ensinado. Felicetti (2007) mostra em seu trabalho, através de suas investigações, que a abordagem que o professor utiliza e que a maneira como ele se comporta são fatores determinantes para que os alunos não ofereçam tanta resistência a aprender Matemática.

O trabalho de investigação desenvolvido nesta dissertação foi realizado num contexto muito favorável, se considerarmos a realidade da escola brasileira. A pesquisa foi aplicada numa escola privada, equipada com diversos recursos, principalmente como um bom laboratório de Informática e acesso à rede Internet de boa qualidade (velocidade). Além disso, os alunos eram oriundos de famílias de poder aquisitivo muito acima da média da população nacional. A investigação mostrou ainda que os alunos que trabalharam nas atividades, também possuem acesso à Internet e vêm de um nível cultural bastante alto em função de seu contexto familiar. Ou seja, estão bem inseridos na caracterização que os autores Veen e Vrakking (2009) e Prensky (2005) fazem dessa geração digital. Uma geração com pleno acesso às tecnologias, que está acostumada a trabalhar em rede nas chamadas “redes sociais”, sabe compartilhar informações e faz a maior parte de sua comunicação pela Internet e por telefones celulares. E com toda essa roupagem *cibercultural,* está agora ávida e desejosa de também estudar por esses meios que ela costuma utilizar para sua comunicação e lazer.

O objetivo deste trabalho de pesquisa foi investigar a contribuição de uma proposta metodológica apoiada em recursos organizados num blog como auxiliar na aprendizagem de conteúdos de Geometria Espacial para alunos do Ensino Médio, a partir de uma abordagem relacionada à História da Matemática. Ao seu final, consideramos que o resultado foi bastante satisfatório, pois existem indicadores oriundos dos registros percebidos pelo autor e das respostas dos alunos aos questionamentos, de que houve receptividade ao método proposto. Ou seja, a metodologia desenvolvida, procurou resgatar a História da Matemática, dando um contexto ao conteúdo estudado, indo ao encontro da aspiração de vários autores da área de Educação Matemática utilizados no referencial deste trabalho, como Mendes (2009), D´Ambrosio (2006), Miguel e Miorim (2004), quando afirmam que a Matemática deve ser mostrada ao estudante como parte do seu cotidiano. E, como a História é escrita a partir do cotidiano de cada povo, esse resgate permitiu aos alunos perceberem que, àquela época, às margens do Nilo, construir as pirâmides e resolver uma série de problemas, era o desafio maior dos egípcios. A partir dessa ligação, regatando a História da Matemática, mostrando que a ciência serviu e como ela serve para resolver os problemas do cotidiano, os alunos entenderam que os conceitos não surgiram de repente. Houve uma construção científica que levou aquela civilização a criar e a usar a Matemática, e esse resgate da história antiga permitiu auxiliar os alunos a entenderem a importância do estudo da Matemática. Foi de grande relevância para eles perceberem que o estudo dessa disciplina vai facilitar o seu entendimento e o seu relacionamento com o mundo e seus "problemas".

Considera-se que, pelos resultados, os alunos perceberam, ao longo do desenvolvimento do trabalho, que a Matemática realmente não está dissociada do cotidiano. Além disso, outro elemento muito interessante registrado foi a veiculação das atividades por meio do blog. Com a possibilidade de usar os meios interativos: recursos da Internet, pesquisa, *links*, sites, vídeos, tudo integrado ao blog, os alunos manipularam um ferramental que estão acostumados a utilizar em seu lazer, em atividades escolares. Perceberam assim que todos aqueles hábitos alheios à escola, podiam ser incorporados às atividade escolares e, sendo bastantes úteis. Ou seja, houve uma aproximação, um diálogo, entre a forma que o professor estava tratando o conteúdo com a forma a qual eles estão acostumados a operar no dia-a-dia, sendo por isso bastante construtivo.

Percebe-se que - a partir dessas constatações - a resposta a essa questão de pesquisa, objeto da presente dissertação:

Como auxiliar o aluno do Ensino Médio a aprender os conteúdos de Geometria Espacial a partir de uma abordagem relacionada à História da Matemática utilizando como elemento apoiador um blog*?*

Pode ser respondida com a promoção da reflexão, tornando o conteúdo significativo a partir de situações, de exemplos e de experimentos que facilitem a associação entre o conteúdo estudado e a realidade pelo aluno vivida. Dessa forma, o experimento realizado foi extremamente significativo, pois o recorte entre o uso da História da Matemática e sua veiculação nos meios habituais dos aprendizes, fez com que eles realmente percebessem que aqueles conteúdos de Geometria, os quais resolveram os "problemas" do passado, também resolvem os problemas contemporâneos, vislumbrados, por exemplo, nas construções urbanas que os cercam.

O blog funcionou, nesse contexto, como um grande elemento de articulação, facilitando a comunicação entre todo o grupo e o professor, dando um caráter mais dinâmico à matéria e ainda permitindo a extensão do espaço presencial de sala de aula para o espaço virtual. Sendo percebido, pois, o envolvimento dos alunos com as atividades da disciplina de Matemática fora do espaço regular de sala de aula.

Com o blog, atingiu-se ainda o objetivo específico de organizar e disponibilizar um acervo de materiais para uso público, envolvendo conteúdos de Geometria Espacial com o uso da História da Matemática, visto que o blog continua ativo e acessível a qualquer internauta. Considera-se também atingido o outro objetivo específico, que foi o de ajudar na divulgação da pesquisa na área de Informática na Educação, auxiliando a demonstrar aos professores as potencialidades dos recursos tecnológicos como apoio às suas atividades docentes e mostrando que não há motivos para receios, visto a sua fácil manipulação e a parceria que pode se feita com os alunos. Sabe-se que esse problema do trabalho conjunto entre estudantes e docentes é vivenciado nessa fase de transição em que a escola ainda tem muita apreensão na utilização dessas tecnologias, porque a grande maioria dos atuais professores não foi formada e teve que aprender a lidar com esse aparato em meio a sua prática docente, diferente dessa geração digital que cresceu cercada dessas tecnologias.

Para finalizar as contribuições pessoais que esse trabalho de Mestrado trouxe ao autor, destacam-se o amadurecimento em termos de significado do que é "ser professor", o conjunto de habilidades de escrita, o entendimento do que é uma pesquisa e o processo de investigação, os quais certamente foram fatores muito importantes que permitiram o crescimento pessoal e profissional. A isso se agrega o *feedback* positivo que o autor recebeu de seus alunos e as suas solicitações para que esse trabalho seja estendido a outros conteúdos.

É evidente que, ao terminarmos um trabalho desse porte, sentimos que algo ficou faltando; ao olharmos para traz, percebemos que poderíamos fazer diferente, mas isso é parte do processo de aprendizagem.

Como trabalho futuro, o autor deseja replicar essa experiência, com o blog, de contextualização em outros conteúdos de Matemática, procurando encontrar um elemento de ligação entre o conteúdo e uma situação prática, vistos os resultados obtidos. Além disso, procurar diversificar as tecnologias verificando o uso das redes sociais, tais como o *Twitter* e o *Facebook*, percebidas ao longo do trabalho como instrumentos muito utilizados por esses alunos e potencialmente produtivos a um trabalho dessa natureza. É também intenção do autor desenvolver atividades que se valham do uso de vídeo, tanto na apresentação de alguma atividade quanto na sua produção por parte dos estudantes, visto que esse instrumento interessa e faz parte do cotidiano desses alunos. O autor deseja ainda estar atento e investigar quais outros recursos de comunicação esses alunos estão usando e que poderiam ser incorporados no seu arcabouço didático.

E como última consideração, para aqueles que desejam fazer um trabalho dessa natureza, lembramos que foi feito um recorte de pesquisa em uma situação específica e esse recorte foi intencional. Se uma crítica feita a esse trabalho no sentido de que "tudo deu certo porque a escola, os alunos e o contexto eram favoráveis", cabe registrar aqui que foi tudo intencional. Precisava-se de uma escola com o contexto e com a população característica da geração digital. Uma escola que tivesse um espaço apropriado para justamente verificar que, se essas condições estão disponíveis, a aprendizagem efetivamente pode acontecer de maneira distinta. Assim sendo, cabe o envolvimento do professor, dos alunos e a participação da escola, a qual foi fundamental para o desenrolar dessa pesquisa. Todo o trabalho do autor, que foi o pesquisador e que também era o professor desses alunos, pôde ser efetivado, pois contou com a aprovação da direção da escola e foi de conhecimento dos pais. Toda questão ética e funcional do trabalho foi preservada, uma vez que a escola preza muito pelo consentimento dos pais em relação às atividades escolares.

Sendo assim, para quem quiser produzir um trabalho semelhante é muito importante selecionar bem o colégio e ter a direção escolar comprometida com o trabalho, permitindo que o professor utilize o laboratório e disponibilize tempo para desenvolver a atividade, além de explicar cuidadosamente aos responsáveis e aos alunos o que se pretende fazer. Ao final do trabalho, dar ainda o retorno a todos envolvidos a respeito do que foi realizado, a fim de agregar credibilidade e de evitar que se criem expectativas deixadas ao vento.

Encerro este texto de dissertação com a citação do autor Prensky (2010) que diz que os professores da escola do século XXI devem exercer a pedagogia da parceria, a qual consiste em diversificar a forma de trabalho, considerando os atributos e os conhecimentos que essa geração digital tem, aliando a isso os objetivos educacionais. A parceria é necessária, inevitável e possível.

6. REFERÊNCIAS

ARAÚJO, L. M. de. *Egipto:* As pirâmides do império antigo. Lisboa: Colibri, 1992.

ARRUDA, E. *Ciberprofessor:* Novas tecnologias, ensino e trabalho docente. Belo Horizonte, Autêntica, 2004.

ATALAY, B. *A Matemática e a Mona Lisa*. São Paulo: Mercuryo, 2007.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In. ARAÚJO, J. de L. BORBA, M. de C. (Orgs). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 99-112.

BRITO, A. de J; CARVALHO, D. L. de. Utilizando a História no ensino de Geometria. In. MIGUEL, A. et al. *História da Matemática em Atividades Didáticas.* 2ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

BONGIOVANNI, V. Euclides, Hilbert e Birkhoff: História da Geometria e seu ensino. In: PACHECO, E. R; VALENTE, W. R. (Orgs.). *IV Seminário Nacional de História da Matemática*. Guarapuava: Unicentro, 2008. p. 19-35.

BOYER, C. B. *História da Matemática.* São Paulo: Editora Edgard Blucher, 2003.

BRASIL. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. *Ensino Fundamental:* Matemática. 1996. Disponível em: <http://zinder.com.br/legislacao/pcn-fund.htm#PCN-MTM > Acesso em 02/12/2009.

______. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. *Ensino Médio:* Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br /seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf> Acesso em 02/12/2009.

CHAVES, J. G. *Didática da Matemática*. Rio de Janeiro: Ministério de Educação e Cultura. Gráfica Olímpica Editora, 1960?, 240 p.

D´AMBROSIO, U. A Interface entre História e Matemática: uma visão histórico-pedagógica. In: FOSSA, J. A. (org.). *Facetas do Diamante*. Rio Claro: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2000. p. 241-271.

______. *Educação Matemática:* da teoria a prática. 13ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2006.

DEVLIN, K. *Os Problemas do Milênio:* sete grandes enigmas matemáticos do nosso tempo. Rio de Janeiro: Record, 2004.

DIAS, R. A. *Educação a distância:* da legislação ao pedagógico. Petrópolis, Rio de Janeiro, Ed. Vozes, 2010.

DOLCE, O; POMPEO, J. N. *Fundamentos de Matemática elementar - vol.10*. São Paulo: Saraiva, 2004.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em Matemática:* registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

EUCLIDES. *Os Elementos.* São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática.* Ed. da Unicamp: Campinas, SP, 2004.

______. *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula*. São Paulo: Atual, 2005.

FAUVEL, J; MAANEN, J. V. (Eds.) *History in Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

FELICETTI, V. L. *Um estudo sobre o problema da Matofobia como agente influenciador nos altos índices de reprovação no 1º ano do Ensino Médio*. 2007. 197 f. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemática - Faculdade de Física, PCRS, Porto Alegre, 2007.

FERREIRA, A. B. de H. *Novo Aurélio século XXI*: o dicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, c1999. 2128 p.

FLICK, U. *Uma introdução à Pesquisa Qualitativa*. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido.* Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

GALIAZZI, M. do C; MORAES, R. *Análise textual discursiva*. Ijuí: Ed. Unijuí, 2007.

GARBY, G. G. *A Rainha das Ciências*: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

______. *O Romance das Equações Algébricas.* 2ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

GARDNER, M. *Ah, Descobri.* 2ª ed. Lisboa: Gradiva, 2003.

HOGBEN, L. *Maravilhas da Matemática.* 4ª ed. Porto Alegre: Editora Globo, 1956.

KENSKI, V. M. *Novas tecnologias:* o redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente. Caxambu. XX Reunião Anual da Anped, set. 1997.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. *Metodologia Científica*. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2000.

LÉVY, P. *As Tecnologias da Inteligência.* O futuro do pensamento na era da Informática. Rio de Janeiro, Ed. 34, 1993.

______. *Cibercultura*. Tradução Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 1999, 264p. (Coleção TRANS).

______. *O que é o virtual?* São Paulo: Editora 34, 2003.

LOPEZ, A. *O enigma das pirâmides*. São Paulo: Hemus, 1978.

MENDES, I. A. A investigação histórica como agente de cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉZ, J. E. N. *A História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006. p. 79-136.

______. Atividades históricas para o ensino da trigonometria. In. MIGUEL, A. et. al. *História da Matemática em Atividades Didáticas.* 2ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

______. *Investigação histórica no ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *História na Educação Matemática*: Propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIGUEL, A. Números Irracionais: a constituição de um estudo histórico-pedagógico. In. MIGUEL, A. et al. *História da Matemática em Atividades Didáticas.* 2ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MLODINOW, L. *A Janela de Euclides:* a História da Geometria das linhas paralelas ao hiperespaço. São Paulo: Geração Editorial, 2005.

MORAES, M. C.; LA TORRE, S. de. Pesquisando a partir do pensamento complexo: elementos para uma metodologia de desenvolvimento ecossistêmico. *Educação*. Porto Alegre, v.29, n.58, 2006. Porto Alegre. p. 145-172

MORAN, J. M. *Programa TV Escola* **-** Capacitação de Gerentes. Palestra proferida no evento realizado pela COPEAD/SEED/MEC. Belo Horizonte e Fortaleza no ano de 1999.

MORETTI, M. T. *O papel dos registros de representação na aprendizagem de Matemática.* In: *Contrapontos* - Revista de Educação da Universidade do Vale do Itajaí. Itajaí*:* Univali, *ano 2*, n.6, *set.-dez.2002*, p. 423-437.

MORIN, E. *O Método*: o conhecimento do conhecimento. Volume 3. Sulina: Porto Alegre, 1986.

______. *O Método*: as idéias. Volume 4. Sulina: Porto Alegre, 1991.

MOTTOLA, P. R. de C. *Matemática*: pré-vestibular por disciplina. 10ª ed. Porto Alegre, 2005.

PAIVA, M. R. *Matemática 2*. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 1995.

PEREIRA, C. *Em busca da nova pedagogia*. 2011. Disponível em <http://www.amanha .com.br/gestao-internas/50-gestao-1/1316-em-busca-da-nova-pedagogia> Acesso em 26/03/2011.

POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas:* um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: interciência, 1995.

PONTE, J. P. da; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na sala de aula.* 1ª ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PORTANOVA, R. A importância da História da Matemática no curso de licenciatura. *Revista da ADPPUCRS*, Porto Alegre, n. 2, p. 73-77, nov. 2001.

PRENSKY, M. Escute os nativos. *Liderança educacional*, 63 , nº4, p.8-13, dez. 2005

______. *Teaching Digital Natives*: partnering for real learning. Califórnia: Corwin, 2010.

RAMAL, A. C. *Educação na Cibercultura:* hipertextualidade, leitura, escrita e aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2002.

RAMOS, M. G. A problematização necessária no ensino de ciências e o livro didático. In: BASSO, N. R. de S.; BORGES, R. M. R.; ROCHA FILHO, J. B. da. (Org.) *Propostas interativas na educação científica e tecnológica*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008. p. 61-76.

ROXO, E. de M. G. A Matemática e o curso secundário. In: VALENTE, W. R. (org.) *Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil*. São Paulo: 1ª ed., SBEM, 2003. p. 159 - 189.

ROSA, M. S. *Números Complexos*: uma abordagem histórica para aquisição do conceito. 1998. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Matemática, PUCSP, São Paulo, 1998.

SINGH, S. *O último teorema de Fermat*. Record: Rio de Janeiro, 2005.

UGARTE, D. de. *O poder das redes*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008.

VALENTINE, T. *A Grande Pirâmide*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1976.

VALDÉS, J. E. N. A história como elemento unificador na Educação Matemática. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉZ, J. E. N. *A História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006. p. 15-77.

VEEN, W; VRAKKING, B. *Homo Zappiens:* educando na era digital. Tradução Vinícius Figueira. Porto Alegre: Artmed, 2009. 141 p.

VON STAA, B. *Sete motivos para um professor criar um blog.* Disponível em <www. educacional.com.br/articulistas/betina_bd.asp?codtexto=636>. Acesso em 10/05/2011.

Anexo 1 - Layout do blog

A Figura a seguir mostra a tela inicial do blog. É o primeiro contato do estudante com o recurso, que deve acessá-lo diretamente pelo endereço eletrônico http://mauro weigel.blogspot.com.

Figura 40 - Layout do blog

Anexo 2 - Apresentação

O presente blog faz parte de um projeto de mestrado em desenvolvimento na PUCRS pelo mestrando Mauro Weigel, que visa agregar a História da Matemática e a utilização da Internet ao desenvolvimento da Geometria Espacial do Ensino Médio.

O pano de fundo (Pirâmides do Egito) escolhido para o trabalho foi motivado pela grande quantidade de informação conflitante existente nos mais diversos meios. Uma vez que as pirâmides continuam um mistério para a humanidade, muitas teorias, científicas ou não, vão surgindo pelos quatro cantos do mundo. A Matemática, por fim, serve como ferramenta no auxílio à compreensão e aceitação individual sobre cada teoria lançada. Os textos aqui apresentados foram obtidos a partir de pesquisas em obras referenciadas mundialmente pela comunidade científica. No entanto, as atividades do blog servem de base para cálculos futuros nos mais diversos documentos existentes sobre as pirâmides.

As atividades postadas foram, em sua totalidade, elaboradas pelo autor do blog a partir de cálculos próprios efetuados ao longo das inúmeras leituras decorrentes da pesquisa. Quando um cálculo parecia ser interessante ao nível médio do ensino de Matemática, era posteriormente transformado em atividade. Essas atividades estão distribuídas no mês de Agosto e intituladas Atividade ou Coincidência ou Ciência.

Há ainda uma última atividade, não vinculada diretamente ao estudo de pirâmides. Trata-se da demonstração do teorema para o cálculo do volume de uma esfera de raio r. A intenção do autor foi imergir o aluno na mesma ideia que levou os antigos a descobrirem a fórmula para o volume em questão.

Anexo 3 - Roteiro das Atividades

A execução das atividades postadas no mês de Agosto necessita dos textos encontrados no mês de Julho. É aconselhável, pois, que o aluno faça uma leitura prévia dos textos para depois partir às atividades. No entanto, cada atividade possui *links* que direcionam o usuário automaticamente aos textos necessários.

Faça uso de uma calculadora científica, pois, além de agilizar seus cálculos, isso dará maior precisão ao estudo. Além disso, a tabela de senos, cossenos e tangentes fornecida contêm apenas ângulos inteiros, não sendo suficiente para a precisão desejada em algumas atividades.

Publique seus resultados no campo destinado aos "comentários" do blog. Não se esqueça de colar seu nome. Claro que o desenvolvimento matemático não necessita de publicação, uma vez que a linguagem Matemática não é favorecida pelo teclado e pelos programas convencionais. Se quiser submeter as atividades à avaliação por parte do professor, siga o modelo a seguir e entregue num dos endereços referidos. Ao fazer a entrega, receberá o gabarito completo via email.

Modelo para encaminhamento à avaliação:

Desenvolvimento das atividades de Matemática postadas no blog
"Portal da Matemática"

Aluno (a): ________________________________

Email: ____________________________________

Atividade 01

a) Resposta:

Cálculos:

b) Resposta:

c) Resposta:

d) Resposta:

Cálculos:

Atividade 02

Resposta:

Cálculos:

Atividade 03

a) Resposta:

b) Resposta:

c) Resposta:

d) Resposta:

Atividade 04

a) Resposta:

Cálculos:

b) Resposta:

Cálculos:

Atividade 05

a) Resposta:

Cálculos:

b) Resposta:

Atividade 06

a) Cálculos:

b) Resposta:

Cálculos:

Coincidência ou Ciência I

a) Resposta:

Cálculos:

b) Resposta:

Cálculos:

c) Resposta:

Cálculos:

d) Justificativa:

Coincidência ou Ciência II

a) Resposta:

Cálculos:

b) Comentário:

Coincidência ou Ciência III

a) Cálculos:

b) Conclusão:

Coincidência ou Ciência IV

a) Cálculos:

Margem percentual de erro:

Coincidência ou Ciência V

Verificação Matemática:

Posicionamento pessoal:

Endereços para entrega:

● mauro@universitario.net

● Colégio João Paulo I
Av. Assis Brasil, 53
CEP 91010-004
Porto Alegre / RS
Brasil

Anexo 4 - Sensações e opiniões

Envie seu texto para os emails mauro@universitario.net e mauro.weigel @acad. pucrs.br

Desenvolva um pequeno texto sobre o seu sentimento perante o trabalho efetuado. Considere a motivação, estrutura do trabalho, dificuldades e a contribuição para a sua aprendizagem como um todo. Expresse também a sua opinião sobre os seguintes itens: a) atividades envolvendo a História da Matemática; b) o desenvolvimento de questões práticas; c) o uso da Internet como ferramenta auxiliar no desenvolvimento escolar. Fique a vontade para dar qualquer outro comentário além dos referidos.

Anexo 5 - Atividade 01

A imagem apresentada a seguir mostra a Grande Pirâmide e o comprimento de sua aresta da base.

Figura 41 - Aresta da base de Quéops. Fonte: Google Earth.

a) Determine, a partir da inclinação da face lateral fornecida no texto, a sua altura original aproximada (valor inteiro) e "exata" (com duas casas após a vírgula). Se quiser uma dica...

b) A altura por você calculada no item *a)* está de acordo com a medida fornecida pelo texto?

c) Na Wikipédia a medida é diferente? O que você conclui sobre as informações apresentadas na Wikipédia em confronto com seus cálculos matemáticos?

d) Sabendo que a densidade da rocha calcária utilizada na construção da pirâmide é de aproximadamente de 2500 kg/m³, calcule a massa total da pirâmide.

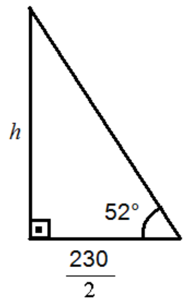
Respostas da Atividade 01

a) Aresta da base oeste mede 230,357 m e a inclinação das faces, em relação ao plano da base, é de 51°51'14,3''.

Cálculo da altura aproximada

Inclinação: 52°

Aresta da base: 230



$$tg52° = \frac{h}{230/2}$$

$$1,27 = \frac{h}{230/2}$$

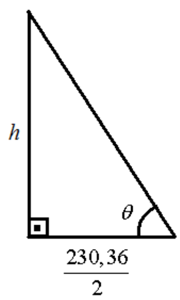
$$h = 146,05$$

Portanto, a altura aproximada da pirâmide de Quéops é de 146 m.

Cálculo da altura exata

Conversão:

$51°51'14,3" = 51,8539°$



$$tg\theta = \frac{h}{230,36/2}$$

$$tg51,8539° = \frac{h}{230,36/2}$$

$$1,2732 = \frac{h}{230,36/2}$$

$$h = 146,651$$

Portanto, a altura exata da pirâmide de Quéops é de 146,65 m.

b) A altura encontrada (146,65 m) difere da altura fornecida pelo texto em 0,061 m ou 6,1 cm. Um erro irrelevante de aproximadamente 0,04%.

c) Segundo a Wikipédia "... a Pirâmide de Quéops media, originalmente, cerca de 150 metros de altura". (Um dado plenamente compatível com o encontrado no item a).

d) Considerando desprezível o volume das câmaras interiores à pirâmide e sendo a densidade da rocha equivalente a 2500 kg/m³, determinemos o volume da pirâmide para depois encontrar a sua massa.

Cálculo do volume

Aresta da base norte: 230,253 m

Aresta da base leste: 230,391 m

O volume da pirâmide é a terça parte do produto da área da base pela altura da mesma.

$$V = \frac{Sb \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{230,253 \cdot 230,391 \cdot 146,65}{3}$$

$$V = 2.593.173,77 m^3$$

Cálculo da massa

Sabendo que densidade é igual a massa dividido pelo volume, temos:

$$d = \frac{m}{v}$$

$$2500 = \frac{m}{2.593.173,77}$$

$$m = 6.482.934.420,88 \ Kg$$

$$m \cong 6.482.934 \ ton$$

Anexo 6 - Atividade 02

A foto de satélite abaixo, extraída do Google Earth, mostra o prolongamento das diagonais da Grande Pirâmide, limitando o Delta do Nilo como um setor circular. De acordo com a escala apresentada pela imagem, determine o perímetro e a área total do delta.

Figura 42 - Delta do Nilo e as diagonais da pirâmide.

Respostas da Atividade 02

Imprimindo a foto, podemos medir com uma régua o raio do setor circular (Delta) e a escala (125 km). Cada impressão será diferente em termos de dimensões da fotografia, no entanto as proporções entre as medidas serão sempre as mesmas.

Medidas encontradas:
Raio: 6,55 cm
Escala (125 km): 4,2 cm

Cálculo da medida do raio *r* em km

$$\begin{array}{lcl} 4,2\ cm & \rightarrow & 125\ km \\ 6,55 & \rightarrow & r \end{array} \qquad r = 194,94\ km$$

No entanto, seria mais simples navegar pelo Google Earth e verificar a medida com a ferramenta disponível no software.

Cálculo da área total

Como as diagonais da pirâmide se cruzam perpendicularmente, temos que o Delta é representado por ¼ de círculo. Assim:

$$S_{delta} = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$$

$$S_{delta} = \frac{\pi \cdot 194,94^2}{4}$$

$$S_{delta} = 29.846,54\ km^2$$

Perímetro do Delta

O perímetro é formado por dois raios mais a quarta parte do comprimento da circunferência:

$$P_{delta} = 2r + \frac{2\pi r}{4}$$
$$P_{delta} = 2 \cdot 194,94 + \frac{2\pi \cdot 194,94}{4}$$
$$P_{delta} = 696,09\ km$$

Anexo 7 - Atividade 03

Conta-nos a História que Tales de Mileto, ao se deparar com a Grande Pirâmide, ficou fascinado e obcecado por determinar sua altura. Uma das versões desta História (de Hicrônimos, discípulo de Aristóteles) diz que Tales determinou a medida do comprimento da sombra da Grande Pirâmide no exato momento em que a sombra de um bastão, colocado num ângulo de 90° com o solo, formava uma sombra de mesmo comprimento deste. Somando então a sombra da pirâmide com a metade do comprimento de sua aresta da base, sabia que essa medida era equivalente à altura da pirâmide. Veja a seguinte ilustração:

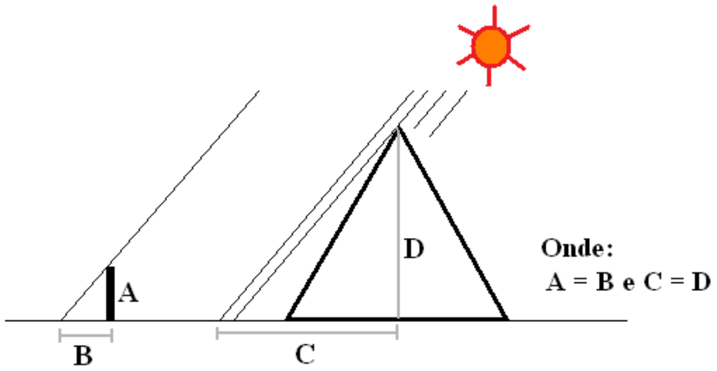


Figura 43 - Sombra do bastão e da Grande Pirâmide

A partir da ideia de Tales e munido de uma trena ou fita métrica, faça medições semelhantes em seu bairro. Meça a altura de alguns alvos a partir de sua sombra. Registre, se possível, uma fotografia do alvo. Anote os dados observados, tais como o comprimento da sombra, a descrição do alvo em questão e o horário de observação. Depois responda as seguintes perguntas:

a) Qual foi a maior dificuldade ao empregar esse método?

b) Em que horário a sombra do alvo teve a mesma medida de sua altura?

c) Esse horário muda com o passar dos dias?

d) A semelhança de triângulos pode ser aplicada para simplificar esse método? Explique.

Respostas da Atividade 03

d) Pode-se usar a semelhança de triângulos para facilitar o cálculo. Por exemplo, ao medir o comprimento da sombra de um alvo (*S*), podemos compará-lo ao comprimento da sombra (*s*) de uma estaca cuja altura (*h*) conhecemos. Procedendo com a semelhança de triângulos, estamos prontos para encontrar a altura (*H*) do alvo. Dessa forma podemos fazer o procedimento a qualquer hora do dia, desde que haja sol.

Veja a ilustração:

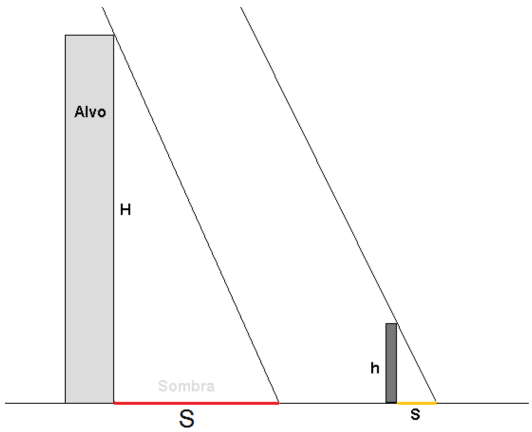


Figura 44 - Semelhança de triângulos

De onde, por semelhança de triângulos, temos: $\frac{H}{S} = \frac{h}{s}$

Anexo 8 - Atividade 04

Observando a foto de satélite abaixo, podemos extrair algumas medidas aproximadas.

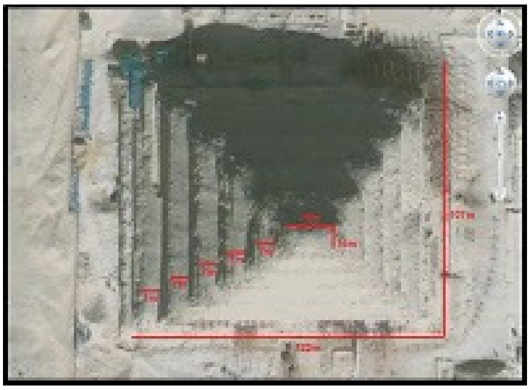


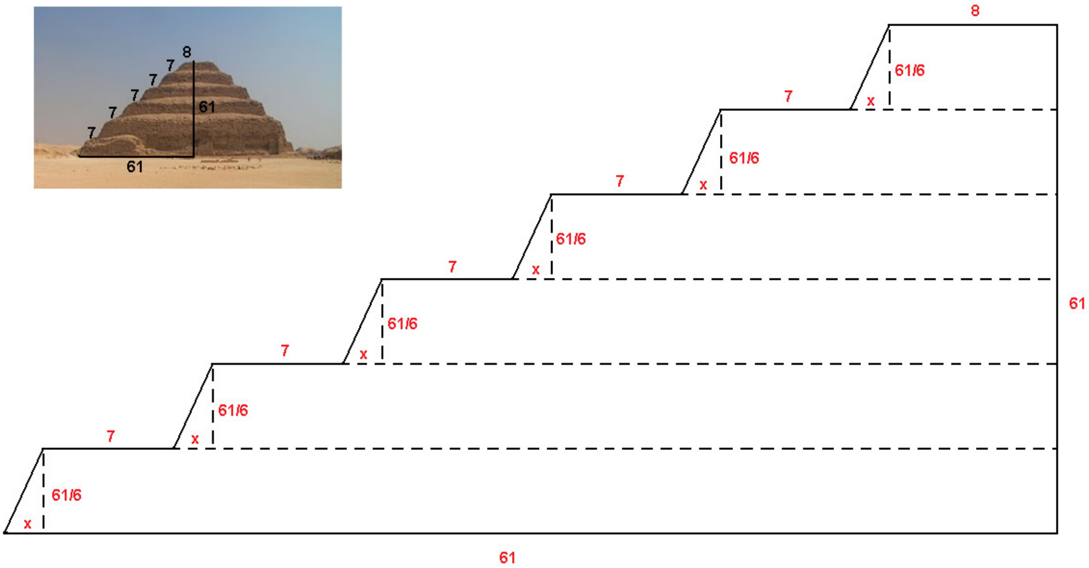
Figura 45 - Medidas da Pirâmide de Djoser. Foto extraída do Google Earth.

a) Como a base da pirâmide de Djoser não é quadrangular, suas faces laterais têm inclinações distintas. Admitindo que a base de cada “degrau” da pirâmide, com exceção do último, que é a base superior, tenha 7m de largura, determine o valor aproximado das inclinações das faces sul e leste.

b) Admitindo que cada mastaba da pirâmide escalonada tenha uma altura de 10m, qual o volume da mastaba inferior da pirâmide?

Respostas da Atividade 04

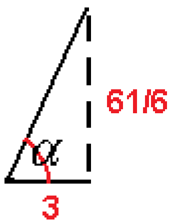
a) Pela imagem da face lateral da pirâmide, podemos tirar as seguintes conclusões, em relação a suas medidas:



Temos, portanto:

$$6x + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 8 = 61$$
$$x = 3$$

Logo:



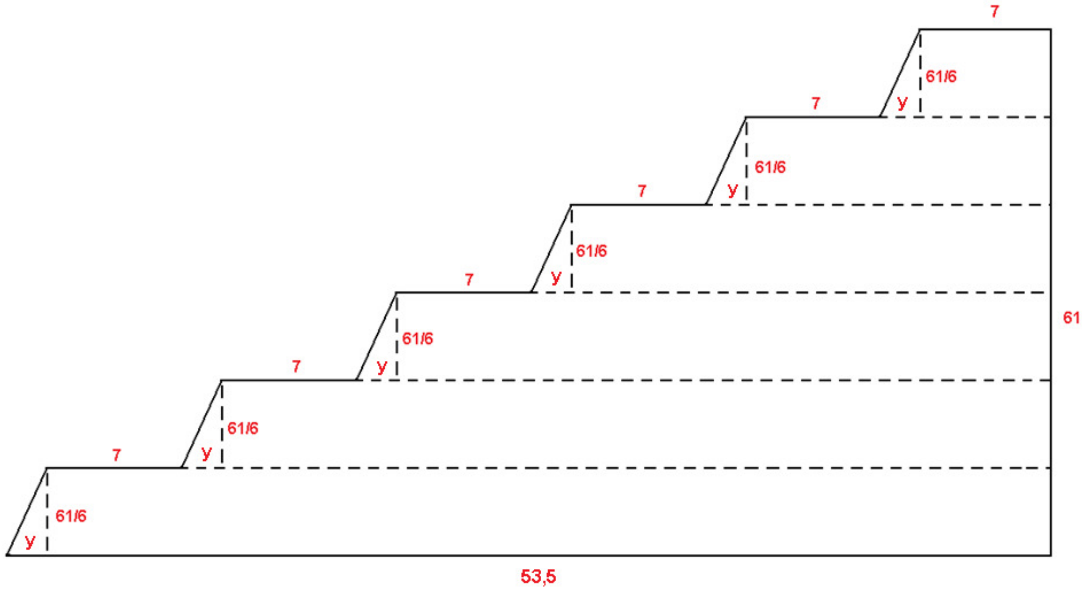
$$tg\alpha = \frac{61/6}{3}$$
$$tg\alpha = 3,38$$

Usando a função tan^{-1} da calculadora:

$$\alpha \cong 73,56°$$

Onde θ é a inclinação da face Oeste / Leste.

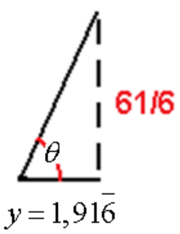
Para o cálculo da inclinação da face Norte / Sul procedemos de maneira análoga:



Temos, portanto:

$$6y + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 53,8$$
$$y = 1,91\overline{6}$$

Logo:



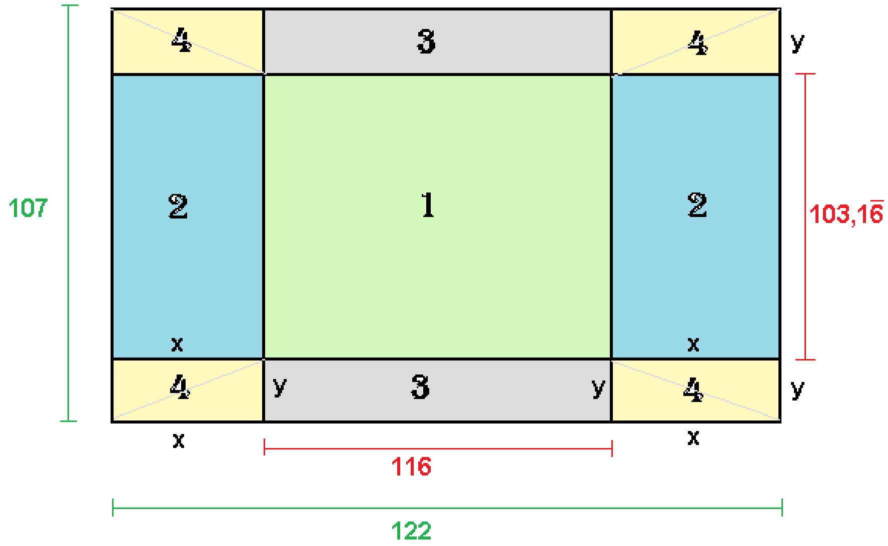
$$tg\theta = \frac{61/6}{1,91\overline{6}}$$
$$tg\theta = 5,304$$

Usando a função tan^{-1} da calculadora:

$$\theta \cong 79,32°$$

Onde θ é a inclinação da face Sul / Norte.

b) Para o volume da mastaba inferior vamos decompô-la em 9 sólidos, conforme a figura a seguir, onde a mesma aparece vista de cima, com todas as medidas em metros:



Obs.: O desenho está fora de escala e os números 1, 2, 3 e 4 representam os sólidos resultantes da decomposição da mastaba.

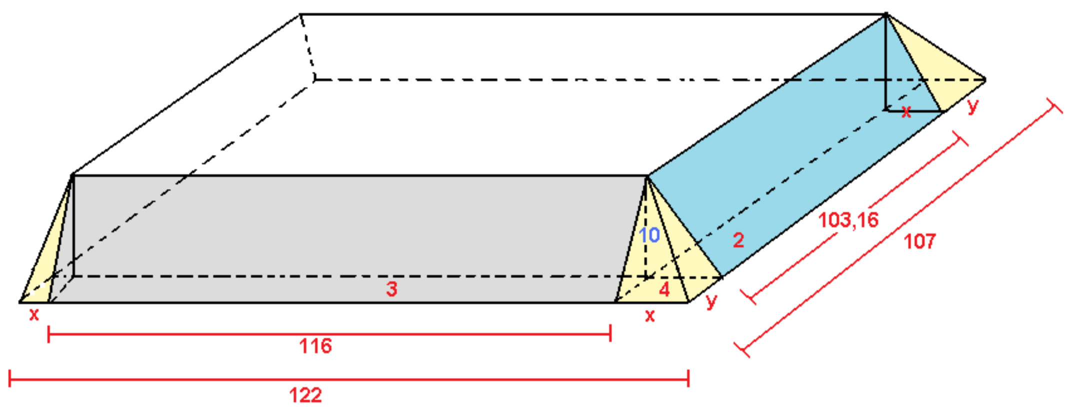
O sólido 1 (base superior da mastaba) é um paralelepípedo retângulo, de altura $h=10$ e base 116 por $103,1\overline{6}$;

O sólido 2, devidamente acoplado ao outro sólido de mesmo número, forma um paralelepípedo retângulo de altura $h=10$ e base $103,1\overline{6}$ por x;

O sólido 3, devidamente acoplado ao outro sólido de mesmo número, forma um paralelepípedo retângulo de altura $h=10$ e base 116 por y;

O sólido 4 é uma pirâmide oblíqua, de altura $h=10$ e base retangular x por y.

No desenho a seguir, destaque para a altura da mastaba (10 m) e para os sólidos 2 (azul), 3 (cinza) e 4 (laranja).



Cálculo do volume da mastaba:

$$V = V_1 + (V_2 + V_2) + (V_3 + V_3) + 4 \cdot V_4$$

Onde:

$$V_1 = Sb \cdot h \qquad V_2 + V_2 = 103,1\overline{6} \cdot x \cdot h \qquad V_3 + V_3 = 116 \cdot y \cdot h \qquad V_4 = \frac{x \cdot y \cdot h}{3}$$

$$V_1 = 103,1\overline{6} \cdot 116 \cdot h \qquad V_2 + V_2 = 103,1\overline{6} \cdot 3 \cdot 10 \qquad V_3 + V_3 = 116 \cdot 1,91\overline{6} \cdot 10 \qquad V_4 = \frac{3 \cdot 1,91\overline{6} \cdot 10}{3}$$

$$V_1 = 119.673,3 \qquad V_2 + V_2 = 3.095 \qquad V_3 + V_3 = 2.223,\overline{3} \qquad V_4 = 19,1\overline{6}$$

Portanto:

$$V = V_1 + (V_2 + V_2) + (V_3 + V_3) + 4 \cdot V_4$$

$$V = 119.673,3 + (3.095) + (2.223,\overline{3}) + 4 \cdot 19,1\overline{6}$$

$$V = 125.068,3\ m^3$$

Anexo 9 - Atividade 05

a) A pirâmide de Quéops levou muito tempo para ser concluída. De acordo com o texto, quantos blocos de pedra devem ter sido transportados por dia para a conclusão da obra no tempo informado?

b) O que você infere a partir desses resultados?

Resposta da Atividade 05

a) Tempo informado: 30 anos

Total de Blocos: 2.300.000

1 ano $\rightarrow$ 365 dias

30 anos $\rightarrow$ 10.950 dias

$$\frac{Blo\cos}{dia} = \frac{2.300.000}{10.950} \cong 210,04 \ \frac{\text{blocos}}{\text{dia}}$$

Anexo 10 - Atividade 06

Volume da esfera.

Para a determinação do volume da esfera em função do seu raio vamos impor uma hipótese.

Hipótese: o volume da esfera de raio r é igual ao volume da anticlépsidra de altura 2r.

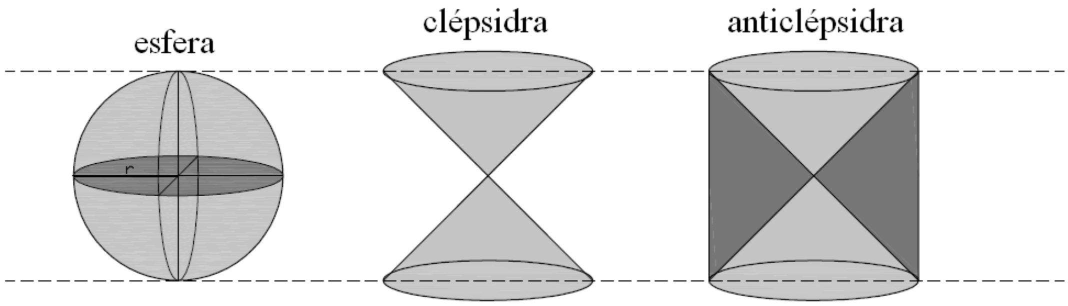


Figura 46 - Esfera, clépsidra e anticlépsidra.

A clépsidra (ampulheta) é obtida pela ligação de dois cones pelos respectivos vértices, ficando suas bases paralelas uma em relação a outra.

A anticlépsidra é o sólido resultante da diferença entre um cilindro equilátero e a clépsidra (ampulheta) inscrita nele.

Se a hipótese for verdadeira, então o volume da esfera é dado pela diferença entre o volume do cilindro e o volume da ampulheta.

Hipótese: $V_{\text{esfera}} = V_{\text{cilindro}} - V_{\text{ampulheta}}$

a) Para provar nossa hipótese basta provar que o plano secante (Figura 47) à esfera e à anticlépsidra, gera secções transversais (indivisíveis) com áreas iguais nos dois sólidos. Ou seja: a área do círculo (secção esférica) é igual a área da coroa circular (secção da anticlépsidra). Feito isso, estamos amparados pelo 2° princípio de Cavalieri e provamos que os volumes são iguais.

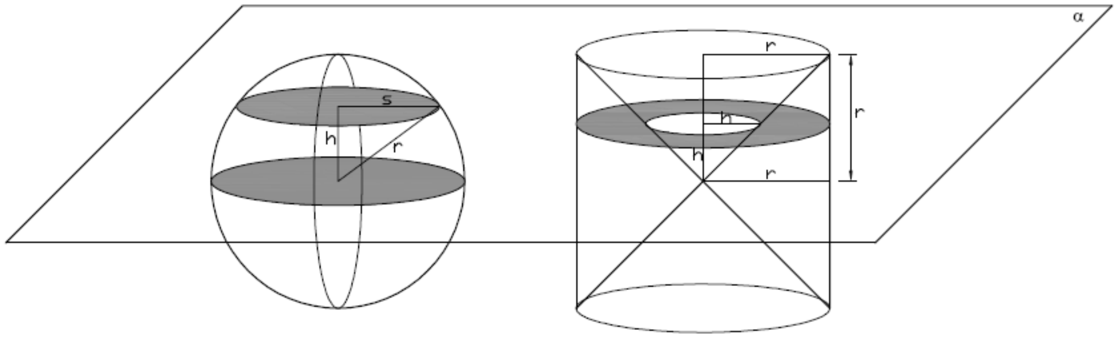
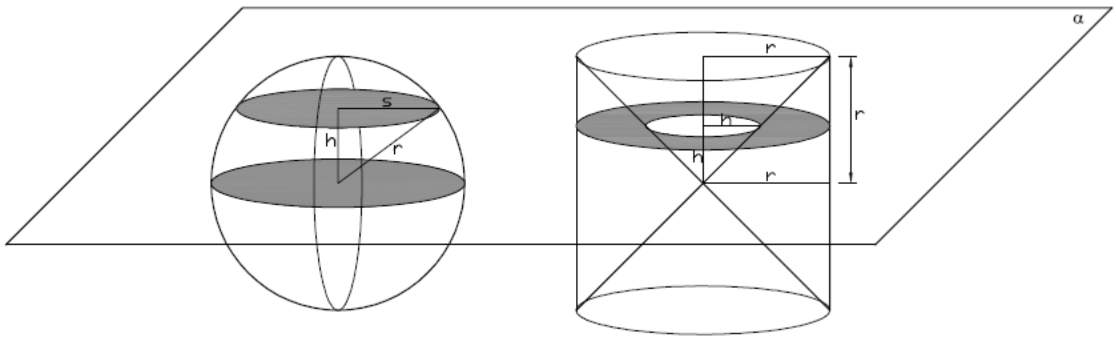


Figura 47 - Plano secante à esfera e à anticlépsidra.

b) Sabendo que a hipótese é verdadeira, mostre a fórmula do volume da esfera em função do seu raio r.

Respostas da Atividade 06

a) As secções transversais na esfera e na anticlépsidra, geradas pelo plano secante α, possuem a mesma área (Figura abaixo).



Demonstração:

A secção transversal na esfera é um círculo de raio *s*, logo possui área:

$S_o = \pi \cdot r^2$

$S_o = \pi \cdot s^2$, mas aplicando o teorema de pitágoras no triângulo da figura temos:

$r^2 = s^2 + h^2$

$s^2 = r^2 - h^2$ e portanto, a área da secção pode ser escrita como:

$S_o = \pi \cdot s^2$

$S_o = \pi \cdot \left(r^2 - h^2\right)$

A secção transversal na anticlépsidra é uma coroa circular, logo, possui área:

$$S_{coroa} = \pi r^2 - \pi h^2 \quad \text{ou} \quad S_{coroa} = \pi \cdot \left(r^2 - h^2\right)$$

Portanto: $S_{coroa} = S_o$, o que era preciso provar.

b) Como agora sabemos que o volume da esfera é igual ao volume da anticlépsidra, temos:

$$V_{esfera} = V_{anticlépsidra}$$

$$V_{esfera} = V_{cilindro} - 2 \cdot V_{cone}$$

$$V_{esfera} = \pi r^2 \cdot 2r - 2 \cdot \left(\frac{\pi r^2 \cdot r}{3} \right)$$

$$V_{esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

E está demonstrada a fórmula que dá o volume da esfera em função do raio.

Anexo 11 - Coincidência ou Ciência I

Muitos textos destacam que o perímetro da base da Grande Pirâmide é igual ao comprimento de uma circunferência de raio equivalente a sua altura e que isso foi pre-meditado por seus construtores.

a) Qual o perímetro da base da Grande Pirâmide?

b) Qual a medida do raio em questão?

c) Comparando o raio obtido com a altura informada no texto, qual a margem percentual de erro?

d) Em sua opinião e embasado por seus cálculos, você acredita que essa medida foi intencional? Justifique.

Respostas do tópico Coincidência ou Ciência I

a) De acordo com o texto, o perímetro da base da Grande Pirâmide é de:

$$Per. = 230,253 + 230,454 + 230,391 + 230,357$$
$$Per. = 921,455\ m$$

b) Se o perímetro da base da Grande Pirâmide é igual ao comprimento de uma circunferência de raio equivalente a sua altura, então:

$$Per. = C_o$$
$$921,455 = 2\pi r$$
$$r = \frac{921,455}{2\pi}$$
$$r \cong 146,654\ m$$

c) O raio em questão é de 146,654 m e a altura informada no texto é de 146,59 m, ou seja, há uma margem de erro de apenas 0,044 %. Mas se compararmos o raio de 146,654 m com a altura encontrada, no desenvolvimento da atividade n° 01 (146,652), temos um erro de insignificantes 0,0013 %.

Anexo 12 - Coincidência ou Ciência II

Acredita-se que a inclinação das faces laterais da Grande Pirâmide tenha sido escolhida para que contivesse a proporção áurea.

Diz-se que o número de ouro está na razão entre o apótema da pirâmide (x) e a metade da aresta da base (y).

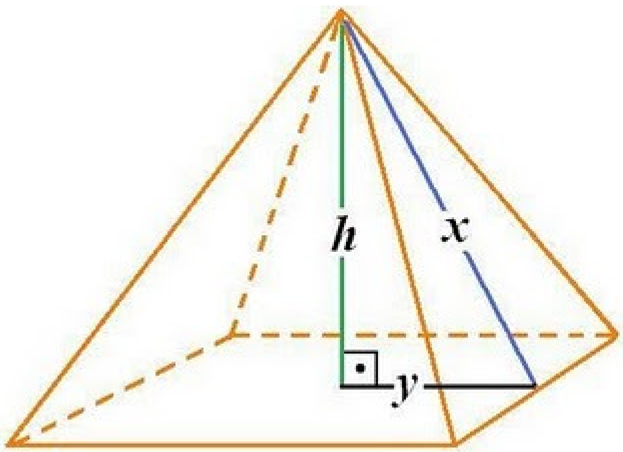


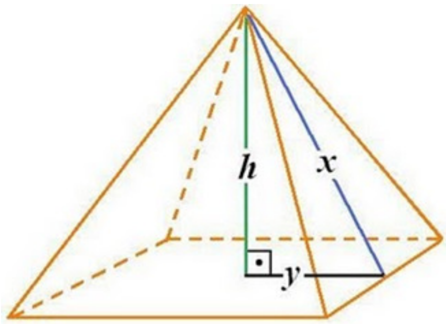
Figura 48 - Proporção Áurea na Grande Pirâmide

a) Verifique a relação e veja em quantas casas após a vírgula o resultado está de acordo.

b) Registre seu comentário sobre o fato ser uma coincidência ou ciência.

Resposta do tópico Coincidência ou Ciência II

a) O número de ouro é $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ou aproximadamente 1,618033988.



$$y = \frac{230,36}{2} = 115,18$$
$$h = 146,65$$

Por pitágoras, temos que o apótema vale:

$$x^2 = y^2 + h^2$$
$$x^2 = (115,18)^2 + (146,65)^2$$
$$x \cong 186,474$$

Portando, a razão $\frac{y}{x}$ vale:

$$\frac{y}{x} = \frac{115,18}{186,474} \cong 0,617672$$

e

$$\frac{x}{y} = \frac{186,474}{115,18} \cong 1,6189813$$

Uma impressionante aproximação com a proporção áurea; correta até a terceira casa decimal.

Anexo 13 - Coincidência ou Ciência III

O historiador grego Heródoto teria afirmado que na pirâmide de Quéops a área de um quadrado de lado igual à medida da altura da pirâmide é igual à área de uma de suas faces laterais.

a) Verifique matematicamente a afirmação de Heródoto.

b) O que conclui? É coincidência ou ciência?

Resposta do tópico Coincidência ou Ciência III

a)

$$S_{quadrado} = S_{face\ lateral}$$

$$h \cdot h = \frac{a \cdot x}{2}$$

$$146{,}65 \cdot 146{,}65 = \frac{230{,}36 \cdot 186{,}47}{2}$$

$$21.506{,}22 = 21.477{,}61$$

Uma diferença de apenas 0,133%

Anexo 14 - Coincidência ou Ciência IV

Na época de Arquimedes, nascido em 287 a.C., já se sabia que o perímetro de uma circunferência era proporcional a seu diâmetro, no entanto desconhecia-se o coeficiente de proporcionalidade (hoje designado pela letra *pi*). O papiro de Rhind, escrito por volta de 1650 a.C., contém uma aproximação notável para seu valor: 3,1605.

Acredita-se, porém, que os construtores da Grande Pirâmide tinham o conhecimento de seu valor exato, deixando-o implícito nas medidas da pirâmide, para ser visto pela posteridade. O valor de *pi* aparece quando dividimos o perímetro da base da pirâmide pelo dobro de sua altura.

a) Verifique essa afirmação e calcule a margem percentual de erro obtida no seu cálculo e na informação contida no papiro de Rhind. (O valor aproximado de *pi* é 3,1416)

Resposta do tópico Coincidência ou Ciência IV

"O valor de *pi* aparece quando dividimos o perímetro da base da pirâmide pelo dobro de sua altura":

$$pi = \frac{per}{2 \cdot h}$$
$$pi = \frac{921,455}{2 \cdot 146,651}$$
$$pi \cong 3,141659$$

Trata-se de uma aproximação fantástica, uma vez que o correto até a sexta casa decimal é 3,141592. Já o valor obtido a partir da informação de que "o valor de *pi* aparece quando dividimos o perímetro da base da pirâmide pelo dobro de sua altura", que é de 3,141659, possui uma diferença de 0,6% a mais em relação ao dado contido no papiro Rhind, de 3,1605.

Anexo 15 - Coincidência ou Ciência V

O astrônomo Johannes Kepler (1571 - 1630) observou que a pirâmide de Quéops apresenta a seguinte relação:

$$\boxed{\frac{\Delta + \Psi}{\Delta} = \frac{\Delta}{\Psi}} = \Phi \qquad \text{Onde} \begin{cases} \Delta \text{ é a área lateral da pirâmide,} \\ \Psi \text{ é a área da base da pirâmide,} \\ \Phi \text{ é o número de ouro (1,618...)} \end{cases}$$

Figura 49 - Relação Áurea

Esse cálculo é um reenunciado da lei da divina proporção, portanto a Grande Pirâmide é considerada uma pirâmide áurea.

Verifique se a relação faz sentido e posicione-se a respeito de o fato ser uma coincidência ou um resultado proposital por parte dos construtores da pirâmide.

Resposta do tópico Coincidência ou Ciência V

Seja:

$\Delta =$ área lateral

$\Psi =$ área da base

$\Phi =$ 1,618...

Então:

$$\Delta = 4 \cdot S_{face\ lateral}$$

$$\Delta = 4 \cdot 21.477,61$$

$$\Delta = 85.910,44$$

$$\Psi = 230,454 \cdot 230,357$$

$$\Psi = 53.086,69$$

$$\frac{\Delta + \Psi}{\Delta} = \frac{\Delta}{\Psi} = \Phi$$

$$\frac{85.910,44 + 53.086,69}{85.910,44} = \frac{85.910,44}{53.086,69} = 1,618...$$

$$1,61793 = 1,61830 = 1,618...$$

Novamente uma aproximação extraordinária!

Anexo 16 - As Pirâmides do Egito

Envoltas em mistérios, lendas e inúmeras especulações sobre seu verdadeiro significado e como foram construídas, as pirâmides egípcias intrigam as mentes humanas há milênios. Não há como precisar tais dados, no entanto diversas coincidências relacionando astronomia, Física e Matemática, nos levam a crer que seus construtores dominavam esses campos do saber tanto quanto nos dias atuais. Não os construtores de todas as pirâmides, mas provavelmente os da mais fantástica dessas obras, que parece exorar por uma avaliação científica: a Grande Pirâmide, da qual as impressionantes medidas são o aval para a espantosa ciência envolvida.

Uma das funções desses magníficos monumentos foi certamente a de servir como túmulo aos faraós, no entanto , dizer que essa foi a única função das pirâmides parece improvável. Se tomarmos o período de um século transcorrido entre a III e IV Dinastias veremos que as pirâmides erguidas nessa época[16] são mais numerosas que os soberanos.

O "poder das pirâmides" de conservar alimentos, manter o fio de lâminas de barbear e tardar o envelhecimento, tem se mantido como uma forte cultura popular ao longo dos séculos, no entanto, não há prova científica de quaisquer dessas faculdades nas pirâmides.

O Egito abriga em torno de 80 pirâmides, algumas reduzidas atualmente a montes de pedras, outras apenas corroídas pela erosão. Algumas são estruturas colossais, enquanto outras, relativamente ínfimas. Mas o complexo piramidal mais intrigante é sem dúvida o do planalto de Gizé.

Gizé está localizada na margem esquerda do rio Nilo e faz fronteira com a capital, Cairo. É mundialmente conhecida por conter a única das Sete maravilhas do mundo antigo ainda conservada: as pirâmides de Quéops, Quéfren e Miquerinos.

---

[16] As primeiras pirâmides erguidas foram: 1ª - A pirâmide escalonada de Djoser (em Saqqara), 2ª - A pirâmide ruída (em Meidum), 3ª - A pirâmide torta (em Dashur), 4ª - A pirâmide vermelha (em Dashur), 5ª - A pirâmide de Quéops (em Gizé), 6ª - A pirâmide de Quéfren (em Gizé) e 7ª - A pirâmide de Miquerinos (em Gizé).

As especulações sobre a verdadeira data de construção desses monumentos são extremamente variadas. É possível, com uma pesquisa rápida em alguns livros ou mesmo via *web*, encontrarmos variações entre 72.000 e 2.500 anos a.C.

Em 1995 uma pesquisa realizada por membros do David H. Kochs Pyramids Radiocarbon Project, colocou um fim às especulações em torno da data de construção das pirâmides no vale de Gizé. A partir de minúsculos fragmentos do material usado como argamassa entre os blocos das pirâmides, os cientistas fizeram diversos testes para verificar os níveis de atividade do carbono 14 (C14). (A meia-vida do C14 é 5715 anos, o que significa que passado esse período de tempo sua atividade se reduz à metade da original.) Assim, determinaram que todo o complexo de Gizé foi erguido entre 2589 e 2504 a.C., ou seja, ao longo de 85 anos.

A pirâmide de Quéops

A pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide, foi construída por volta de 2.600 a.C. para ser a tumba do Faraó Quéops ou Khufu. Sua altura original era de 146,59 metros, mas atualmente é de 137,19 m, pois falta parte do seu topo e o revestimento. A inclinação das faces, em relação ao plano da base é de 51°51'14,3'', o que pode ser observado na réplica do revestimento externo, colocado em parte da base da pirâmide (Figura abaixo).

Figura 50 - Revestimento externo

A estrutura cobre uma área de 53 mil metros quadrados e contém aproximadamente 2.300.000 blocos de pedras com, em média, 2,5 toneladas cada um. Levou cerca de 30 anos para ser concluída, envolvendo um exército de 100.000 trabalhadores. Muitos estudiosos acreditam que essa mão de obra era inteiramente escrava. No entanto, essa hipótese parece um tanto improvável, pois para manter na linha esse número de cativos talvez fosse necessária a força de 20 mil soldados; sem contar a alimentação de toda essa gente (ATALAY, 2007).

Assim como nas outras pirâmides de Gizé, a de Quéops orienta os quatro pontos cardeais, limitando ainda o Delta do Nilo geometricamente com o prolongamento das duas diagonais (Figura 51) e dividindo-o em duas partes iguais com o prolongamento do apótema da pirâmide em sua face norte. (Figura 53)

Figura 51 - Pirâmide de Quéops com prolongamento das diagonais.

Figura 52 - Pirâmide de Quéops com prolongamento das diagonais.

Figura 53 - Prolongamento das diagonais e do apótema da pirâmide.

A simples orientação dos pontos cardeais pelas faces da Pirâmide já mostra uma impressionante perícia de astronomia, uma vez que até mesmo nos tempos atuais, com toda a tecnologia disponível, essa tarefa não é de fácil execução. É verdade que essa orientação possui um pequeno erro, mas algumas hipóteses sugerem que esse erro se deva a um movimento de placas tectônicas.

É possível encontrar as mais variadas teorias sobre as pirâmides do Egito, em especial sobre a Grande Pirâmide; seja na Internet, em programas televisivos ou em bons livros de História. Tudo isso pelo simples fato de que muita coisa não pode ser provada cientificamente. No entanto, não se podem negar as incríveis coincidências contidas nesse monumento.

Um fato não comprovado, mas no mínimo curioso, é a unidade de medida utilizada pelos construtores da Grande Pirâmide. Alguns estudiosos creem que suas medidas estejam relacionadas às dimensões da Terra e que a unidade de medida empregada foi a polegada do diâmetro polar (p dp). Essa polegada difere em apenas um fio de cabelo da polegada usual, equivalente a 2,54 cm. O astrônomo britânico John Herschel percebeu que a polegada utilizada na Pirâmide (p dp) é equivalente à razão entre o diâmetro polar (eixo de rotação da Terra) e 50.000.000, o que pode indicar o conhecimento da medida do diâmetro polar exato pelos construtores da Grande Pirâmide (apud VALENTINE, 1975, p. 60).

Muitas medidas da Grande Pirâmide parecem estar vinculadas às reais medidas da Terra e do próprio Sistema Solar. Como se seus construtores quisessem dizer à posteridade que possuíam tal conhecimento. Para citar outro exemplo, sua altura pode ter sido escolhida por representar quase que exatamente a distância da Terra ao Sol no periélio, se multiplicada por um bilhão. A precisão é realmente impressionante, no entanto parece improvável que a humanidade detivesse tal conhecimento àquela época. Mas não há como negar o caráter intrigante de tais medidas, nem tampouco a precisão goniométrica de toda a obra, o que torna obrigatórios instrumentos ópticos extremamente avançados. Mas nenhum vestígio de tais instrumentos foi até hoje encontrado, tudo isso permanecendo um profundo mistério.

Segundo Araújo (1992), as medidas da Pirâmide de Quéops são as seguintes:

> Área total: 53.000 m² de superfície da base.
> Altura Original: 146,59 m
> Aresta da base norte: 230,253 m
> Aresta da base sul: 230,454 m
> Aresta da base leste: 230,391 m
> Aresta da base oeste: 230,357 m
>
> Desvios das arestas da base em relação aos pontos cardeais:
> Aresta norte: 2’28’’
> Aresta sul: 1’57’’
> Aresta leste: 5’30’’
> Aresta oeste: 2’30’’
>
> Medidas dos quatro ângulos internos da base
> Vértice nordeste: 90°3’2’’
> Vértice noroeste: 89°56’58’’
> Vértice sudeste: 89°56’27’’
> Vértice sudoeste: 90°0’33’’ (p. xxx)

As pirâmides escalonadas

A pirâmide escalonada de Sacara, construída para o faraó Djoser, é provavelmente a estrutura em pedra talhada mais antiga erguida pelo homem (cerca de 2.630 a.C.) e foi, portanto, a primeira pirâmide erguida no Egito. Possui um total de seis "degraus", com alturas aproximadamente iguais, os quais podem ser considerados troncos de pirâmides, perfazendo um total de 61m de altura. Cada um desses degraus foi originalmente construído para ser uma mastaba.

Sua estrutura, diferentemente das clássicas pirâmides de Gizé, não possui base quadrada. Suas arestas da base formam um retângulo de 122 por 107m.

Figura 54 - Pirâmide escalonada de Djoser

Anexo 17 - Pitágoras de Samos

Pitágoras nasceu na ilha jônia de Samos, e conjectura-se que tenha vivido entre 586 a.C. e 500 a.C. Era um profeta, um místico, e sua História foi envolta de lenda e apoteose. De suas muitas peregrinações passou pelo Egito, Babilônia e possivelmente pela Índia, assimilando, além de muitas ideias matemáticas e astronômicas, outras tantas religiosas, até porque foi contemporâneo de Buda, Confúcio e Lao-Tse. Em seu retorno ao mundo grego, estabeleceu-se em Crotona, na então chamada Magna Grécia, o que hoje é o sudeste da Itália. Lá fundou uma sociedade secreta conhecida como escola pitagórica; algo semelhante a um culto órfico, não fosse por suas bases matemáticas e filosóficas. Para os pitagóricos a Matemática tinha muito mais sentido em razão do amor pela sabedoria do que por sua aplicabilidade prática.

Figura 55 - Ilha de Samos. Fonte: Google Earth.

Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras talvez seja, de todas as ciências exatas, o teorema mais citado ao longo do ensino fundamental e médio. Ele diz que, em qualquer triângulo retângulo, *o quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos*; podendo ser traduzido algebricamente como:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Esse famoso teorema tem um sem número de demonstrações, mas uma delas é particularmente muito simples.

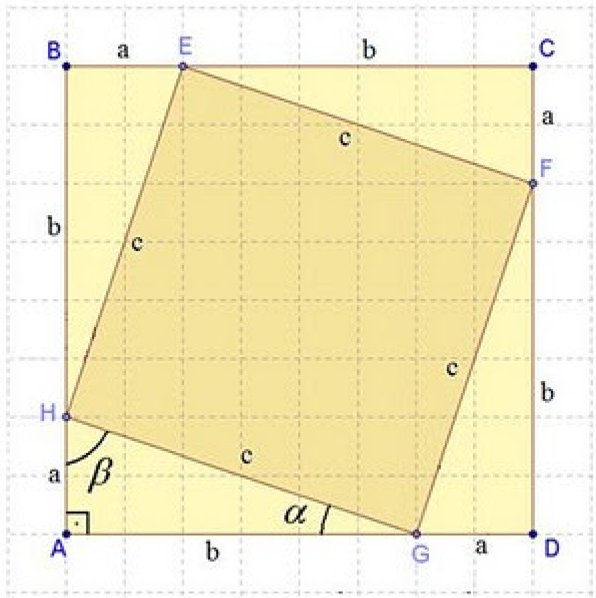


Figura 56 - Teorema de Pitágoras

Teorema:

Seja o quadrado EFGH, inscrito no quadrado ABCD, conforme Figura 56. Os quatro triângulos formados pela inscrição são idênticos e a soma dos ângulos alfa e beta vale 90°. Sabemos também que a área ABCD é igual a área EFGH mais quatro vezes a área AGH.

Em notação Matemática temos:

$$S_{ABCD} = S_{EFGH} + 4 \cdot S_{AGH}$$
$$(a+b)^2 = (c)^2 + 4 \cdot \left(\frac{a \cdot b}{2}\right)$$
$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Figura 57 - Demonstração do teorema

O que era preciso provar.

Anexo 18 - Bonaventura Cavalieri

Bonaventura Cavalieri nasceu na Itália, mais precisamente na cidade de Milão em 1598. Foi aluno de Galileu e professor de Matemática na Universidade de Bolonha de 1629 até a sua morte no ano de 1647. Em seu legado, diversas obras contemplando Matemática, óptica e astronomia nos foram deixadas. Foi um dos responsáveis pela divulgação dos logaritmos na Europa, tornando-o um matemático muito influente. Sua obra mais expressiva e de grande contribuição à Matemática é o tratado *Geometria Indivisibilibus*, no qual ele apresenta seu *método dos indivisíveis*.

Em seu método, Cavalieri afirma que um indivisível de uma figura plana é um segmento de reta contido nessa figura e que um indivisível de um sólido qualquer é a secção desse sólido.

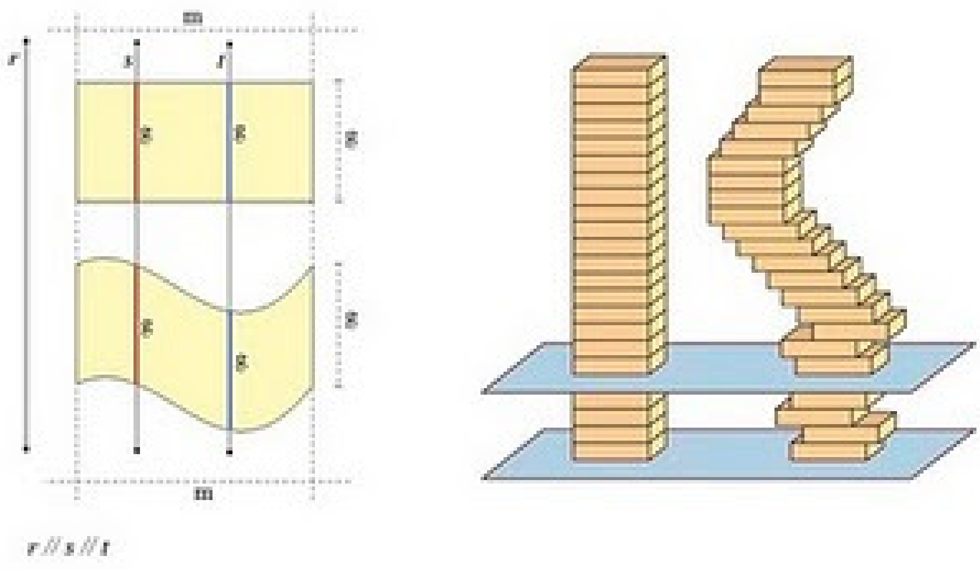


Figura 58 - Os indivisíveis de Cavalieri

No retângulo acima percebemos que sua área equivale a $m.g$. Ao "distorcermos" esse retângulo, geramos uma nova figura, porém de mesma área, pois é formada pelos mesmos infinitos segmentos g (indivisíveis) do retângulo. Já na "pilha de tijolos" (Figura 58), percebemos que ambas possuem o mesmo volume, uma vez que são compostas pelos mesmos indivisíveis (tijolos).

Segundo Eves (2004), os princípios de Cavalieri são assim enunciados:

> 1. Se duas porções planas são tais que toda reta secante a elas e paralela a uma reta dada determina nas porções segmentos de reta cuja razão é constante, então a razão entre as áreas dessas porções é a mesma constante.
>
> 2. Se dois sólidos são tais que todo plano secante a eles e paralelo a um plano dado determina nos sólidos secções cuja razão é constante, então a razão entre os volumes desses sólidos é a mesma constante. (p. 426)

Anexo 19 - Definição de Pirâmide

De acordo com Dolce e Pompeo (2004), uma pirâmide pode ser definida como segue:

> Consideremos um polígono convexo ABC...MN situado num plano e um ponto V fora de . Chama-se pirâmide à reunião dos segmentos com uma extremidade em V e a outra nos pontos do polígono. V é o vértice e o polígono ABC...MN, a base da pirâmide (p. 186).

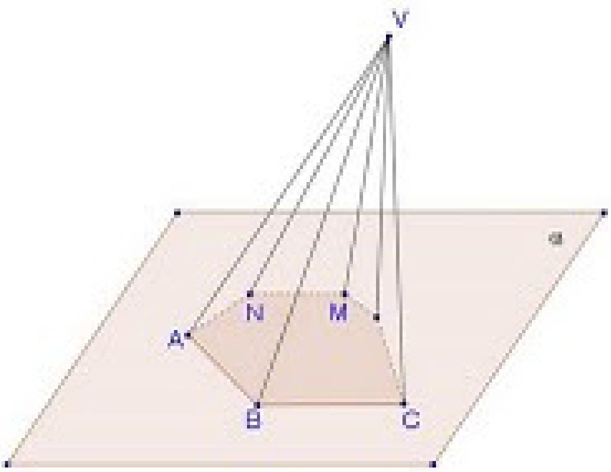


Figura 59 - Pirâmide

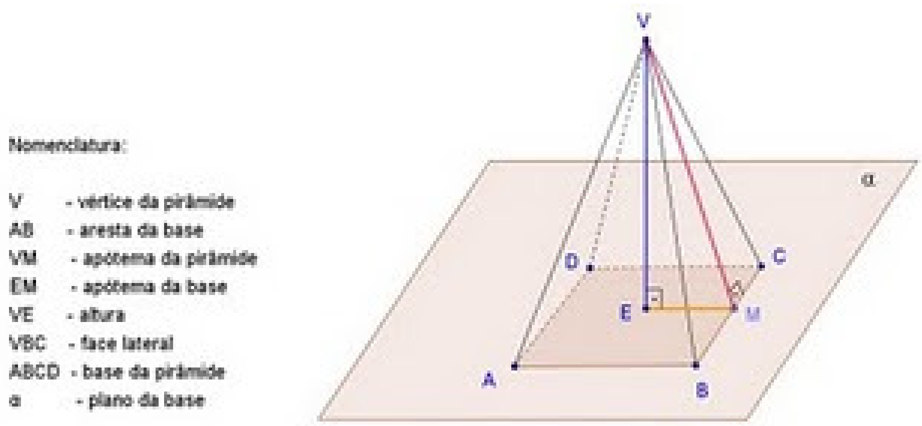


Figura 60 - Elementos de pirâmide

Anexo 20 - Tronco de pirâmide

Seccionando uma pirâmide por um plano paralelo à base, obtemos dois novos sólidos:

● o sólido que contém o vértice da pirâmide é uma *nova pirâmide*, semelhante à anterior;

● o sólido que contém a base da pirâmide é um *tronco de pirâmide*.

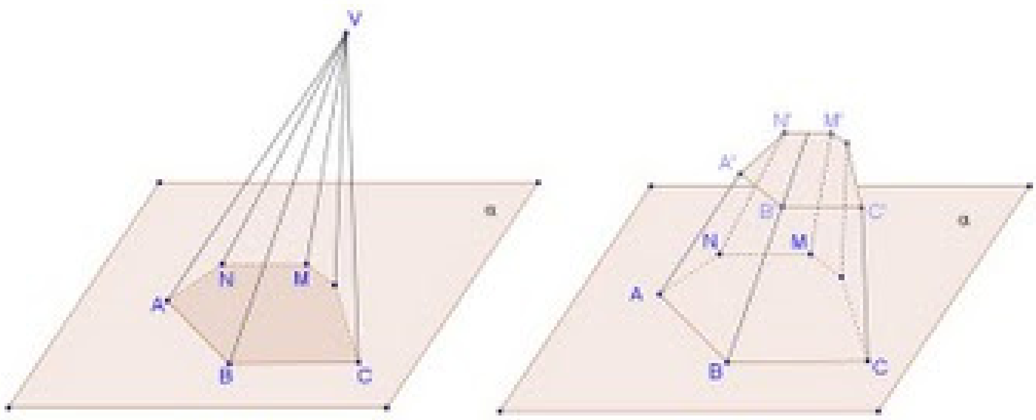


Figura 61 - Pirâmide e tronco de pirâmide

Anexo 21 - Mastaba

Nas pirâmides egípcias, as mastabas são cômodos construídos acima da câmara mortuária, os quais possuem uma porta falsa que dá acesso a uma estátua do finado. Na forma de um tronco de pirâmide, têm em média 6m de altura. Possuem um poço para acessar a câmara mortuária, que fica alguns metros abaixo do nível da mastaba.

Começaram a ser construídas desde a primeira dinastia (cerca de 3550 a.C.), precedendo e dando característica às pirâmides.

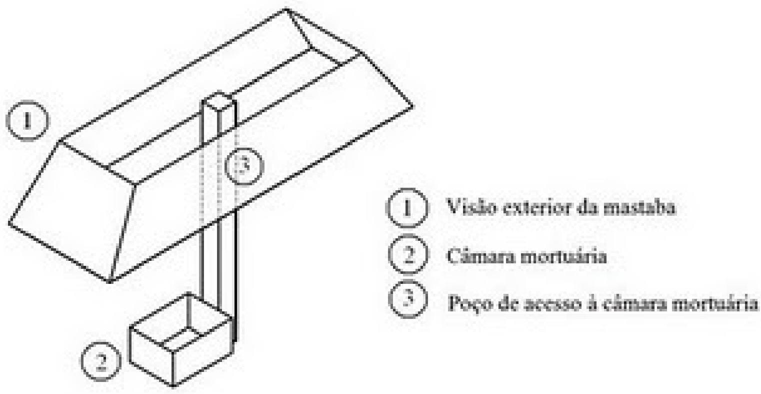


Figura 62 - Mastaba

Anexo 22 - Figuras planas e sólidos geométricos e suas definições.

Esfera

A noção de esfera nos é intuitiva, pois faz parte do vocabulário coloquial. O próprio dicionário chega a defini-la como globo ou bola (FERREIRA, 1999).

Matematicamente a definição de esfera é formalizada, segundo Dolce e Pompeo (2004) como segue:

> Consideremos um ponto O e um segmento de medida r. Chama-se esfera de centro O e raio r ao conjunto dos pontos P do espaço, tais que a distância OP seja igual ou menor que r.
> A esfera é também o sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro (p. 250).

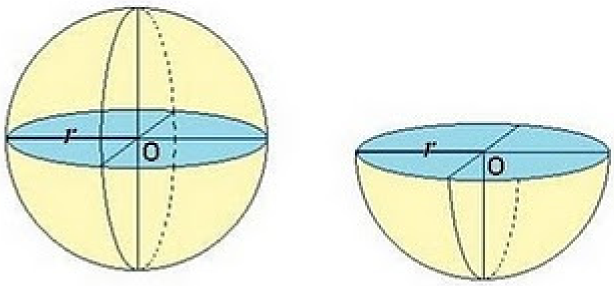


Figura 63 - Esfera / Hemisfério

Circunferência e Círculo

De acordo com o dicionário, circunferência é o “lugar geométrico dos pontos de um plano equidistantes dum ponto fixo” (FERREIRA, 1999). Ou seja, a circunferência de raio *r* é o perímetro de um círculo e a fórmula para determinar seu comprimento é $2 \cdot \pi \cdot r$, de onde $\pi \in \mathrm{I}$ e equivale a aproximadamente 3,1415.

Ainda segundo o mesmo dicionário, a definição de círculo é dada como sendo a “região de um plano limitada por uma circunferência.” O círculo de raio *r* é também chamado de disco, por possuir uma área circular. Área esta que pode ser calculada pela fórmula $\pi \cdot r^2$.

Retângulo

É classificado retângulo, todo quadrilátero que possui os ângulos internos iguais. Como a soma desses equivale a 360° (2 x 180°), tem-se nos retângulos um total de quatro ângulos retos (90°).

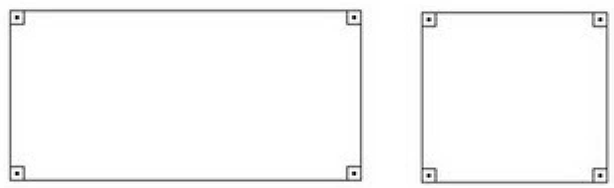


Figura 64 - Retângulos

Clépsidra e anticlépsidra

A clépsidra (ampulheta) é obtida pela ligação de dois cones pelos respectivos vértices, ficando suas bases paralelas uma em relação à outra. Sua altura é equivalente ao diâmetro da esfera.

A anticlépsidra é o sólido resultante da subtração da clépsidra (ampulheta) de um cilindro equilátero que a circunscreve. Na Figura 65, a anticlépsidra está na cor azul.

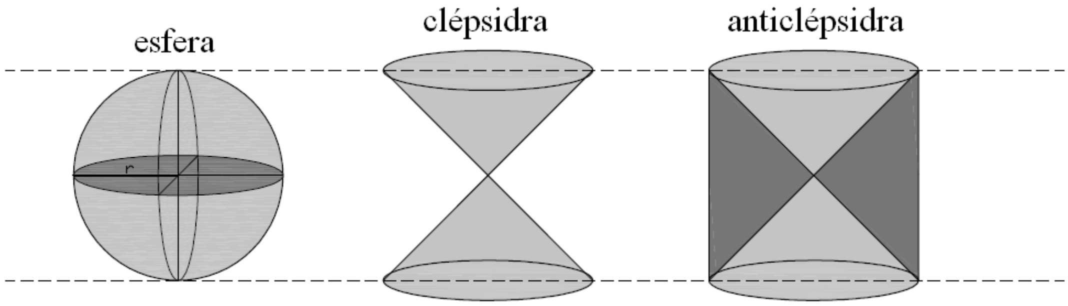


Figura 65 - Esfera, clépsidra e anticlépsidra

Cilindro Equilátero

Todo cilindro circular reto que possui altura equivalente ao diâmetro da base é classificado como equilátero.

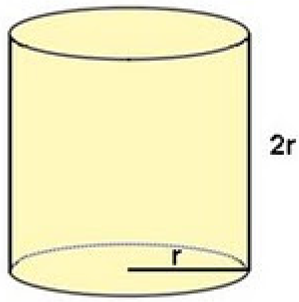


Figura 66 - Cilindro equilátero

Anexo 23 - Questionário sobre as atividades com o blog

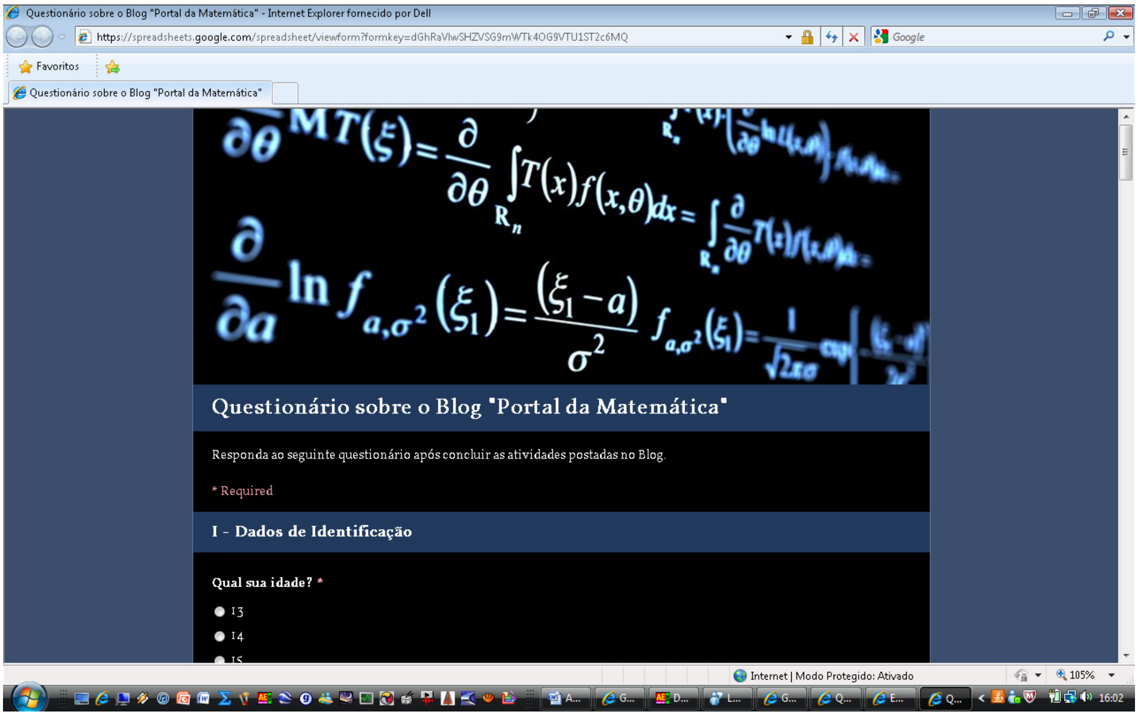


Figura 67 - Layout do Questionário *online*

I - Dados de Identificação

Qual sua idade?

○ 13

○ 14

○ 15

○ outra

Qual o seu sexo?

○ Masculino

○ Feminino

É a primeira vez que cursa a 2ª série do Ensino Médio?

○ sim

○ não

Se respondeu ″não″ na questão anterior, diga quantas vezes já cursou a 2ª série.

○ 1

○ 2

○ 3

II - Recursos Computacionais

Possui computador em casa?

○ sim

○ não

Se respondeu ‘sim’ na pergunta anterior, possui acesso à Internet?

○ sim

○ não

Esse acesso à Internet, em sua casa, é de que tipo?

○ discado

○ banda larga

○ modem

○ outro.

Quantos dias, em média, utiliza o computador durante a semana?

○ 1

○ 2

○ 3

○ 4

○ 5

○ 6

○ 7

○ não uso computador

Quantas horas, em média, você usa o computador durante uma semana?

○ No máximo 5 horas

○ Entre 5 e 10 horas

○ Entre 10 e 15 horas

○ Entre 15 e 20 horas

○ Entre 20 e 25 horas

○ Entre 25 e 30 horas

○ Mais de 30 horas

Qual o grau de relevância dos serviços listados abaixo?

	1 - não uso	2 - uso raramente	3 - indiferente	4 - importante	5 - muito importante
Blogs	○	○	○	○	○
Redes Sociais	○	○	○	○	○
Email	○	○	○	○	○
Msn	○	○	○	○	○
Sites de busca	○	○	○	○	○
Sites Educacionais	○	○	○	○	○
Sites em geral	○	○	○	○	○

III - Avalie as Atividades executadas no blog

Atribua uma nota ao nível de dificuldade de cada questão.

	1 - muito fácil	2 - fácil	3 - média	4 - difícil	5 - muito difícil
Atividade 01	○	○	○	○	○
Atividade 02	○	○	○	○	○
Atividade 03	○	○	○	○	○
Atividade 04	○	○	○	○	○
Atividade 05	○	○	○	○	○
Atividade 06	○	○	○	○	○
Coincidência ou Ciência I	○	○	○	○	○
Coincidência ou Ciência II	○	○	○	○	○
Coincidência ou Ciência III	○	○	○	○	○
Coincidência ou Ciência IV	○	○	○	○	○
Coincidência ou Ciência V	○	○	○	○	○

Quando você não sabia alguma informação nos exercícios você procurava na Internet (Google ou outros sites)?

○ sim

○ não

Justifique o porquê de sua resposta na pergunta acima.

Você colocou comentários em todas as questões onde isso foi solicitado?

○ sim

○ não

Em caso negativo, diga por que você não escreveu alguma coisa naquele(s) espaço(s).

As atividades vinculadas a fatos concretos e históricos contribuíram de alguma maneira em seu interesse para com a Geometria e/ou Matemática?

○ sim

○ não

Comente sua resposta na questão acima.

A atividade extraclasse, veiculada na Internet, facilita a aprendizagem?

○ sim

○ não

Comente sua resposta na questão acima.

Em sua opinião, estas atividades com o blog foram _______________ para melhor entender o conteúdo?

○ muito importantes

○ importantes

○ indiferentes

○ desnecessárias

○ muito desnecessárias

IV - Biblioteca Virtual

Uma atividade extraclasse de pesquisa na Internet, como a *Biblioteca Virtual*, estimula o aluno ao trabalho?

○ sim

○ não

Explique

O trabalho com a Biblioteca Virtual complementou as informações históricas postadas no blog?

○ sim

○ não

Justifique: