

PUCRS

ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS
DOUTORADO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

SARA MATA SOSA

**ANÁLISE DA TURBULÊNCIA NAS CORRENTES DE DENSIDADE
EM CONFIGURAÇÃO *LOCK-RELEASE***

Porto Alegre
2023

PÓS-GRADUAÇÃO - *STRICTO SENSU*



Pontifícia Universidade Católica
do Rio Grande do Sul



ANÁLISE DA TURBULÊNCIA NAS CORRENTES DE DENSIDADE EM CONFIGURAÇÃO *LOCK-RELEASE*

SARA MATA SOSA

GRADUADA EM FÍSICA

MESTRADO EM FÍSICA FUNDAMENTAL

ORIENTADOR: PROF. DR. JORGE HUGO SILVESTRINI

Tese realizada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais (PGETEMA) da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia e Tecnologia de Materiais.

**Porto Alegre
Abril, 2023**

Ficha Catalográfica

S715a Sosa, Sara Maria Mata

Análise da turbulência nas correntes de densidade em configuração lock-release / Sara Maria Mata Sosa. – 2023.

122p.

Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, PUCRS.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Hugo Silvestrini.

1. Correntes de densidades. 2. Correntes de turbidez. 3. configuração confinada. 4. turbulência. 5. balanço de energia cinética turbulenta. I. Silvestrini, Jorge Hugo. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da PUCRS
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Bibliotecária responsável: Clarissa Jesinska Selbach CRB-10/2051



Análise da turbulência nas correntes de densidade em configuração lock-release

CANDIDATA: SARA MARÍA MATA SOSA

Esta Tese de Doutorado foi julgada para obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

DR. JORGE HUGO SILVESTRINI - ORIENTADOR

BANCA EXAMINADORA

**DR. ERICK DE MORAES FRANKLIN - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA - UNICAMP**

DR. JUAN PABLO DE LIMA COSTA SALAZAR - UFSC

**DR. MARCELLO AUGUSTO FARACO DE MEDEIROS - DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA AERONÁUTICA - USP**

DR. RUBEM MÁRIO FIGUEIRÓ VARGAS - DO PGETEMA - PUCRS

PUCRS

Campus Central

Av. Ipiranga, 6681 - Prédio 32 - Sala 507 - CEP:
90619-900

Telefone: (51) 3353.4059 - Fax: (51) 3320.3625

E-mail:

engenharia.pg.materiais@pucrs.br

www.pucrs.br/politecnica

Agradecimentos

Agradeço a equipe do Laboratório de Simulações de Escoamentos Turbulentos (LaSET), Karina Ruschel, Filipe Vianna, Guilherme Torres, e aos novos integrantes Guilherme Fuhrmeister e Bruno Alvarez, pela disposição e apoio acadêmico. Igualmente estendo minha gratidão aos antigos integrantes Bruno Avila Farenzena e Felipe Nornberg Schuch, quem brindaram suporte técnico e orientação. Agradeço especialmente ao professor Jorge Silvestrini pelos ensinamentos e desafios. Também agradeço a professora Edith Beatriz Schettini pelos ensinamentos e contribuições, suas aulas de turbulência despertaram minha curiosidade nesta área.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES).

As simulações numéricas deste trabalho foram realizadas no Laboratório de Alto Desempenho da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (LAD-IDEIA/PUCRS, Brasil).

Resumo

MATA, Sara. **Análise da turbulência nas correntes de densidade em configuração *lock-release***. Porto Alegre. 2023. Tese de doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL.

As correntes de densidade são fluxos impulsionados por diferenças de massa específica entre a corrente e o fluido ambiente. Quando a diferença de massa específica é devido a partículas em suspensão, a corrente é chamada de corrente de turbidez, com concentração de partículas. Estas partículas são caracterizadas pela velocidade de sedimentação (u_s). Na interface entre a corrente e o fluido ambiente, desenvolve-se uma zona de mistura, onde estruturas complexas são geradas pela interação de cisalhamento, flutuabilidade e turbulência, desencadeando processos como arrastamento e mistura. A quantidade que caracteriza a turbulência é o número de Reynolds (Re). As correntes de densidade de $\mathcal{O}(Re^4)$ consideram-se turbulentas. Neste estudo são simuladas correntes de densidade para $Re = 3450, 8950$ e 15000 , e correntes de turbidez de $Re = 8950$ com concentração de partículas monodispersas de $u_s = 0.006, 0.0125$ e 0.029 , na configuração *lock-release* usando Simulação Numérica Direta e Simulação Implícita de Grandes Escalas. É utilizado o código de alta ordem **Xcompact3d** para resolver as equações de Navier-Stokes e de transporte do escalar, na aproximação de Boussinesq numa malha cartesiana. A dinâmica da propagação das correntes é caracterizada a través das grandezas globais; posição da frente (x_f), velocidade da frente (u_f), concentração (φ_{h_c}) e altura da cabeça h_c da corrente de densidade, encontrando leis de potência de u_f e h_c em função u_s . A abordagem estatística de decomposição de Reynolds é aplicada para calcular as flutuações de velocidade e concentração, para os regimes *slumping*, inercial e viscoso. Estuda-se o balanço de energia

cinética turbulenta (ECT) e da variância da flutuação da concentração de massa (VCM) para todos os tempos de simulação, encontrando tendências que caracterizam os regimes da dinâmica da propagação das correntes de densidade. As estruturas turbulentas foram caracterizadas usando o critério Q. Verificou-se a relação das estruturas turbulentas com ECT e VCM, concluindo que valores máximos tem-se com o *break-down* dos vórtices, nos tempos finais do regime *slumping*.

Palavras-chaves: correntes de densidades, correntes de turbidez, configuração confinada, turbulência, balanço de energia cinética turbulenta e variância da concentração de massa.

Abstract

MATA, Sara. **Analysis of turbulence in density currents, *lock-release* configuration.** Porto Alegre. 2023. PhD Thesis. Graduation Program in Materials Engineering and Technology, Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul.

Density currents are flows driven by density differences between the current and the ambient fluid. When the density difference is due to particles in suspension, the current is called turbidity current, with particle concentration. These particles are characterized by the settling velocity (u_s). At the interface between the current and the ambient fluid, a mixing zone develops, where complex structures are generated by the interaction of shear, buoyancy and turbulence, triggering processes such as entrainment and mixing. The quantity that characterizes turbulence is the Reynolds number (Re). Re density currents in $\mathcal{O}(Re^4)$ are considered turbulent. In this study, density currents are simulated for $Re = 3450, 8950$ and 15000 , and turbidity currents of $Re = 8950$ with concentration of mono-disperse particles of $u_s = 0.006, 0.0125$ and 0.029 , in the *lock-release* configuration, using Direct Numerical Simulation and Implicit Large Scale Simulation. The high-order solver **Xcompact3d** is used to solve the Navier-Stokes and scalar transport equations, in the Boussinesq approximation on a Cartesian grid. The current dynamics propagation is characterized through global magnitudes; front position (x_f), front velocity (u_f), concentration (φ_{h_c}) and head height h_c of the density current, finding power laws of u_f and h_c in function u_s . The statistical approach of Reynolds decomposition is applied to calculate velocity and concentration fluctuations, for *slumping*, inertial and viscous regimes. The turbulent kinetic energy balance (KTE) and the scalar variance (SV) are studied for all simulation times, finding trends that characterize the dynamic regimes of the density currents propagation. Turbulent structures were characterized using the Q-criterion. The

relationship of turbulent structures with KTE and SV was verified, concluding that maximum values are obtained with the vortices break-down into smaller structures, in the final times of the *slumping* regime.

Keywords: density currents, turbidity currents, confined configuration, turbulence, turbulent kinetic energy budget and scalar variance.

Lista de Figuras

1.1	Exemplo de correntes de gravidade. (a) Avanço de um frente frio na região de Santa Catarina, sul do Brasil (Fonte: ND (2022)). (b) Fluxos piroclásticos da erupção vulcânica na ilha Montserrat (Fonte: Roscoe (2010)). (c) Tempestade de areia no Mato Grosso de sul (Fonte: G1 (2022)). (d) Corrente de turbidez gerada experimentalmente no Instituto de Física do Globo de Paris (Fonte: IPGP (2016)). (e) Mancha de óleo na praia de Peroba, Alagoas em 11/2019 (Fonte: Nigro (2019))	24
3.1	Tipos de escoamentos conforme a diferença de massas específicas entre a corrente de densidade e o fluido ambiente: hipopical, homopical, mesopical, e hiperpical. Adaptado de Mulder e Chapron (2011)	30
3.2	Classificação de escoamentos hiperpicais inicializados por descargas instantâneas e não-instantâneas. Adaptado de Zavala (2020) e Mulder e Alexander (2001)	31
3.3	(a) Perfil esquemático da corrente de densidade, mostra sua estrutura; cabeça, corpo e cauda. A altura do ponto da velocidade longitudinal máxima da cabeça U_{max} coincide com a altura do nariz. A quantidade h mostra a altura da cabeça, (b) o perfil de velocidade longitudinal médio \bar{u} e (c) concentração média $\bar{\varphi}$ da cabeça e do corpo.	32
3.4	Estruturas de uma corrente de densidade hiperpical.	33
3.5	Configuração <i>lock-release</i>	35
3.6	Evolução temporal da velocidade da frente adimensional u_f . As curvas se referem às simulações numéricas discutidas em Cantero et al. (2007b) . . .	36

3.7	Espectro de energia cinética turbulenta de um escoamento turbulento. Adaptado de Pope (2001)	37
3.8	Velocidade longitudinal instantânea u_1 , velocidade longitudinal média em x_3 \bar{u}_1 e velocidade longitudinal flutuante u'_1 no tempo $t=25$ para uma simulação com $Re = 8950$	39
3.9	Distribuição do tensor de Reynolds $\overline{u'_1 u'_1}$ (a), $\overline{u'_2 u'_2}$ (b) e $\overline{u'_3 u'_3}$ (c), no tempo $t=29.1$, relacionado com o tempo final do regime <i>Slumping</i> . A figura mostra as isolinhas de concentração (Pelmar et al. (2021)).	40
3.10	Distribuição espacial dos termos do balanço de energia cinética turbulenta. (a) Energia Cinética Turbulenta k_t , (b) Fluxo de flutuabilidade B , (c) Produção de turbulência P e (d) Taxa de dissipação ϵ (Ottolengui et al. (2017)).	41
3.11	Isocontorno $Q = 10$ do critério Q da corrente de densidade de $Re = 15000$ para três tempos característicos associados com: (a) régimen slumping, (b) régimen inercial e (c) régimen viscoso.	43
3.12	Corrente de densidade para $Re=8950$, no tempo $t=8$, relacionado com o final do regime <i>slumping</i> . (a) Campo de concentração instantânea, em $x_3 = 0$, (b) Velocidade de atrito u^* no fundo ($x_2 = 0$), (c) Critério Q no plano $x_2 x_3$, para $x_1 = 4.1$	44
4.1	Número de onda modificado quadrático para o esquema de sexta ordem, impondo $k_c'' \Delta x^2(n) = n\pi^2$ com $n = 1, . . . , 10$ (linha contínua azul, de baixo para acima) comparado com o número de onda quadrado exato $k^2 \Delta x^2$ (linha pontilhada verde) e com o esquema convencional de sexta ordem ($c = 0$) (linha tracejada vermelha). Fonte Lamballais et al. (2011))	52
4.2	Dissipação numérica para o esquema de derivada de segunda ordem, usando diferentes valores de ν_0/ν	54
4.3	Posição da frente, x_f . Primeiro mínimo local de h_{LA}	55
4.4	Representação de isocontorno $Q = 0.5$ do critério Q para uma corrente de densidade de número de Reynolds $Re = 3450$, no final do regime <i>Slumping</i>	59
5.1	Configuração inicial do problema.	64
5.2	Posição da frente das correntes de densidade para verificar a influência do comprimento do domínio computacional.	66

5.3	Concentração instantânea no plano x_1x_2 em $x_3 = 0$ e no tempo $t = 30$ para as correntes de densidade de $Re = 8950$ com $L_1 = 14$ (acima esquerda), $L_1 = 16$ (centro esquerda), $L_1 = 20$ (abaixo esquerda). Também mostra-se o plano $x_1 = 10$ (linha tracejada) onde se calculam as grandezas médias em x_3 : velocidade média longitudinal \bar{u}_1 (acima direita) e concentração média $\bar{\varphi}$ (abaixo direita).	66
5.4	Posição da frente das correntes de densidade para verificar a influência da largura do domínio computacional.	67
5.5	Concentração instantânea no plano x_1x_2 em $x_3 = 1$ e no tempo $t = 8$ para a corrente de densidade de $Re = 8950$ com $L_3 = 2$ (acima-esquerda), $L_3 = 4$ (centro-esquerda), $L_3 = 8$ (abaixo-esquerda). Também se mostra o plano $x_1 = 3.5$ (linha tracejada) posição onde se calculam as grandezas médias em x_3 : velocidade média longitudinal \bar{u}_1 (acima-direita) e concentração média $\bar{\varphi}$ (abaixo-direita).	68
5.6	Estruturas turbulentas no plano x_2x_3 em $x_1 = 4.1$, evidentes na concentração instantânea para o tempo $t = 8$ de $Re = 8950$. As simulações foram feitas considerando o domínio computacional $14 \times 2 \times L_3$, com L_3 variando $L_3 = [2, 4, 8]$. A figura acima esquerda mostra o plano x_1x_2 em $x_3 = 0$ da concentração representando com as linhas tracejadas a posição de corte do plano onde se visualizam as estruturas turbulentas.	69
5.7	Posição da frente das correntes de densidade para verificar a influência da resolução do domínio computacional.	70
5.8	Concentração instantânea no plano x_1x_2 em $x_3 = 0$ e no tempo $t = 8$ para as correntes de densidade de resolução r_1 (acima esquerda), r_2 (abaixo esquerda). Também mostram-se os planos x_2x_3 em $x_1 = 4$ e 2.5 (linha tracejada) onde se calculam as grandezas médias em x_3 : velocidade média longitudinal \bar{u}_1 (acima direita) e concentração média $\bar{\varphi}$ (abaixo direita). . .	71
5.9	Posição da frente das simulações das correntes de densidade comparadas com as referências (esquerda) e das correntes de turbidez (direita).	72

5.10	Velocidade da frente u_f das correntes de densidade com a lei de escala para cada regime, comparadas com as referências (acima esquerda). Velocidade da frente das correntes de turbidez (acima direita) com a proposta de lei de escala (abaixo) que inclui a influência da concentração de partículas, a partir da velocidade de sedimentação u_s	73
5.11	Evolução temporal da concentração máxima da cabeça $\bar{\varphi}_{h,max}$ para correntes de densidade (esquerda) e as correntes de turbidez (direita).	74
5.12	Evolução temporal do tamanho da cabeça da corrente de turbidez de $u_s = 0.006$, em três tempos característicos.	75
5.13	Evolução no tempo da altura da cabeça para as correntes de turbidez e a corrente de densidade de número de Reynolds ($Re = 8950$), mostrado em escala log-log (esquerda). Proposta de lei de escala para a altura h_c das correntes de turbidez (direita).	76
5.14	Evolução temporal da concentração máxima da cabeça $\bar{\varphi}(h, t)$ para correntes de densidade (acima) e as correntes de turbidez (abaixo).	77
5.15	Balanco de Energia Global, para as simulações das correntes de densidade. A figura da esquerda mostra as simulações $Re = 3450$ usando DNS, a figura do meio mostra a simulação $Re = 8950$, enquanto a figura da direita mostra a simulação $Re = 15000$. Nas duas últimas se utiliza iLES. As curvas estão normalizadas com a energia inicial do sistema E_0	78
5.16	Balanco de Energia Global, das simulações das correntes de turbidez. As curvas estão normalizadas com a energia inicial do sistema E_0	79
5.17	Balanco de massa, para as simulações da corrente de densidade LES8K e todos os casos das correntes de turbidez. As curvas estão normalizadas com a massa inicial do sistema m_0	81
5.18	Depósitos das correntes de turbidez para o tempo final da simulação. Também se mostram os tempos relacionados com a posição da frente para cada corrente de turbidez.	82
5.19	Critério Q da corrente de densidade no tempo $t = 8$ para $Re = 3450$, com isocontorno $Q = 0.5$. Na figura se projeta o campo de concentração correspondente.	83

5.20	Critério Q da corrente de densidade no tempo $t = 8$ para $Re = 15000$, com isocontorno $Q = 5$. Na figura se projeta o campo de concentração correspondente. Na parte acima da figura mostra-se a curva da velocidade de atrito média \bar{u}^* , e identificam-se as posições dos mínimos locais de \bar{u}^* na cabeça da corrente de densidade, representados com A, B e C. Na direita da figura mostra-se o plano x_2x_3 da concentração instantânea em $x_1 = [A, B, C]$	84
5.21	Critério Q, como isocontorno $Q = 0.1$ da corrente de densidade de $Re = 3450$ em evolução temporal desde o regime <i>slumping</i> até o regime viscoso, mostrando o desenvolvimento dos vórtices de Kelvin-Helmholtz.	85
5.22	Concentração instantânea φ e velocidade de atrito u^* nos tempos $t = 8$, $t = 15$ e $t = 30$ das correntes de densidade de $Re = 3450$ (acima), $Re = 8950$ (meio) e $Re = 15000$ (abaixo). No gráfico se mostra a velocidade de atrito média na direção lateral \bar{u}^* nos mesmos tempos. Apresentam-se os diferentes casos simulados em variação de Re . O eixo das abscissas está corregido na posição da frente da corrente $x_1 - x_f$	86
5.23	Velocidade de atrito das correntes de densidade no tempo $t = 8$ na posição x_1 para \bar{u}^*_{max} ($\sim 0.3H$ referente à posição da frente). Cada curva está trasladada no eixo, para fins de visualização.	87
5.24	Concentração no fundo para diversos tempos de propagação da corrente de densidade $Re = 8950$. mostra-se a evolução no tempo das estruturas lobulares e o processo de mistura das fendas, gerando lóbulos de maior tamanho.	87
5.25	Velocidade de atrito u^* nos tempos relacionados aos regimes <i>slumping</i> , inercial e viscoso das correntes de turbidez em análise com o caso LES8K ($u_s = 0$) (acima). Abaixo se mostram os gráficos da velocidade de atrito média na direção lateral \bar{u}^* para os mesmos tempos característicos. Se mostram os casos simulados em variação de u_s	88
5.26	Concentração instantânea φ no plano x_1x_2 em $x_3 = 0$ da corrente de densidade de $Re = 8950$ no tempo $t = 8$. Em linha pontilhada se destaca a posição $x_1 - H$, que representa o final da cabeça da corrente (acima). Perfil de velocidade longitudinal e concentração média, ao longo de x_1 da corrente de densidade de acima (abaixo).	90

5.27	Perfil de velocidade longitudinal média da posição $x_f - H$, sendo x_f a posição da frente e H o comprimento característico, das correntes de densidade (esquerda) e as correntes de turbidez (direita).	91
5.28	(a) Concentração instantânea φ no plano x_1x_2 em $x_3 = 1$ da corrente de densidade e das correntes de turbidez de $Re = 8950$ no tempo $t = 8$. A linha pontilhada representa a posição do plano mostrado no centro desta figura. (b) Faixas de alta e baixa flutuação de velocidade longitudinal u' no fundo e na camada de mistura, no plano x_2x_3 em $x_1 = 4$, a linha pontilhada mostra a posição do plano apresentado em (a). (c) Faixas de alta e baixa flutuação de velocidade longitudinal u' no plano x_1x_3 em $x_2 = 0.03$. As linhas pontilhadas representam o comprimento e separação destas faixas. .	92
5.29	Evolução no tempo da largura característica dos lóbulos (esquerda) e evolução no tempo do comprimento característico das fendas (direita), para as correntes de turbidez de número de Reynolds $Re = 8950$	93
5.30	Termos do balanço de energia cinética turbulenta dk_t/dt e a variância da flutuação de concentração $d\Phi/dt$, para correntes de densidade e correntes de turbidez com diferentes velocidades de sedimentação, de número de Reynolds $Re = 8950$ no tempo $t = 12$	94
5.31	Isocontorno $Q = 2$ do critério Q . Projeta-se o campo de concentração correspondente, para correntes de densidade e correntes de turbidez com diferentes velocidades de sedimentação, de número de Reynolds $Re = 8950$ no tempo $t = 12$	96
5.32	Evolução temporal dos termos do balanço da variação no tempo de energia cinética turbulenta.	97
5.33	Evolução temporal dos termos do balanço da variação no tempo de energia cinética turbulenta.	99
5.34	Evolução temporal dos termos do balanço da variância da concentração, para as correntes de densidade.	100
5.35	Evolução temporal dos termos do balanço da variância da concentração, para as correntes de turbidez.	100

Lista de Tabelas

5.1	Características das concentrações de partículas consideradas nas simulações das correntes de turbidez, sendo \tilde{u}_s a velocidade de sedimentação dimensional, d_p é o diâmetro da partícula e u_s a velocidade de sedimentação adimensional com a velocidade de fluabilidade u_b	64
5.2	Parâmetros numéricos das simulações na configuração <i>Lock-Release</i> . O domínio computacional $(L_1 \times L_2 \times L_3) = (14 \times 1 \times 2)$. $\Delta t = 5.10^{-4}$ e o tempo final da simulação $t_f = 35$ é igual para todos os casos. [1]Cantero et al. (2007a).[2]Cantero et al. (2008).	65
5.3	Parâmetros numéricos das simulações variando a componente longitudinal do domínio computacional $L_1 = [14, 16, 20]$	65
5.4	Parâmetros numéricos das simulações, variando a componente lateral do domínio computacional $L_3 = [2, 4, 8]$	67
5.5	Parâmetros numéricos das simulações, variando a resolução do domínio computacional L_1, L_2, L_3	69
5.6	Tempos de transição entre regimes de propagação das correntes de densidade, a partir da velocidade da frente.	72

Sumário

1. <i>Introdução</i>	23
2. <i>Objetivos</i>	27
2.1 <i>Objetivos específicos</i>	27
3. <i>Revisão Bibliográfica</i>	29
3.1 <i>Correntes de densidade</i>	29
3.1.1 <i>Estrutura das correntes de densidade</i>	31
3.1.2 <i>Configuração <i>Lock-Release</i></i>	34
3.2 <i>Origem da turbulência</i>	36
3.2.1 <i>Descrição estatística</i>	38
3.2.2 <i>Tensor de tensões de Reynolds</i>	39
3.2.3 <i>Energia Cinética Turbulenta</i>	41
3.3 <i>Estruturas turbulentas na corrente de densidade</i>	42
4. <i>Metodologia</i>	45
4.1 <i>Formulação matemática das correntes de densidade</i>	45
4.1.1 <i>Condições de contorno</i>	46
4.1.2 <i>Condições iniciais</i>	47
4.2 <i>Código Computacional</i>	47
4.2.1 <i>Discretização espacial</i>	48
4.2.2 <i>Discretização temporal</i>	49
4.2.3 <i>Metodologia numérica</i>	50
4.2.3.1 <i>DNS</i>	50

4.2.3.2	iLES	51
4.3	Pós-processamento	54
4.3.1	Posição e velocidade da frente dos escoamentos.	54
4.3.2	Balanco de Energia Global	55
4.3.3	Balanco de Massa	56
4.3.4	Turbulência no fundo	57
4.3.5	Estruturas coerentes	58
4.3.6	Balanco de Energia cinética turbulenta	59
4.3.7	Balanco da variância de concentração de massa	60
5.	<i>Resultados e Discussão</i>	63
5.1	Descrição do problema	63
5.2	Determinação de parâmetros numéricos	65
5.2.1	Influência do domínio computacional	65
5.2.1.1	Domínio L_1 — fronteira da simulação	65
5.2.1.2	Domínio L_3 — Média das grandezas	67
5.2.2	Influência da resolução	69
5.3	Grandezas globais	70
5.3.1	Classificação dos regimes de propagação	70
5.3.1.1	Posição e velocidade da frente	70
5.3.1.2	Concentração máxima e altura da cabeça	74
5.3.1.3	Evolução temporal da corrente	76
5.3.2	Balanco de energia global	78
5.3.3	Balanco de massa	80
5.4	Estruturas turbulentas	83
5.4.1	Estruturas coerentes	83
5.4.2	Caracterização do fundo	85
5.5	Grandezas médias	89
5.5.1	Camada limite	89
5.6	Balancos turbulentos	93
5.6.1	Balanco da energia cinética turbulenta	96
5.6.2	Balanco da variância da concentração	99

6. <i>Conclusões</i>	101
6.1 Conclusão	101
6.2 Propostas para trabalhos futuros.	103
<i>Referências</i>	105
<i>Apêndice</i>	113
A. <i>Balanco de energia cinética</i>	115
A.1 Equações governantes.	115
A.2 Equações médias para \bar{u}_i e $\bar{\varphi}$	116
A.2.1 Equação da continuidade	116
A.2.2 Equação de quantidade de movimento média	116
A.2.3 Equação de transporte de massa média	117
A.3 Equações de flutuações das grandezas, u' e φ'	117
A.3.1 Equação da continuidade	117
A.3.2 Equação de quantidade de movimento	118
A.3.3 Equação de transporte de massa	118
A.4 Equações de conservação	118
A.4.1 Balanço de energia total	118
A.4.1.1 Balanço de energia cinética.	118
A.4.1.2 Balanço de energia potencial.	120
A.4.2 Balanço de energia turbulenta	120
A.4.2.1 Energia cinética turbulenta	120
A.4.2.2 Balanço de massa turbulenta	122

Introdução

A dinâmica dos fluidos geofísicos centra-se na compreensão dos processos dinâmicos essenciais para explicar fenômenos atmosféricos e oceânicos. As correntes de densidade (também chamadas de correntes de gravidade) formam parte destes fenômenos que podem ser de origem natural ou antrópico, gerados por uma diferença de massa específica entre a corrente e o fluido ambiente devido a variações de salinidade, temperatura ou partículas em suspensão (Simpson (1997)). Numerosas destas correntes são escoamentos geofísicos governados pela força gravitacional (Kneller e Buckee (2000a)). Estes fenômenos podem ser observados em diversos ambientes. Na atmosfera pode-se encontrar como exemplo as frentes frias, que são correntes de densidade de ar denso, seco e relativamente frio, cuja propagação provoca uma queda rápida de temperatura na superfície, seguido de tempestades que se formam quando o ar quente é forçado a subir (Figura 1.1 (a)). As correntes de densidade com concentração de partículas em suspensão, chamadas de correntes de turbidez, incluem avalanches de partículas de neve ou areia transportadas pelo ar em regiões secas (Figura 1.1(b)), e também avalanches de lava com gases e sólidos provenientes de fluxos piroclásticos (Figura 1.1(c)). No oceano, as correntes de turbidez são impulsionadas principalmente por deslizamentos subaquáticos na plataforma continental ou na desembocadura dos rios (Figura 1.1(d)), sendo estas responsáveis pelo transporte de sedimentos em direção à bacia (Mulder e Alexander (2001)). Nos casos das correntes de densidade de origem antrópica, pode-se considerar a propagação do óleo no oceano em virtude de acidentes da indústria petrolífera (Figura 1.1(e)).

As correntes de turbidez são agentes importantes de transporte de sedimentos, tanto na superfície da Terra quanto no oceano. A compreensão do processo de transporte de sedimentos pode facilitar o entendimento da origem dos reservatórios de hidrocarbonetos,

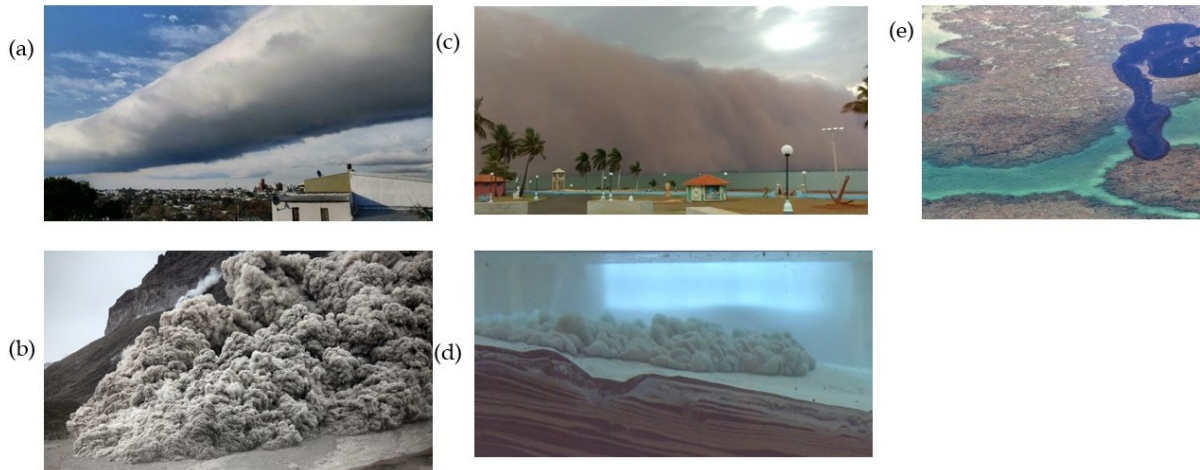


Figura 1.1: Exemplo de correntes de gravidade. (a) Avanço de um frente frio na região de Santa Catarina, sul do Brasil (Fonte: ND (2022)). (b) Fluxos piroclásticos da erupção vulcânica na ilha Montserrat (Fonte: Roscoe (2010)). (c) Tempestade de areia no Mato Grosso de sul (Fonte: G1 (2022)). (d) Corrente de turbidez gerada experimentalmente no Instituto de Física do Globo de Paris (Fonte: IPGP (2016)). (e) Mancha de óleo na praia de Peroba, Alagoas em 11/2019 (Fonte: Nigro (2019))

tendo em vista que os depósitos das correntes de turbidez, profundamente enterrados e compactados no fundo oceânico, podem ser responsáveis pela formação destes reservatórios ao longo de tempo geológico (Meiburg e Kneller (2010)).

Os modelos matemáticos destes fenômenos e a consequente interpretação do depósito sedimentar requerem informação da velocidade e das estruturas turbulentas das correntes de densidade para assim entender os mecanismos de transporte de sedimentos e deposição. Existe vasta informação de campo disponível sobre os depósitos em vários locais do mundo (Kuenen e Menard (1952), Sylvester et al. (2011)), assim como medições da velocidade de propagação da corrente em canais (Azpiroz-Zabala et al. (2017), Dorrel (2019)). Porém, ainda se sabe pouco sobre a natureza e as propriedades das correntes de densidade naturais devido à dificuldade de medir a concentração de sedimentos em escala de campo (Talling et al. (2015)).

Experimentalmente é fornecida informação sobre a dinâmica das correntes de densidade e as correntes de turbidez, por experimentos que reproduzem o fenômeno em menor escala. Um exemplo clássico é a configuração Lock-Release (Simpson (1997)), que consiste na liberação de um volume fixo de fluido denso num fluido ambiente menos denso em estado de repouso num reservatório em forma de canal (paralelepípedo). Em Kneller e Buckee (2000a) pode se encontrar uma revisão completa sobre os modelos teóricos capazes de

reproduzir informação fornecida com experimentos.

Igualmente, a modelagem matemática através das equações de Navier-Stokes e a equação de transporte escalar contribuem para a compreensão da dinâmica de propagação, o mecanismo de transporte, a deposição de sedimentos, assim como da natureza turbulenta das correntes de densidade. Simulações numéricas tridimensionais de alta precisão (Härtel et al. (2000), Necker et al. (2005), Cantero et al. (2007a), Espath et al. (2013), Schuch et al. (2018), Frantz et al. (2021), Farenzena (2022)) reproduzem informação fornecida por experimentos físicos, adicionando informações que não são possíveis de serem registradas com os instrumentos de medição. Trabalhos no âmbito das simulações numéricas caracterizaram as estruturas turbulentas presentes na interface entre a corrente e o fluido ambiente (Kneller et al. (1997), Härtel et al. (2000), Dubief e Delcayre (2000), Cantero et al. (2008), Francisco et al. (2017), Dai e Huang (2022), Vianna et al. (2022)). Em outros trabalhos numéricos sobre turbulência pode se encontrar informação que descreve a energia cinética turbulenta nos tempos iniciais da propagação quando a velocidade da frente é constante (Ottolengui et al. (2017)) assim como em tempos intermediários quando os efeitos viscosos começam a aparecer (Pelmar et al. (2020)). Agrawal et al. (2022) mostram a influência dos diferentes termos do balanço da energia cinética turbulenta numa corrente de densidade que se propaga na superfície do fluido ambiente.

Ainda assim, não foram encontradas referências que mostrem a variação dos termos do balanço de energia cinética turbulenta e a variância do escalar ao longo do tempo numa corrente de densidade subaquática e menos ainda numa corrente de turbidez.

Para explorar estes pontos, o objetivo geral deste trabalho é entender o processo de produção-dissipação de energia cinética turbulenta e variância da concentração de sedimentos, visando caracterizar as estruturas coerentes geradas ao longo de uma corrente de densidade e de uma corrente de turbidez, para uma configuração *lock-release*.

Objetivos

Neste trabalho, serão apresentados os resultados das simulações numéricas na configuração Lock-Release para correntes de densidade e correntes de turbidez, com números de Reynolds de ordem de grandeza $\mathcal{O}(10^4)$ e $\mathcal{O}(10^5)$. Propõe-se implementar as metodologias numéricas: Simulação Numérica Direta (DNS) e Simulação implícita de Grandes Escalas (iLES). A informação gerada com as simulações permitirá responder às seguintes questões:

- Qual é a influência do diâmetro das partículas nas correntes de turbidez? e como afeta a dinâmica da propagação?
- Como se modificam as estruturas turbulentas ao longo dos regimes em função do número de Reynolds e do diâmetro das partículas nas correntes de turbidez?
- Qual é a influência do número de Reynolds nos termos que determinam o balanço de energia cinética turbulenta?
- Tem o fundo da corrente de densidade comportamento de camada limite turbulenta?

2.1 *Objetivos específicos*

Os objetivos específicos permitirão responder às perguntas apresentadas no objetivo geral. Desta forma, propõem se os seguintes passos:

- Calcular o balanço de energia global para avaliar sua conservação.

- Estimar os tempos de transição entre os regimes de velocidade que caracterizam a dinâmica das correntes de densidade.
- Analisar a contribuição dos termos do balanço de energia cinética turbulenta na corrente de densidade.
- Analisar a evolução no tempo dos termos do balanço de energia cinética turbulenta, para correlacionar com os regimes que caracterizam a dinâmica das correntes de densidade e das correntes de turbidez.
- Analisar a turbulência no fundo da corrente de densidade e das correntes de turbidez, através da velocidade de atrito.

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, apresenta-se o conteúdo bibliográfico relacionado com o tema a atingir, sobre a turbulência nas correntes de densidade e nas correntes de turbidez. A Seção 3.1 descreve a corrente de densidade desde o ponto de vista fenomenológico, considerando como caso de estudo a configuração *lock-release*. Abordam-se os regimes dinâmicos produzidos neste tipo de problema, classificados conforme a velocidade da frente da corrente de densidade referente ao tempo. A seguir, na Seção 3.2, aborda-se o conceito de turbulência, desde o espaço físico e espectral, através da descrição estatística que permite construir o conceito das tensões de Reynolds e energia cinética turbulenta. Em seguida, na Seção 3.3, descrevem-se as características das estruturas coerentes nas diversas partes da corrente, as estruturas de lóbulos e fendas na região frontal, os vórtices do tipo grampo de cabelo na camada limite e, na camada de mistura, os vórtices de Kelvin-Helmholtz.

3.1 Correntes de densidade

As correntes de densidade são fluxos impulsionados pelas forças de empuxo induzidas pela diferença de massa específica entre a corrente e o ambiente, $\Delta\rho$. A propagação da corrente é determinada por sua capacidade de autossustentar essas forças de empuxo ao limitar sua diluição com o fluido ambiente (Huppert e Simpson (1980)).

Como mostra a Figura 3.1, as correntes de densidade podem ser classificadas conforme a diferença de densidade entre a corrente ρ_1 e o fluido ambiente ρ_0 , isso permite a definição de quatro tipos de escoamentos:

- (a) **Escoamento hipopical:** escoamento por cima se dá quando $\rho_1 < \rho_0$.
- (b) **Escoamento homopical** se dá quando $\rho_1 = \rho_0$.

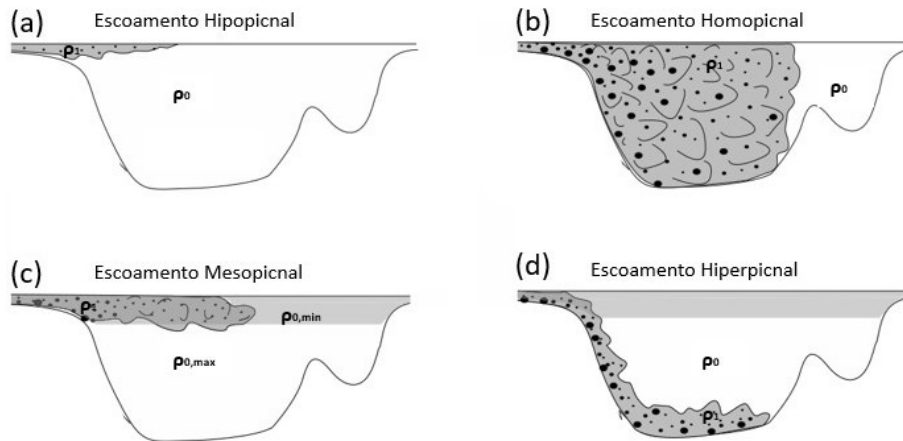


Figura 3.1: Tipos de escoamentos conforme a diferença de massas específicas entre a corrente de densidade e o fluido ambiente: hipopical, homopical, mesopical, e hiperpical. Adaptado de Mulder e Chapron (2011)

- (c) **Escoamento mesopical:** escoamento numa camada intermediária se dá quando $\rho_{0,min} < \rho_1 < \rho_{0,max}$.
- (d) **Escoamento hiperpical:** escoamento por baixo se dá quando $\rho_1 > \rho_0$.

Este sistema de classificação é uma simplificação, pois a turbulência do ambiente pode transformar escoamentos hiperpicinais ou hipopicinais em escoamentos homopicinais (Mulder e Chapron (2011)). Os escoamentos mesopicinais são particularmente importantes em bacias marinhas fortemente estratificadas, onde os contrastes de densidade entre as camadas de água são grandes e em lagos com camadas térmicas. As correntes de densidade que transportam grandes volumes de sedimentos para águas profundas são provavelmente em sua maioria escoamentos hiperpicinais. O escoamento hiperpical é usado para se referir a correntes subaquáticas geradas diretamente de efluentes fluviais (Mulder e Alexander (2001)) e para uma ampla gama de fluxos relativamente densos originados no continente, que dependendo do clima e da geomorfologia costeira, podem ser altamente variáveis em termos de densidade e duração (Zavala (2020)).

Em relação ao mecanismo de iniciação das correntes de densidade, estas podem ser classificadas em correntes de densidade hiperpicinais de remobilização instantânea de material (*surge-like flow*) e remobilização não instantânea de material (*quasi-steady flow*) (Figura 3.2). As descargas de curta duração duram minutos ou horas e estão relacionados a descargas de pequenos rios montanhosos, leques aluviais, colapso de barragens naturais, deslizamentos de terra, erupções vulcânicas etc. As descargas de longa duração duram dias, semanas

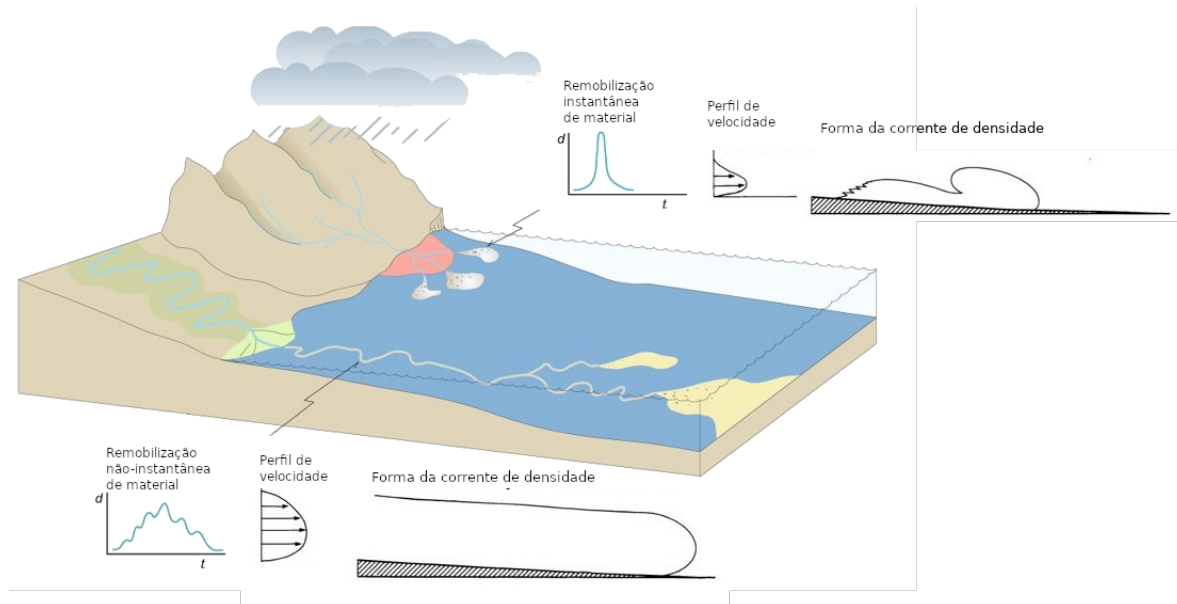


Figura 3.2: Classificação de escoamentos hiperpicnais inicializados por descargas instantâneas e não-instantâneas. Adaptado de Zavala (2020) e Mulder e Alexander (2001)

ou até meses e estão associados a rios de médio a grande porte com extensas áreas de captação. Acontece quando a velocidade média em um ponto permanece quase constante durante um período relativamente prolongado (Mulder e Alexander (2001), Zavala (2020)).

3.1.1 Estrutura das correntes de densidade

Com base em experimentos de correntes de densidade gravitacionais, Middleton (1966) dividiu uma corrente de densidade típica em três partes: cabeça, corpo e cauda, como se mostra na (Figura 3.3). A cabeça é a região mais densa da corrente de densidade onde se misturam os sedimentos devido à tensão de cisalhamento no fundo (Dorrel (2019), Simmons (2020)). O corpo tem uma fina e densa camada de fluido no fundo da corrente, que vai se espessando a jusante da corrente. A cauda é a região com menos turbulência e menos densa que contém fluido misturado da corrente e do fluido ambiente (Ellison e Turner (1959)). A região saliente da corrente, chamada de nariz, é o resultado da condição de não-deslizamento no limite inferior e da resistência ao atrito na camada de mistura (Kneller e Buckee (2000a)).

A relação entre o fluido da corrente e o fluido ambiente é definida com a expressão $\rho = \varphi \Delta\rho + \rho_0$, onde $\Delta\rho$ é a diferença entre as densidades do fluido da corrente ρ_1 e do fluido ambiente ρ_0 e φ é a concentração, uma quantidade escalar. Na propagação de uma

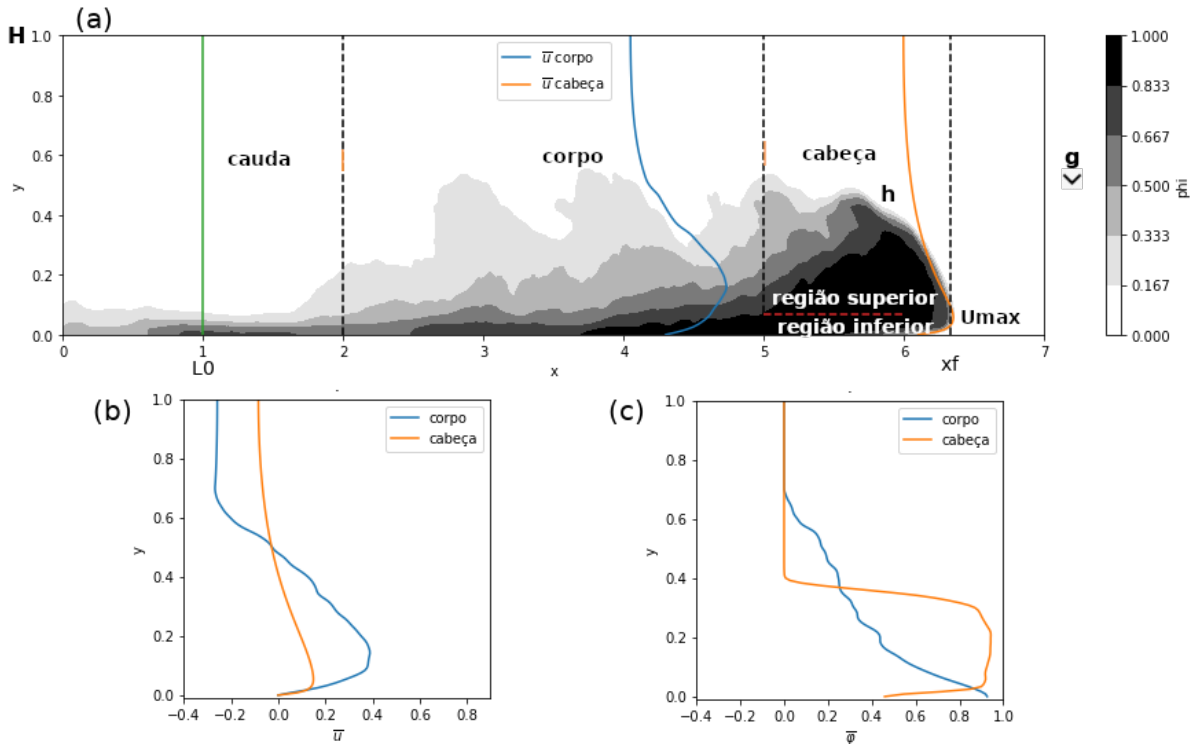


Figura 3.3: (a) Perfil esquemático da corrente de densidade, mostra sua estrutura; cabeça, corpo e cauda. A altura do ponto da velocidade longitudinal máxima da cabeça U_{max} coincide com a altura do nariz. A quantidade h mostra a altura da cabeça, (b) o perfil de velocidade longitudinal médio \bar{u} e (c) concentração média $\bar{\varphi}$ da cabeça e do corpo.

corrente de densidade, a concentração diminui devido ao processo de mistura.

Quanto ao desenvolvimento vertical, as correntes de densidade podem se descrever em duas regiões, inferior e superior, separadas na posição y (x_2) do máximo da velocidade média vertical, como se mostra na Figura 3.3. Na cabeça, a altura onde ocorre a velocidade máxima U_{max} correspondente à altura do nariz da corrente (Kneller e Buckee (2000a)). A região inferior delimitada pelo fundo tem um gradiente de velocidade positivo. A velocidade aumenta desde a condição de não deslizamento no fundo até o máximo no topo da região inferior. A região superior tem um gradiente de velocidade negativo, onde a velocidade diminui desde o valor máximo até zero, no limite entre a corrente e o fluido ambiente. Geralmente, a região inferior tem menos da metade da espessura da região superior (Simpson e Britter (1979a)).

A mistura da corrente com o fluido ambiente é um processo importante que ocorre, sobre tudo, na região de trás da cabeça, devido às diferenças de velocidade entre os fluidos. Isto traz como consequência o entranhamento do fluido ambiente, formando assim uma série de vórtices de Kelvin-Helmholtz, os quais são vórtices transversais cuja amplitude e

frequência vão diminuindo na medida que a corrente avança (Simpson e Britter (1979b)).

Para atingir uma taxa constante de avanço, o fluido deve ser repostado na região atrás da cabeça, e isso implica que a velocidade média no corpo deve ser maior que a velocidade média na frente da corrente (Middleton (1993)), como pode observar na parte (b) da Figura 3.3. Em termos da concentração (Figura 3.3 (c)), as correntes apresentam um gradiente na direção vertical, em que a camada próxima ao fundo tem maior concentração, e acima dela tem uma região mista de menor concentração e mais homogênea.

Na cabeça da corrente, o fluido ambiente, que inicialmente está em repouso, se desloca, o que gera atrito no fundo e na interface superior. O atrito no fundo ou em cima também produz a suspensão do nariz na frente da corrente, resultando na instabilidade gravitacional que dá origem às estruturas de lóbulos e fendas mostrada na Figura 3.4 (Middleton (1993)).

Garcia e Parson (1996) demonstraram empiricamente que a mistura na cabeça da corrente de densidade depende da relação entre as forças inerciais e as forças viscosas, expressada através do número de Reynolds Re . Correntes de densidade com alto Re , mostrarem-se totalmente turbulentas, com rompimentos (*break down*) de vórtices Kelvin-Helmholtz na parte superior da corrente (Figura 3.4), gerando assim o entranhamento do fluido ambiente na corrente de densidade. Em correntes com baixo Re , é menos significativo o processo de mistura, fazendo com que os efeitos viscosos se tornem mais importantes.

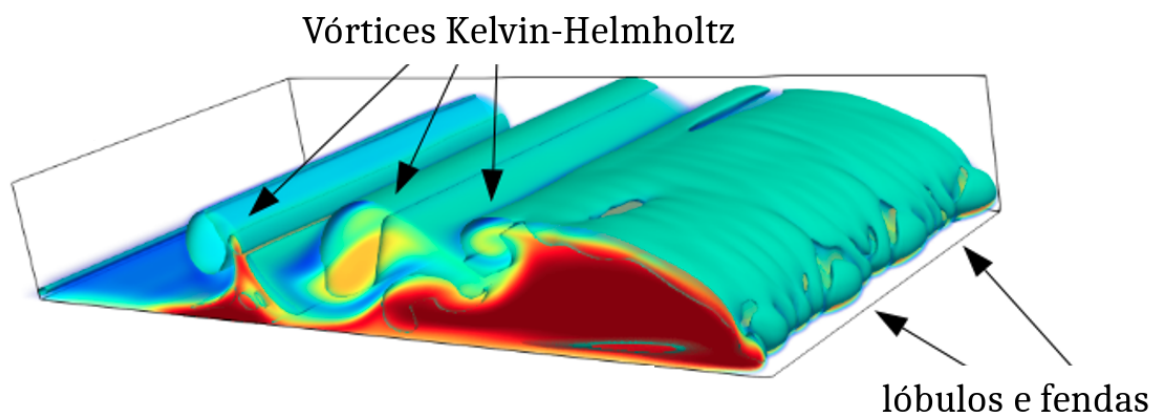


Figura 3.4: Estruturas de uma corrente de densidade hiperpical.

3.1.2 Configuração *Lock-Release*

O problema *lock-release* em um canal de seção retangular é um exemplo bem estudado de uma corrente de densidade planar, que descreve uma corrente de densidade hiperpical. O canal de dimensões (L_1, L_2, L_3) , deve cumprir a razão de escala $L_2/L_1 \ll 1$ para que a aceleração gravitacional, que atua na direção vertical ($\vec{g} = -g\hat{e}_2 = (0, -g, 0)$), tenha baixa influência e a propagação prevaleça na direção horizontal (Figura 3.5).

Inicialmente, dois fluidos de massas específicas diferentes estão separados por uma barreira, na posição L_{1b} . O fluido de massa específica maior ρ_1 encontra-se confinado no volume $L_{1b} \times H \times L_3$, sendo H a altura e L_3 a largura do canal. No tempo inicial t_0 é aberta instantaneamente a barreira, fazendo que a corrente inicie. À medida que a frente se propaga, a forma da corrente vai se modificando. Esta forma é caracterizada pela posição da frente $(x_f(t))$ e a altura $(h(x_1, t))$. O movimento é descrito através da velocidade de propagação $(u_f(x_1, t))$.

No intuito de determinar a velocidade de propagação da frente da corrente de densidade, Von Kármán (1940) formulou uma velocidade potencial, denominada velocidade de fluabilidade u_b , baseada no balanço de energia cinética e energia potencial, dada por:

$$u_b = \sqrt{\frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_0} g H} = \sqrt{g' H}, \quad (3.1)$$

onde ρ_1 e ρ_0 são a massa específica da corrente e do ambiente no tempo inicial, respectivamente, e g' é a aceleração a gravidade reduzida, definida como $g' = (\Delta\rho/\rho_0)g$.

Na configuração *lock-release*, as escalas características usadas comumente para adimensionalizar o problema são: a velocidade de fluabilidade u_b e a altura da coluna da corrente H , resultando os números adimensionais

$$Re = \frac{u_b H}{\nu}, \quad (3.2)$$

$$Ri = \frac{g' H}{u_b^2} = 1, \quad (3.3)$$

onde ν é a viscosidade cinemática do fluido ambiente. Re é o número de Reynolds, como já foi dito, relaciona as forças inerciais com as forças viscosas, e Ri é o número de Richardson que relaciona a energia potencial e a energia cinética. Cabe destacar que Re se modifica com o tempo, em vista que a velocidade e a espessura da corrente diminuem ao longo

da sua propagação. Portanto, uma corrente de densidade, inicialmente inercial, pode-se tornar viscosa ao longo do tempo (ou da distância da propagação).

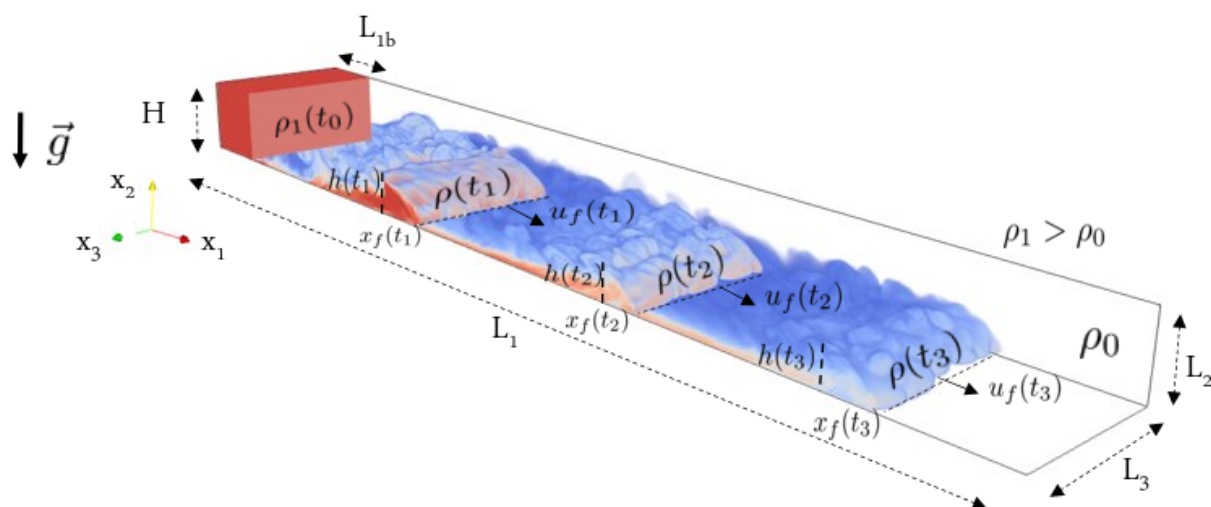


Figura 3.5: Configuração *lock-release*.

Embora as observações experimentais revelem campos de velocidade e formas da corrente de densidade complexas, a modelagem analítica proposta com modelos teóricos simplificados e a simulação numérica das equações de Navier-Stokes e equação de transporte de massa (detalhe na Seção 4.1) permitem realizar comparações com dados experimentais numa acurácia aceitável (Härtel et al. (2000), Necker et al. (2002), Cantero et al. (2007b), Espath et al. (2013)).

Huppert e Simpson (1980) descreveram a propagação de uma corrente de densidade em três regimes: um regime inicial de *slumping* ou escorregamento, onde a corrente se propaga a uma velocidade quase constante, seguida por um regime inercial, na qual a corrente se propaga sob o equilíbrio de flutuabilidade e forças inerciais e, finalmente, um regime viscoso onde os efeitos viscosos dominam e equilibram o empuxo.

Empiricamente foram obtidas expressões da lei de potência para a evolução da frente da corrente nos diferentes regimes (Cantero et al. (2007b)). Estas leis foram comparadas com soluções de similaridade nas formulações de águas rasas (*Shallow Water*) (Benjamin (1968), Fanelop e Waldman (1971), Hoult (1972), Huppert e Simpson (1980), Rottman e Simpson (1983)).

As leis de escala da velocidade da frente para cada regime, apresentam as seguintes expressões:

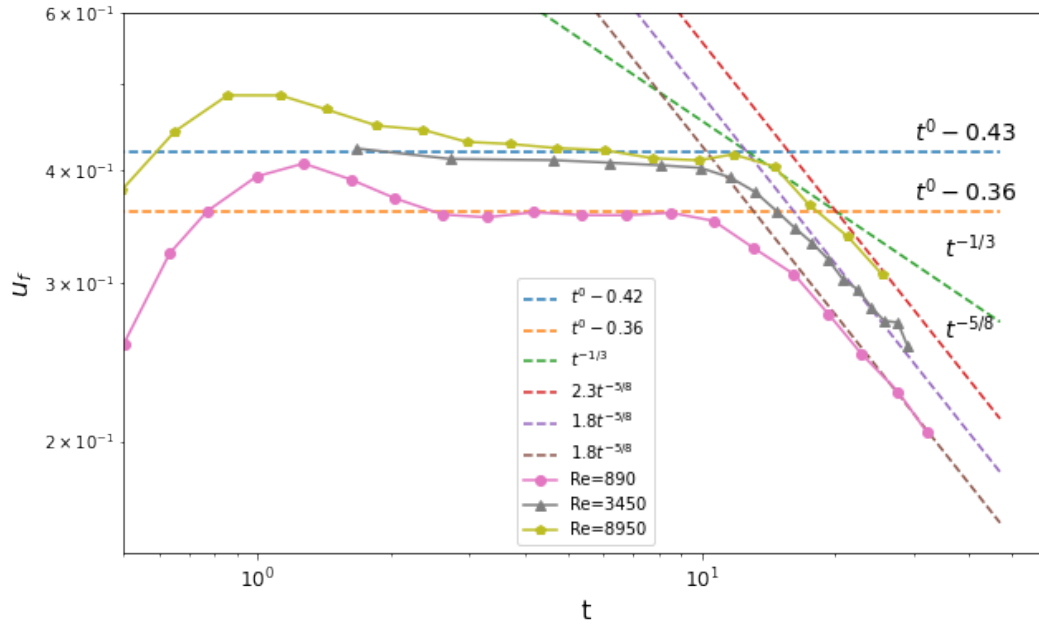


Figura 3.6: Evolução temporal da velocidade da frente adimensional u_f . As curvas se referem às simulações numéricas discutidas em Cantero et al. (2007b)

$$\begin{aligned}
 u_f &\propto (L_{1b}H)^{-1/2}t^0, & (\text{regime } slumping), \\
 u_f &\propto (L_{1b}H)^{1/3}t^{-1/3}, & (\text{regime inercial}), \\
 u_f &\propto Re^{1/8}(L_{1b}H)^{1/2}t^{-5/8}, & (\text{regime viscoso}).
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

A Figura 3.6 mostra a evolução temporal da velocidade da frente de simulações numéricas para três números de Reynolds; $Re = 890, 3450, 8950$. Também inclui as leis de escala desenvolvidas para descrever os diferentes regimes de propagação (Cantero et al. (2007a)). Para o Re maior, a corrente de densidade transita do regime *slumping* para o regime inercial, onde se estende por um período curto, para depois transitar no regime viscoso, até dissipar-se. No caso das simulações de Re menor e intermediário as corrente fazem uma transição direta do regime *slumping* para o regime viscoso, sem transitar pelo regime inercial (Cantero et al. (2007b)).

3.2 Origem da turbulência

A turbulência é o fenômeno da natureza presente nos escoamentos que se caracteriza por ser contínuo, instável, altamente difusivo, rotacional e tridimensional, com a formação

de vórtices, que diminuem de tamanho por efeito da viscosidade até atingir o estado de equilíbrio onde a energia cinética turbulenta é dissipada (Pope (2001)). A transferência de energia de grandes vórtices para pequenos vórtices, chamada de cascata de energia turbulenta, se remonta a L. Richardson (Richardson (1920)) com seu estudo sobre difusão atmosférica. Com base nesta ideia, Kolmogorov (1941) propõe a hipótese de similaridade, desenvolvendo o que se conhece como a lei de Kolmogorov (Figura 3.7).

No espectro de energia cinética turbulenta é possível distinguir regiões conforme o número de onda, cujo aumento implica a diminuição do tamanho dos vórtices (Möller e Silvestrini (2004)). A região de baixos números de onda κ , ou região dos maiores vórtices, depende das dimensões do domínio. Depois tem-se a região dos vórtices com maior energia cinética turbulenta, cujo tamanho máximo atingido é a escala integral l . Estes vórtices são os que tem maior contribuição no transporte turbulento de massa, energia e momentum. Em seguida, tem a região de equilíbrio universal que contém a sub-região inercial e a região dissipativa, cuja representação de tamanho mínimo de vórtices é η .

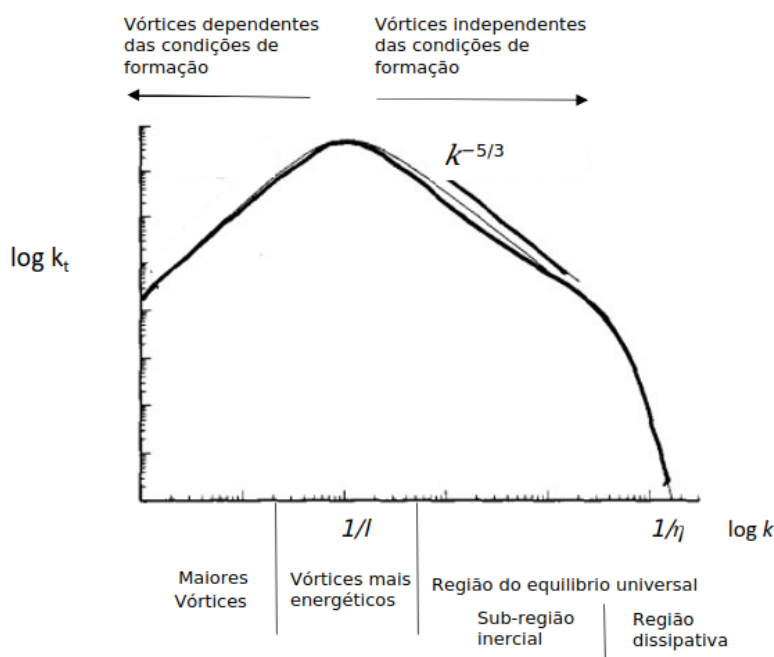


Figura 3.7: Espectro de energia cinética turbulenta de um escoamento turbulento. Adaptado de Pope (2001)

Nos casos de escoamentos com número de Reynolds suficientemente altos, a turbulência de pequenos vórtices ($l \ll \kappa < \eta$) é estatisticamente isotrópica e independente dos grandes vórtices, segundo a hipótese de isotropia local de Kolmogorov, e depende unicamente da

taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ε e da viscosidade molecular ν , conforme a primeira hipótese de similaridade de Kolmogorov. Por tanto, pode-se escrever a escala de comprimento, velocidade e tempo em termos de ε e ν , sendo estas as escalas de Kolmogorov, definidas como:

$$\eta \equiv (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}, v \equiv (\nu\varepsilon)^{1/4}, \tau \equiv (\nu/\varepsilon)^{1/2} \quad (3.5)$$

A escala de Kolmogorov representa os menores vórtices. O número de Reynolds baseado nesta escala é unitário, $Re = \eta v/\nu = 1$. Ou seja, os menores vórtices da cascata de energia turbulenta contêm um número de Reynolds suficientemente pequeno para a dissipação ser efetiva.

Os vórtices maiores dependem da geometria do escoamento e da forma como foram gerados. No caso dos pequenos vórtices, a influência da geometria do escoamento vai desaparecendo e o padrão do campo turbulento torna-se cada vez mais aleatório. Cabe ressaltar, que a turbulência desempenha um papel fundamental no avanço do processo de mistura entre o fluido ambiente e a corrente.

3.2.1 Descrição estatística

A turbulência pode ser descrita como flutuações aleatórias das grandezas físicas e, portanto, pode ser tratada em termos estatísticos. O tratamento estatístico da turbulência é baseado na decomposição de Reynolds das grandezas físicas, que visa dissociar o comportamento médio do escoamento das variações locais devido às perturbações turbulentas. Cada grandeza física u_i é decomposta como:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i, \quad (3.6)$$

onde \bar{u}_i representa o valor médio de u_i e u'_i são as flutuações da grandeza turbulenta em torno desta média (Figura 3.8).

As correntes de densidade são não homogêneas no espaço e transientes por natureza. Portanto, os métodos de cálculo de estatísticas turbulentas a partir da média no espaço ou tempo, não são apropriadas (Pelmard et al. (2020)). Recorrendo à natureza estatística bidimensional do escoamento, poderia se considerar inicialmente uma estatística menos refinada, calculada a partir da média no eixo x_3 (lateral) do domínio.

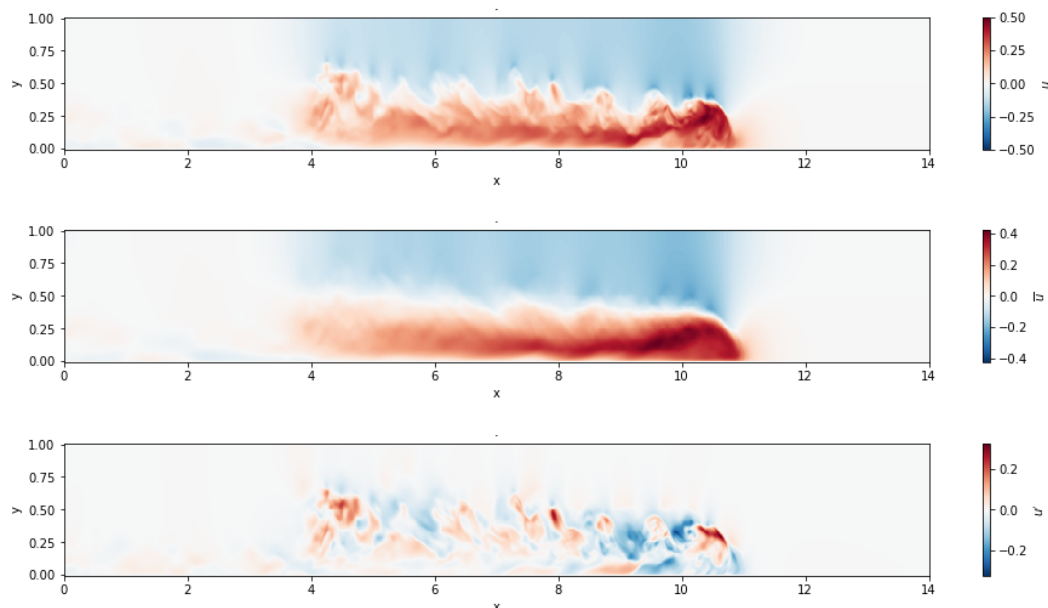


Figura 3.8: Velocidade longitudinal instantânea u_1 , velocidade longitudinal média em x_3 \bar{u}_1 e velocidade longitudinal flutuante u'_1 no tempo $t=25$ para uma simulação com $Re = 8950$.

A equação de quantidade de movimento média, referida no anexo (Equação A.6) é denominada equação de Reynolds. Esta equação se distingue da equação de quantidade de movimento de Navier-Stokes no termo do gradiente do produto das velocidades flutuantes $\frac{\partial u'_i u'_j}{\partial x_j}$, o qual é denominado tensor de tensões de Reynolds.

A decomposição do campo das grandezas em campo médio e flutuação do campo, isola os efeitos das flutuações do escoamento médio, adicionando variáveis na equação da quantidade de movimento, obtendo-se um problema de fechamento da turbulência.

3.2.2 Tensor de tensões de Reynolds

Dados sobre a estrutura da turbulência na cabeça de uma corrente gravitacional foram apresentados por Kneller e Buckee (2000b), Buckee et al. (2001) e Pelmard et al. (2020). Duas áreas de alta tensão de Reynolds negativa foram identificadas no topo da cabeça, relacionadas aos vórtices de Kelvin-Helmholtz, e abaixo do nariz da corrente, atribuídas às instabilidades gravitacionais que formam os lóbulos e fendas.

Séries temporais de velocidade a jusante no corpo de correntes de densidade revelam a presença de grandes estruturas coerentes (Kneller et al. (1997)). As velocidades instantâneas a jusante podem ser até 40% maiores que a velocidade média máxima a jusante no corpo (Buckee et al. (2001)) portanto, equivalentes ou maiores que as velocidades ins-

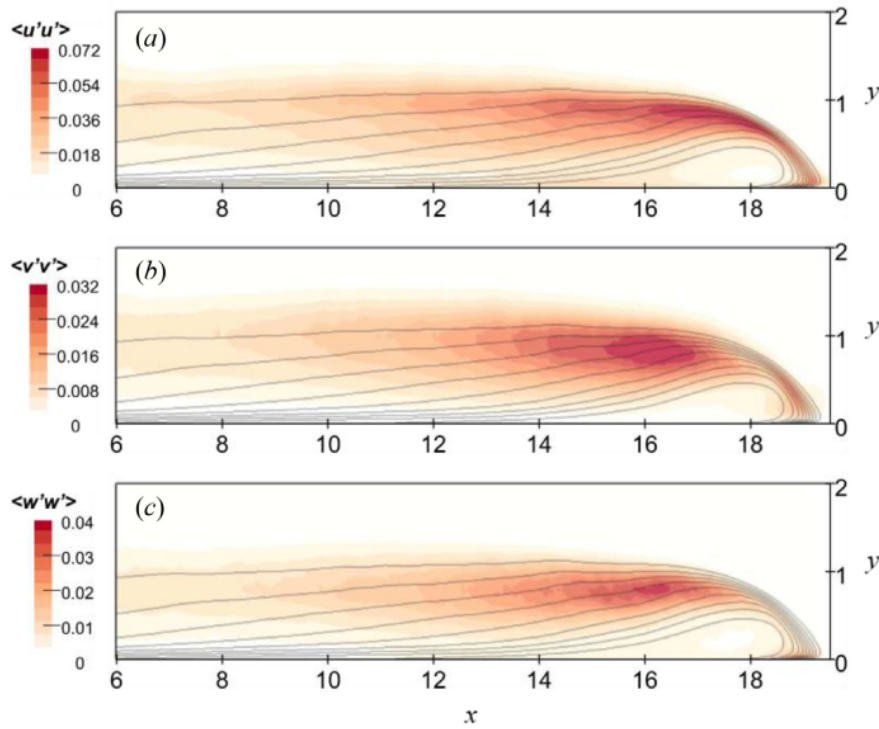


Figura 3.9: Distribuição do tensor de Reynolds $\overline{u'_1 u'_1}$ (a), $\overline{u'_2 u'_2}$ (b) e $\overline{u'_3 u'_3}$ (c), no tempo $t=29.1$, relacionado com o tempo final do regime *Slumping*. A figura mostra as isolinhas de concentração (Pelmar et al. (2021)).

tantâneas na cabeça. Este resultado sugere que o corpo da corrente pode desempenhar um papel significativo no arrastamento de sedimentos, as altas velocidades turbulentas implicam altas tensões de Reynolds, portanto, altas taxas de erosão (Kneller et al. (1997)).

Pelmar et al. (2021) apresentam a componente longitudinal ($\overline{u'_1 u'_1}$), vertical ($\overline{u'_2 u'_2}$) e lateral ($\overline{u'_3 u'_3}$) mostrando valores na região próxima à parede do nariz e na região atrás da cabeça, conforme observado na Figura 3.9. Cantero et al. (2008) mostraram que a região do nariz é povoada por um complexo arranjo de vórtices de tipo grampo e vórtices quase-longitudinais que se correlacionam com a estrutura de lóbulos e das fendas (Seção 3.3). A Figura 3.9 revela a forte turbulência próxima à parede, acompanhada por um aumento na distância entre as isolinhas de concentração, mostrando assim maior diluição da corrente e alongamento do nariz (Pelmar et al. (2021)).

Os resultados em Pelmar et al. (2021) mostram que acima do nariz alongado, as isolinhas de concentração se contraem na camada de mistura durante a formação dos vórtices de Kelvin-Helmholtz. Esta região se correlaciona com um máximo local de $\overline{u'_2 u'_2}$. No entanto, a turbulência é dominada pela contribuição no sentido da corrente ($\overline{u'_1 u'_1}$), sendo duas vezes maior do que as contribuições no sentido lateral nesta área. A turbulência

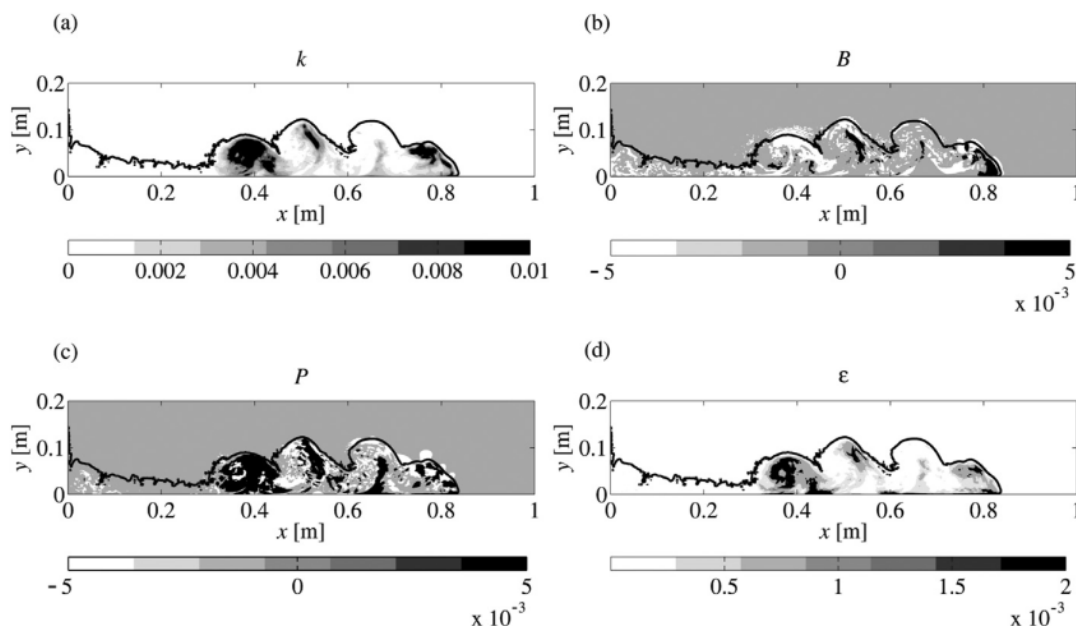


Figura 3.10: Distribuição espacial dos termos do balanço de energia cinética turbulenta. (a) Energia Cinética Turbulenta k_t , (b) Fluxo de fluatibilidade B , (c) Produção de turbulência P e (d) Taxa de dissipação ϵ (Ottolengui et al. (2017)).

na região do nariz impacta diretamente no desenvolvimento das instabilidades interfaciais responsáveis pela formação dos vórtices, e leva ao desprendimento de vórtices na camada de mistura.

3.2.3 Energia Cinética Turbulenta

Uma forma de entender a influência da dinâmica turbulenta nos perfis verticais de velocidade e concentração é a partir do cálculo do balanço de energia cinética turbulenta e energia potencial turbulenta (detalhe na Subseção 4.3.6).

Ottolengui et al. (2017) mostram as diferentes regiões da corrente envolvida no balanço da energia cinética turbulenta. Os altos valores da energia cinética turbulenta, k_t , definida como $k_t = \overline{u'_i u'_i} / 2$, estão presentes na interface do fluido da corrente e ambiente, durante o regime *Slumping*, correspondendo aos vórtices de Kelvin-Helmholtz (Figura 3.10). O balanço da energia cinética turbulenta na camada de mistura é afetado pela diluição na cabeça e a subsequente perda da força de empuxo que conduz a propagação da corrente.

Experimentos de laboratório mostram que as intensidades de turbulência são mais altas no topo da corrente de densidade, estando relacionadas ao cisalhamento e mistura no limite superior da corrente [Kneller et al. (1997), Buckee et al. (2001)]. Baixas intensidades de

turbulência são observadas em torno do nível da velocidade máxima, na base da corrente.

Buckee et al. (2001) calculam as taxas de produção de energia cinética turbulenta em correntes de densidade estacionárias a partir do fluido médio e do fluxo de flutuabilidade, que está relacionado com o gradiente de concentração. Os resultados mostraram que as maiores taxas de produção de turbulência ocorrem devido ao cisalhamento próximo ao limite inferior, onde o gradiente de velocidade é maior. Os resultados sugerem que a produção de turbulência por cisalhamento é mais significativa em correntes mais estratificadas, enquanto a produção de turbulência por fluxo de flutuabilidade é mais importante em correntes menos estratificadas.

3.3 Estruturas turbulentas na corrente de densidade

Uma vez formada a estrutura da corrente em cabeça, corpo e cauda, é possível reconhecer diferentes regiões em função das características da turbulência, que vão se modificando ao longo do tempo (Figura 3.11). Cantero et al. (2008) identificam 5 regiões na corrente de densidade para $Re = 15000$, a partir dos isocontornos do critério λ_{ci} . Mostra-se na Figura 3.11a, estas regiões usando o critério Q , definido como a diferença entre a componente simétrica e antissimétrica do tensor gradiente de velocidade. As regiões podem ser descritas como:

1. A região frontal (r1) da corrente mostra estruturas de vórtices bidimensionais formando-se na zona de intrusão no fluido ambiente.
2. A região na base na camada de parede turbulenta (r2) apresenta estruturas do tipo grampo de cabelo e vórtices quase-longitudinais que se formam no fundo da corrente.
3. A região de interação entre as estruturas da região frontal e da região base (r3) apresenta estruturas tridimensionais instáveis que se transformam em turbulência de menor escala. Uma das características principais nos casos de número de Reynolds elevado é a formação dos vórtices de Kelvin-Helmholtz na interface entre a corrente de densidade e o fluido ambiente.
4. A região de confluência (r4) apresenta estruturas turbulentas mais intensas, confirmando assim que o corpo da corrente é mais turbulento que a cabeça.

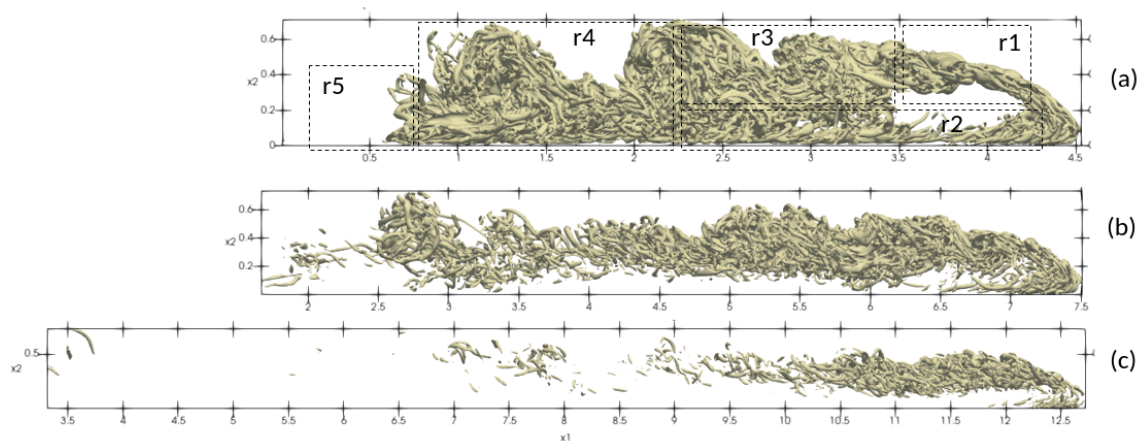


Figura 3.11: Isocontorno $Q = 10$ do critério Q da corrente de densidade de $Re = 15000$ para três tempos característicos associados com: (a) regímen slumping, (b) regímen inercial e (c) regímen viscoso.

5. A região de menor turbulência (r5) refere-se a cauda da corrente desprovida de intensas estruturas turbulentas.

Nos tempos posteriores referidos na Figura 3.11 (b) e (c), mantém-se as regiões descritas em (a), porém as estruturas turbulentas decaem em intensidade. Kneller e Buckee (2000a) relatam que a turbulência é não-homogênea e controlada por grandes vórtices que aumentam no corpo da corrente. Os valores maiores de intensidade da turbulência se mostram no final da cabeça, próximo ao corpo da corrente, na camada de cisalhamento onde os grandes vórtices são formados.

Experimentos físicos (Middleton (1966), Simpson e Britter (1979a), Britter e Linden (1980)) mostraram o movimento divergente da corrente na cabeça deslocando o fluido ambiente, o que gera as estruturas de lóbulo e fendas na base da cabeça, devido à instabilidade gravitacional formada quando um fluido menos denso é invadido e incorporado na cabeça.

No fundo, a condição de não deslizamento determina que todas as tensões de Reynolds são nulas. Consequentemente, a tensão de cisalhamento do fundo é inteiramente devido à contribuição viscosa. Por tanto, a viscosidade ν e a velocidade de atrito u^* , definida como $u^* = \sqrt{\nu (\partial u_1 / \partial x_2 + \partial u_3 / \partial x_2)_{x_2=0}}$, são parâmetros importantes para descrever esta região (informação mais detalhada pode se encontrar na seção 4.3.4).

A Figura 3.12b mostra a presença de faixas de baixa e alta velocidade de atrito u^* que induzem padrões ao longo da direção longitudinal, neste caso em uma corrente de densidade de $Re = 8950$, no tempo $t = 8$, referente ao final do regime *slumping*. O

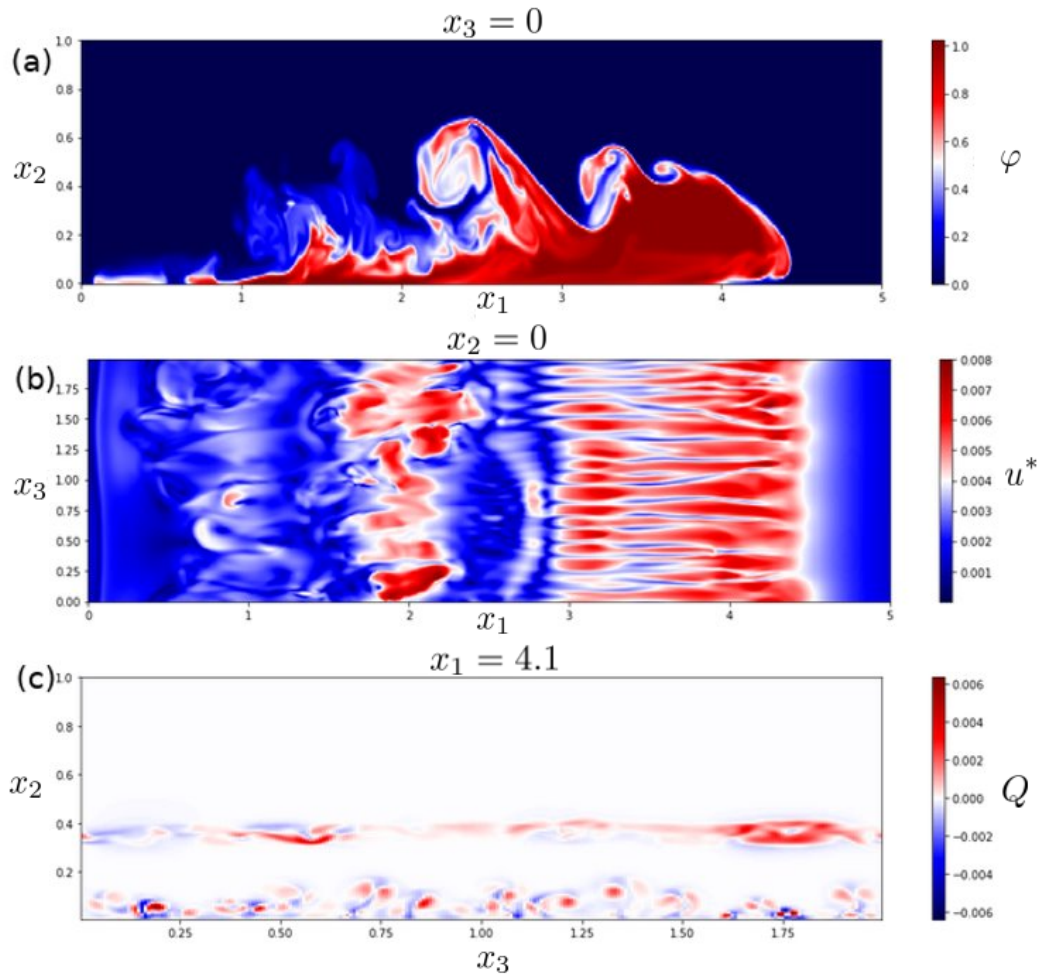


Figura 3.12: Corrente de densidade para $Re=8950$, no tempo $t=8$, relacionado com o final do regime *slumping*. (a) Campo de concentração instantânea, em $x_3 = 0$, (b) Velocidade de atrito u^* no fundo ($x_2 = 0$), (c) Critério Q no plano x_2x_3 , para $x_1 = 4.1$

fluxo da corrente de densidade relacionado a essas faixas longitudinais é caracterizado por pares de vórtices contra-rotativos (Necker et al. (2005), Espath et al. (2013), Espath et al. (2015)). A Figura 3.12c mostra o critério Q no plano vertical x_2x_3 , a jusante da corrente, em $x_1 = 4.1$. É possível identificar as estruturas de lóbulos e fendas, relacionados com os vórtices longitudinais (faixa $Q > 0$ do critério Q) que ocorrem em pares localizados em ambos os lados da fenda, obtendo uma intensa variação lateral. O espaçamento lateral entre os pares se correlaciona com o tamanho do lóbulo (Cantero et al. (2008), Espath et al. (2013), Espath et al. (2015)).

Metodologia

Neste capítulo, apresenta-se a formulação matemática que descreve o problema das correntes de densidade. Na seção 4.1, as equações governantes são mostradas com as condições iniciais e de contorno do domínio. Seguidamente, na seção 4.2 descreve-se o código computacional e a metodologia numérica abordada neste trabalho. Finalmente, na seção 4.3 apresentam-se os métodos usados para o tratamento dos campos de velocidade e concentração adquiridos para obter grandezas de interesse.

4.1 Formulação matemática das correntes de densidade

As correntes de turbidez são consideradas misturas entre o fluido e as partículas suspensas em baixa concentração que se movimentam com o fluido. Estas podem ser modeladas numericamente com a equação da continuidade e com a equação de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis sob a aproximação de Boussinesq e a equação do transporte do escalar. A aproximação de Boussinesq sugere que as variações da densidade estão apenas associadas com as forças de empuxo. Assim, a equação da continuidade, a equação de Navier-Stokes e a equação de transporte do escalar são escritas na forma adimensional:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \varphi \delta_{2i} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} + (u_i - u_s \delta_{2i}) \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} &= \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_i} \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde u_i , p e φ correspondem às incógnitas do problema, dependentes da posição x_i e do tempo t , sendo elas o campo de velocidade, a pressão e a concentração de massa específica, respectivamente. A quantidade u_s é a velocidade de sedimentação das partículas suspensas.

Considera-se $u_s = 0$ o caso particular das correntes sem partículas suspensas, denominadas correntes de densidade. δ_{2i} é o delta de Kronecker. A velocidade de sedimentação dimensional é definida segundo Ferguson e Church (2004) como:

$$\tilde{u}_s = \frac{\frac{\rho_p - \rho_o}{\rho_o} g d_p^2}{18\nu + \left(\frac{3}{4} \frac{\rho_p - \rho_o}{\rho_o} g d_p^3\right)^{1/2}}, \quad (4.2)$$

onde d_s é o diâmetro da partícula, ρ_p é a massa específica da partícula, ρ_o é a massa específica do fluido ambiente e g é a aceleração de gravidade, que atua na direção de $-x_2$.

As equações (4.1) e (4.2) foram adimensionalizadas com a velocidade de flutuabilidade u_b (eq. (3.1)) e altura da coluna da corrente $H = L_2$. As quantidades Re e Sc referem-se aos números adimensionais de Reynolds, Re (eq. (3.2)) e Schmidt, $Sc = \nu/\kappa$, sendo ν a viscosidade cinemática e κ a difusividade mássica.

O domínio de cálculo é baseado na configuração *lock-release* (detalhada na Subseção 3.1.2).

4.1.1 Condições de contorno

As condições de contorno estabelecidas para o campo de velocidade nos contornos transversais $x_1 = 0$ e $x_1 = L_1$ é de deslizamento livre para evitar o desenvolvimento de tensões de cisalhamento,

$$u_1 = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = \frac{\partial u_3}{\partial x_1} = 0. \quad (4.3)$$

Define-se a condição de periodicidade nos contornos longitudinais $x_3 = 0$ e $x_3 = L_3$ para as velocidades. O fundo ($x_2 = 0$) segue a condição de não-deslizamento:

$$u_1 = u_2 = u_3 = 0, \quad (4.4)$$

e no topo $x_2 = L_2$ a condição é de deslizamento livre:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_2} = u_2 = \frac{\partial u_3}{\partial x_2} = 0. \quad (4.5)$$

Para o campo de concentração, as condições de contorno no caso conservativo devem assegurar que nenhum contorno tenha fluxo, por tanto, para os contornos $x_1 = 0$, $x_1 = L_1$, $x_2 = 0$ e $x_2 = L_2$ a condição é de fluxo nulo:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} = 0, \quad (4.6)$$

e nos contornos $x_3 = 0$ e $x_3 = L_3$ é de periodicidade.

Na condição do fundo, para o caso de corrente de densidade não-conservativa o depósito de partículas no fundo do canal é descrito, por meio de uma condição de contorno que segue a equação:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - u_s \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} = 0. \quad (4.7)$$

4.1.2 Condições iniciais

No tempo inicial ($t = 0$), o campo de velocidade u_i é nulo. É adicionada uma pequena perturbação no plano x_2x_3 , na posição da barreira que separa a corrente e o fluido ambiente ($x_1 = L_{1b}$), para inserir um ruído que represente a remoção da barreira, assim como para antecipar a formação de estruturas turbulentas no escoamento.

A equação que emula a perturbação inicial tem a forma:

$$u_{i0} = \exp \left[- \left(\frac{x_1 - L_{1b}}{d} \right)^2 \right] X_{rand}(x_i) \quad (4.8)$$

onde X_{rand} é um número aleatório cuja amplitude varia entre $-0,1$ e $0,1$ e d é a espessura característica ao redor da barreira (Espath et al. (2015)). Necker et al. (2002) propõem que a magnitude da perturbação seja tal que a energia cinética gerada tenha no máximo 0,5% da energia potencial inicial.

Enquanto às condições iniciais do campo escalar, é proposta uma função contínua que satisfaça a forma de degrau, característica da configuração inicial *lock-release*, da forma:

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} \left[1 - \tanh \left(\frac{x_1 - L_{1b}}{(ReSc)^{-1/2}} \right) \right]. \quad (4.9)$$

4.2 Código Computacional

Para resolver numericamente o sistema de equações (4.1) foi usado o código **Xcompact3D**, escrito em FORTRAN 90 e de acesso livre (Laizet et al. (2010), Bartholomew et al. (2020)), baseado no esquema compacto de diferenças finitas de sexta ordem na discretização espacial e na integração temporal utiliza o esquema Adams-Bashforth de terceira

ordem. Para garantir a condição de incompressibilidade, é utilizado um método de passo fracionário, exigindo a solução de uma equação de Poisson para a pressão. A malha de pressão é deslocada em meia malha em relação à malha de velocidade em cada direção. Este tipo de organização de malha leva a campos de pressão fisicamente mais realistas sem oscilações espúrias. A equação de Poisson é totalmente resolvida no espaço espectral usando a transformada rápida de Fourier (FFT) (Bartholomew et al. (2020)).

4.2.1 Discretização espacial

Para o cálculo das derivadas se usa o esquema de diferenças finitas compactas, propostas em Lele (1992). Para discretizar o domínio computacional paralelepípedo $L_1 \times L_2 \times L_3$ é utilizada uma malha cartesiana de nós $n_1 \times n_2 \times n_3$ com uma distribuição regular nos três eixos coordenados. A posição de cada nó $x_i = \Delta x(i - 1)$, onde Δx é o espaçamento entre pontos na malha. Uma função f_i , numa posição x_i , e sua derivada dependem dos valores desta função f_i e suas derivadas f'_i nos pontos vizinhos:

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x} + c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6\Delta x}, \quad (4.10)$$

onde os coeficientes a , b , c , α e β estão relacionados com a ordem do erro de truncamento do esquema. O código usa três diferentes esquemas dependendo da posição do ponto dentro da malha (Laiet e Lamballais (2009)). Para os pontos que compreendem os nós de $2 \leq i \leq n - 2$ usa-se o esquema compacto de sexta ordem, cujos coeficientes são; $a = 14/9$, $b = 1/9$, $c = 0$, $\alpha = 1/3$ e $\beta = 0$. Para os vizinhos dos contornos de nós $i = 1$ e $i = n - 1$ se utiliza um esquema centrado de quarta ordem, com coeficientes $a = 3/2$, $b = 0$, $c = 0$, $\alpha = 1/4$ e $\beta = 0$. Para as derivadas nos contornos do domínio, de nós $i = 0$ e $i = n$ usa-se o esquema compacto de terceira ordem não-centrado, escrito como:

$$\begin{aligned} f'_0 + \alpha f'_1 &= \frac{1}{\Delta x} (a f_0 + b f_1 + c f_2) \\ , f'_n + \alpha f'_{n-1} &= \frac{1}{\Delta x} (a f_n + b f_{n-1} + c f_{n-2}) \end{aligned} \quad (4.11)$$

com coeficientes $a = -5/2$, $b = 2$, $c = 1/2$ e $\alpha = 2$.

A redução da ordem de precisão dos esquemas de derivadas nos contornos é desprezível e não reduz a ordem global do código (Laizet e Lamballais (2009)).

A segunda derivada apresenta um esquema de diferenças finitas centradas de segunda ordem, que adota a forma:

$$\beta f''_{i-2} + \alpha f''_{i-1} + f''_i + \alpha f''_{i+1} + \beta f''_{i+2} = a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4\Delta x^2} + c \frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9\Delta x^2} + d \frac{f_{i+4} - 2f_i + f_{i-4}}{16\Delta x^2}. \quad (4.12)$$

Neste caso, também se tem distinção para os pontos próximos aos contornos. Para as derivadas no interior do domínio, os nós de $2 \leq i \leq n - 2$ usa-se o esquema tri-diagonal de sexta ordem (Equação 4.12), cujos coeficientes são; $a = 12/11$, $b = 3/11$, $c = 0$, $d = 0$, $\alpha = 2/11$ e $\beta = 0$. Para as derivadas nos vizinhos dos contornos de nós $i = 1$ e $i = n - 1$ utiliza-se um esquema centrado de quarta ordem, com coeficientes $a = 6/5$, $b = 0$, $c = 0$, $d = 0$, $\alpha = 1/10$ e $\beta = 0$. Para as derivadas nos contornos do domínio, de nós $i = 0$ e $i = n$ usa-se o esquema compacto de terceira ordem descentrado:

$$\begin{aligned} f''_0 + \alpha f''_1 &= \frac{1}{\Delta x^2} (af_0 + bf_1 + cf_2 + df_3) \\ , f''_n + \alpha f''_{n-1} &= \frac{1}{\Delta x^2} (af_n + bf_{n-1} + cf_{n-2} + df_{n-3}) \end{aligned} \quad (4.13)$$

com coeficientes $a = 13$, $b = -27$, $c = 15$, $d = -1$ e $\alpha = 11$.

4.2.2 Discretização temporal

As equações de Navier–Stokes avançam no tempo usando o método do passo fracionário, calculando por separado os termos de velocidade e pressão. A equação de Navier-Stokes pode ser escrita da forma:

$$F_i^k = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^k u_j^k}{\partial x_j} + u_j^k \frac{\partial u_i^k}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^k}{\partial x_j \partial x_j} + \varphi^k e_i^g, \quad (4.14)$$

onde o termo convectivo está escrito na sua forma antissimétrica devido à estabilidade numérica visando reduzir os erros de *aliasing* (Kravchenko e Moin (1997)).

Inicialmente, calcula-se o campo de velocidade intermediário u_i^{int} para cada iteração k :

$$\frac{u_i^{int} - u_i^k}{\Delta t} = a_k F_i^k + b_k F_i^{k-1} + c_k F_i^{k-2}, \quad (4.15)$$

onde Δt é a discretização temporal e os coeficientes $a_k = 23/12$, $b_k = -16/12$ e $c_k = 5/12$ referem-se aos coeficientes do esquema de Adam-Bashforth de terceira ordem.

O termo de pressão é resolvido através da equação de Poisson, obtida a partir do cálculo da divergência do campo de velocidade intermediário u_i^{int} , igual à divergência do gradiente do campo de pressão (Laizet e Lamballais (2009)). Assim:

$$\nabla^2 p^{k+1} = \frac{1}{(a_k + b_k + c_k)\Delta t} \nabla \cdot u_i^{int}. \quad (4.16)$$

Esta equação é resolvida no espaço de Fourier. Uma vez obtida a pressão na equação 4.16 para $k + 1$, corrige-se a velocidade para o passo de tempo avançado:

$$\frac{u_i^{k+1} - u_i^{int}}{\Delta t} = -(a_k + b_k + c_k) \nabla p^{k+1}. \quad (4.17)$$

Em vista de que o esquema de Adam-Bashforth de terceira ordem pode ser implementado a partir do terceiro passo de tempo, é implementado no primeiro passo de tempo ($k = 1$) o esquema de Euler e no segundo passo de tempo, ($k = 2$) o esquema de Adam-Bashforth de segunda ordem.

A equação de transporte escalar se escreve da forma:

$$G^k = -u_j^k \frac{\partial \varphi^k}{\partial x_j} + \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi^k}{\partial x_j \partial x_i}. \quad (4.18)$$

O campo de concentração implementa igualmente o esquema de Adam-Bashforth de terceira ordem, por tanto:

$$\varphi^{k+1} = \varphi^k + \Delta t (a_k G^k + b_k G^{k-1} + c_k G^{k-2}). \quad (4.19)$$

4.2.3 Metodologia numérica

4.2.3.1 DNS

A metodologia DNS (Direct Numerical Simulation) resolve as equações (4.1) integralmente, para calcular todo o espectro de turbulência, desde os vórtices maiores e mais energéticos até os menores e menos energéticos.

Para aplicar a metodologia DNS precisa-se de um número suficiente de graus de liberdade na malha de cálculo que depende do número de Reynolds, desta forma aumenta o custo computacional e limita o cálculo para os casos de números de Reynolds moderados. O número de graus de liberdade, necessários para representar toda a turbulência contida em um escoamento, é dada por $(l/\eta)^3 = Re^{9/4}$, a razão entre a escala integral, l , e a escala de Kolmogorov, η , (Silvestrini (2003)). A escala integral está relacionada com o tamanho das maiores estruturas presentes em um escoamento turbulento, as quais são mais energéticas, enquanto a escala de Kolmogorov representa as menores estruturas, as quais são dissipativas (maiores detalhes na seção 3.2).

4.2.3.2 iLES

Lamballais et al. (2011) apresentam um esquema de diferenças finitas altamente preciso para calcular as segundas derivadas nas equações de Navier-Stokes, garantindo a dissipação numérica. Esta abordagem, mostra-se próxima de um método *upwind*, de fácil implementação com um custo computacional baixo. A estratégia chamada de viscosidade turbulenta espectral (SVV, siglas do termo em língua inglesa *Spectral Vanishing Viscosity*) introduz dissipação artificial nas pequenas escalas da turbulência em analogia com o comportamento do modelo sub-malha usado nas simulações de grandes escalas (LES).

A viscosidade numérica introduzida pelo esquema numérico pode ser expressa com o operador SVV discreto, dado por:

$$\frac{\nu_{SVV}(k, k_c)}{\nu} = \begin{cases} 0 & \text{si } k < 0.3k_c, \\ \exp \left[- \left(\frac{k_c - k}{0.3k_c - k} \right)^2 \right] & \text{si } 0.3k_c \leq k \leq k_c, \end{cases}$$

onde k_c é o número de onda de corte da malha.

Define-se um conjunto de coeficientes para a aproximação da derivada de segunda ordem, sendo estes coeficientes para DNS,

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{272 - 45k_c'' \Delta x^2}{416 - 90k_c'' \Delta x^2} \\
a &= \frac{48 - 135k_i'' \Delta x^2}{1664 - 360k_c'' \Delta x^2} \\
b &= \frac{528 - 81k_i'' \Delta x^2}{208 - 45k_c'' \Delta x^2} \\
c &= \frac{-432 + 63k_i'' \Delta x^2}{1664 - 360k_c'' \Delta x^2} \\
d &= 0
\end{aligned} \tag{4.20}$$

onde k_c'' , chamado de número de onda modificado quadrático, é uma constante da dissipação artificial, relacionada com o modelo de viscosidade espectral determinada como,

$$k_c'' \Delta x^2(n) = n\pi^2, \tag{4.21}$$

sendo $n = 1, \dots, 10$ um número natural entre 1 e 10 (Figura 4.1). Para DNS, geralmente utiliza-se $n = 4$. Lamballais et al. (2011) mostram que para valores de $n > 10$ a metodologia aumenta a viscosidade exigindo a redução excessiva do passo de tempo, para evitar instabilidade numérica $\nu \Delta t / \Delta x^2 < \sigma_r / n\pi^2$ ($\sigma_r = 2.5$ para o esquema Adam-Bashforth de terceira ordem).

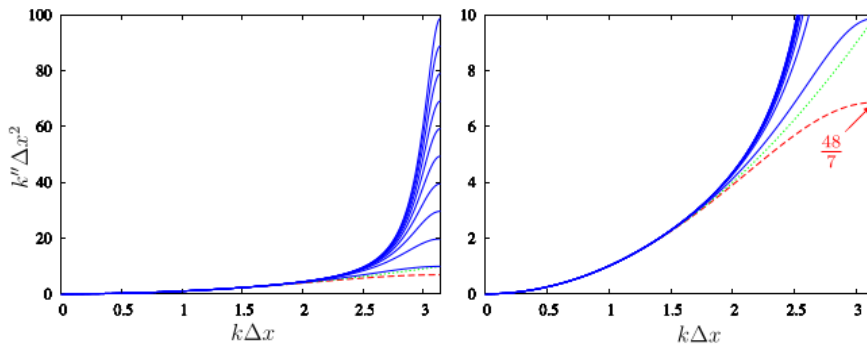


Figura 4.1: Número de onda modificado quadrático para o esquema de sexta ordem, impondo $k_c'' \Delta x^2(n) = n\pi^2$ com $n = 1, \dots, 10$ (linha contínua azul, de baixo para acima) comparado com o número de onda quadrado exato $k^2 \Delta x^2$ (linha pontilhada verde) e com o esquema convencional de sexta ordem ($c = 0$) (linha tracejada vermelha). Fonte Lamballais et al. (2011)

Baseado no esquema compacto centrado de sexta ordem do termo viscoso (Lele (1992)), que tem o cálculo da segunda derivada do campo de velocidade (eq. 4.12), Dairay et al. (2017) propuseram modificações nos coeficientes para a simulação de grandes escalas,

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{1}{2} - \frac{320k_m''\Delta x^2 - 1296}{405k_c''\Delta x^2 - 640k_m''\Delta x^2 + 144} \\
a &= -\frac{4329k_c''\Delta x^2/8 - 32k_m''\Delta x^2 - 140k_c''\Delta x^2 + 286}{405k_c''\Delta x^2 - 640k_m''\Delta x^2 + 144} \\
b &= \frac{2115k_c''\Delta x^2 - 1792k_m''\Delta x^2 - 280k_c''\Delta x^2 + 1328}{405k_c''\Delta x^2 - 640k_m''\Delta x^2 + 144} \\
c &= -\frac{7695k_c''\Delta x^2/8 + 288k_m''\Delta x^2 - 180k_c''\Delta x^2 - 2574}{405k_c'' - 640k_m''\Delta x^2 + 144} \\
d &= \frac{198k_c''\Delta x^2 + 128k_m''\Delta x^2 - 40k_c''\Delta x^2 - 736}{405k_c''\Delta x^2 - 640k_m''\Delta x^2 + 144}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

onde k_c'' e k_m'' estão relacionadas com modelos de viscosidade espectral. Podem ser calculadas neste caso como:

$$k_c'' = \left(1 + \frac{\nu_0}{\nu}\right) k_c^2, \tag{4.23}$$

$$k_m'' = \left(1 + 0.437\frac{\nu_0}{\nu}\right) k_m^2, \tag{4.24}$$

com $k_c = \pi/\Delta x$ e $k_m = 2/3k_c$. ν_0/ν é a relação entre a magnitude do SVV e a viscosidade cinemática. Desta forma, k_c é o valor do número de onda modificado para o número de onda de corte da malha e k_m é o valor do número de onda modificado para 2/3 do número de onda de corte da malha.

Portanto, o operador resultante, chamado de operador de hiper-viscosidade, contém a dissipação do problema com a dissipação introduzida pelo esquema numérico iLES.

Na Figura 4.2 mostra-se a intensidade de dissipação numérica artificial para diferentes valores de ν_0/ν .

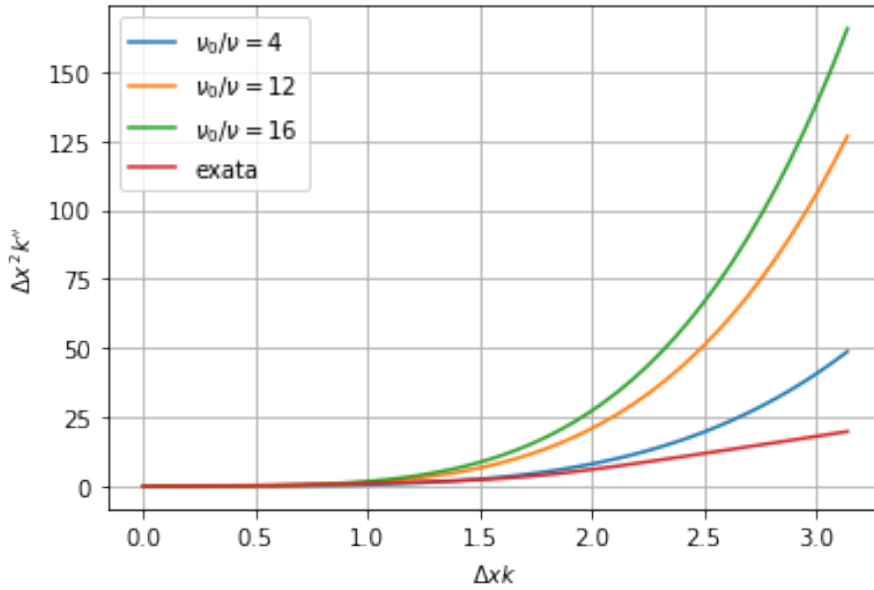


Figura 4.2: Dissipação numérica para o esquema de derivada de segunda ordem, usando diferentes valores de ν_0/ν .

4.3 Pós-processamento

O código computacional **Xcompact3d** calcula o campo de velocidade u_i , o campo de pressão p e o campo de concentração φ , seja no caso das correntes de densidade, onde a velocidade de sedimentação é nula, ou no caso das correntes de turbidez, com velocidade de sedimentação diferente de zero. Para calcular as grandezas que vão se apresentar nesta seção, implementam-se as livrarias do projeto *Sandbox* (Schuch et al. (2020)) que envolve derivadas centradas de quarta ordem e o método de Simpson na integração, para estruturas de dados do tipo *xarray* (Hoyer e Hamman (2017)), desenvolvido em *Python*.

4.3.1 Posição e velocidade da frente dos escoamentos.

A posição da frente de uma corrente de densidade é calculada a partir da espessura média da corrente h_{LA} (Ellison e Turner (1959)), considerando seu mínimo local na frente, proposto em Farenzena e Silvestrini (2022). Sendo h_{LA} definida como:

$$h_{LA}(x_1, t) = \frac{(Uh(x_1, t))^2}{U^2 h(x_1, t)}. \quad (4.25)$$

onde

$$Uh(x_1, t) = \frac{1}{L_3} \int_0^{L_3} \int_0^h u_1(x_i, t) dx_2 dx_3.$$

$$U^2 h(x_1, t) = \frac{1}{L_3} \int_0^{L_3} \int_0^h u_1(x_i, t)^2 dx_2 dx_3.$$

Na Figura 4.3 pode se observar a corrente de densidade com o gráfico de $h_{LA}(x_1, t)$. A linha vertical sinaliza a posição x_1 do mínimo local na cabeça da corrente, indicando assim a posição da frente.

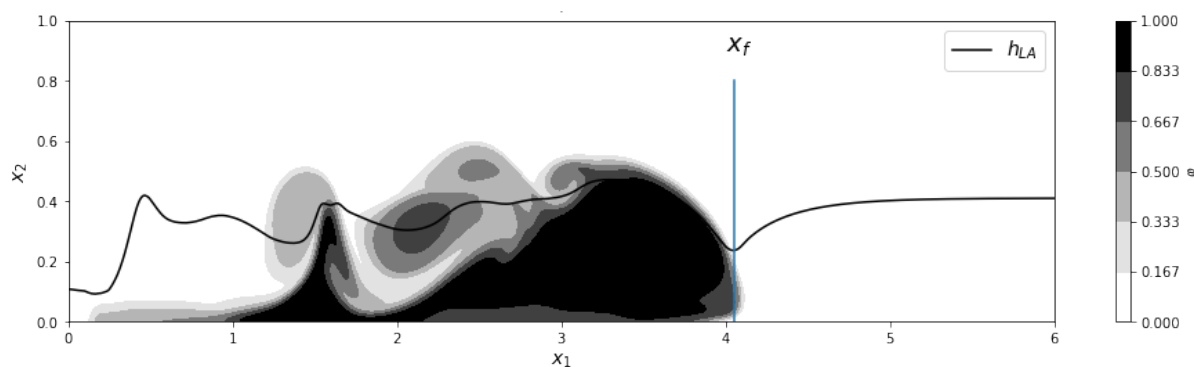


Figura 4.3: Posição da frente, x_f . Primeiro mínimo local de h_{LA}

A velocidade de propagação da frente de uma corrente de densidade pode ser calculada como propõem Cantero et al. (2007b), por:

$$u_f = \frac{dx_f}{dt}, \quad (4.26)$$

onde x_f é a posição de frente determinada na posição do mínimo local de h_{LA} .

4.3.2 Balanço de Energia Global

Num domínio fechado, sem presença de forças externas, a dinâmica de uma corrente de densidade é regida pela transferência de energia potencial a energia cinética e perdas dissipativas.

O balanço de energia para uma corrente de densidade incompressível pode ser obtida a partir das equações de Navier-Stokes e da equação de transporte escalar, como pode ser visto na Subseção A.4.1.

A soma de energia cinética ((A.20)) e energia potencial ((A.26)) resulta em:

$$\frac{d(\mathcal{K} + E_p)}{dt} = - \underbrace{\int_V \frac{2}{Re} S_{ij} S_{ij} dV}_\epsilon + \underbrace{\int_V x_2 u_s \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} dV + \int_V \frac{x_2}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} dV}_{\epsilon_p}, \quad (4.27)$$

sendo ϵ e ϵ_p os termos referentes às perdas dissipativas. A integração no tempo fornece as perdas macroscópicas acumuladas,

$$E_d(t) = \int_0^t \epsilon(\tau) d\tau, \quad (4.28)$$

$$E_s(t) = \int_0^t \epsilon_p(\tau) d\tau. \quad (4.29)$$

Por tanto, a soma da energia mecânica total e as perdas dissipativas no tempo, deve se equivalente à energia inicial total do sistema E_0 :

$$K + E_p + E_d + E_s = E_0. \quad (4.30)$$

4.3.3 Balanço de Massa

A configuração *lock-release* neste trabalho, não considera alimentação contínua de massa, por tanto, a concentração no domínio está relacionada com a concentração inicial. Para todos os tempos, a massa total do domínio computacional estará conformada pela taxa de sedimentação, a massa em suspensão e a massa difusa. Conforme Espath et al. (2013), estas grandezas são calculadas na seguinte forma,

Massa em suspensão, no instante t :

$$m_s = \int_V \varphi dV, \quad (4.31)$$

Massa sedimentada no periodo $[0, t]$:

$$m_{sed} = \int_0^t \int_0^{L_1} \int_0^{L_3} [u_s \varphi]_{x_2=0} dx_3 dx_1 d\tau, \quad (4.32)$$

A massa difusa:

$$m_d = \int_0^t \int_0^{L_1} \int_0^{L_3} \left[\frac{1}{ReSc} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \right]_{x_2=0} dx_3 dx_1 d\tau. \quad (4.33)$$

Desta forma, o balanço de massa tem a forma:

$$ms + m_{sed} + md = m_0 = \int_{V_0} \varphi(t=0) dV_0 \quad (4.34)$$

O depósito ao longo do eixo longitudinal está relacionado à concentração média de partículas em x_3 no fundo ($x_2 = 0$), acumulada no tempo, e à velocidade de sedimentação. Assim,

$$dp(x_1, t) = \frac{1}{L_3} \int_0^t \int_0^{L_3} \varphi(x_1, x_2 = 0, x_3, \tau) u_s dx_3 d\tau \quad (4.35)$$

4.3.4 Turbulência no fundo

No fundo, a condição de não deslizamento, $u_i(x_1, x_2 = 0, x_3, t) = 0$, anula as tensões de Reynolds. Isto implica que a tensão de cisalhamento na parede τ_p é inteiramente devida à contribuição viscosa (Pope (2001)). Por tanto,

$$\tau_p = \nu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right)_{x_2=0}. \quad (4.36)$$

Uma vez que a viscosidade é um parâmetro influente, o perfil de velocidade depende do número de Reynolds. Próximo à parede, a viscosidade ν e a tensão de cisalhamento da parede τ_p são parâmetros importantes. Portanto, é conveniente definir escalas viscosas de velocidade e comprimento a partir de τ_p e ν . Estas escalas são a velocidade de atrito u^*

$$u^* = \sqrt{\tau_p}, \quad (4.37)$$

e a espessura viscosa δ_ν

$$\delta_\nu = \frac{\nu}{u^*}. \quad (4.38)$$

O número de Reynolds na escala viscosa $Re_\tau = u^* \delta_\nu / \nu$ acaba sendo unitário.

Nesta escala, a distância desde o fundo é medida com a unidade parietal y^+ , definida por:

$$y^+ \equiv \frac{x_2}{\delta_\nu} = \frac{x_2 u^*}{\nu}, \quad (4.39)$$

e a velocidade parietal, definida como:

$$u^+ \equiv \frac{\bar{u}_1}{u^*}. \quad (4.40)$$

Na camada viscosa próxima à parede ($y^+ < 50$) há um efeito direto da viscosidade molecular na tensão de cisalhamento; por outro lado, na camada externa ($y^+ > 50$) o efeito direto da viscosidade é desprezível.

A camada próxima à parede apresenta uma subcamada viscosa para $y^+ < 5$, onde os efeitos viscosos são dominantes. Nesta região, o perfil de velocidade parietal tem um comportamento linear: $u_1^+ = y^+$.

A camada intermediária entre a subcamada viscosa e a camada logarítmica, $5 < y^+ < 30$, apresenta um comportamento híbrido, onde características laminares e turbulentas podem ser observadas. Esta camada caracteriza-se como a região com maior intensidade de turbulência, com máximo em $y^+ = 12$ (Kawahara (2009)).

Na camada logarítmica ($y^+ > 30$), a turbulência apresenta menor intensidade em comparação à camada intermediária devido a que o gradiente vertical de velocidade é menor. O perfil de velocidade é caracterizado pela lei log: $u^+ = 1/\kappa \ln(y^+) + C$. Para um escoamento sobre placa plana, as constantes têm os valores $\kappa \approx 0.41$ e $C \approx 5.2$, onde κ é a constante de Von-Kármán.

4.3.5 Estruturas coerentes

Segundo Lesieur (2008) os vórtices coerentes em escoamentos turbulentos são regiões do fluxo que satisfazem três condições:

- A concentração de ω , módulo do vetor de vorticidade, deve ser alta o suficiente para que um vórtice local do fluido circundante seja possível.
- Eles devem manter sua forma aproximada durante um tempo t_c suficientemente longo perante o tempo de rotação local ω^{-1} .
- Devem ser aleatórias.

Desta forma, é possível identificar os vórtices como as isossuperfícies dos valores elevados das componentes de ω .

Uma forma eficiente de identificar as estruturas coerentes é através do Critério-Q (Hunt et al. (1988)), que avalia o segundo invariante do tensor gradiente de velocidade $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$. Pode ser escrito como:

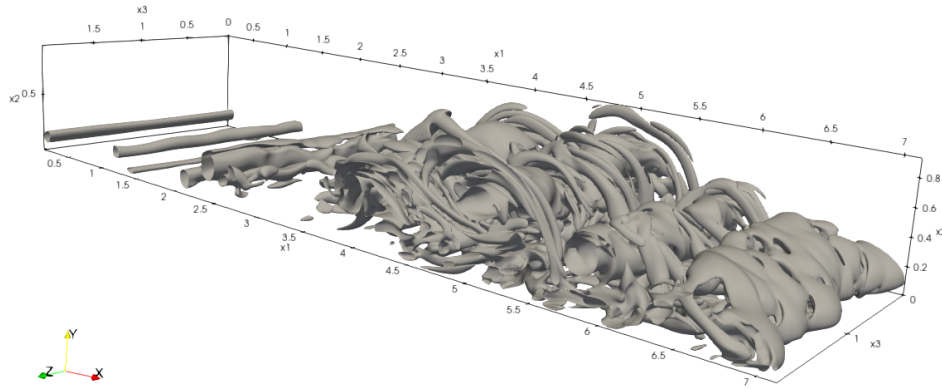


Figura 4.4: Representação de isocontorno $Q = 0.5$ do critério Q para uma corrente de densidade de número de Reynolds $Re = 3450$, no final do regime *Slumping*

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) = \frac{1}{4} (\omega_i\omega_i - 2S_{ij}S_{ij}), \quad (4.41)$$

onde Ω_{ij} é o tensor da taxa de rotação, S_{ij} é o tensor da taxa de deformação e ω_i é a vorticidade, sendo:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (4.42)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (4.43)$$

$$\omega_i = \partial_j u_k \epsilon_{ijk} = \begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) \\ \omega_2 = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \omega_3 = \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \end{cases}$$

onde ϵ_{ijk} é o tensor permutação.

A Figura 4.4 mostra uma representação dos isocontornos $Q = 0.5$ do critério Q aplicado nos campos de velocidade de uma corrente de densidade de número de Reynolds $Re = 3450$, no tempo associado ao regime *slumping*. Na figura, observam-se as estruturas coerentes descritas na Seção 3.3.

4.3.6 Balanço de Energia cinética turbulenta

Como já foi dito, a turbulência pode ser descrita em termos estatísticos, através da decomposição de Reynolds (Eq. (3.6)). Para calcular as flutuações das grandezas,

implementou-se o operador média espacial em x_3 , assim:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{L_3} \int_0^{L_3} u_i(x_i, t) dx_3. \quad (4.44)$$

O balanço de energia cinética turbulenta é obtido a partir da energia cinética média das flutuações de velocidade turbulenta u'_i ,

$$k_t = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}. \quad (4.45)$$

O processo para obter o balanço de energia cinética turbulenta num sistema fechado, consiste em multiplicar as equações de Navier-Stokes (Equação 4.1) por u'_i , fazendo a média de todos os termos, subtraindo a equação de energia para o fluxo médio, integrando no volume de controle V , aplicando o Teorema da Divergência. A variação de energia cinética turbulenta no volume V , reduz-se a (detalhes no Apêndice A):

$$\frac{d}{dt} k_t = \underbrace{\int_V -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} dV}_{\mathcal{S}} + \underbrace{\int_V -\overline{u'_2 \varphi'} dV}_{\mathcal{B}} - \underbrace{\int_V \frac{1}{Re} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} dV}_{\varepsilon}. \quad (4.46)$$

Na expressão Equação 4.46, o termo \mathcal{S} se refere à produção de turbulência por cisalhamento, representando a conversão de energia do fluxo médio para energia cinética turbulenta. O termo \mathcal{B} é o fluxo de fluabilidade responsável pela produção/destruição de turbulência (positiva/negativa) devido aos escoamentos estratificados. O termo ε representa a dissipação viscosa da turbulência relacionada à perda de energia.

4.3.7 Balanço da variância de concentração de massa

Assim como a energia cinética turbulenta k_t caracteriza as flutuações dos campos de velocidade u'_i , a flutuação da concentração φ' caracteriza a variância do escalar Φ , definida como:

$$\Phi = \frac{1}{2} \overline{\varphi' \varphi'}. \quad (4.47)$$

Em analogia com a energia cinética turbulenta, considerando a equação de transporte de concentração de massa (Equação 4.1), a evolução no tempo da variância do escalar pode se escrever como (detalhes no Apêndice A):

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \frac{1}{2} \overline{\varphi' \varphi'} dV,$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \underbrace{\int_V -\overline{\varphi' u'_j} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_j} dV}_{\mathcal{S}_\varphi} + \underbrace{\int -\frac{1}{2} u_s \frac{\partial \overline{\varphi' \varphi'}}{\partial x_2} dx_2}_{\mathcal{T}} - \underbrace{\int_V \frac{1}{ReSc} \frac{\partial \overline{\varphi'}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{\varphi'}}{\partial x_j} dV}_{\varepsilon_\varphi}. \quad (4.48)$$

em que o termo \mathcal{T} refere-se à produção de variância de concentração devida à presença de partículas (somente para correntes de turbidez), o termo \mathcal{S}_φ refere-se ao termo de produção da variância de concentração, representando a conversão do fluxo de concentração de massa médio para a variância de flutuação da concentração de massa, e o termo ε_φ equivalente a ε , representa a dissipação da variância do escalar.

Resultados e Discussão

5.1 Descrição do problema

Para simular as correntes de densidade e as correntes de turbidez foram usadas as equações de Navier-Stokes e a equação de transporte de massa, na configuração *lock-release*. No caso das correntes de turbidez, consideram-se correntes monodispersas onde as partículas apresentam um diâmetro característico uniforme.

Os números de Reynolds considerados são $Re = 3450$, 8950 e 15000 . A escolha destes valores está baseada no problema abordado em Marino et al. (2005), Cantero et al. (2007a) e Cantero et al. (2008), possibilitando fazer comparações que permitam verificar os resultados obtidos nas simulações. Para estes valores moderados de Re , o comportamento da corrente é pouco sensível ao número de Schmidt (Härtel et al. (2000)), portanto é considerado $Sc = 1$.

Para simular as correntes de turbidez monodispersas considera-se o caso de número de Reynolds $Re = 8950$ com concentrações de partículas de carbetto de silício ($\rho_p = 3217\text{kg}/\text{m}^3$) de diferentes diâmetros (d_p), considerando partículas finas, partículas intermediárias e partículas grossas. A velocidade de sedimentação dimensional das partículas (\tilde{u}_s) foi calculada a partir da Equação 4.2 proposta em Ferguson e Church (2004) e adimensionalizada com a velocidade de flutuabilidade u_b (Equação 3.1). A Tabela 5.1 resume as características das partículas consideradas nas simulações.

Segundo a classificação granulométrica, as partículas finas são denominadas como silte médio, as partículas intermediárias como silte grosso e, finalmente, as partículas grossas como areia muito fina.

O domínio computacional consiste em um paralelepípedo de dimensões $(L_1 \times L_2 \times L_3) =$

Caso	LES8K-usf	LES8K-us	LES8K-usg
d_p (μm)	21	31	48
\tilde{u}_s (mm/s)	0.54	1.12	2.60
u_s	0.006	0.0125	0.029
tipo	silte médio	silte grosso	areia muito fina

Tabela 5.1 - Características das concentrações de partículas consideradas nas simulações das correntes de turbidez, sendo \tilde{u}_s a velocidade de sedimentação dimensional, d_p é o diâmetro da partícula e u_s a velocidade de sedimentação adimensional com a velocidade de flutuabilidade u_b .

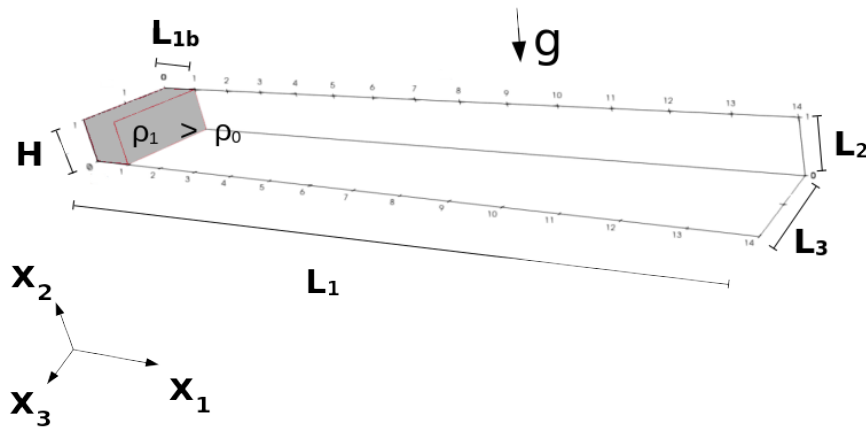


Figura 5.1: Configuração inicial do problema.

($14 \times 1 \times 2$), mostrado na figura Figura 5.1. No tempo inicial, o fluido mais denso encontra-se confinado no sub-domínio ($L_{1B} \times H \times L_3$) = ($1 \times 1 \times L_3$). Neste domínio é possível visualizar a evolução dos diferentes regimes da corrente de densidade para os números de Reynolds considerados, conseguindo a corrente se propagar por 13 unidades de comprimento.

Para o caso da simulação numérica com número de Reynolds menor ($Re = 3450$) foi utilizada a abordagem de Simulação Numérica Direta (DNS), que permite resolver todas as escalas de comprimento da turbulência. Nos casos de número de Reynolds maior ($Re = 8950$ e 15000) aplicou-se a Simulação Implícita de Grandes Escalas (iLES), baseada no modelo de viscosidade turbulenta espectral, com $\nu_0/\nu = 16$, para todos os casos.

Na Tabela 5.2 mostram-se os parâmetros numéricos do cálculo.

Caso	DNS3K	LES8K	LES15K
Re	3450	8950	15000
$n_1(\Delta x_1)$	1945(0.007)	1945(0.007)	2049(0.0068)
$n_2(\Delta x_2)$	121(0.008)	121(0.008)	145(0.0069)
$n_3(\Delta x_3)$	240(0.008)	240(0.008)	288(0.0068)
Esquema numérico	DNS	iLES	iLES
ν_0/ν	-	16	16
Referência	[1]	[1]	[2]

Tabela 5.2 - Parâmetros numéricos das simulações na configuração *Lock-Release*. O domínio computacional $(L_1 \times L_2 \times L_3) = (14 \times 1 \times 2)$. $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ e o tempo final da simulação $t_f = 35$ é igual para todos os casos. [1]Cantero et al. (2007a).[2]Cantero et al. (2008).

Caso $(L_1 \times L_2 \times L_3)$	LES8K-x14 $(14 \times 1 \times 2)$	LES8K-x16 $(16 \times 1 \times 2)$	LES8K-x20 $(20 \times 1 \times 2)$
$n_1(\Delta x_1)$	577(0.024)	649(0.025)	811(0.025)
$n_2(\Delta x_2)$	81(0.013)	81(0.013)	81(0.013)
$n_3(\Delta x_3)$	160(0.013)	160(0.013)	160(0.013)

Tabela 5.3 - Parâmetros numéricos das simulações variando a componente longitudinal do domínio computacional $L_1 = [14, 16, 20]$

5.2 Determinação de parâmetros numéricos

5.2.1 Influência do domínio computacional

5.2.1.1 Domínio L_1 — fronteira da simulação

Para verificar a influência das fronteiras nas simulações foram desenvolvidas três simulações variando a componente longitudinal L_1 do domínio computacional: $L_1 = [14, 16, 20]$. Considera-se $Re = 8950$. A verificação é feita considerando a posição da frente e as grandezas médias. Os detalhes numéricos se mostram na Tabela 5.3.

Na Figura 5.2 são mostradas as curvas da posição da frente para as simulações mostradas na Tabela 5.3. Neste gráfico se observa a influência do comprimento do domínio computacional. O caso LES8K-x14, quando comparado aos casos LES8K-x16 e LES8K-x20, apresenta uma diferença quadrática média de 0.38. Dita diferença se torna evidente a partir do tempo $t = 25$. Isto demonstra que as fronteiras do domínio tem uma baixa influência nos resultados das simulações nas regiões próximas ao final do domínio.

Na Figura 5.3 pode se verificar as grandezas médias da velocidade longitudinal \bar{u}_1 e a

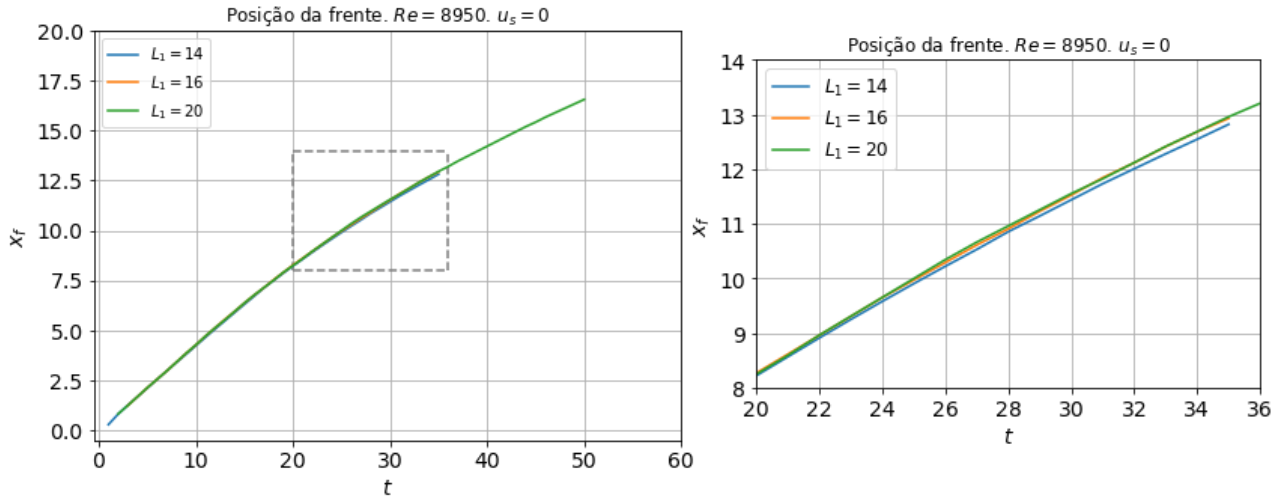


Figura 5.2: Posição da frente das correntes de densidade para verificar a influência do comprimento do domínio computacional.

concentração $\bar{\varphi}$ mostram perfis semelhantes. As maiores diferenças encontram-se na região da camada de mistura onde se desenvolvem algumas das estruturas turbulentas presentes nos escoamentos. Nesta figura mostra-se a corrente de densidade no tempo $t = 30$, que corresponde ao tempo em que a corrente encontra-se próxima o final do domínio.

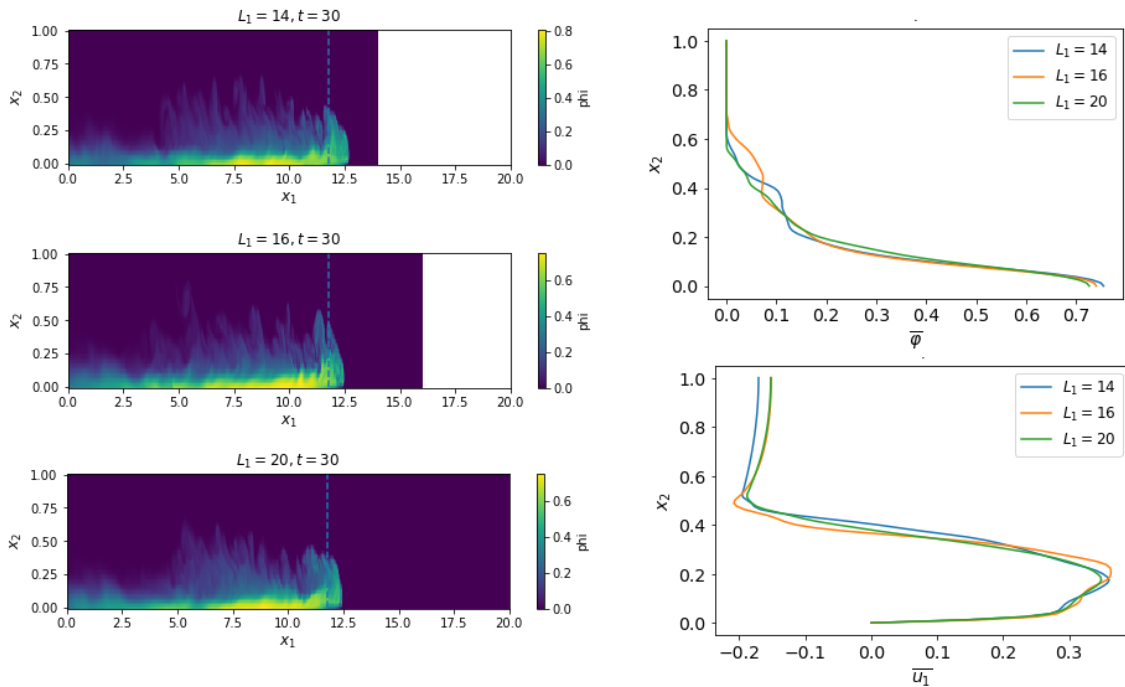


Figura 5.3: Concentração instantânea no plano x_1x_2 em $x_3 = 0$ e no tempo $t = 30$ para as correntes de densidade de $Re = 8950$ com $L_1 = 14$ (acima esquerda), $L_1 = 16$ (centro esquerda), $L_1 = 20$ (abaixo esquerda). Também mostra-se o plano $x_1 = 10$ (linha tracejada) onde se calculam as grandezas médias em x_3 : velocidade média longitudinal \bar{u}_1 (acima direita) e concentração média $\bar{\varphi}$ (abaixo direita).

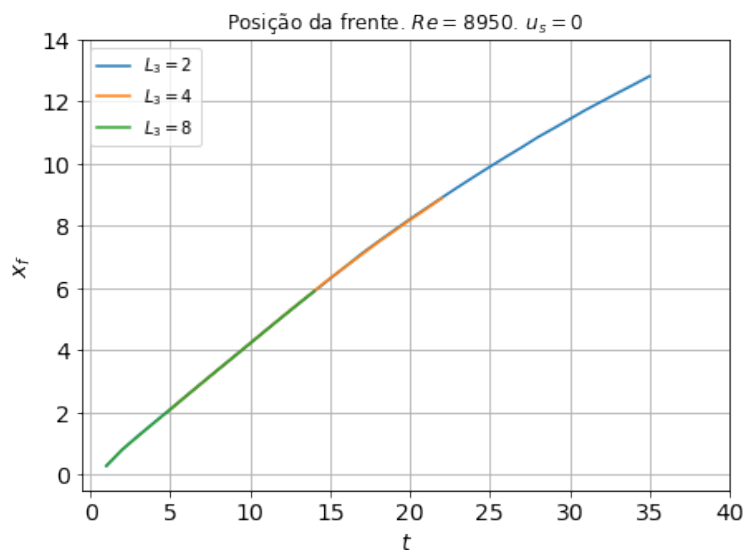


Figura 5.4: Posição da frente das correntes de densidade para verificar a influência da largura do domínio computacional.

5.2.1.2 Domínio L_3 — Média das grandezas

Continuando com a definição do domínio computacional, também foi avaliada a influência do domínio lateral, variando a largura L_3 em: $L_3 = [2, 4, 8]$ segundo mostra a Tabela 5.4.

Caso ($L_1 \times L_2 \times L_3$)	LES8K-z2 ($14 \times 1 \times 2$)	LES8K-z4 ($14 \times 1 \times 4$)	LES8K-z8 ($10 \times 1 \times 8$)
$n_1(\Delta x_1)$	1945(0.007)	1945(0.007)	1351(0.007)
$n_2(\Delta x_2)$	121(0.008)	121(0.008)	121(0.008)
$n_3(\Delta x_3)$	240(0.008)	480(0.008)	960(0.008)

Tabela 5.4 - Parâmetros numéricos das simulações, variando a componente lateral do domínio computacional $L_3 = [2, 4, 8]$

Na Figura 5.4 mostram-se as curvas da posição da frente para as simulações presentes na Tabela 5.4. Neste gráfico, pode-se observar a influência da largura do domínio computacional. Os casos LES8K-z2, LES8K-z4 e LES8K-z8 mostram completa concordância em relação às curvas da posição da frente, demonstrando que o caso de menor largura representa a dinâmica de propagação da corrente de densidade.

Na Figura 5.5, pode se verificar que as grandezas médias da velocidade longitudinal \bar{u}_1 e da concentração $\bar{\varphi}$ em x_3 mostram perfis semelhantes.

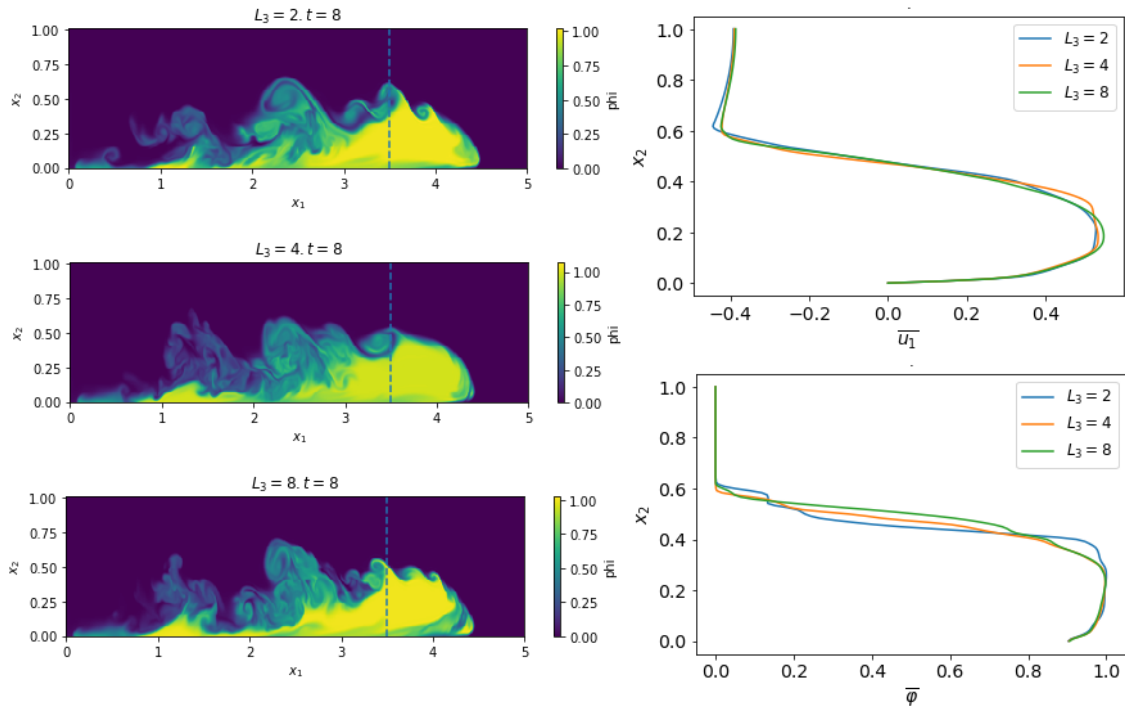


Figura 5.5: Concentração instantânea no plano x_1x_2 em $x_3 = 1$ e no tempo $t = 8$ para a corrente de densidade de $Re = 8950$ com $L_3 = 2$ (acima-esquerda), $L_3 = 4$ (centro-esquerda), $L_3 = 8$ (abaixo-esquerda). Também se mostra o plano $x_1 = 3.5$ (linha tracejada) posição onde se calculam as grandezas médias em x_3 : velocidade média longitudinal \bar{u}_1 (acima-direita) e concentração média $\bar{\varphi}$ (abaixo-direita).

Nesta figura, pode ser vista a concentração instantânea no plano x_1x_2 em $x_3 = 0$, no tempo $t = 8$ para as correntes de densidade de número de Reynolds $Re = 8950$. A figura acima na esquerda mostra a corrente de densidade no domínio $L_3 = 2$, depois a figura no centro esquerda para $L_3 = 4$ e finalmente a figura abaixo esquerda para $L_3 = 8$. As grandezas médias em x_3 da concentração $\bar{\varphi}$ e da velocidade longitudinal \bar{u}_1 na posição $x_1 = 3.5$ mostram perfis razoavelmente semelhantes. Como foi visto na Figura 5.3, encontram-se diferenças na camada de mistura devido às estruturas turbulentas presentes nesta região.

Referente às estruturas turbulentas, na Figura 5.6, mostram-se as fendas das estruturas lobulares no fundo do plano x_2x_3 em $x_1 = 4.1$ da concentração instantânea no tempo $t = 8$. Nesta figura pode se observar que o padrão das estruturas turbulentas se repete proporcionalmente com a largura do domínio computacional. Sendo que o plano x_2x_3 de largura $L_3 = 2$ contém 10 estruturas, quantidade proporcional aos planos de $L_3 = 4$ e $L_3 = 8$ que contém 20 e 40 estruturas respectivamente.

Estes resultados sugerem que o domínio de largura $L_3 = 2$ é representativo do domínio

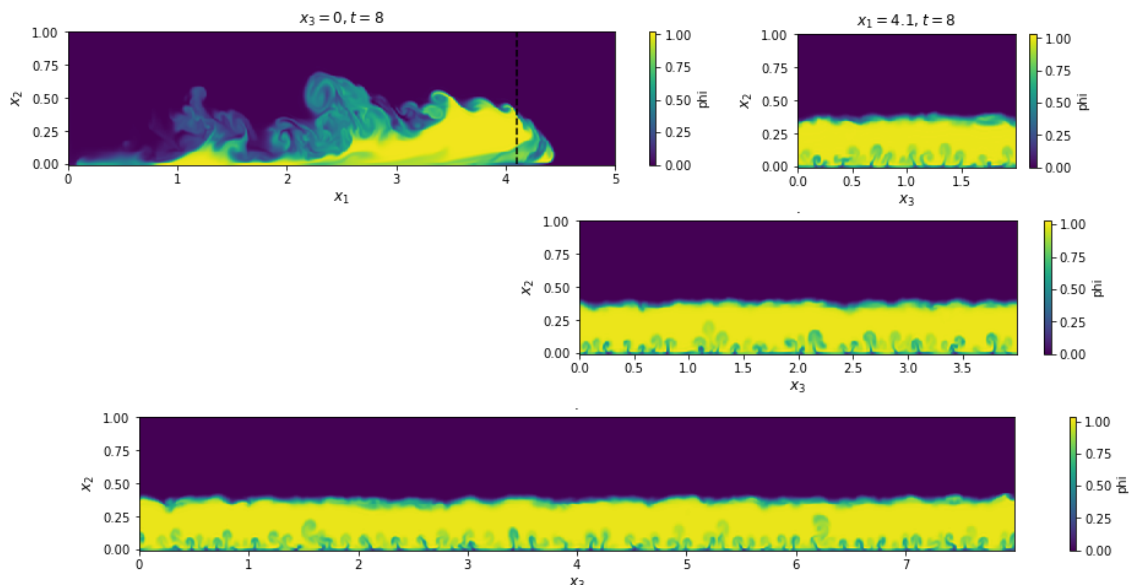


Figura 5.6: Estruturas turbulentas no plano x_2x_3 em $x_1 = 4.1$, evidentes na concentração instantânea para o tempo $t = 8$ de $Re = 8950$. As simulações foram feitas considerando o domínio computacional $14 \times 2 \times L_3$, com L_3 variando $L_3 = [2, 4, 8]$. A figura acima esquerda mostra o plano x_1x_2 em $x_3 = 0$ da concentração representando com as linhas tracejadas a posição de corte do plano onde se visualizam as estruturas turbulentas.

Caso ($L_1 \times L_2 \times L_3$)	LES8K-r1 ($14 \times 1 \times 2$)	LES8K-r2 ($14 \times 1 \times 2$)
$n_1(\Delta x_1)$	577(0.024)	1945(0.007)
$n_2(\Delta x_2)$	81(0.013)	121(0.008)
$n_3(\Delta x_3)$	160(0.013)	240(0.008)

Tabela 5.5 - Parâmetros numéricos das simulações, variando a resolução do domínio computacional L_1, L_2, L_3

4 vezes maior em largura. Portanto, as simulações das correntes de densidade no domínio considerado no trabalho conseguem representar a turbulência do fenômeno.

5.2.2 Influência da resolução

Finalmente, avalia-se a influência da resolução da malha de cálculo. Na Tabela 5.5 se mostram os parâmetros numéricos considerados nesta seção.

Na Figura 5.7 mostram-se as curvas da posição da frente para as simulações LES8K-r1 e LES8K-r2. O caso LES8K-r1, em comparação ao caso LES8K-r2 apresenta uma desviação quadrática média de 0.13. Esta diferença se mostra notória a partir do tempo $t = 20$. Isto demonstra que as resoluções da malha de cálculo usadas tem uma baixa influência na

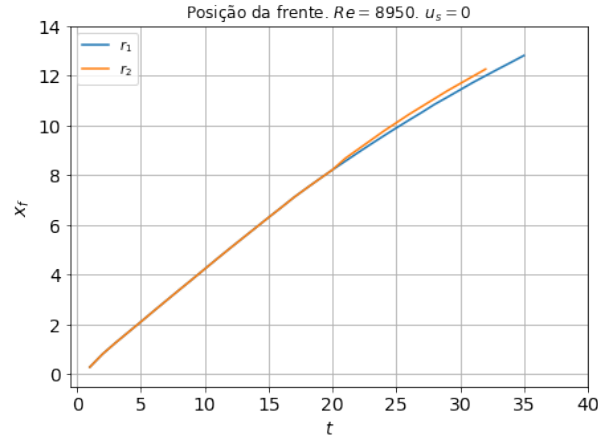


Figura 5.7: Posição da frente das correntes de densidade para verificar a influência da resolução do domínio computacional.

posição da frente.

Referente às grandezas médias, na Figura 5.8 mostra-se a concentração instantânea da corrente de densidade no tempo $t = 8$ para a resolução LES8K-r1 e LES8K-r2. Para avaliar os perfis de velocidade e concentração média, consideram-se duas posições em x_1 , estas são: $x_1 = 4$ e $x_1 = 2.5$, relacionadas com a cabeça e o corpo da corrente de densidade, respectivamente. Na cabeça pode-se observar que o perfil de concentração $\bar{\varphi}$ mostra semelhanças, porém o perfil da velocidade \bar{u}_1 mostra diferenças nos valores máximos. No corpo, os dois perfis mostram diferenças relevantes que poderiam estar relacionadas com o fato que as simulações com maior resolução representam melhor as regiões turbulentas.

Os resultados apresentados nesta seção sugerem que os parâmetros numéricos sugeridos neste trabalho (Tabela 5.2) podem representar, em boa aproximação, a dinâmica da propagação das correntes de densidade.

5.3 Grandezas globais

5.3.1 Classificação dos regimes de propagação

5.3.1.1 Posição e velocidade da frente

A posição da frente x_f é calculada a partir do método da espessura média da camada $h_{LA}(x_1, t)$ vista na seção 4.3.1. A Figura 5.9 mostra a evolução da posição da frente para as simulações numéricas consideradas neste estudo, em comparação com os casos de referência [(Marino et al. (2005), Cantero et al. (2007b))]. A figura da esquerda mostra os casos das

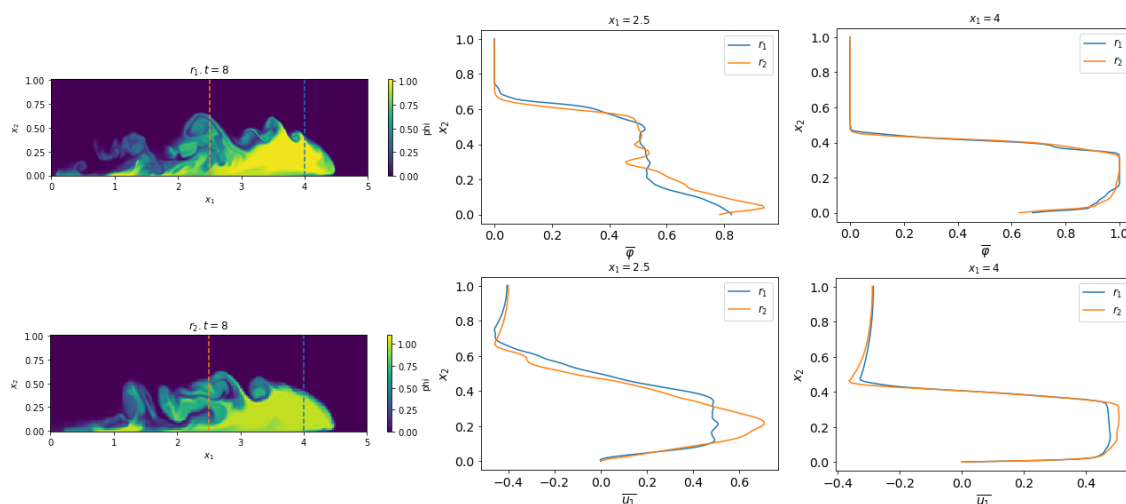


Figura 5.8: Concentração instantânea no plano x_1x_2 em $x_3 = 0$ e no tempo $t = 8$ para as correntes de densidade de resolução r_1 (acima esquerda), r_2 (abaixo esquerda). Também mostram-se os planos x_2x_3 em $x_1 = 4$ e 2.5 (linha tracejada) onde se calculam as grandezas médias em x_3 : velocidade média longitudinal \bar{u}_1 (acima direita) e concentração média $\bar{\varphi}$ (abaixo direita).

correntes de densidade para distintos números de Reynolds enquanto a figura da direita mostra os casos das correntes de turbidez para diferentes velocidades de sedimentação, o caso $u_s = 0$ (LES8K).

No gráfico da posição da frente das correntes de densidade é possível observar uma boa concordância com as curvas de referência para a maioria do tempo, portanto, podemos considerar que todas as simulações representam a evolução longitudinal das correntes de densidade. Nestas curvas, é possível observar a influência do número de Reynolds no avanço da corrente, sendo que as correntes de densidade com maior número de Reynolds obtêm maior alcance. Também se observa a influência da presença de partícula na corrente, sendo que as correntes de turbidez com partículas mais finas conseguem maior alcance.

Com as curvas x_f obtidas é possível calcular a velocidade da frente u_f , aplicando a Equação 4.36. Nas curvas da velocidade da frente é possível identificar os tempos de transição entre os diferentes regimes de propagação, descritos na Subseção 3.1.2.

A Figura 5.10 mostra as curvas da velocidade da frente (u_f) obtidas nos casos das correntes de densidade ($u_s = 0$) e das correntes de turbidez ($u_s \neq 0$). No caso da simulação da corrente de densidade de número de Reynolds $Re = 3450$ pode se observar a transição do regime *slumping* ao regime viscoso no tempo $t \sim 10 - 11$, estimado a partir do ponto onde as curvas das leis de escala se entrecruzam: $\sim t^0$ (regime *slumping*) - $\sim t^{-5/8}$ (regime viscoso).

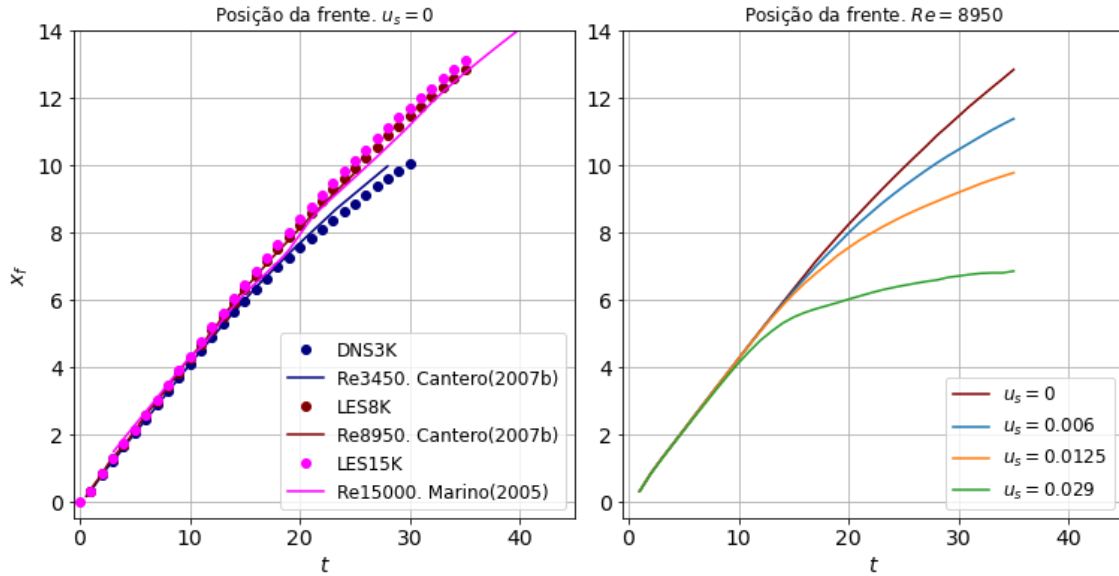


Figura 5.9: Posição da frente das simulações das correntes de densidade comparadas com as referências (esquerda) e das correntes de turbidez (direita).

Nos casos de maior número de Reynolds: $Re = 8950$ e $Re = 15000$ pode se distinguir uma dinâmica de propagação diferente. Observa-se que o regime *slumping* se prolonga no tempo até $t \sim 12$ onde mostra uma tendência na curva em concordância com a lei de escala do regime inercial ($\sim t^{-1/3}$). Posteriormente, no tempo $t \sim 20$ para LES8K, e $t \sim 25$ para LES15K, pode se observar uma nova tendência próxima com a lei de escala do regime viscoso. O resumo dos tempos de transição pode se encontrar na Tabela 5.6, onde t_{sv} é o tempo de transição entre os regimes *slumping* e viscoso, t_{si} é o tempo de transição entre os regimes *slumping* e inercial e t_{iv} é o tempo de transição entre os regimes inercial e viscoso.

Caso	DNS3K	LES8K	LES15K
t_{sv}	10-11		
t_{si}		12	12
t_{iv}		20	25

Tabela 5.6 - Tempos de transição entre regimes de propagação das correntes de densidade, a partir da velocidade da frente.

Para as correntes de turbidez, considerou-se a mesma análise que permite caracterizar a evolução da propagação da corrente. Pode-se observar na Figura 5.10(direita) que as curvas da velocidade da frente das correntes de turbidez não acompanham a tendência das leis de escala de velocidade da frente, mostradas na Equação 5.2. Em todos os casos, percebe-se uma mudança de tendência abrupta após o regime de velocidade constante,

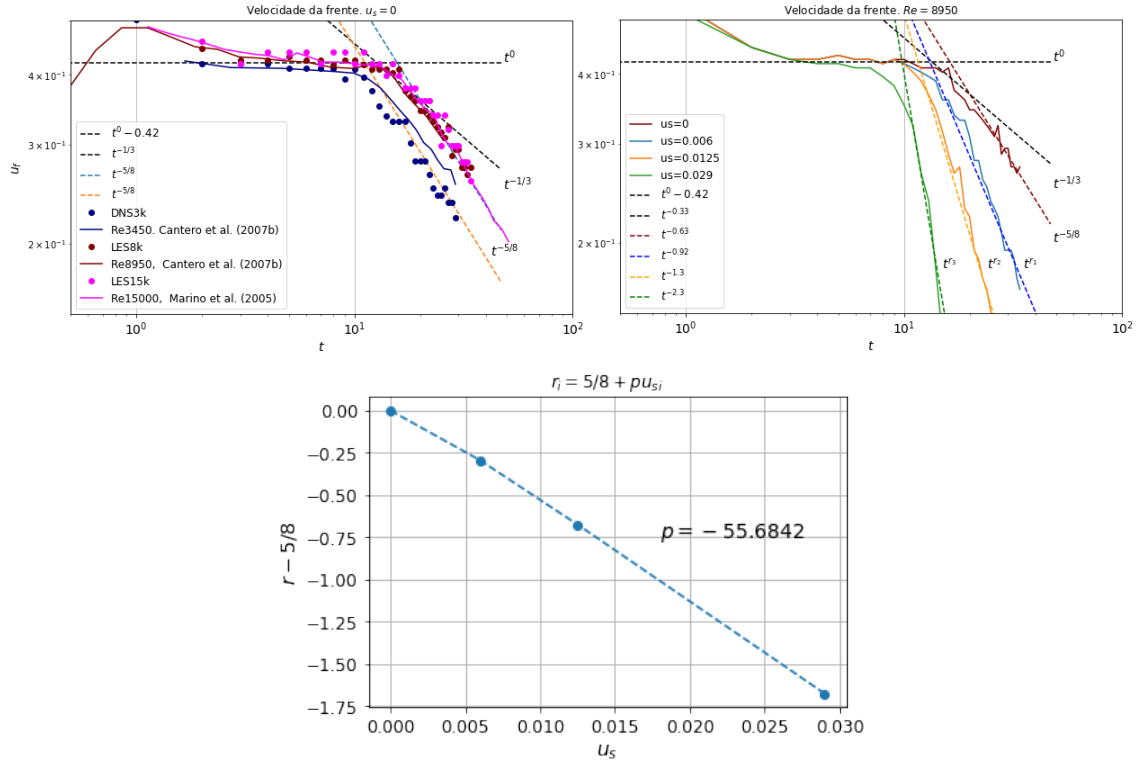


Figura 5.10: Velocidade da frente u_f das correntes de densidade com a lei de escala para cada regime, comparadas com as referências (acima esquerda). Velocidade da frente das correntes de turbidez (acima direita) com a proposta de lei de escala (abaixo) que inclui a influência da concentração de partículas, a partir da velocidade de sedimentação u_s .

sugerindo assim a ausência de regime inercial.

Para encontrar uma lei de escala modificada que considere a influência da concentração de partículas nas correntes de turbidez, foram ajustadas curvas de potência t^r em cada curva da velocidade da frente, associada a cada caso caracterizado com a velocidade de sedimentação u_s . No caso da corrente de densidade, a velocidade de sedimentação é $u_s = 0$, portanto, a potência da lei de escala, para o regime viscoso, é a conhecida $r_0 = -5/8 = -0.63$ (Equação 5.2). Deste modo, se constroi o gráfico da potência r referente com a velocidade de sedimentação u_s (Figura 5.10, abaixo). Assim,

$$r = r_0 + pu_s. \quad (5.1)$$

A partir do sistema de equações anterior foi possível calcular o coeficiente p que permite propor a lei de escala modificada para correntes de turbidez seguinte:

$$u_f \propto t^{-5/8+pu_s}, \quad (5.2)$$

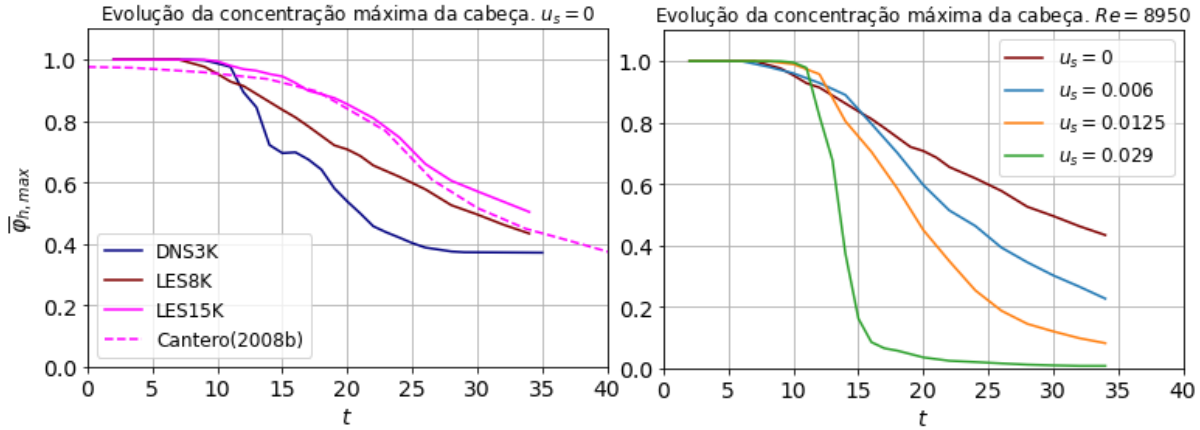


Figura 5.11: Evolução temporal da concentração máxima da cabeça $\bar{\varphi}_{h,max}$ para correntes de densidade (esquerda) e as correntes de turbidez (direita).

onde $p = -55.68$.

Considerando a lei de escala modificada proposta, se estimam os tempos de transição entre regimes t_{sv} . Pode se considerar $t_{sv} = 15$ para as partículas finas ($u_s = 0.006$), $t_{sv} = 12$ para as partículas intermediárias ($u_s = 0.0125$) e $t_{sv} = 10$ ($u_s = 0.029$) para as partículas grossas.

5.3.1.2 Concentração máxima e altura da cabeça

Foi discutido na Subseção 3.1.1 que a concentração máxima da corrente diminui devido ao processo de mistura, entre a corrente de densidade e o fluido ambiente, assim como também ao processo de sedimentação das partículas no fundo. Deste modo, resulta de interesse analisar a evolução temporal da concentração para todos os casos em análise. Considera-se como ponto de referência a região da cabeça da corrente, devido a que nesta região os processos de mistura são significativos. Na Figura 5.11 pode se observar as curvas da evolução da concentração máxima da cabeça (média) para os casos das correntes de densidade na esquerda e para os casos das correntes de turbidez com o caso LES8K ($u_s = 0$) na direita.

Pode se observar no gráfico, intervalos de tempo que mostram diferentes tendências da variação da concentração máxima da cabeça ($\bar{\varphi}_{h,max}$), para os casos em análise. No caso DNS3K, a concentração permanece quase constante até o tempo $t \sim 12$, onde acontece uma forte diminuição até o tempo $t = 25$. Nos tempos finais da simulação, a concentração mostra uma atenuação. Nos casos das correntes de densidade de maiores números de

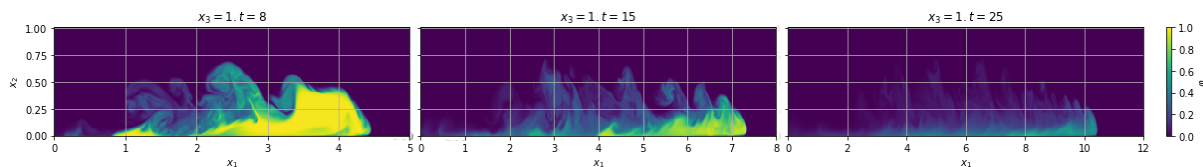


Figura 5.12: Evolução temporal do tamanho da cabeça da corrente de turbidez de $u_s = 0.006$, em três tempos característicos.

Reynolds, podem-se observar intervalos de concentração quase constantes até o tempo $t \sim 8$, para LES8K, e $t \sim 12$ para LES15K. Depois se observa uma diminuição da concentração até o tempo $t \sim 20$, para LES8K, e $t \sim 25$ para LES15K, onde se observa uma mudança de tendência caracterizada com variações baixas de concentração. O caso da corrente de densidade de número de Reynolds $Re = 15000$ (LES15K) mostra concordância com a referência (Cantero et al. (2008)), na maioria dos tempos. Para os tempos $t > 25$ observa-se maior discrepância, que pode estar relacionada à influência do domínio computacional.

A partir dos tempos de transição entre os regimes de propagação, considerados nas curvas de velocidade da frente, podem-se associar estes intervalos aos regimes, sendo o regime *slumping* o intervalo de $\bar{\varphi}_{h,max}$ quase constante. O regime inercial é caracterizado pelo intervalo com maior diminuição de $\bar{\varphi}_{h,max}$ devido à diluição da cabeça da corrente causado pelo processo de mistura com o fluido ambiente, e finalmente o regime viscoso onde se tem variações baixas de $\bar{\varphi}_{h,max}$.

A mesma análise pode se fazer para as correntes de turbidez. Observa-se que as correntes com concentração de partículas mais grossas ($u_s = 0.029$) mantém uma concentração quase constante na cabeça por mais tempo do que as correntes com concentração de partículas finas ($u_s = 0.006$). Porém, a diminuição da concentração é mais abrupta, chegando a diminuir assintoticamente a zero a partir do tempo $t \sim 15$.

A concentração máxima da cabeça das correntes de densidade pode-se relacionar com a altura da cabeça (posição em x_2). Observa-se como exemplo na Figura 5.12, a evolução da corrente de turbidez com concentração de partículas finas, em três tempos característicos; $t = 8$, $t = 15$ e $t = 25$, onde se visualiza a diminuição do tamanho da cabeça ao longo de t .

Este efeito se mostra na Figura 5.13, para as correntes de turbidez simuladas neste trabalho, e a corrente de densidade de igual número de Reynolds ($Re = 8950$). No caso da corrente de densidade ($u_s = 0$), observa-se que mantém uma altura quase constante nos tempos iniciais ($4 < t < 11$). Seguidamente mostra uma tendência de diminuição em $t^{-1/3}$

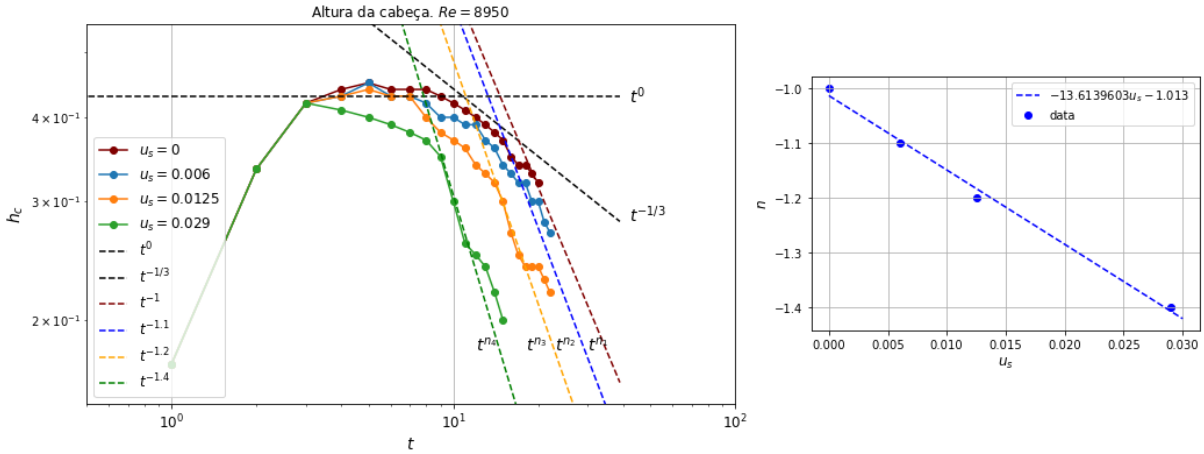


Figura 5.13: Evolução no tempo da altura da cabeça para as correntes de turbidez e a corrente de densidade de número de Reynolds ($Re = 8950$), mostrado em escala log-log (esquerda). Proposta de lei de escala para a altura h_c das correntes de turbidez (direita).

no intervalo ($12 < t < 18$) e finalmente mostra uma tendência de menor diminuição de t^{-1} para $t > 19$. Nos casos das correntes de turbidez, se mostram tendências que variam em função da velocidade de sedimentação, segundo mostra a Figura 5.13 (direita).

Para as correntes de turbidez, com velocidade de sedimentação u_s , em analogia com as curvas da velocidade da frente, foram ajustadas curvas de potência para cada curva da altura da cabeça. Os ajustes foram realizados para os tempos posteriores ao regime com altura da cabeça quase constante. Deste modo, se constroi o gráfico da potência referente à velocidade de sedimentação u_s (Figura 5.13, direita). Assim,

$$s = s_0 + qu_s. \quad (5.3)$$

A partir do sistema de equações anterior, foi possível calcular o coeficiente q usando a análise de mínimos quadrados. Obtém-se a lei de escala da altura da corrente de turbidez seguinte:

$$h \propto t^{-1.013+qu_s}, \quad (5.4)$$

onde $q = -13.61$.

5.3.1.3 Evolução temporal da corrente

A partir da Figura 5.14 pode se observar que as correntes de densidade e as correntes de turbidez formam totalmente sua estrutura: cabeça, corpo e cauda, no tempo adimensional

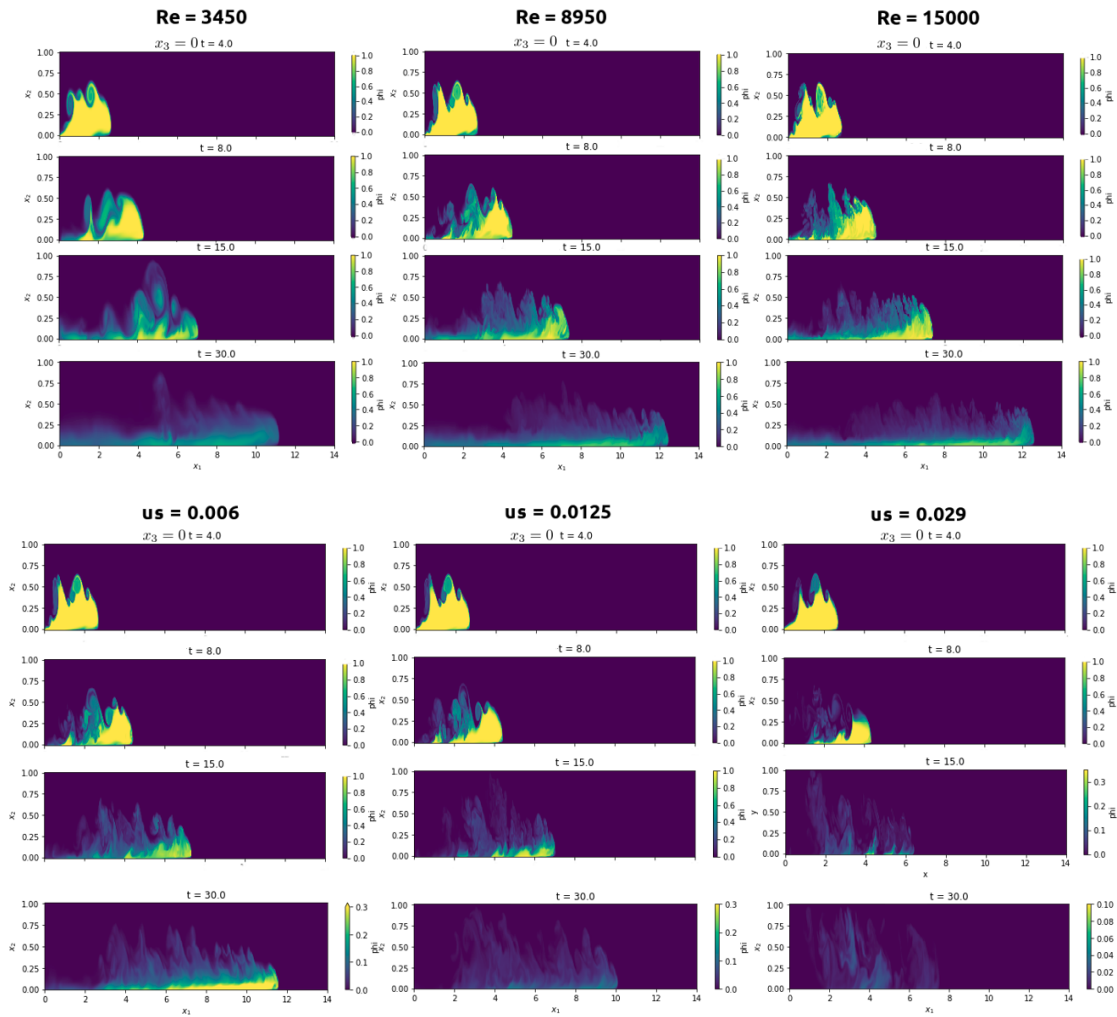


Figura 5.14: Evolução temporal da concentração máxima da cabeça $\bar{\varphi}(h, t)$ para correntes de densidade (acima) e as correntes de turbidez (abaixo).

$t = 4$, após a liberação da barreira. No regime *slumping*, relacionado com velocidade de propagação constante, a concentração máxima $\bar{\varphi}_{h,max}$ (média na direção lateral — x_3) da cabeça da corrente de densidade permanece aproximadamente constante com os valores máximos de φ , a altura da cabeça se mantém em $x_2 = 0.42$, conforme a Figura 5.12. Na Figura 5.10 pode se constatar que a velocidade quase constante do regime *slumping* no caso de DNS3K é $u_f = 0.41$, enquanto aos casos LES8K e LES15K são $u_f = 0.43$. Para a concentração (Figura 5.11), todos os casos mostram o valor máximo em $\bar{\varphi}(h, max) \sim 1$.

Após o regime *slumping*, ocorre uma forte diminuição da concentração na cabeça da corrente, relacionada ao processo de mistura através dos vórtices de Kelvin-Helmholtz que ficam em evidência na Figura 5.14 (ex. gráfico do tempo $t = 8$).

Durante o regime viscoso continua a diluição da cabeça e a diminuição da altura, numa

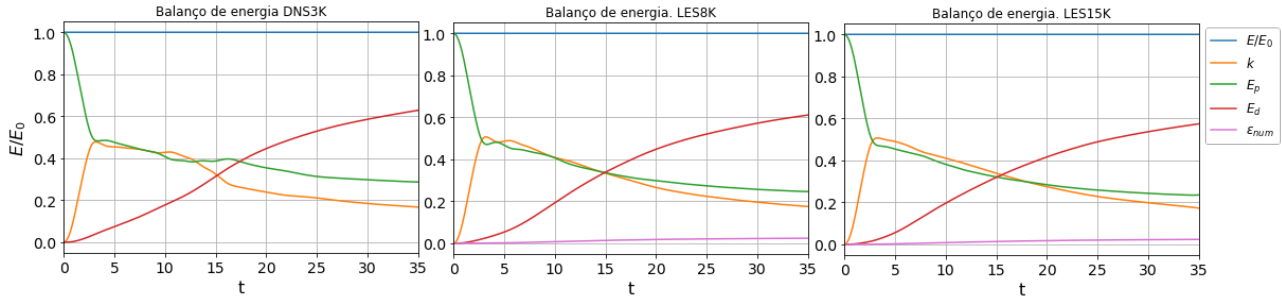


Figura 5.15: Balanço de Energia Global, para as simulações das correntes de densidade. A figura da esquerda mostra as simulações $Re = 3450$ usando DNS, a figura do meio mostra a simulação $Re = 8950$, enquanto a figura da direita mostra a simulação $Re = 15000$. Nas duas últimas se utiliza iLES. As curvas estão normalizadas com a energia inicial do sistema E_0 .

taxa menor, conforme se observa em Figura 5.12 e Figura 5.11.

5.3.2 Balanço de energia global

O cálculo do balanço de energia global, através da equação (4.30), permite determinar a transformação de energia potencial E_p à energia cinética K e dissipação acumulada no tempo E_d .

Na Figura 5.15 pode se observar que o sistema apresenta conservação da energia, mostrado através das curvas de energia total normalizada com a energia total no tempo $t = 0$ (E/E_0), para os diferentes casos simulados. Isto demonstra que os parâmetros numéricos considerados representam o problema em análise com uma boa aproximação.

O gráfico da esquerda mostra o balanço de energia global do caso DNS3K, o gráfico no centro mostra o caso LES8K e da direita mostra o caso LES15K. Em todos os casos, pode ser visto um aumento substancial da energia cinética K até atingir o máximo ($\sim 50\%$ da energia total) enquanto a energia potencial E_p diminui nos tempos iniciais até atingir o mínimo local ($\sim 50\%$ da energia total), no tempo $t < 4$ da evolução da corrente de densidade. Este comportamento poderia estar relacionado com a formação da estrutura completa de cabeça, corpo e cauda após a abertura da barreira, no tempo $t = 4$. Nos tempos posteriores, a energia cinética e a energia potencial diminuem conforme a dissipação aumenta. Este comportamento foi descrito em Espath et al. (2013), e aqui pode se verificar. A taxa de diminuição de K e E_p mostra algumas diferenças nos casos de estudo. No caso DNS3K, pode se observar uma baixa diminuição no intervalo, $4 < t < 12$ enquanto a dinâmica das correntes de densidades com maior número de Reynolds mostra baixa

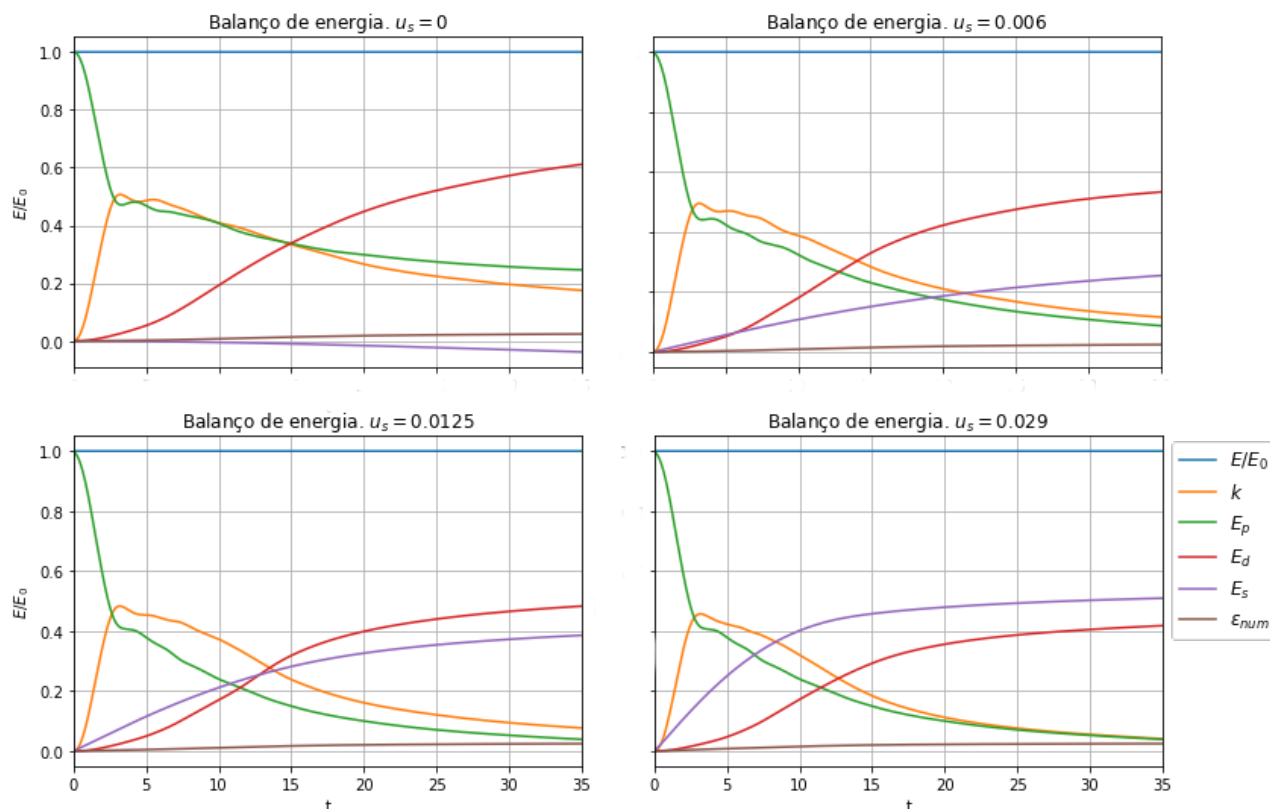


Figura 5.16: Balanço de Energia Global, das simulações das correntes de turbidez. As curvas estão normalizadas com a energia inicial do sistema E_0 .

diminuição de K e E_p no intervalo $4 < t < 8$. Os tempos posteriores mostram uma diminuição de E_p , ao redor de 22% e de 18% K , até atingir os tempos finais da simulação. Em todos os casos a dissipação alcança 60% da energia do sistema. Se espera que para tempos superiores, o sistema dissipe 100% da energia enquanto a energia cinética e a energia potencial alcancem assintoticamente o zero. Vale a pena salientar que os casos LES contém a curva ϵ_{num} que representam a parcela de dissipação aportada pelo esquema numérico, alcançando menos de 5% da energia total.

As correntes de turbidez igualmente mostram conservação da energia total do sistema, como pode ser visto na Figura 5.16. Neste balanço aparece um termo de dissipação adicional relacionado à presença de partículas em suspensão ϵ_p . Pode se observar que o termo de dissipação relacionado à turbulência aumenta significativamente depois do tempo $t = 4$. O valor máximo que alcança nos tempos finais da simulação é maior nos casos das correntes de turbidez com partículas finas, alcançando 50% da energia total do sistema, para as partículas intermediárias 45% e para as partículas grossas 43%. Enquanto a curva de dissipação por difusão (ϵ_p), como era de esperar, mostra variações conforme a velocidade

de sedimentação. No caso das partículas finas e intermediárias, pode se observar que a dissipação devido à sedimentação de partículas é mais significativa nos tempos iniciais. Este comportamento se inverte após certo tempo, $t = 5$ para as partículas finas e $t = 13$ para as partículas intermediárias, como também foi observado em Espath et al. (2013). Nos tempos finais da simulação, ε_p alcança 22% e 40% da energia total, para as partículas finas e intermediárias respectivamente. No caso das partículas grossas, ε_p mostra-se mais significativa do que a dissipação por turbulência ε para todos os tempos da simulação, mostrando um aumento de 40% da energia total até o tempo $t = 15$ e 50% nos tempos finais da simulação.

Para as correntes de turbidez, a energia cinética global K e a energia potencial E_p , apresentam no tempo inicial ($t < 4$) o mesmo comportamento das correntes de densidade. No tempo $t = 4$, K e E_p representam $\sim 50\%$ da energia total, respectivamente. Estas quantidades mostram uma pequena diminuição do valor máximo de K e mínimo local de E_p no tempo $t = 4$, conforme aumenta u_s . Nos tempos finais da simulação pode se observar o mesmo efeito, com a diferença que a diminuição é maior. No caso da corrente de turbidez com partículas finas, K e E_p diminuem até atingir o 12% e 10%, respectivamente. As correntes de turbidez com partículas intermediárias atingem o 8% e 5% e com partículas grossas 5% e 2%, respectivamente.

O efeito das partículas nas correntes de turbidez mostra-se no aumento da dissipação devido à presença das partículas em suspensão e a correspondente sedimentação das partículas.

5.3.3 Balanço de massa

O balanço de massa (Equação 4.34), tem a contribuição dos termos de massa suspensa (m_s , Equação 4.31), massa depositada (m_{sed} , Equação 4.32) e massa difusa (md , Equação 4.33).

A Figura 5.17 mostra o balanço de massa da corrente de densidade do caso LES8K ($u_s = 0$) e das correntes de turbidez para os casos em análise. Pode se observar uma conservação de massa aceitável em todos os casos, mostrada através das curvas m/m_0 que representam massa total normalizada com a massa total inicial, no tempo $t = 0$.

Pode se observar a influência das partículas nas diferentes curvas que conformam o balanço de massa. A curva de massa difusa mostra valores baixos nos tempos iniciais,

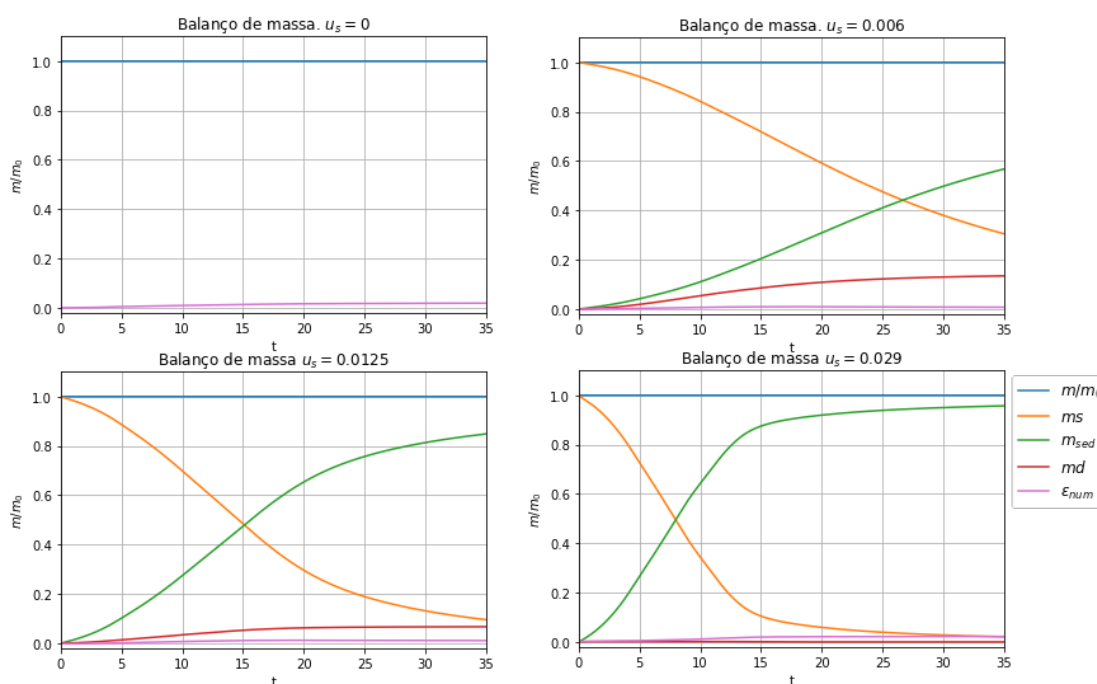


Figura 5.17: Balanço de massa, para as simulações da corrente de densidade LES8K e todos os casos das correntes de turbidez. As curvas estão normalizadas com a massa inicial do sistema m_0 .

aumentando para os tempos finais até 16% da massa total no caso da corrente de turbidez com partículas finas, até 7% no caso com partículas intermediárias e ao redor de zero no caso de partículas grossas. A curva da massa suspensa diminui enquanto a curva da massa depositada aumenta, chegando se a cruzar em certo tempo t que se modifica conforme o caso da velocidade de sedimentação (u_s).

Nos tempos finais da simulação, a massa suspensa alcança os valores 34% para as partículas finas, 12% para as partículas intermediárias e $\sim 3\%$ para as partículas grossas da massa total. Em relação com a massa depositada, esta alcança os valores 57% para as partículas finas, 82% para as partículas intermediárias e $\sim 95\%$ para as partículas grossa, referente à massa total do sistema.

Poderia se inferir que o efeito da concentração de partículas nas correntes de turbidez se mostra nos depósitos gerados e nas partículas em suspensão.

A partir da Equação 4.35 foram calculados os depósitos (dp) das correntes de turbidez para o tempo final da simulação. Na Figura 5.18 se apresentam os resultados deste cálculo. Pode se observar que a corrente de turbidez com concentração de partículas grossas ($u_s = 0.029$) mostra um maior depósito até a posição $x_1 = 4$, relacionada ao tempo $t = 10$, como

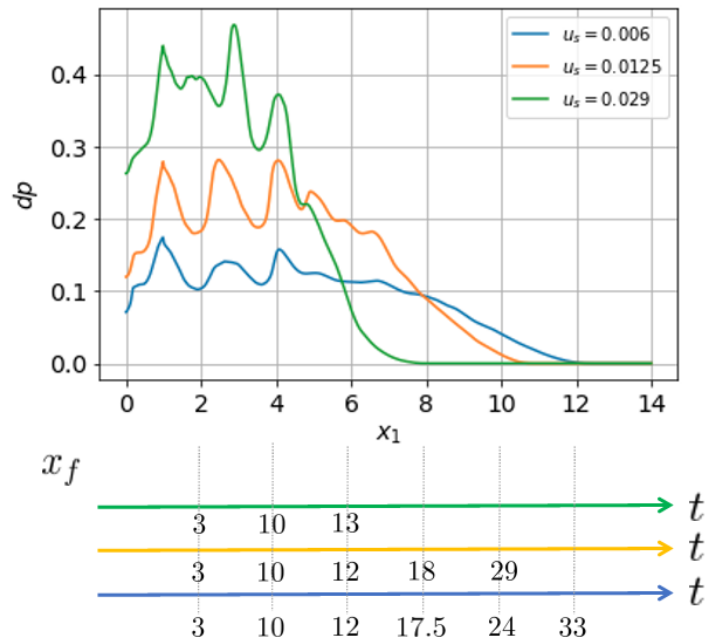


Figura 5.18: Depósitos das correntes de turbidez para o tempo final da simulação. Também se mostram os tempos relacionados com a posição da frente para cada corrente de turbidez.

presença de picos de maior altura de depósito. Entre as posições $x_1 = [4 - 6]$, relacionados aos tempos $t = 10$ e $t = 13$ respectivamente, se observa menor depósito. Depois da posição $x_1 = 7$, relacionado ao tempo $t = 21$ não se observa depósito. Estes resultados são coerentes com os resultados no balanço de energia global, onde se percebeu que a energia disponível das correntes de turbidez com partículas grossas nos tempos finais da simulação são limitadas para o transporte das partículas. Isto acontece porque nos tempos finais quase a totalidade da massa suspensa foi depositada.

O caso de menor depósito se relaciona à corrente de turbidez com concentração de partículas finas ($u_s = 0.006$), que mostra oscilações ao redor do seu máximo valor até a posição $x_1 = 4$, relacionado ao tempo $t = 10$. Nas posições entre $x_1 = [4 - 8]$, relacionadas ao intervalo $t = [11 - 18]$, o depósito mostra valores quase constantes, sem presença de oscilações. Posterior da posição $x_1 = 8$, mostra-se diminuição do depósito até a posição $x_1 = 12$, relacionada ao tempo $t = 33$, final da simulação. Vale a pena salientar que o depósito relacionado com a corrente de turbidez com concentração de partículas finas mostra maior alcance na direção longitudinal.

Observam-se oscilações nas curvas de depósito para as posições iniciais, até a posição $x_1 = 4$, no tempo $t = 10$, para todas as correntes de turbidez. Este tempo está relacionado

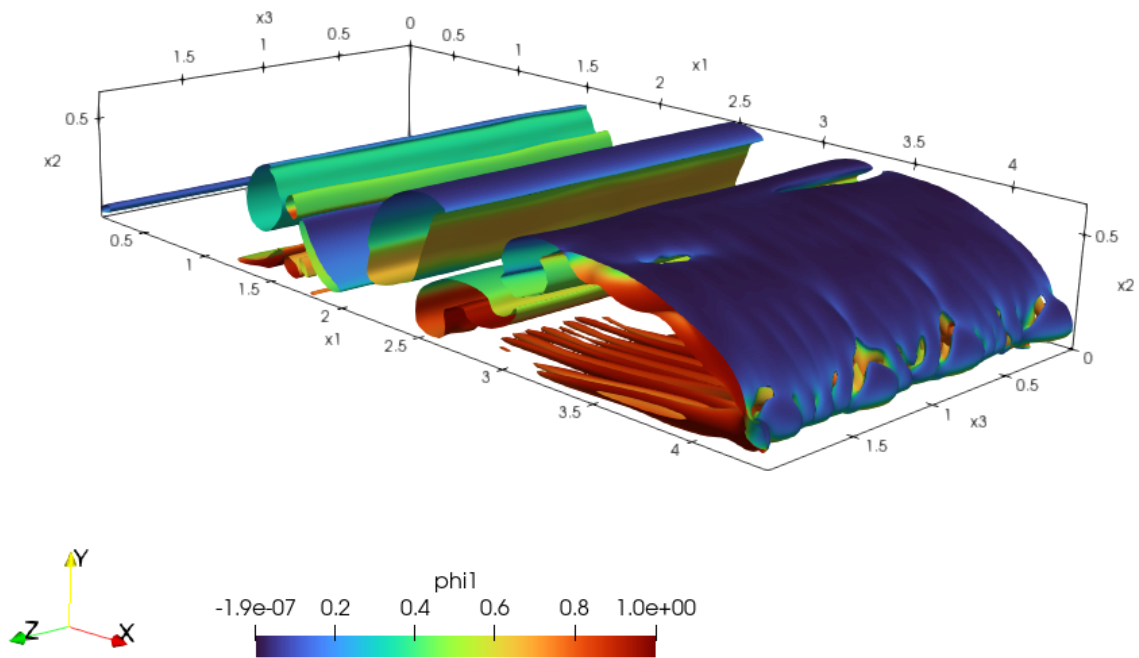


Figura 5.19: Critério Q da corrente de densidade no tempo $t = 8$ para $Re = 3450$, com isocontorno $Q = 0.5$. Na figura se projeta o campo de concentração correspondente.

ao regime *slumping*, onde se observa maior turbulência, sugerindo assim que a formação dos depósitos podem se relacionar com o desenvolvimento da turbulência.

5.4 Estruturas turbulentas

5.4.1 Estruturas coerentes

Ao longo da corrente de densidade se formam estruturas coerentes turbulentas que vão se modificando e interagindo em função da energia da corrente e do tempo. Através do critério Q (Equação 4.41) identificaram-se diversos tipos de estruturas cujas formas dependem do Re e de u_s . A Figura 5.19 mostra as estruturas coerentes da simulação DNS3K para o tempo $t = 8$, usando o isocontorno $Q = 0.5$ e projetando o campo da concentração φ . Neste tempo, relacionado ao regime *slumping*, podem se observar estruturas bidimensionais na parte acima da cabeça, os vórtices de Kelvin-Helmholtz na camada de mistura. No fundo, é possível verificar os vórtices longitudinais e as estruturas de lóbulos e fendas que serão analisadas por meio da velocidade de atrito.

Na Figura 5.20 se representam as correntes de densidade de número de Reynolds maior com o caso LES15K para $t = 8$, mostrando as estruturas coerentes através do critério Q

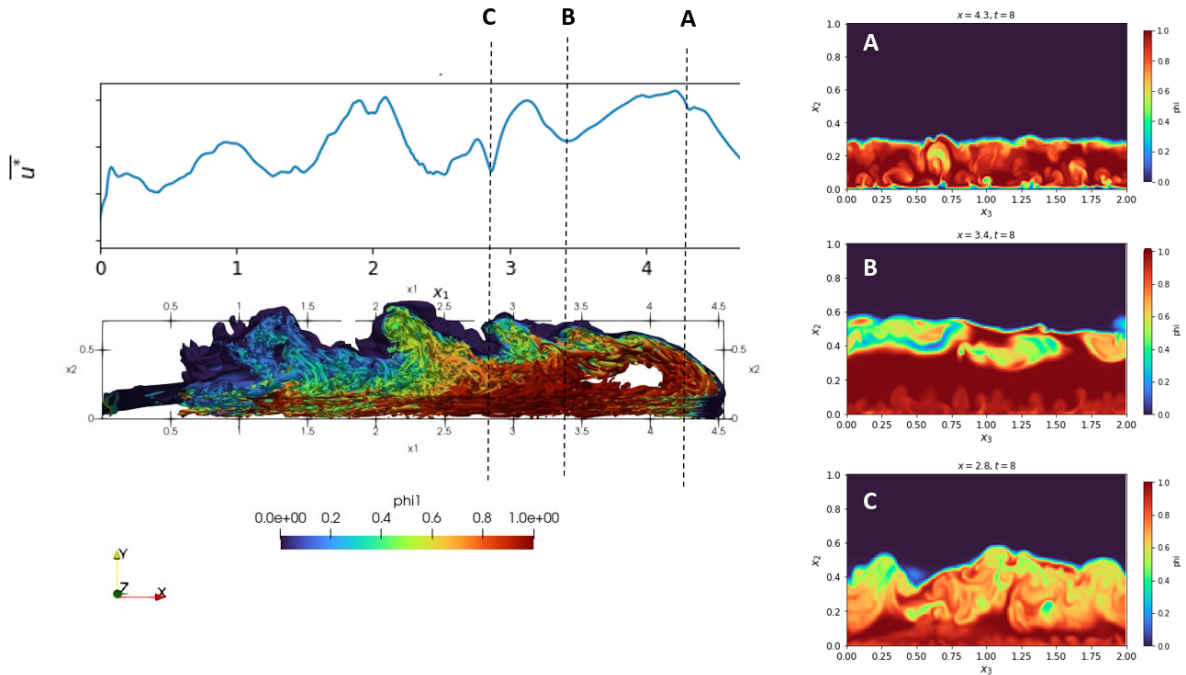


Figura 5.20: Critério Q da corrente de densidade no tempo $t = 8$ para $Re = 15000$, com isocontorno $Q = 5$. Na figura se projeta o campo de concentração correspondente. Na parte acima da figura mostra-se a curva da velocidade de atrito média \bar{u}^* , e identificam-se as posições dos mínimos locais de \bar{u}^* na cabeça da corrente de densidade, representados com A, B e C. Na direita da figura mostra-se o plano x_2x_3 da concentração instantânea em $x_1 = [A, B, C]$

de isocontorno $Q = 5$ e projetando o campo de concentração correspondente.

Nesta figura, pode se observar a formação dos vórtices de Kelvin-Helmholtz tridimensionais na camada de mistura. Os vórtices de maior tamanho são visíveis na parte detrás da cabeça da corrente de densidade. No fundo da cabeça é possível observar vórtices longitudinais e no nariz podem se observar as estruturas de lóbulos e fendas. A mesma figura também mostra a curva da velocidade de atrito média em x_3 (\bar{u}^*), indicando os pontos de mínimos locais da curva. Neste caso, se indicam três pontos. O ponto A relacionado com a posição do nariz onde se observam as fendas, nas posições de φ mínimo. Os pontos B e C mostram regiões de recirculação da corrente no sentido dos vórtices de Kelvin-Helmholtz. Os planos x_1x_2 de A, B e C são mostrados na direita da figura. Nestos planos é possível reconhecer estruturas dos vórtices longitudinais no fundo. Desta forma, pode se sugerir que os vórtices na camada de mistura se relacionam com os vórtices no fundo. Isto representados com valores mínimos da velocidade de atrito.

Na Figura 5.21 pode se observar a evolução das estruturas turbulentas da corrente de densidade de número de Reynolds $Re = 3450$. No tempo final do regime *slumping*, neste

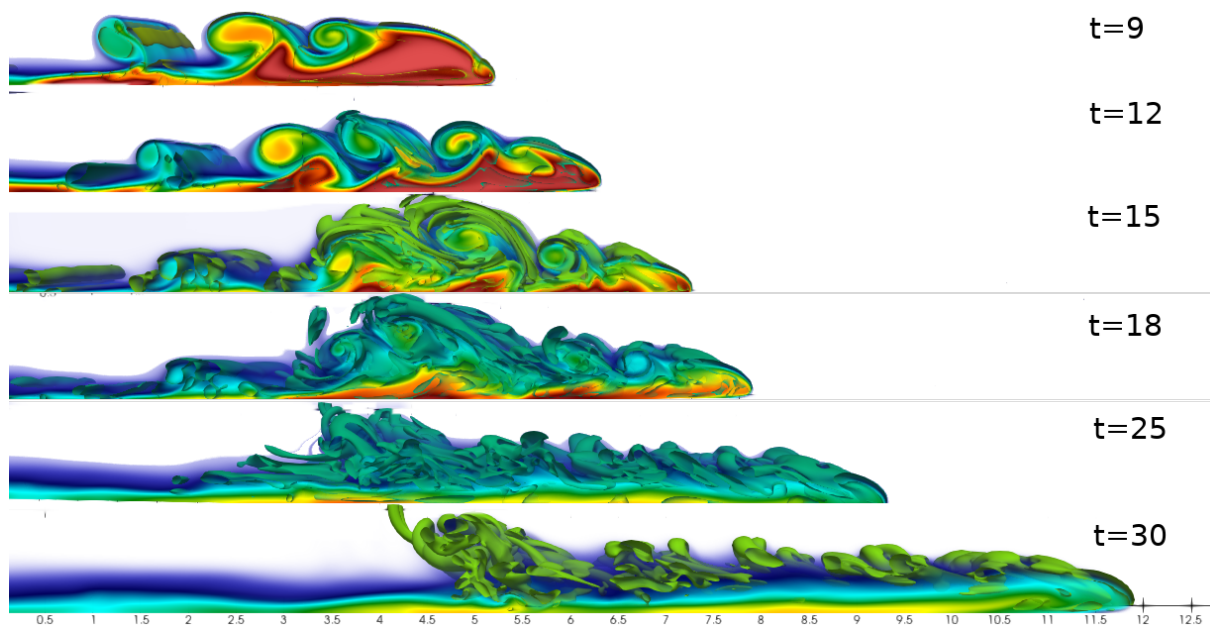


Figura 5.21: Critério Q , como isocontorno $Q = 0.1$ da corrente de densidade de $Re = 3450$ em evolução temporal desde o regime *slumping* até o regime viscoso, mostrando o desenvolvimento dos vórtices de Kelvin-Helmholtz.

caso associado ao tempo $t = 15$, os vórtices de Kelvin-Helmholtz sofrem o processo de *break-down*, gerando estrutura de menor tamanho (cascata de energia).

Nos tempos posteriores, o tamanho da cabeça diminui, provavelmente devido à diminuição da concentração que ficou em evidência na Figura 5.11. A diminuição da concentração poderia estar relacionada com o *break-down* dos vórtices de Kelvin-Helmholtz na camada de mistura. Pode se visualizar recirculação na cauda da corrente de densidade. O tempo $t = 30$, relacionado com o regime viscoso, mostra escassas estruturas no fundo e a cauda. As estruturas coerentes são mantidas ao longo do tempo, porém o tamanho das estruturas se modificam.

5.4.2 Caracterização do fundo

A velocidade de atrito u^* , calculada através da Equação 4.37, permite identificar as principais estruturas turbulentas junto à base do canal.

Na Figura 5.22 mostra-se o plano x_1x_2 em $x_3 = 0$ da concentração instantânea φ e o plano x_1x_3 da velocidade de atrito u^* para três tempos característicos ($t = 8$, $t = 15$ e $t = 30$) da propagação das correntes de densidade de número de Reynolds $Re = 3450$, 8950 e 15000 . Na parte de baixo da figura, mostra-se a velocidade de atrito média em x_3 ($\overline{u^*}$)

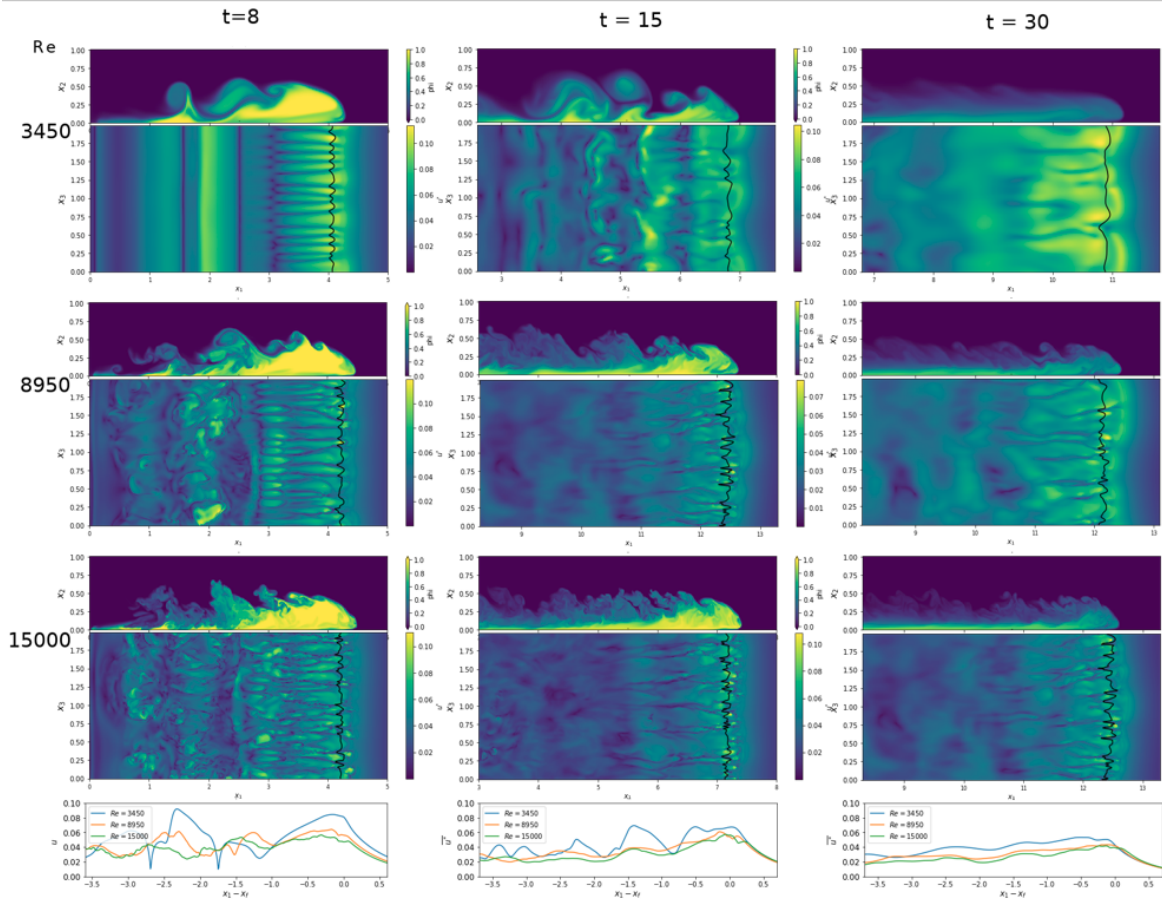


Figura 5.22: Concentração instantânea φ e velocidade de atrito u^* nos tempos $t = 8$, $t = 15$ e $t = 30$ das correntes de densidade de $Re = 3450$ (acima), $Re = 8950$ (meio) e $Re = 15000$ (abaixo). No gráfico se mostra a velocidade de atrito média na direção lateral \bar{u}^* nos mesmos tempos. Apresentam-se os diferentes casos simulados em variação de Re . O eixo das abscissas está corrigido na posição da frente da corrente $x_1 - x_f$.

em cada tempo, para os diferentes números de Reynolds Re . Fica evidente o aumento na complexidade das estruturas turbulentas em função do aumento de Re , mostrado através da velocidade de atrito ao longo do eixo x_3 , no ponto da cabeça em x_1 onde \bar{u}^* é máximo (representado com a linha preta para cada caso). Nesta posição de $x_1 = x_f - 0.3H$, $0.3H$ referente à posição da frente x_f , sendo H o comprimento de escala característica, pode se verificar que as estruturas das correntes de densidade de menor número de Reynolds mostram formas de lóbulos regulares, enquanto as estruturas das correntes com Re maior revelam estruturas de maior complexidade, como se destaca na Figura 5.23, as estruturas das correntes com $Re = 8950$ e 15000 .

As estruturas turbulentas da frente também se modificam em função do tempo, aumentando na largura dos lóbulos enquanto o tempo aumenta. Isto é devido ao processo

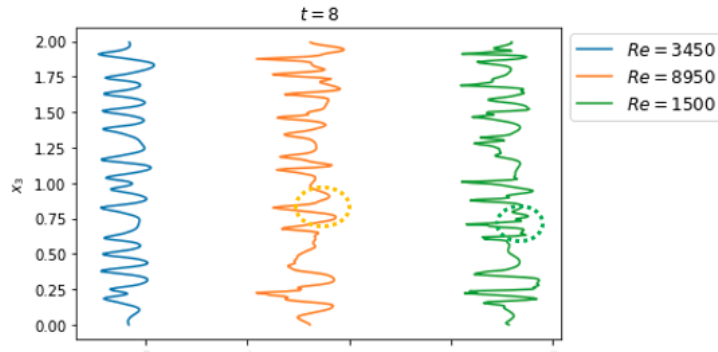


Figura 5.23: Velocidade de atrito das correntes de densidade no tempo $t = 8$ na posição x_1 para \overline{u}_{max}^* ($\sim 0.3H$ referente à posição da frente). Cada curva está trasladada no eixo, para fins de visualização.

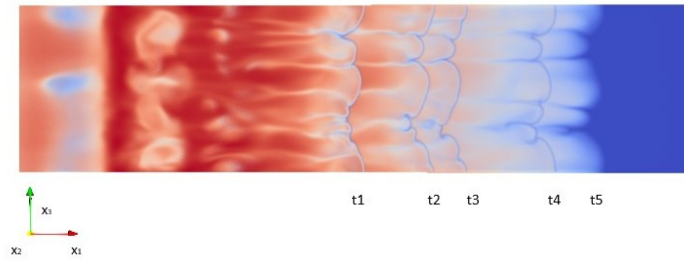


Figura 5.24: Concentração no fundo para diversos tempos de propagação da corrente de densidade $Re = 8950$. mostra-se a evolução no tempo das estruturas lobulares e o processo de mistura das fendas, gerando lóbulos de maior tamanho.

de mistura das fendas (Dai e Huang (2022)), visualizado na Figura 5.24, a partir da concentração no plano x_1x_3 em $x_2 = 0$, para vários tempos de propagação da corrente de densidade de $Re = 8950$.

As curvas da velocidade de atrito média em x_3 mostra diminuição ao longo do tempo para todos os casos de número de Reynolds em análise. Na Figura 5.22 (abaixo) pode se perceber semelhanças entre as curvas de $Re = 8950$ e 15000 para todos os tempos, em comparação com a curva de $Re = 3450$. Nesta última, se observa maior diferença de velocidade de atrito entre o pico de máximo e mínimo na cabeça da corrente de densidade no tempo $t = 8$, observando se

$$\Delta u^* = u_{max}^* - u_{min}^* = 0.08 - 0.03 = 0.05$$

$$\Delta u^* = u_{max}^* - u_{min}^* = 0.06 - 0.041 = 0.02$$

$$\Delta u^* = u_{max}^* - u_{min}^* = 0.058 - 0.04 = 0.018$$

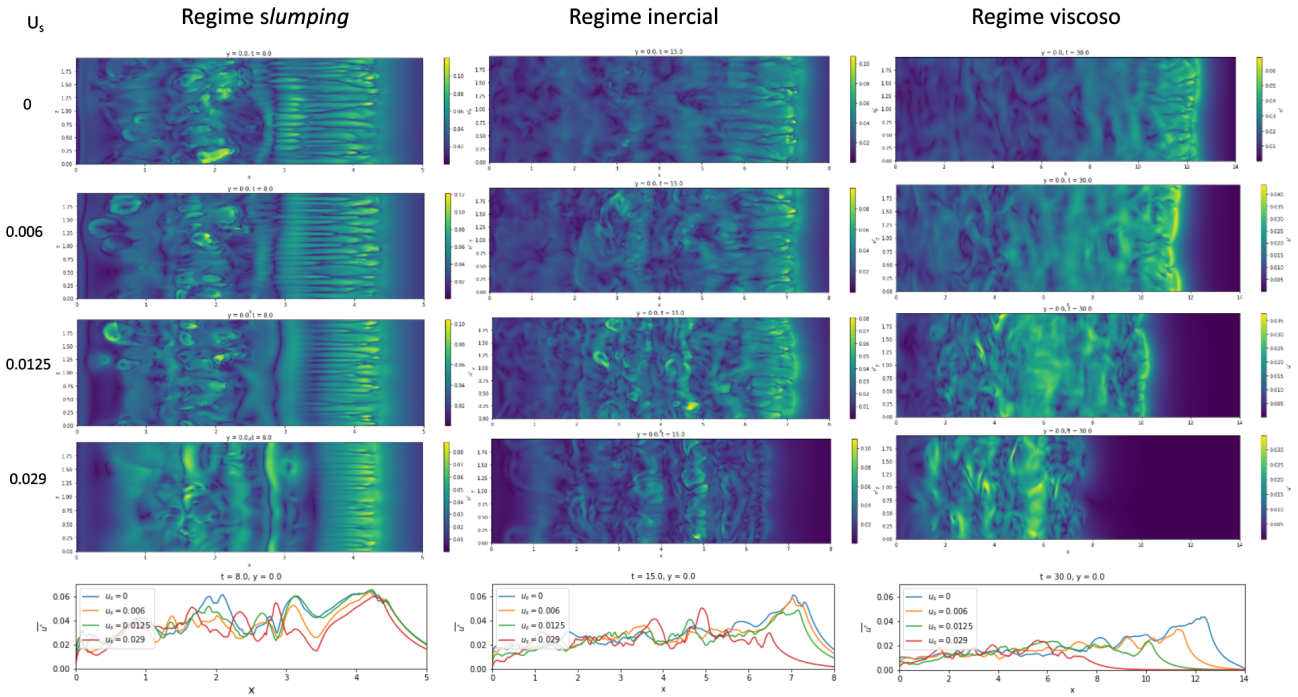


Figura 5.25: Velocidade de atrito u^* nos tempos relacionados aos regimes *slumping*, inercial e viscoso das correntes de turbidez em análise com o caso LES8K ($u_s = 0$) (acima). Abaixo se mostram os gráficos da velocidade de atrito média na direção lateral \bar{u}^* para os mesmos tempos caraterísticos. Se mostram os casos simulados em variação de u_s .

para $Re = 3450, 8950$ e 15000 , respectivamente. O espaçamento entre estes picos poderia se relacionar com o comprimento das estruturas de lóbulos e fendas, sendo que o mínimo coincide com a posição do final da cabeça, onde se desenvolvem os vórtices de Kelvin-Helmholtz de maior tamanho, na camada de mistura. A diferença da velocidade de atrito na cabeça $\Delta u^*(min, max)$ diminui no tempo. Possivelmente esta diminuição está relacionada com a diminuição do comprimento característico dos vórtices.

No caso das correntes de turbidez, pode se observar a influência das partículas na velocidade de atrito u^* na Figura 5.25.

As estruturas no fundo mostram diferenças no comprimento. A curva da velocidade de atrito média \bar{u}^* , no caso da corrente de turbidez com concentração de partículas finas, mostra semelhanças ao caso da corrente de densidade de número de Reynolds equivalente, representado na figura com $u_s = 0$. A diferença da velocidade de atrito entre máximo e mínimo aumenta em função da velocidade de sedimentação u_s , para todos os tempos. No tempo $t = 8$, $\Delta u^*(min, max) = 0.02, 0.035$ e 0.042 para os casos de concentração de partículas finas, intermediárias e grossas, respectivamente.

As Figura 5.22 e Figura 5.25 deixam em evidência as estruturas turbulentas carac-

terísticas no fundo da cabeça das correntes de densidade e das correntes de turbidez, respectivamente. As faixas de alta e baixa velocidade de atrito na frente da corrente mostram concordância com as estruturas de lóbulos e fendas, relacionando as fendas como a região de baixa e os lóbulos com as regiões de alta velocidade de atrito, perto do nariz da corrente.

5.5 Grandezas médias

As grandezas médias são calculadas a partir da média na direção lateral x_3 . Ditas grandezas apresentam modificações ao longo da corrente de densidade. A Figura 5.26 mostra os perfis da velocidade longitudinal e da concentração média, em posições x_1 relacionadas com o nariz, a cabeça, o corpo e a cauda da corrente. No nariz ($x_1 = 4.4$) pode se observar o gradiente positivo no fundo, para \bar{u}_i e $\bar{\varphi}$ relacionada com a instabilidade gravitacional que gera a formação de lóbulos e fendas. No final da cabeça ($x_1 = 3.4$) observam-se os valores máximos de \bar{u}_i e $\bar{\varphi}$ e a influência das tensões de cisalhamento, apresentando velocidades negativas na camada de mistura, que podem-se relacionar com os vórtices de Kelvin-Helmholtz. No corpo ($x_1 = 2.8$ e $x_1 = 1.5$) é possível distinguir a influência dos vórtices de Kelvin-Helmholtz no perfil da concentração e da velocidade longitudinal média. Finalmente, na cauda ($x_1 = 0.5$) pode-se observar valores baixos de concentração média no fundo, e valores negativos da velocidade longitudinal média relacionada com as estruturas de recirculação.

5.5.1 Camada limite

Para caracterizar o fundo da corrente de densidade e da corrente de turbidez pode-se representar o perfil de velocidade longitudinal médio em escalas parietais, a partir da unidade e da velocidade parietal, y^+ (Equação 4.39) e u^+ (Equação 4.40), respectivamente.

A Figura 5.27 mostra o perfil de velocidade parietal na posição $x_f - H$, no final da cabeça das correntes de densidade de número de Reynolds $Re = 3450, 8950$ e 15000 , e das correntes de turbidez com concentração de partículas finas ($u_s = 0.006$), partículas intermediárias ($u_s = 0.0125$) e partículas grossas ($u_s = 0.029$). As linhas pontilhadas representam a lei linear e a lei logarítmica da velocidade parietal, relacionadas com a subcamada viscosa e a camada turbulenta, respectivamente.

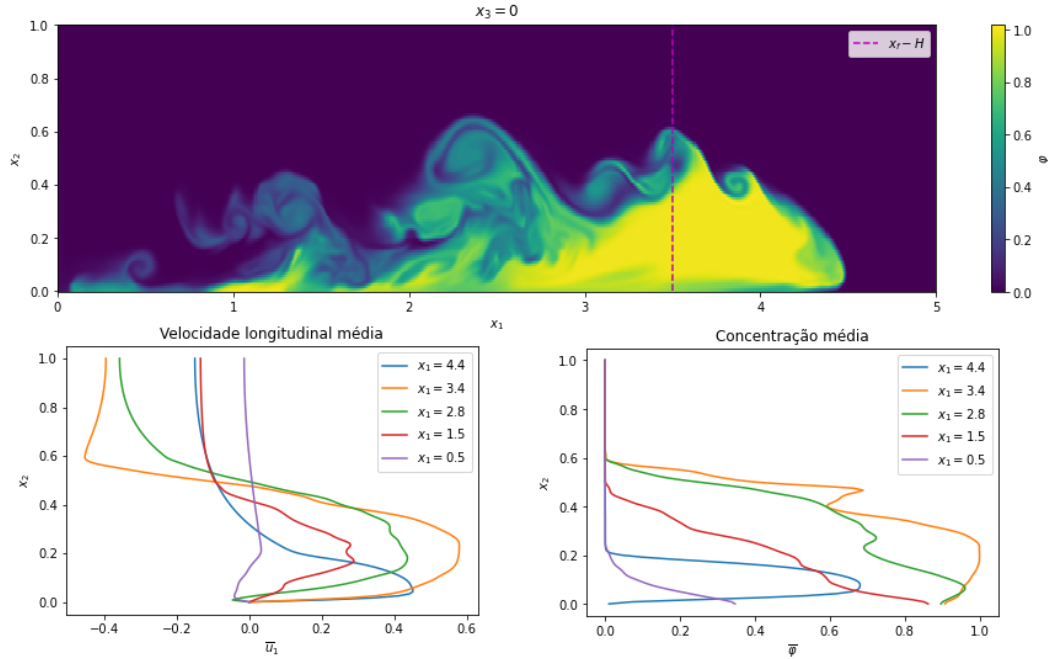


Figura 5.26: Concentração instantânea φ no plano x_1x_2 em $x_3 = 0$ da corrente de densidade de $Re = 8950$ no tempo $t = 8$. Em linha pontilhada se destaca a posição $x_1 - H$, que representa o final da cabeça da corrente (acima). Perfil de velocidade longitudinal e concentração média, ao longo de x_1 da corrente de densidade de acima (abaixo).

Pode se observar que a corrente de densidade de maior número de Reynolds tem a maior concordância com a lei logarítmica da camada limite turbulenta, mostrando um bom ajuste até $y^+ = 100$. Este comportamento foi somente observado na posição $x_f - H$, sendo x_f a posição da frente da corrente de densidade. Como exemplo de referência, esta posição está evidenciada com a linha pontilhada na Figura 5.26.

Nos casos das correntes de densidade de menores números de Reynolds, a intensidade da turbulência é menor, onde o escoamento apresenta características mais viscosas.

Vale a pena salientar que a simulação da corrente de densidade de $Re = 3450$ acompanha a lei linear desde $y^+ = 1$, enquanto as outras simulações, usando iLES, mostram resultados para $y^+ > 4$. Esta condição está relacionada com a malha de cálculo usada em cada caso. Porém, pode se observar que com a resolução do domínio considerada se consegue representar a camada limite.

Na turbulência de parede, as estruturas do fundo podem ser representadas em unidades parietais.

Na Figura 5.28 mostram se as faixas de alta e baixa flutuação de velocidade longitudinal u'_1 para a corrente de densidade e as correntes de turbidez de número de Reynolds $Re =$

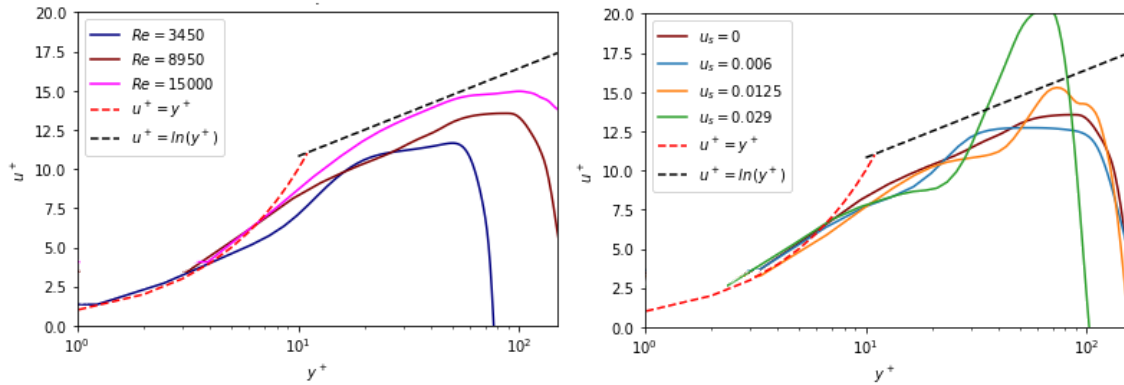


Figura 5.27: Perfil de velocidade longitudinal média da posição $x_f - H$, sendo x_f a posição da frente e H o comprimento característico, das correntes de densidade (esquerda) e as correntes de turbidez (direita).

8950 no tempo $t = 8$, relacionado ao regime *slumping*. Os planos x_2x_3 se mostra em $x_1 = 4$ (Figura 5.28(b)). Esta posição x_1 está relacionada à posição máxima da velocidade de atrito médio (em x_3) mostrada na Figura 5.22. Neste plano, visualizam-se as estruturas do fundo em $x_2 \approx 0.03$ e as estruturas da camada de mistura, em $x_2 = 0.4$. Pode-se observar que a altura das estruturas do fundo variam com u_s . Esta posição $x_2 \approx 0.03$ é considerada para visualizar as faixas de alta e baixa flutuação de velocidade u'_1 .

Nas Figura 5.28(c), mostram-se os planos x_1x_3 em $x_2 = 0.03$ da flutuação de velocidade u'_1 . Nesta figura, se observam linhas pontilhadas que exemplificam as dimensões das estruturas do fundo na região da frente das correntes de turbidez e da corrente de densidade ($u_s = 0$), para $Re = 8950$. As linhas pontilhadas, paralela a x_1 (l_1^+), representam o comprimento das faixas de alta flutuação de velocidade, que podem se relacionar com as fendas e as linhas pontilhadas paralelas a x_3 (l_3^+), representam a separação entre as faixas de baixa flutuação de velocidade, que podem-se relacionar com a largura dos lóbulos.

Na Figura 5.29, mostram-se as dimensões características, em unidades parietais, das faixas de alta e baixa flutuação de velocidade u'_1 , relacionadas ao comprimento das fendas (l_1^+) e a largura dos lóbulos (l_3^+). Para representar as dimensões em unidades parietais se considera a velocidade de atrito local, na posição da medição, segundo a Equação 4.39. Como já foi dito, para a medição da largura do lóbulo se considera a posição da máxima velocidade de atrito média em x_3 , mostrada na Figura 5.25. No caso da medição da largura da fenda, considera-se a velocidade de atrito média em x_1 , no intervalo relacionado com o comprimento da fenda. Nesta figura (Figura 5.29 direita), pode-se verificar que o comprimento das fendas varia em função da velocidade de sedimentação e do tempo.

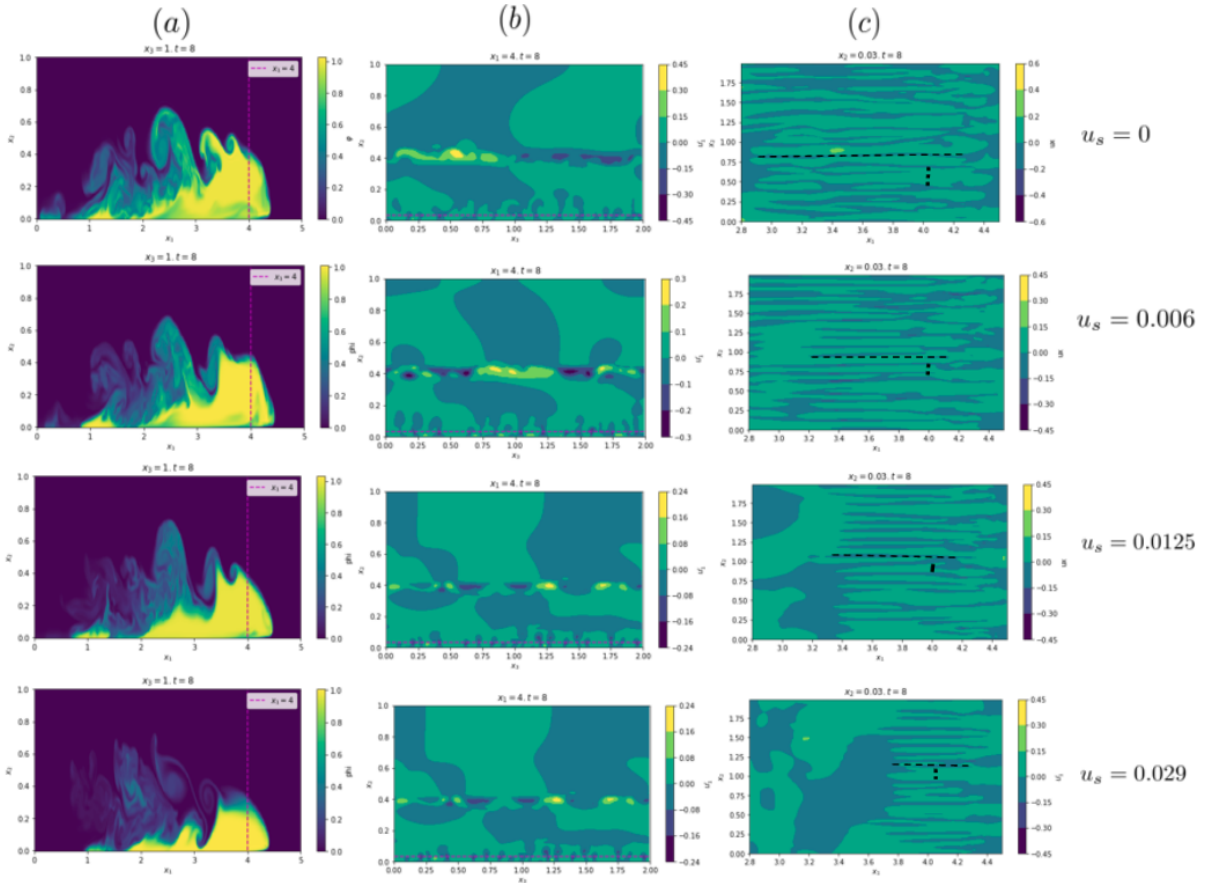


Figura 5.28: (a) Concentração instantânea φ no plano x_1x_2 em $x_3 = 1$ da corrente de densidade e das correntes de turbidez de $Re = 8950$ no tempo $t = 8$. A linha pontilhada representa a posição do plano mostrado no centro desta figura. (b) Faixas de alta e baixa flutuação de velocidade longitudinal u' no fundo e na camada de mistura, no plano x_2x_3 em $x_1 = 4$, a linha pontilhada mostra a posição do plano apresentado em (a). (c) Faixas de alta e baixa flutuação de velocidade longitudinal u' no plano x_1x_3 em $x_2 = 0.03$. As linhas pontilhadas representam o comprimento e separação destas faixas.

O comprimento das fendas diminui no tempo, mostrando uma tendência quadrática no tempo da simulação. Pode-se observar para todos os tempos que as fendas mostram maior comprimento no caso da corrente de densidade ($u_s = 0$) e diminui com o aumento da velocidade de sedimentação u_s , nas correntes de turbidez. No caso dos lóbulos (Figura 5.29 esquerda), observa-se um aumento na largura em função do tempo, alcançando uma largura máxima nos tempos finais da simulação que pode estar relacionada com a limitação da largura do domínio. Este aumento pode se representar com uma função quadrática no tempo da simulação. Para todos os tempos, a largura dos lóbulos diminui em função do aumento da velocidade de sedimentação, tendo a corrente de densidade ($u_s = 0$) a maior largura dos lóbulos.

Vale a pena salientar, a ausência de informação das estruturas do fundo nos tempos fi-

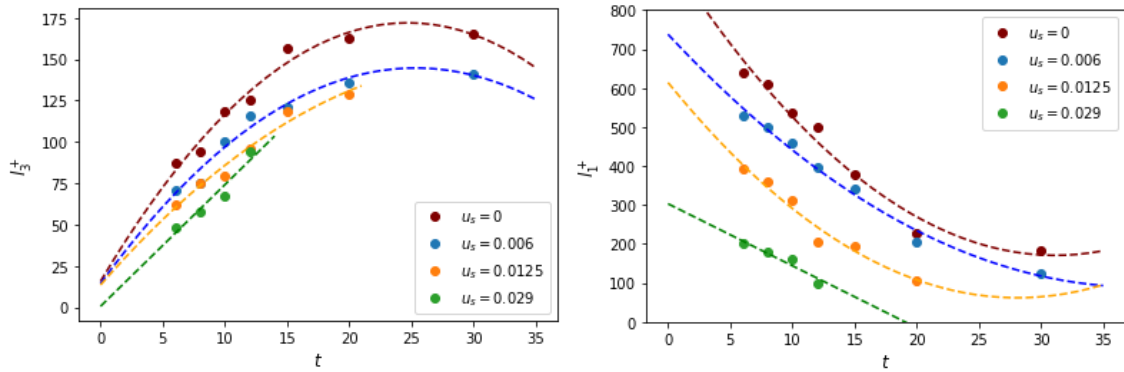


Figura 5.29: Evolução no tempo da largura característica dos lóbulos (esquerda) e evolução no tempo do comprimento característico das fendas (direita), para as correntes de turbidez de número de Reynolds $Re = 8950$.

nais das simulações das correntes de turbidez com concentração de partículas intermediárias e grossas. Isto é devido ao processo de sedimentação das partículas que foi observado no balanço de massa (Subseção 5.3.3).

5.6 Balanços turbulentos

A variação no tempo da energia cinética turbulenta (Eq. 4.46) e da variância de concentração (Equação 4.48) poderia nos dar uma ideia sobre os mecanismos de geração e supressão da turbulência na propagação das correntes de densidade e das correntes de turbidez. A Figura 5.30 mostra como exemplo a contribuição dos termos médios na direção vertical, do balanço de energia cinética turbulenta dk_t/dt e do balanço da variância da concentração $d\Phi/dt$, para a corrente de densidade ($u_s = 0$) e as correntes de turbidez de diferentes velocidades de sedimentação ($u_s = 0.006$, $u_s = 0.0125$, $u_s = 0.029$), no tempo $t = 12$. Na Figura 5.31 se mostram as estruturas turbulentas das correntes, extraídas através do critério Q (isocontorno $Q = 2$), com a projeção do campo de concentração φ , correspondente.

Os termos que contribuem em dk_t/dt são: produção de turbulência por cisalhamento \mathcal{S} , produção de turbulência por flutuabilidade \mathcal{B} e dissipação viscosa ε .

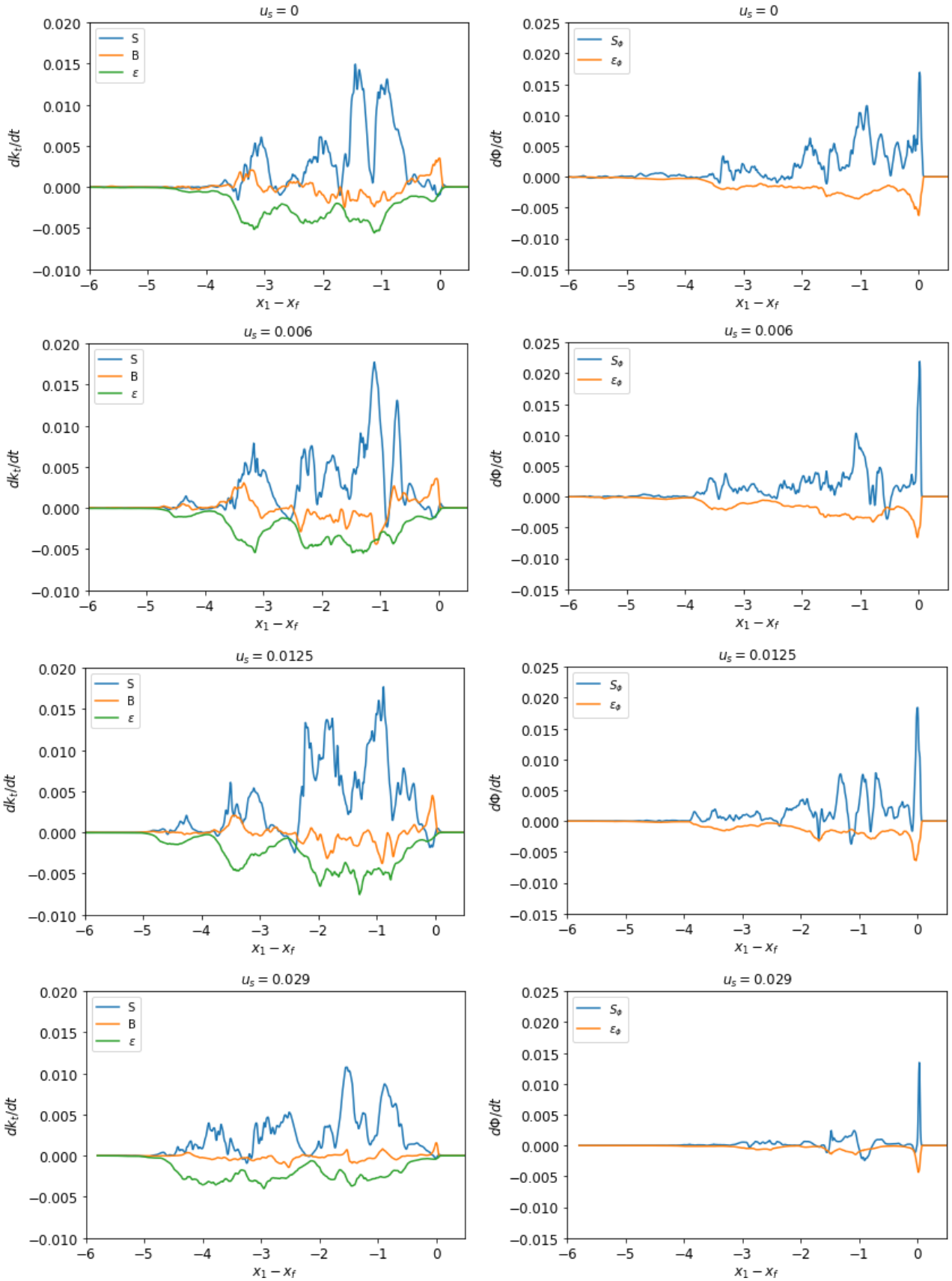


Figura 5.30: Termos do balanço de energia cinética turbulenta dk_t/dt e a variância da flutuação de concentração $d\Phi/dt$, para correntes de densidade e correntes de turbidez com diferentes velocidades de sedimentação, de número de Reynolds $Re = 8950$ no tempo $t = 12$.

A produção de energia cinética turbulenta por tensão de cisalhamento \mathcal{S} , extrai energia do escoamento médio. Em todas as correntes da Figura 5.30, este termo tem valores negativos na posição $x_f - x_1 = 0.3$, sendo x_f a posição da frente da corrente respectiva. O valor negativo representa supressão de energia cinética turbulenta por cisalhamento devido ao levantamento da corrente no nariz. Observa-se a formação de vórtices de Kelvin-Helmholtz em sequência. Estas posições coincidem com as posições dos máximos da produção por cisalhamento (\mathcal{S}). O maior pico de \mathcal{S} está relacionado ao vórtice formado ao final da cabeça da corrente, em $x_f - x_1 = 1$. O valor máximo dos picos diminuem ao longo de x_1 .

A turbulência impulsionada pela flutuabilidade \mathcal{B} apresenta valores positivos devido a configurações instáveis. Valores positivos de \mathcal{B} são observados na cabeça da corrente, com valor máximo na posição $x_f - x_1 = 0.3$, relacionado com o nariz, onde pode se observar o descolamento da frente da corrente, que forma as estruturas de lóbulos e fendas. Valores positivos e negativos de \mathcal{B} estão presentes no corpo da corrente.

A dissipação viscosa ε tem valores no corpo e na cabeça da corrente, apresentando maior dissipação nas posições x_1 relacionadas aos vórtices de Kelvin-Helmholtz.

Na continuação se descrevem os termos do balanço da variância da flutuação da concentração $d\Phi/dt$, sendo estes: a produção da variância de flutuação de concentração \mathcal{S}_φ , a produção de variância de flutuação de concentração devido à concentração de partículas \mathcal{T} (no caso das correntes de turbidez) e a dissipação molecular ε_φ .

A produção da variância de flutuação de concentração \mathcal{S}_φ tem valores máximos na posição $x_f - x_1 = 0.3$, relacionada com o nariz, e na posição $x_f - x_1 = 1$, no final da cabeça da corrente de densidade. Nesta posição, a produção por cisalhamento (\mathcal{S}) também mostra seu valor máximo. No caso da corrente de densidade ($u_s = 0$), pode se observar valores positivos de \mathcal{S}_φ nas posições entre os picos máximos ($1 < x_f - x_1 < 0$), estando relacionado com produção da variância de flutuação de concentração no topo da cabeça da corrente.

A dissipação molecular ε_φ tem valores máximos no nariz e valores significativos no corpo da corrente.

A produção de variância de flutuação de concentração devido à concentração de partículas \mathcal{T} tem baixa influência devido à velocidade de sedimentação cujo valor é da ordem $\mathcal{O}(u_s^{-2})$.

Os termos de dk_t/dt e $d\Phi/dt$ mostram valores maiores no caso da corrente de densidade ($u_s = 0$). Nos casos das correntes de turbidez, os valores máximos dos termos diminuem

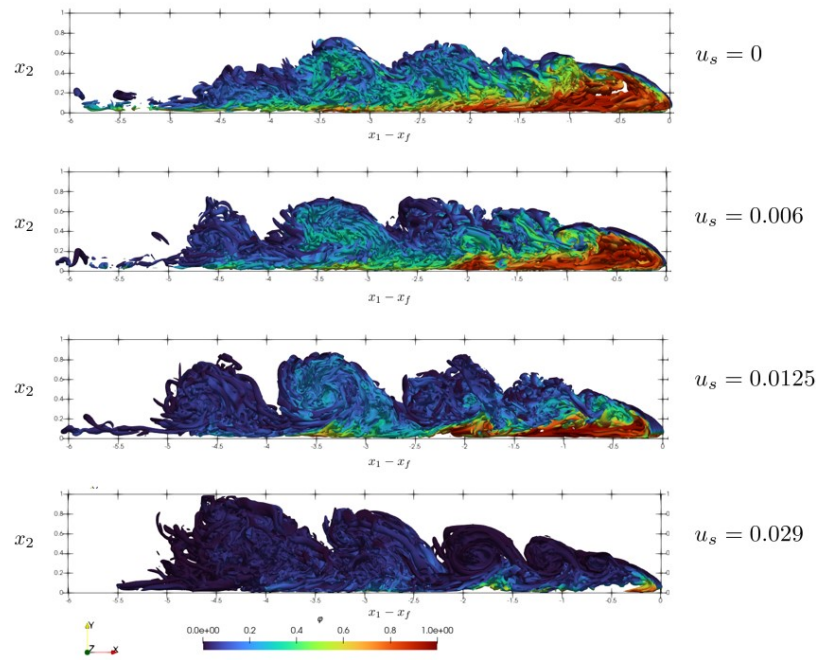


Figura 5.31: Isocontorno $Q = 2$ do critério Q . Projeta-se o campo de concentração correspondente, para correntes de densidade e correntes de turbidez com diferentes velocidades de sedimentação, de número de Reynolds $Re = 8950$ no tempo $t = 12$.

com o aumento da velocidade de sedimentação u_s , possivelmente devido ao processo de sedimentação, dado que no tempo $t = 12$, a massa suspensa é de 78% para $u_s = 0.006$ (partículas finas), 58% para $u_s = 0.0125$ (partículas intermediárias) e 15% para $u_s = 0.029$ (partículas grossas).

5.6.1 Balanço da energia cinética turbulenta

A evolução temporal dos termos do balanço de energia cinética turbulenta (ECT) exhibe a dinâmica da turbulência na propagação das correntes de densidade e das correntes de turbidez. No gráfico da evolução temporal da energia cinética turbulenta, podem se observar os termos que conformam o balanço, para as correntes de densidade de número de Reynolds Re diferente (Figura 5.32) e as correntes de turbidez com velocidade de sedimentação u_s diferente (Figura 5.33).

Foi discutido na Subseção 5.3.1 a evolução das correntes através dos regimes de propagação, sugerindo que todas as correntes iniciam o regime *slumping* no tempo $t = 4$, quando formam a estrutura íntegra de cabeça, corpo e cauda. No caso da corrente de densidade de $Re = 3450$ (DNS3K), o regime *slumping* acompanha até o tempo $t \sim 12$. Referente aos termos do balanço de ECT pode se observar que neste regime a corrente contém

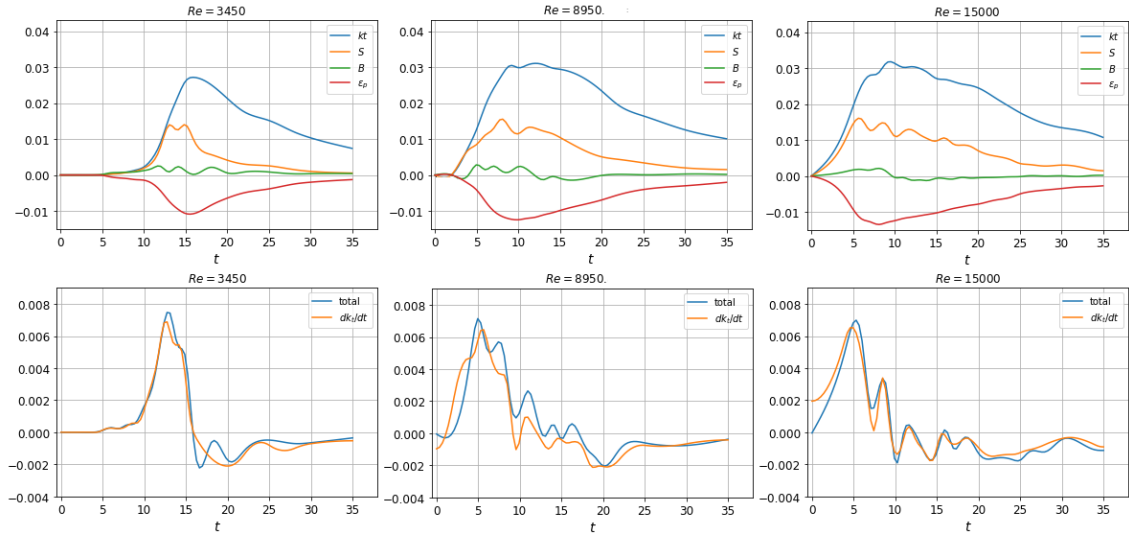


Figura 5.32: Evolução temporal dos termos do balanço da variação no tempo de energia cinética turbulenta.

baixa turbulência, isto pode justificar a Figura 5.19, onde se observa a corrente DNS3K com estruturas na cabeça quase bidimensionais. Após o tempo $t = 12$ todos os termos aumentam até atingir o valor máximo no tempo $t \sim 15$, onde se observa na Figura 5.21 o *break-down* dos vórtices de Kelvin-Helmholtz. O intervalo $12 < t < 15$ pode se considerar uma transição entre os regimes *slumping* e viscoso. Neste intervalo, a turbulência se desenvolve até atingir seu máximo, representado com o *break-down* dos vórtices. Seguidamente, após o tempo $t = 15$ os termos diminuem representando a dissipação da corrente de densidade. Para o tempo final da simulação, o valor da energia cinética turbulenta não é nulo, portanto, neste tempo a corrente de densidade ainda tem atividade turbulenta, sendo assim consistente com o balanço de energia global, que mostra para os tempos finais, valores de energia cinética de $\sim 30\%$ do valor da energia total.

Os casos das correntes de densidade de $Re = 8950$ (LES8k) e $Re = 1500$ (LES15K) mostram uma dinâmica diferente referente ao caso DNS3K, como já foi discutido. Pode se observar que todos os termos que conformam o balanço de ECT aumentam desde o tempo $t = 4$ até $t = 9$, quando inicia um intervalo de energia cinética turbulenta quase constante. Finalmente este intervalo finaliza no tempo $t = 17$ para LES8k e $t = 20$ para LES15k, quando os termos de ECT começam a diminuir até atingir valores baixos. Estes intervalos poderiam se associar aos regimes de propagação das correntes de densidade. Sendo assim, o regime *slumping* se considera o intervalo onde a turbulência se desenvolve, visível com os vórtices de Kelvin-Helmholtz, a formação dos vórtices quase longitudinais

no fundo e as estruturas de lóbulos e fendas na frente da corrente de densidade. Depois, no regime inercial, se tem estruturas turbulentas de menor tamanho na camada de mistura, devido ao *break-down* dos vórtices de Kelvin-Helmholtz no tempo final do regime *slumping*, estruturas lobulares de maior tamanho no fundo da cabeça da corrente de densidade, devido ao processo de mistura dos lóbulos e espaçamento maior entre as fendas. Finalmente, no regime viscoso pode se ver atenuação da turbulência. Vale a pena salientar a sutil diferença das taxas de aumento e diminuição dos termos de ECT, sendo que no regime *slumping*, \mathcal{S} aumenta numa taxa maior do que a taxa de aumento a valores negativos da ε . Enquanto a \mathcal{B} mantém valores positivos baixos oscilantes. Tudo isto quer dizer que neste regime a produção de turbulência predomina sobre a dissipação viscosa, sendo a produção de turbulência por cisalhamento o termo de maior influência. A corrente de densidade mostra uma configuração instável pela estratificação, porque a produção de turbulência por flutuabilidade também contribui no aumento da turbulência em menor medida. Depois no regime inercial (casos LES8K e LES15K), a \mathcal{S} oscila mantendo valores médios constantes para LES8K e uma diminuição numa taxa baixa para LES15K. Enquanto a ε mostra uma taxa de diminuição maior. O termo \mathcal{B} mostra valores negativos oscilantes, mostrando uma configuração estável da corrente de densidade. No regime viscoso, a taxa de diminuição de \mathcal{S} continua sendo menor que a taxa de diminuição de ε e \mathcal{B} mantém valores quase nulos. portanto, neste regime a dissipação viscosa predomina sobre a produção de turbulência. Considera-se o estado estacionário na condição em que a produção de turbulência por cisalhamento seja equivalente com a dissipação viscosa, $\mathcal{S} = \varepsilon$, fazendo com que a variação no tempo da energia cinética turbulenta seja nula, portanto, k_t constante. No gráfico pode se observar que o estado estacionário não foi atingido nas simulações, sendo que a diferença foi de $3.218 \cdot 10^{-5}$ no caso de DNS3K, $5.4082 \cdot 10^{-4}$ para LES8K e $9.4852 \cdot 10^{-4}$ para LES15K.

Esta análise pode ser resumida no gráfico da variação no tempo da energia cinética turbulenta, com a somatória dos termos que conformam o balanço ($\mathcal{S} + \mathcal{B} - \varepsilon$), mostrado na Figura 5.32 (abaixo), onde se observa nos primeiros tempos que dk_t/dt tem um pulso cuja duração está relacionada com a duração do regime *slumping*, para os casos de Re maior se tem oscilações, possivelmente por efeito dos vórtices. Posteriormente, dk_t/dt mantém oscilações perto de zero, nos tempos associados ao regime inercial e finalmente tem valores que tendem a zero, para o regime viscoso.

Na Figura 5.33 podem se observar os balanços da variação no tempo da energia cinética

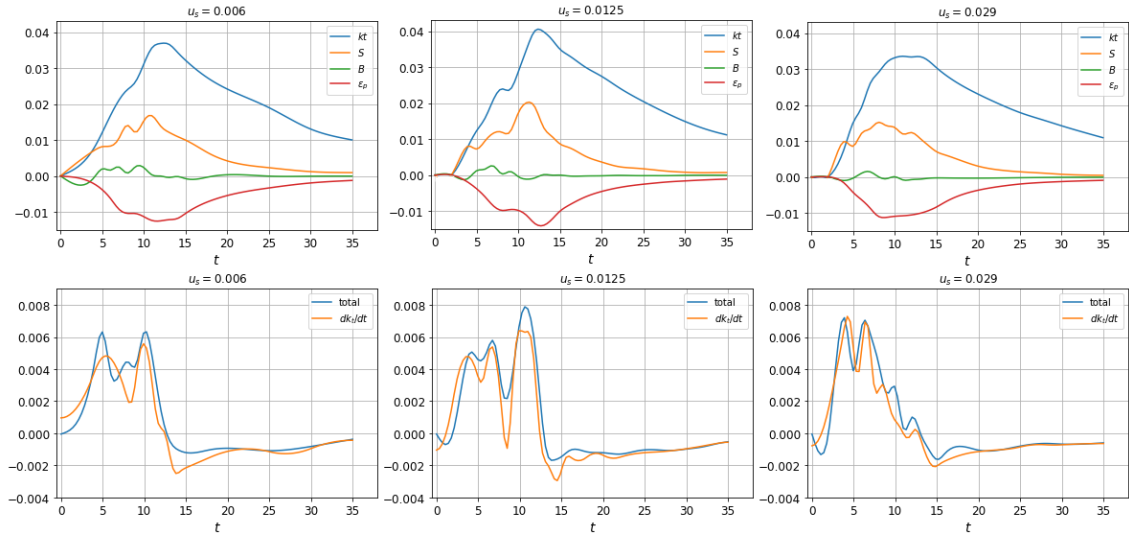


Figura 5.33: Evolução temporal dos termos do balanço da variação no tempo de energia cinética turbulenta.

turbulenta das correntes de turbidez, para diferentes velocidades de sedimentação u_s .

No início da propagação, a dinâmica mostra semelhanças ao caso da corrente de densidade de igual número de Reynolds ($Re = 8950$). Os termos de ECT aumentam desde o tempo $t = 4$, mostrando o início do regime *slumping*. Observa-se supressão da energia cinética turbulenta (k_t) no tempo $t \approx 12$ em todos os casos das correntes de turbidez, mostrando diminuição de k_t ($dk_t/dt < 0$). Posterior ao tempo $t = 12$, observam-se poucas diferenças na diminuição de k_t entre os casos mostrados. Este resultado pode sugerir que a velocidade de sedimentação tem baixa influência no balanço de energia cinética turbulenta.

5.6.2 Balanço da variância da concentração

A evolução no tempo dos termos da variância da concentração de massa descreve a dinâmica do fluxo turbulento, com relação ao transporte de flutuação de concentração. Na Figura 5.34, mostram-se os termos das correntes de densidade com número de Reynolds Re diferente (acima) e sua conservação, e para as correntes de turbidez com velocidade de sedimentação u_s diferente, na Figura 5.35.

Pode-se observar nos dois casos que as curvas acompanham a dinâmica da propagação da mesma forma como foi avistado com a energia cinética turbulenta, mostrando os valores máximos no regime *slumping*. Seguidamente, os termos da variância da concentração diminuem representando a diluição da corrente de densidade devido ao processo de *break-down* de vórtices, mostrado na Figura 5.14. As correntes de densidade de maior número de Rey-

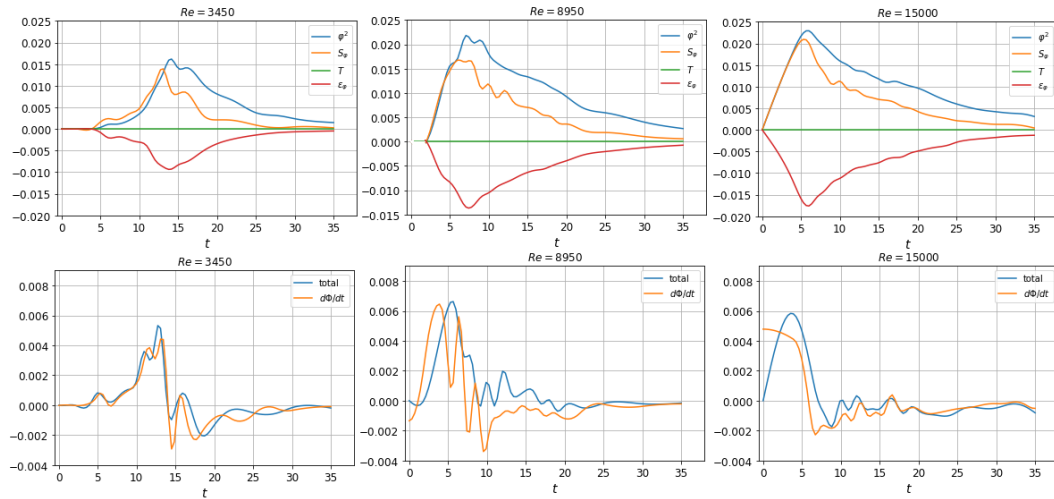


Figura 5.34: Evolução temporal dos termos do balanço da variância da concentração, para as correntes de densidade.

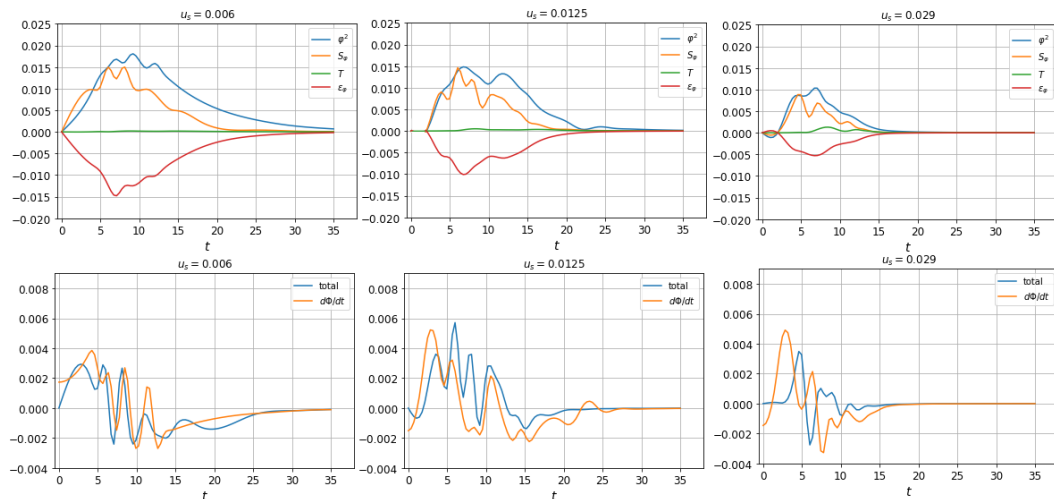


Figura 5.35: Evolução temporal dos termos do balanço da variância da concentração, para as correntes de turbidez.

nolds mostram maiores valores, mostrando que a turbulência tem influência na variância da concentração de massa.

Referente às correntes de turbidez, pode-se observar a dependência com a velocidade de sedimentação (u_s), mostrando que os casos de menor u_s tem maior variância da concentração de massa. Isto pode ser devido ao processo de sedimentação, já que as correntes de turbidez com menor u_s mostram maior percentual de massa suspensa, ao longo do tempo.

Conclusões

6.1 Conclusão

Neste trabalho, foram simuladas correntes de densidade e correntes de turbidez em configuração *lock-release*, usando DNS e iLES como metodologias numéricas. Inicialmente foi analisada a dinâmica de propagação das correntes de densidade para diferentes números de Reynolds Re e das correntes de turbidez monodispersas de $Re = 8950$, para diferentes velocidades de sedimentação. Seguidamente foram caracterizadas as estruturas turbulentas para todos os casos e finalmente se estudou o balanço de energia cinética turbulenta. Esta análise permitiu abordar as questões inicialmente formuladas nos objetivos, as quais são:

- **Qual é a influência do diâmetro das partículas nas correntes de turbidez? e como afeta a dinâmica da propagação?**

A propagação de uma corrente de densidade está condicionada pela sua capacidade de manter partículas em suspensão. Foi apresentado na Figura 5.17 que as correntes de turbidez monodispersas mostram aumento na dissipação devido à sedimentação das partículas, gerando a formação de depósitos. Portanto, o diâmetro das partículas que conformam a corrente de turbidez influencia a dinâmica de propagação através do processo de sedimentação. Foi observado que as correntes de turbidez com concentração de partículas finas (ou partículas de menor velocidade de sedimentação), mantêm as partículas suspensas por mais tempo, gerando maior energia disponível para o transporte da corrente, portanto, obtém maior alcance na propagação. Isto tem como consequência depósitos de menor altura e maior alcance na direção da propagação, como foi visto na Figura 5.18. Através da Equação 5.2 proposta, pode-se estimar a velocidade da frente em função da velocidade de sedimentação, convergindo

a lei de potência conhecida (Equação 3.4) nos casos das correntes de densidade no regime viscoso.

- **Como se modificam as estruturas turbulentas ao longo dos regimes em função do número de Reynolds e do diâmetro das partículas nas correntes de turbidez?**

Foi observado que as correntes de densidade com maior número de Reynolds ($Re = 8950$ e $Re = 15000$) mostram na camada de mistura estruturas turbulentas tridimensionais de menor tamanho, contrastando com a corrente de densidade de menor número de Reynolds ($Re = 3450$) que mostra bidimensionalidade na camada de mistura nos tempos relacionados ao regime *slumping*. Para o caso das correntes de turbidez, foi observado que a velocidade de sedimentação influencia o tamanho das estruturas turbulentas do fundo, mostrando na Figura 5.29 diminuição do tamanho das estruturas de lóbulos e fendas conforme aumenta a velocidade de sedimentação. Os vórtices de Kelvin-Helmholtz mostram maior definição e aumento do tamanho com o aumento da velocidade de sedimentação. Este efeito poderia se correlacionar com a influência das partículas na velocidade de atrito u^* . Se mostra na Figura 5.25 que a diferença de u^* , na cabeça, é maior no caso da corrente de turbidez com maior velocidade de sedimentação. Sendo assim, as correntes de turbidez com velocidade de sedimentação maior pode ter maior capacidade erosiva.

O *break-down* dos vórtices de Kelvin Helmholtz tem influência na velocidade da frente da corrente, marcando a transição do regime *slumping* ao regime inercial, nos casos das correntes de densidade com maior número de Reynolds, ou ao regime viscoso, no caso das correntes de número de Reynolds menor.

- **Qual é a influência do número de Reynolds nos termos que conformam o balanço de energia cinética turbulenta?**

No balanço de energia cinética turbulenta é possível extrair informação da dinâmica das correntes de densidade. As variações das tendências de todos os termos podem se relacionar aos regimes que caracterizam a dinâmica da propagação. Os termos mostram valores menores para o caso da corrente de densidade de Re menor. Sendo que os valores máximos estão relacionados ao *break-down* dos vórtices de Kelvin-Helmholtz. Para o caso dos casos das correntes de densidade de maiores números

de Reynolds, não se observam variações significativas. Nestos casos, os máximos valores da energia cinética turbulenta estão associados ao regime inercial. No caso das correntes de turbidez, não se observa influência significativa da velocidade de sedimentação nos termos que conformam o balanço de energia cinética turbulenta.

- **Tem o fundo da corrente de densidade comportamento de camada limite turbulenta?**

Na figura Figura 5.27, foi possível observar o comportamento característico de camada limite turbulenta para a corrente de densidade de $Re = 15000$, na região do final da cabeça. Nesta região observou-se valores máximo de energia cinética turbulenta (Figura 5.31) e formação dos vórtices de Kelvin-Helmholtz. A corrente de densidade de $Re = 3450$ não mostra comportamento típico de camada limite. Isto pode justificar as estruturas bidimensionais na camada de mistura observadas para este caso (Figura 5.19), sugerindo assim que as correntes de densidade em configuração *lock-release*, de $Re = 3450$ pode se considerar um caso crítico para a formação de estruturas turbulentas.

6.2 Propostas para trabalhos futuros.

- Verificar as leis de escala modificada propostas neste trabalho para correntes de turbidez de número de Reynolds diferente.
- Na configuração *lock-release*, considerar diversas posições da barreira para relacionar com a dimensão característica das estruturas turbulentas.
- Considerar simulações de corrente de densidade de número de Reynolds de ordem de grandeza maior, para relacionar com a camada limite turbulenta.
- Considerando os termos do balanço de energia cinética turbulenta, calcular a eficiência de mistura e relacionar com as estruturas turbulentas associadas.
- No balanço de energia cinética turbulenta e de variância do escalar, considerar média do conjunto, que garanta a convergência dos resultados.
- Aprofundar o balanço da variância do escalar, das correntes de turbidez para avaliar sua conservação.

Referências Bibliográficas

- Agrawal T., Peddada S. H., Chalamalla V. K., Dynamics of a buoyant gravity current propagating in a linearly stratified medium, *Physics of Fluids*, 2022, vol. 34, p. 076605
- Azpiroz-Zabala M., Cartigny M. J. B., Sumner E. J., Clare M. A., Talling P. J., Parsons D. R., Cooper C., A General Model for the Helical Structure of Geophysical Flows in Channel Bends, *Geophysical Research Letters*, 2017, vol. 44, p. 11,932
- Bartholomew P., Deskos G., Frantz R. A., Schuch F. N., Lamballais E., Laizet S., Xcompact3D: An open-source framework for solving turbulence problems on a Cartesian mesh, *SoftwareX*, 2020, vol. 12, p. 100550
- Benjamin T., Gravity currents and related phenomena, *J. Fluid Mech.*, 1968, vol. 31, p. 209–248
- Britter R., Linden P., The motion of the front of a gravity current travelling down an incline, *Journal of Fluid Mechanics*, 1980, vol. 99, p. 531
- Buckee C., Kneller B., Peakall J., Turbulence structure in steady, solute-driven gravity currents, *Particulate Gravity Currents*, 2001, p. 73–187
- Cantero M., Lee J., Balachandar S., Garcia M., On the front velocity of gravity currents, *J. Fluid Mech.*, 2007a, vol. 586, p. 1
- Cantero M. I., Balachandar S., García M. H., Bock D., Turbulent structures in planar gravity currents and their influence on the flow dynamics, *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2008, vol. 113

- Cantero M. I., Lee J., Balachandar S., Garcia M. H., On the front velocity of gravity currents, *Journal of Fluid Mechanics*, 2007b, vol. 586, p. 1
- Dai A., Huang Y.-L., On the merging and splitting processes in the lobe-and-cleft structure at a gravity current head, *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, vol. 930, p. A6
- Dairay T., Lamballais E., Laizet S., Vassilicos J. C., Numerical dissipation vs. subgrid-scale modelling for large eddy simulation, *Journal of Computational Physics*, 2017, vol. 337, p. 252
- Dorrel R. e. a., Self-sharpening induces jet-like structure in seafloor gravity currents, *Nat. Commun.*, 2019, pp 1–10
- Dubief Y., Delcayre F., On coherent-vortex identification in turbulence, *Journal of Turbulence*, 2000, vol. 1, p. N11
- Ellison T., Turner J., Turbulent entrainment in stratified flows, *J. Fluid Mech.*, 1959, vol. 6, p. 423
- Espath L., Pinto L., Laizet S., Silvestrini J., High-fidelity simulations of the lobe-and-cleft structures and the deposition map in particle-driven gravity currents, *Physics of Fluids*, 2015, vol. 27, p. 056604
- Espath L. F. R., Pinto L. C., Laizet S., Silvestrini J. H., Two- and three-dimensional direct numerical simulation of particle-laden gravity currents., *Computers and Geosciences*, 2013, vol. 63, p. 9
- Fanelop T., Waldman G., The dynamics of oil slicks – or ‘creeping crude’, *AIAA J.*, 1971, vol. 41, p. 1
- Farenzena B. A., Silvestrini J. H., Density currents front velocity uncertainty, *Computers & Fluids*, 2022, vol. 232, p. 105209
- Farenzena B. and Silvestrini J., Density currents front velocity uncertainty, *Computers and Fluids*, 2022, vol. 232
- Ferguson R., Church M., A simple universal equation for grain settling velocity, *Journal of sedimentary Research*, 2004, vol. 74, p. 933

- Francisco E. P., Espath L., Silvestrini J., Direct numerical simulation of bi-disperse particle-laden gravity currents in the channel configuration, *Applied Mathematical Modelling*, 2017, vol. 49, p. 739
- Frantz R. A., Deskos G., Laizet S., Silvestrini J. H., High-fidelity simulations of gravity currents using a high-order finite-difference spectral vanishing viscosity approach, *Computers & Fluids*, 2021, vol. 221, p. 104902
- G1 R., , 2022 Nuvem gigante de areia assusta moradores em prainha de Pereira Barreto 01/10/2021
- Garcia M., Parson J., Mixing at the front of gravity currents, *Dyn. Atmos. Oceans*, 1996, vol. 24, p. 197–205
- Hoult D., Oil spreading in the sea, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1972, vol. 4, p. 341–368
- Hoyer S., Hamman J., xarray: N-D labeled arrays and datasets in Python, *Journal of Open Research Software*, 2017, vol. 5
- Hunt J., Wray A., Moin P., Eddies, stream and convergence zones in turbulent flows, *Center for Turbulence Reserch Rep*, 1988, p. 193
- Huppert H., Simpson J., The slumping of gravity currents, *J. Fluid Mech.*, 1980, vol. 99, p. 785
- Härtel C., Meiburg E., Necker F., Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head. Part 1. Flow topology and front speed for slip and no-slip boundaries, *J. Fluid Mech.*, 2000, vol. 418, p. 189
- IPGP, 2016 Simulation of turbidites 16/11/2016
- Kawahara G., Theoretical interpretation of coherent structures in near-wall turbulence, *Fluid Dynamics Research*, 2009, vol. 41, p. 064001
- Kneller B., Bennett S., McCaffrey W., Velocity and turbulence structure of gravity currents and internal solitary waves: potential sediment transport and the formation of wave ripples in deep water, *Computers & Fluids*, 1997, vol. 232, p. 105209

- Kneller B., Buckee C., The structure and fluid mechanics of turbidity currents: a review of some recent studies and their geological implications, *Sedimentology*, 2000a, vol. 47, p. 62–94
- Kneller B., Buckee C., The structure and fluid mechanics of turbidity currents: a review of some recent studies and their geological implications., *Sedimentology*, 2000b, vol. 47, p. 62
- Kolmogorov A. N., The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. In *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* , vol. 30, 1941, p. 301
- Kravchenko A., Moin P., On the Effect of Numerical Errors in Large Eddy Simulations of Turbulent Flows, *Journal of Computational Physics*, 1997, vol. 131, p. 310
- Kuenen P. H., Menard H. W., Turbidity currents, graded and non-graded deposits, *Journal of Sedimentary Research*, 1952, vol. 22
- Laizet S., Lamballais E., High-order compact schemes for incompressible flows: A simple and efficient method with quasi-spectral accuracy., *Journal of Computational Physics.*, 2009, vol. 228, p. 5989
- Laizet S., Lamballais E., Vassilicos J., A numerical strategy to combine high-order schemes, complex geometry and parallel computing for high resolution DNS of fractal generated turbulence, *Computers Fluids*, 2010, vol. 39, p. 471
- Lamballais E., Fortuné V., Laizet S., Straightforward high-order numerical dissipation via the viscous term for direct and large eddy simulation, *Journal of Computational Physics*, 2011, vol. 230, p. 3270
- Lele S. K., Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, *Journal of computational physics*, 1992, vol. 103, p. 16
- Lesieur M., *Turbulence in Fluids*. Springer Netherlands (Fluid Mechanics and Its Applications), 2008
- Marino B. M., Thomas L. P., Linden P. F., The front condition for gravity currents, *Journal of Fluid Mechanics*, 2005, vol. 536, p. 49–78

- Meiburg E., Kneller B., Turbidity currents and their deposits., *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 2010, vol. 42, p. 135
- Middleton G., Experiments on density and turbidity currents, I. Motion of the head, *Can. J. Earth Sci.*, 1966, vol. 3, p. 523–46
- Middleton G., Sediment deposition from turbidity currents, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 1993, vol. 21, p. 89–114
- Mulder T., Alexander J., The physical character of subaqueous sedimentary density flows and their deposits., *Sedimentology*, 2001, vol. 48, p. 269
- Mulder T., Chapron E., Flood deposits in continental and marine environments: Character and significance, *AAPG Studies in Geology*, 2011, vol. 61, p. 1
- Möller S. V., Silvestrini J. H., , 2004 Turbulência: Fundamentos. ABCM pp 1–31
- ND R., , 2022 Nuvem rolo surge com avanço da frente fria nos vizinhos de SC 15/08/2022
- Necker F., Härtel C., Kleiser L., Meiburg E., High-resolution simulations of particle-driven gravity currents., *International Journal of Multiphase Flow*, 2002, vol. 28, p. 279
- Necker F., Härtel C., Kleiser L., Meiburg E., Mixing and dissipation in particle-driven gravity currents., *J. Fluid. Mech.*, 2005, vol. 545, p. 339
- Nigro D., , 2019 Mancha de óleo na praia de Peroba, Alagoas 17/10/2019
- Ottolengui L., Adduce C., Roman E., Armenio V., Analysis of the flow in gravity currents propagating up a slope, *Ocean Model*, 2017, vol. 115, p. 1
- Pelmard J., Norris S., Friedrich H., Statistical characterization of turbulence for an unsteady gravity current, *J. Fluid Mech.*, 2020, vol. A7
- Pelmard J., Norris S., Friedrich H., Turbulent density transport in the mixing layer of an unsteady gravity current, *Advances in Water Resources*, 2021, vol. 154, p. 103963
- Pope S. B., *Turbulent flows*. IOP Publishing, 2001
- Richardson L. F., The supply of energy from and to atmospheric eddies, *Proc. R. Soc. Lond*, 1920, vol. A97354, p. 373

- Roscoe R., , 2010 Pyroclastic flow descending the flank of Soufriere Hills volcano, Montserrat, Caribbean. 28/01/2010
- Rottman J. W., Simpson J. E., Gravity currents produced by instantaneous releases of a heavy fluid in a rectangular channel, *Journal of Fluid Mechanics*, 1983, vol. 135, p. 95
- Schuch F. N., Pinto L. C., Silvestrini J. H., Laizet S., Three-dimensional turbulence-resolving simulations of the plunge phenomenon in a tilted channel, *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2018, vol. 123, p. 4820
- Schuch F. N., Vianna F. D., Mombach A., Silvestrini J. H., A Jupyter sandbox environment coupled into the high-order Navier-Stokes solver Xcompact3d , 2020
- Silvestrini J. H., , 2003 Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos. ABCM pp 1–81
- Simmons S. e. a., Novel acoustic method provides first detailed measurements of sediment concentration structure within submarine turbidity currents, *J. Geophys. Res. Oceans*, 2020, vol. 125
- Simpson J., Gravity Currents: In the Environment and the Laboratory. In the Environment and the Laboratory, Cambridge University Press, 1997
- Simpson J., Britter R., The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface, *J. Fluid Mech.*, 1979a, vol. 94, p. 477
- Simpson J. E., Britter R. E., The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface., *J. Fluid. Mech.*, 1979b, vol. 94, p. 477
- Sylvester Z., Pirmez C., Cantelli A., A model of submarine channel-levee evolution based on channel trajectories: Implications for stratigraphic architecture, *Marine and Petroleum Geology*, 2011, vol. 28, p. 716
- Talling P., Allin J., Armitage D., Arnott R., Cartigny M., Clare M., Felletti F., Covault J., Girardclos S., Hansen E., Hill P., Hiscott R., Hogg A., Clarke J., Jobe Z., Malgesini G., Mozzato A., Naruse H., Parkinson S., Xu J., Key Future Directions For Research On Turbidity Currents and Their Deposits, *Journal of Sedimentary Research*, 2015, vol. 85, p. 153

Vianna F., Farenzena B., Pinho M., Silvestrini J., Spatiotemporal flow features in gravity currents using computer vision methods, *Computers Geosciences*, 2022, vol. 165, p. 105146

Von Kármán T., The engineer grapples with nonlinear problems, *Bull. Am. Math. Soc.*, 1940, vol. 46, p. 615–683

Zavala C., Hyperpycnal (over density) flows and deposits, *Journal of Palaeogeography*, 2020, vol. 9, p. 17

Apêndice

Balanco de energia cinética

A energia cinética total K , num volume V limitado pela superfície S , pode ser escrita em termos da velocidade instantânea u_i do fluido que ocupa um volume V , define-se por,

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \int_V u_i^2 dV. \quad (\text{A.1})$$

Se considera a velocidade instantânea, em termos da decomposição de Reynolds. A contribuição da velocidade média \bar{U}_i e uma perturbação arredor da média, denominada velocidade de flutuação u'_i ;

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (\text{A.2})$$

onde a média espacial escreve-se como: $\bar{u}_i = \frac{1}{L_3} \int_0^{L_3} u_i dx_3$.

A energia cinética total, em termos da energia cinética turbulenta, pode-se escrever da forma,

$$\begin{aligned} \mathcal{K} &= \frac{1}{2} \int_V (\bar{u}_i + u'_i)^2 dV \\ \mathcal{K} &= \frac{1}{2} \int_V \overline{u_i u_i} + \frac{1}{2} \int_V \overline{u'_i u'_i} dV \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

A.1 Equações governantes.

As equações que descrevem a dinâmica de um fluido newtoniano e massa específica constante, influenciado pelas forças gravitacionais são as eq. de Navier-Stokes com a equação do transporte de massa φ , cuja expressão adimensional:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0, \\
\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \varphi \delta_{i2}, \\
\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (u_i - u_s \delta_{i2}) \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} &= \frac{1}{Re Sc} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_i}.
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Os parâmetros Re (Equação 3.2), Ri (Equação 3.3) e $Sc = \nu/\kappa$ são o número de Reynolds, o número de Richardson e o número de Schmidt, respectivamente, sendo ν a viscosidade cinemática e κ a difusividade mássica.

A.2 Equações médias para \bar{u}_i e $\bar{\varphi}$.

As equações médias podem ser obtidas aplicando a média nas equações A.4.

A.2.1 Equação da continuidade

$$\begin{aligned}
\frac{1}{V} \int_V \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) dV &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{V} \int_V u_i dV &= 0 \\
\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} &= 0
\end{aligned} \tag{A.5}$$

A.2.2 Equação de quantidade de movimento média

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - (\bar{\varphi} + \varphi') \delta_{i2} \\
\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_j u_i}}{\partial x_j} &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \bar{\varphi} \delta_{i2} \\
\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j} + \overline{u'_i u'_j}) &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \bar{\varphi} \delta_{i2} \\
\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u_i u_j})}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \bar{\varphi} \delta_{i2}
\end{aligned}$$

Considerando a eq.(A.5), a equação da quantidade de movimento média se reduz a

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \bar{\varphi} \delta_{i2} \tag{A.6}$$

A equação de quantidade de movimento média é denominada equação de Reynolds. Esta equação se distingue da equação de Navier-Stokes no termo do gradiente do produto de velocidades flutuantes $\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j}$, sendo denominado tensor de tensiones de Reynolds.

A.2.3 Equação de transporte de massa média

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\varphi} + \varphi')}{\partial t} + (\overline{u}_j + u'_j - u_s \delta_{j2}) \frac{\partial(\overline{\varphi} + \varphi')}{\partial x_j} &= \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2(\overline{\varphi} + \varphi')}{\partial x_j \partial x_j} \\ \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial t} + (\overline{u}_j - u_s \delta_{j2}) \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{\varphi' u'_j}}{\partial x_j} &= \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \overline{\varphi}}{\partial x_j \partial x_j} \end{aligned} \quad (A.7)$$

A.3 Equações de flutuações das grandezas, u' e φ'

A partir da equação de Navier-Stokes e a equação de Reynolds, considerando a eq. (A.2) podemos obter a equação de quantidade de movimento para velocidades flutuantes. Considerando que a pressão P e a concentração φ se descompõem da mesma forma que a velocidade u_i , tem-se:

$$\begin{aligned} P &= \overline{P} + P' \\ \varphi &= \overline{\varphi} + \varphi' \end{aligned} \quad (A.8)$$

A.3.1 Equação da continuidade

Substituindo a equação (A.2) na equação da continuidade em (A.4), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u}_i + u'_i) &= 0 \\ \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} &= 0 \end{aligned} \quad (A.9)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (A.10)$$

A.3.2 Equação de quantidade de movimento

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(u_i - \bar{u}_i)}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} &= -\frac{\partial(P - \bar{P})}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2(u_i - \bar{u}_i)}{\partial x_j \partial x_j} - (\varphi - \bar{\varphi})\delta_{i2} \\
\frac{\partial u'_i}{\partial t} + (\bar{u}_j + u'_j) \frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j} - \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} - \varphi' \delta_{i2} \\
\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j} - \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} - \varphi' \delta_{i2}
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Finalmente,

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} - \varphi' \delta_{i2} \tag{A.12}$$

A.3.3 Equação de transporte de massa

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\varphi - \bar{\varphi})}{\partial t} + (u_j - u_s \delta_{j2}) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - (\bar{u}_j - u_s \delta_{j2}) \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{\varphi' u'_j}}{\partial x_j} &= \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2(\varphi - \bar{\varphi})}{\partial x_j \partial x_j} \\
\frac{\partial \varphi'}{\partial t} + (\bar{u}_j - u'_j - u_s \delta_{j2}) \frac{\partial(\bar{\varphi} - \varphi')}{\partial x_j} - (\bar{u}_j - u_s \delta_{j2}) \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{\varphi' u'_j}}{\partial x_j} &= \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x_j \partial x_j} \\
\frac{\partial \varphi'}{\partial t} + (u'_j - u_s \delta_{j2}) \frac{\partial \varphi'}{\partial x_j} + \bar{u}_j \frac{\partial \varphi'}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{\varphi' u'_j})}{\partial x_j} &= \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x_j \partial x_j}
\end{aligned} \tag{A.13}$$

A.4 Equações de conservação

A.4.1 Balanço de energia total

Para entender a dinâmica do fluido, interessa conhecer a relação entre o trabalho realizado pelas forças externas e a dissipação da energia cinética gerada por efeitos viscosos. Neste sentido, pode-se calcular a variação da energia cinética no tempo.

A.4.1.1 Balanço de energia cinética.

Desde a eq. (A.1), pode-se escrever:

$$\frac{d\mathcal{K}}{dt} = \sum_i \int_V u_i(x_i, t) \frac{\partial}{\partial t} u_i(x_i, t) dV. \tag{A.14}$$

Substituindo na eq. anterior a eq. de Navier-Stokes;

$$\frac{d\mathcal{K}}{dt} = \int_V u_i(x_i, t) \left(-u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \varphi \delta_{i2} \right) dV$$

$$\frac{d\mathcal{K}}{dt} = - \int_V u_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV - \int_V u_i \frac{\partial P}{\partial x_i} dV + \int_V \frac{u_i}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} dV - \int_V u_2 \varphi dV \quad (\text{A.15})$$

O integrando do primeiro termo da parte direita da Equação A.15, pode-se desenvolver como segue, considerando a equação da continuidade $\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(u_j u_i^2)}{\partial x_j} &= u_i^2 \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_i^2}{\partial x_j} \\ \frac{\partial(u_j u_i^2)}{\partial x_j} &= 2u_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ u_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{u_j u_i^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

O segundo termo,

$$\begin{aligned} u_i \frac{\partial P}{\partial x_i} &= \frac{\partial(u_i P)}{\partial x_i} + P \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \\ u_i \frac{\partial P}{\partial x_i} &= \frac{\partial(u_i P)}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

O terceiro termo,

$$u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (\text{A.18})$$

Substituindo as expressões Equação A.16 e Equação A.18 em Equação A.15, obtem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{K}}{dt} &= - \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{u_j u_i^2}{2} \right) dV - \int_V \frac{\partial}{\partial x_i} u_i P dV + \int_V \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) dV \\ &\quad - \int_V \frac{1}{Re} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV - \int_V u_2 \varphi dV \\ \frac{d\mathcal{K}}{dt} &= \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-\frac{u_j u_i^2}{2} - u_i P + \frac{u_i}{Re} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] dV - \int_V \frac{1}{Re} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV - \int_V u_2 \varphi dV \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

O primeiro termo da direita, que involucra uma integral de volumem, pode-se transformar numa integral de superfície por meio do Teorema da Divergência, o qual é nulo devido às condições de não deslizamento no contorno. Deste modo, a variação de energia cinética total, no volume V, reduz-se:

$$\frac{d\mathcal{K}}{dt} = \int_V u_2 \varphi dV - \int_V \frac{1}{Re} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV \quad (\text{A.20})$$

O resultado mostra que a taxa de variação da energia cinética é equivalente com à taxa das forças externas que atuam sobre o fluido menos a energia dissipada por efeitos viscosos.

Pode-se assim definir a perda de energia cinética como a taxa de dissipação de energia cinética, ϵ e produção de energia cinética devido à força gravitacional ou buoyancy \mathcal{B} . Assim,

$$\frac{d\mathcal{K}}{dt} = \mathcal{B} - \epsilon \quad (\text{A.21})$$

A.4.1.2 Balanço de energia potencial.

A energia potencial total define-se como:

$$E_p = \int_V x_2 \varphi dV. \quad (\text{A.22})$$

A variação de energia potencial no tempo, pode-se escrever como:

$$\frac{dE_p}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V x_2 \varphi dV. \quad (\text{A.23})$$

Substituindo na Equação A.23 a equação de transporte de massa;

$$\frac{dE_p}{dt} = \int_V -x_2 u_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} dV + \int_V x_2 u_s \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} dV + \int_V \frac{x_2}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} dV \quad (\text{A.24})$$

O primeiro termo do lado direito de Equação A.24, pode-se desenvolver;

$$x_2 u_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} = \frac{\partial(x_2 u_j \varphi)}{\partial x_j} - u_2 \varphi - x_2 \varphi \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \quad (\text{A.25})$$

Por tanto,

$$\frac{dE_p}{dt} = \int_V u_2 \varphi dV + \int_V x_2 u_s \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} dV + \int_V \frac{x_2}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} dV \quad (\text{A.26})$$

A.4.2 Balanço de energia turbulenta

A.4.2.1 Energia cinética turbulenta

Para conhecer a energia cinética relacionada com a velocidade de flutuação, obtem-se o balanço da energia cinética turbulenta. A partir da eq. (A.3), sabe-se que tem a forma:

$$k_t = \frac{1}{2} \int_V \overline{u'_i u'_i} dV. \quad (\text{A.27})$$

Pode-se obter fazendo o produto entre a velocidade de flutuação (u'_i) e a equação de quantidade de movimento para a velocidade de flutuação (eq. A.12), e depois aplica-se a média. Assim,

$$\begin{aligned} u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial t} + u'_i u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_i \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_i u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + u'_i \frac{\partial (u'_i u'_j)}{\partial x_j} &= -u'_i \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + u'_i \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} - u'_i \varphi' \delta_{i2} \\ \frac{\partial u'_i u'_i}{\partial t} &= -u'_i u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} - u'_i \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} - u'_i u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - u'_i \frac{\partial (u'_i u'_j)}{\partial x_j} - u'_i \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + u'_i \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} - u'_2 \varphi' \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

O primeiro termo depois da igualdade é análogo com o termo advectivo no caso da energia cinética total. Assim,

$$u'_i u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{u'_j u'_i u'_i}{2} \right) \quad (\text{A.29})$$

O segundo termo,

$$u'_i \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\bar{u}_j u'_i u'_i}{2} \right) \quad (\text{A.30})$$

O terceiro termo,

$$u'_i u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (\text{A.31})$$

O quarto termo,

$$u'_i \frac{\partial (u'_i u'_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{u'_j u'_i u'_i}{2} \right) - u'_i u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \quad (\text{A.32})$$

Os três últimos termos, relacionados com a pressão, a dissipação e a força externa, também podem ser considerados análogos ao caso do balanço de energia cinética total. Assim,

$$u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_i} = \frac{\partial (u'_i p')}{\partial x_i} \quad (\text{A.33})$$

e

$$u'_i \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}. \quad (\text{A.34})$$

Considerando os mesmo argumentos de continuidade, condições de contorno e aplicando a media, finalmente obtem-se:

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_i}}{\partial t} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} - \frac{1}{Re} \frac{\partial \overline{u'_i} \partial \overline{u'_i}}{\partial x_j \partial x_j} - \overline{u'_2 \varphi'}, \quad (\text{A.35})$$

$$\frac{d}{dt} \mathcal{K}' = \int_V -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} dV - \int_V \frac{1}{Re} \frac{\partial \overline{u'_i} \partial \overline{u'_i}}{\partial x_j \partial x_j} dV + \int_V -\overline{u'_2 \varphi'} dV. \quad (\text{A.36})$$

Pode-se re-escrever como,

$$\frac{d}{dt} k_t = \mathcal{S} - \epsilon' + \mathcal{B}'. \quad (\text{A.37})$$

A.4.2.2 Balanço de massa turbulenta

Em analogia, no caso do balanço de energia cinética turbulenta, pode-se calcular a variança das flutuações de concentração φ' ,

$$\Phi = \frac{1}{2} \int_V \overline{\varphi'^2} dV \quad (\text{A.38})$$

e assim, conhecer a variação Φ no tempo t ,

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_V \frac{d}{dt} \overline{\varphi' \varphi'} dV \quad (\text{A.39})$$

Para obter a equação anterior se procede da mesma forma; na equação do balanço de massa (Equação A.13) aplique-se o produto com φ' , e depois a média,

$$\varphi' \frac{\partial \varphi'}{\partial t} + \varphi' u'_j \frac{\partial \varphi'}{\partial x_j} - u_s \varphi' \frac{\partial \varphi'}{\partial x_2} + \varphi' u'_j \frac{\partial \varphi'}{\partial x_j} + \varphi' u'_j \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial x_j} + \varphi' \frac{\partial (\overline{\varphi' u'_j})}{\partial x_j} = \varphi' \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (\text{A.40})$$

$$\int_V \frac{d}{dt} \frac{\overline{\varphi' \varphi'}}{2} dV = - \int_V u_s \overline{\varphi' \frac{\partial \varphi'}{\partial x_2}} dx_2 - \int_V \overline{\varphi' u'_j} \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial x_j} dV - \int_V \frac{1}{ReSc} \overline{\frac{\partial \varphi'}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi'}{\partial x_j}} dV. \quad (\text{A.41})$$

Deste modo, fica:

$$\frac{d\Phi}{dt} = - \int_V u_s \overline{\varphi' \frac{\partial \varphi'}{\partial x_2}} dx_2 + \int_V -\overline{\varphi' u'_j} \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial x_j} dV - \int_V \frac{1}{ReSc} \overline{\frac{\partial \varphi'}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi'}{\partial x_j}} dV. \quad (\text{A.42})$$

Reescreve-se como

$$\frac{d\Phi}{dt} = - \int_V \frac{1}{2} u_s \frac{\partial \overline{\varphi'^2}}{\partial x_2} dx_2 + \int_V -\overline{\varphi' u'_j} \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial x_j} dV - \int_V \frac{1}{ReSc} \overline{\frac{\partial \varphi'}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi'}{\partial x_j}} dV. \quad (\text{A.43})$$



Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Av. Ipiranga, 6681 – Prédio 1 – Térreo
Porto Alegre – RS – Brasil
Fone: (51) 3320-3513
E-mail: propesq@pucrs.br
Site: www.pucrs.br