

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O DIMENSIONAMENTO DE UMA
LONGARINA DE UMA PONTE EM CONCRETO ARMADO E EM CONCRETO
PROTENDIDO COM PÓS-TRAÇÃO**

Autor: Pedro Felix Cantarelli (pedro.cantarelli@edu.pucrs.br)

Orientadora: Profa. Dra. Bruna Manica Lazzari (bruna.lazzari@pucrs.br)

Resumo

Este artigo realiza uma análise comparativa entre estruturas de concreto armado e concreto protendido, considerando aderência posterior e pós-tração, aplicadas em longarinas isostáticas de uma ponte. A utilização da protensão em estruturas de concreto apresenta vantagens significativas, como a redução de fissuras, a possibilidade de projetar elementos mais esbeltos e um consumo otimizado. O dimensionamento foi realizado com o auxílio de uma planilha eletrônica automatizada, desenvolvida com base nas diretrizes das normas brasileiras NBR 6118 (2023), NBR 7187 (2021), NBR 7188 (2024) e NBR 8681 (2003). Foi analisado um modelo em concreto protendido com protensão completa, além de um modelo em concreto armado, permitindo a verificação das estruturas nos Estados Limites de Serviço (ELS) e nos Estados Limites Últimos (ELU). O principal objetivo do estudo foi avaliar o comportamento estrutural desses sistemas, considerando a influência de carregamentos permanentes e variáveis. Para a estrutura protendida, investigou-se as perdas imediatas e progressivas, levando em conta as propriedades geométricas, características dos materiais e a variação do tempo de aplicação da força de protensão. Além disso, foi calculada a área de armadura passiva e ativa necessária para resistir aos esforços cortantes e momentos fletores atuantes, determinando-se a quantidade de aço requerida para atender as solicitações estruturais. Concluiu-se que, embora o concreto armado seja mais comum e prático, o concreto protendido oferece vantagens significativas em projetos que priorizam durabilidade e eficiência.

Palavras-chave: Concreto Protendido, Concreto Armado, Protensão, Análise estrutural

1 INTRODUÇÃO

No dicionário encontra-se a seguinte definição para a palavra protensão: “Processo pelo qual se aplicam tensões prévias ao concreto.” A definição está correta, porém possui um significado bem mais amplo. A palavra protensão ou pré-tensão (*prestressing* em inglês, *precontrainte* em francês) expressa a ideia da instalação de um estado prévio de tensões em alguma estrutura.

O conceito de armaduras protendidas em concreto já é usual na engenharia. Em 1928, Eugène Freyssinet, da França, introduziu esse tipo de solução em suas obras, tornando-se assim o pai do concreto protendido moderno. Já no Brasil, o pioneiro foi Carlos Freire Machado e a sua primeira grande obra feita em concreto protendido foi a Ponte do Galeão, construída em 1948, que liga a cidade do Rio de Janeiro à Ilha do Governador (Oliveira, 2015).

A utilização do concreto protendido no Brasil começou a ser mais difundida nos últimos anos. Esse método de construção ganha destaque em obras com grandes vãos, pois não se faz necessário o aumento da seção resistente e possui uma durabilidade elevada devido a um melhor controle na fissuração do concreto. Além disso, aliado ao uso de concreto pré-fabricado, torna-se um método de muita agilidade na sua execução.

Concreto armado é o material resultante da conveniente união do concreto simples com o aço de baixo teor de carbono. Admite-se que exista perfeita aderência entre esses dois materiais, de forma a trabalharem solidariamente sob as diferentes ações que atuam nas construções de um modo geral. Em 1861, o horticultor e paisagista Joseph Monier, constrói vasos ornamentais em argamassa armada, conseguindo em 1861 patentear essa invenção. Posteriormente, consegue patentes de tubos, reservatórios, placas e pontes. Já a engenharia nacional se destacou no cenário mundial com obras que superaram recordes mundiais, entre as quais estão aquelas projetadas por Emilio Henrique Baumgart. Considerado por muitos como o pai da engenharia estrutural no Brasil, é conhecido especialmente pelo projeto de duas grandes estruturas: a ponte construída em Santa Catarina, em 1928, com vão de 68 metros em viga reta, e construída por um processo original, hoje denominado de balanços sucessivos; e um edifício construído no Rio de Janeiro, entre 1928 e 1930, com 22 pavimentos, o maior do mundo em concreto armado, na época (UNESP, 2008).

O presente trabalho visa o desenvolvimento do projeto estrutural de uma ponte rodoviária em Porto Alegre, onde será utilizada para fins de cálculo somente a longarina mais solicitada, fazendo um comparativo entre dois métodos de construção, concreto armado convencional e concreto protendido com pós-tração, com a intenção de comparar o consumo de materiais

utilizados em cada método, no qual, para o comparativo das armaduras, foi utilizado somente o peso total das armaduras de cada um dos métodos de construção. Onde foi feito apenas o dimensionamento e o detalhamento para a flexão e o cisalhamento, desconsiderando qualquer outro tipo dimensionamento. Além disso, para fins de cálculo foram desconsideradas as cargas de vento.

O *software* SCIA Engineer foi utilizado para fazer o dimensionamento, assim como planilhas de Excel. A principal motivação para a realização deste trabalho é, essencialmente, ampliar o conhecimento sobre a elaboração de um projeto estrutural, com ênfase no dimensionamento de estruturas protendidas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo são apresentados, de forma concisa, temas que fundamentam a elaboração do projeto de dimensionamento de pontes. Neste sentido, são abordadas as características destas estruturas, normas e ferramentas de projeto utilizadas.

2.1 CARGAS EM PONTES

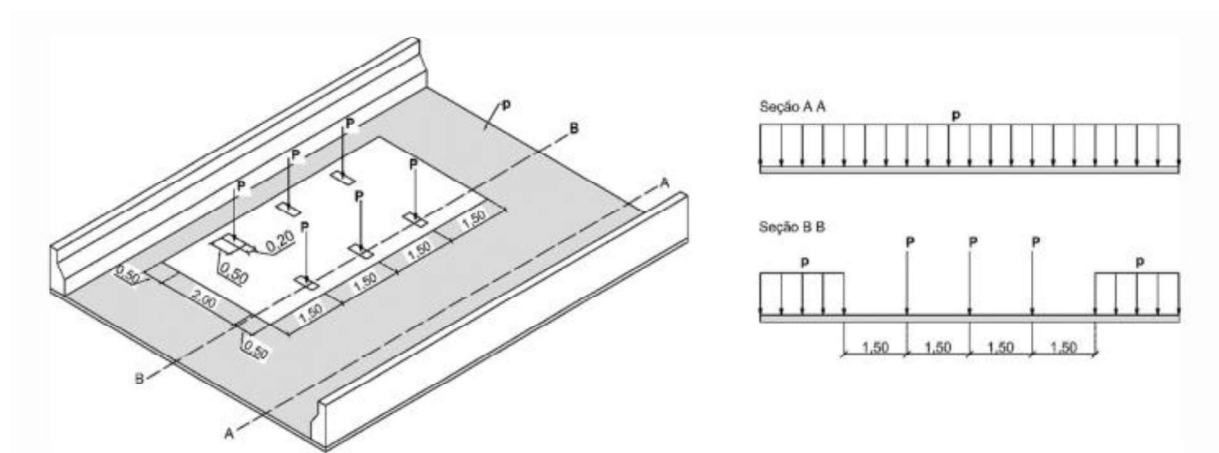
Conforme a NBR 7187 (ABNT, 2021), ações são as causas que provocam o aparecimento de esforços ou deformações nas estruturas. Estas ações classificam-se em três grupos: permanentes, variáveis e excepcionais.

As cargas permanentes são ações cuja intensidade pode ser considerada como constante ao longo da vida útil da construção. Também são consideradas ações permanentes as que crescem ao longo do tempo, tendendo a um valor-limite constante, que compreendem as cargas de peso próprio da estrutura, pavimentação, guarda-rodas, guarda-corpos, cargas dos empuxos de terra e líquidos, as forças de protensão e deformações provocadas por fluência e retração do concreto, e por deslocamento de apoios

Já as cargas variáveis são aquelas que possuem caráter transitório e compreendem as cargas móveis, de construção, vento, empuxo de terra provocado por cargas móveis e pressão da água em movimento. Por fim, as cargas excepcionais são aquelas cuja ocorrência acontece em circunstâncias anormais. Compreendem os choques de objetos móveis, as explosões, os fenômenos naturais pouco frequentes, como ventos e enchentes catastróficas, sismos, entre outros.

Segundo a NBR 7188 (ABNT, 2024), que é uma norma onde se estabelece as ações devido ao tráfego de veículos rodoviários e de pedestres para o projeto de pontes, viadutos e passarelas, definem-se três tipos de ações: móveis verticais, horizontais e as excepcionais. A carga móvel rodoviária padrão *TB-450* é definida por um veículo-tipo de 450 kN, com seis rodas $P = 75$ kN, três eixos de carga afastados entre si em 1,5 m e área de ocupação de 18,0 m², circundada por uma carga uniformemente distribuída constante $p = 5$ kN/m². A figura 1 mostra estas cargas distribuídas ao longo do tabuleiro.

Figura 1: Disposição das cargas estáticas



(fonte: ABNT, 2024)

A homogeneização do trem-tipo é a ocupação da área do veículo com a carga móvel uniformemente distribuída e a redução da parcela dessa carga distribuída das cargas concentradas da roda. Essa simplificação é permitida em obras com vãos iguais ou superiores a 30 metros, exceto para o cálculo de lajes e transversinas.

Para as ações verticais que atuam sobre os passeios para pedestres, consideram-se duas situações: uma carga uniformemente distribuída de 3 kN/m² na posição mais desfavorável concomitantemente à carga móvel rodoviária, e uma carga distribuída de 5 kN/m², para verificação e dimensionamento dos elementos que suportam diretamente os passeios, como lajes, mãos-francesas e transversinas.

Já para simular as ações horizontais, são representadas as cargas de frenagem e de aceleração, força centrífuga e guarda-corpo. Além disso, devem ser consideradas as cargas excepcionais devido à colisão de veículos, tais como as colisões em pilares e a colisão ao nível do tabuleiro. A NBR 7188 estabelece coeficientes de ponderação de ações verticais como parte das combinações de cargas usadas no dimensionamento. Esses coeficientes têm como objetivo

introduzir fatores de segurança que levem em conta as incertezas relacionadas as cargas aplicadas, sendo descritos a seguir:

Coeficiente de impacto vertical (CIV): é uma ação da carga estática, que simula o efeito dinâmico da carga em movimento e a suspensão dos veículos, tendo seu valor dado pelas equações a seguir:

$$CIV = 1,35 \quad (\text{equação 1})$$

$$CIV = 1 + 1,06 * \left(\frac{20}{LIV + 50} \right) \quad (\text{equação 2})$$

Onde a equação 1 é para estruturas com vão inferior a 10,0 m e para estruturas com vão entre 10,0 e 200,0 m usa-se a equação 2. Onde LIV o próprio vão para estruturas isostáticas; ou a média aritmética dos vãos para estruturas contínuas; ou ainda o próprio balanço para estruturas em balanço.

Coeficiente de número de faixas (CNF): considera a probabilidade de a carga móvel ocorrer em n faixas carregadas de uma determinada hipótese de carga, sendo dado pela equação 3, com $1,0 \geq CNF \geq 0,9$. Além disso, quando não for determinada a largura correspondente à hipótese de carga, deve-se considerar $CNF = 1,0$.

$$CNF = 1 + 0,05 * (n - 2) \quad (\text{equação 3})$$

Onde:

n = número de faixas

Coeficiente de impacto adicional (CIA): o CIA é um coeficiente destinado à majoração da carga móvel característica devido à imperfeição ou à descontinuidade da pista de rolamento, no caso de juntas de dilatação e das extremidades das obras, estruturas de transição e acessos. Tendo como valores, $CIA = 1,25$, para obras em concreto ou mistas, $CIA = 1,15$, para obras em aço e para os demais elementos estruturais, considera-se $CIA = 1,00$.

Frenagem e aceleração: as forças horizontais devido à frenagem ou à aceleração aplicadas no nível do pavimento são um percentual da carga característica dos veículos aplicados sobre o tabuleiro, na posição mais desfavorável, concomitantemente com a respectiva carga, conforme as equações a seguir.

$$H_{fr} = 0,05 * p * B * L * CNF \quad (\text{equação 4})$$

Onde:

$$H_{fr} \geq 0,30 * (6 * P) \quad (\text{equação 5})$$

P = carga aplicada por uma roda do veículo-tipo;

p = carga móvel uniformemente distribuída;

B = largura do tabuleiro sujeita à carga móvel uniformemente distribuída p , em metros;

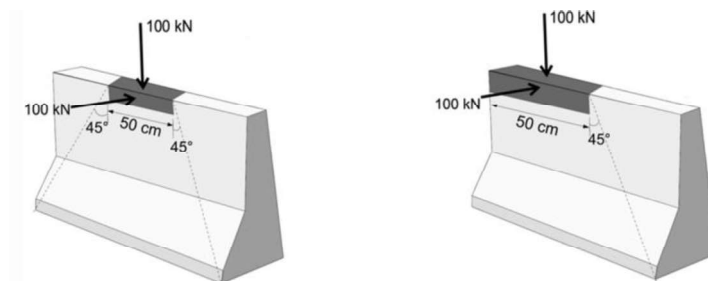
L = comprimento do tabuleiro sujeito à carga móvel uniformemente distribuída p , em metros;

CNF = coeficiente do número de faixas

Guarda-corpo: os elementos dos guarda-corpos e as estruturas que os suportam devem ser dimensionados para uma força horizontal transversal linearmente distribuída de 2,0 kN/m, aplicada a 1,1 metros acima do piso acabado e perpendicular ao eixo longitudinal do guarda-corpo.

Ações excepcionais devido à colisão ao nível do tabuleiro: a ação de colisão de veículos deve ser aplicada em um comprimento de 50 cm, no topo do dispositivo de contenção, admitindo-se distribuição espacial a 45° (ver Figura 2). Os dispositivos de contenção longitudinais (laterais, centrais e entre pista e passeio) sobre pontes e viadutos devem ser dimensionados para uma força horizontal perpendicular à direção do tráfego de 100 kN e carga concomitante de 100 kN. Esta consideração não elimina a hipótese de colapso do dispositivo de contenção em função da magnitude da colisão.

Figura 2: Distribuição espacial da força de colisão no dispositivo de contenção



a) Região central da barreira

b) Região próxima a uma junta na barreira

(fonte: ABNT,2024)

2.2 SCIA ENGINEER

Segundo a BIM WORKS (2023), o SCIA *Engineer* é um *software* para cálculo de estruturas totalmente 3D, com modelagem livre e multimaterial. Com o SCIA tem-se a liberdade para modelar, analisar, dimensionar e otimizar um modelo 3D/BIM de qualquer tipo de estrutura, material e situação de carregamento, graças às suas diferentes opções de análise, usando as normas brasileiras, normas americanas ou pelo Eurocode de forma rápida e precisa, com uma

interface lógica e intuitiva, similar ao CAD. Além disso, possui total transparência nas fórmulas, funções matemáticas, resultados intermediários e finais. Visualizar os resultados de forma gráfica, de todas as seções transversais, forças internas, deformações e deslocamentos, é fundamental para ter a garantia de que a estrutura modelada se comporta como esperado para os diferentes casos de cargas.

No presente trabalho o SCIA *Engineer* foi utilizado para o lançamento de todas as cargas, descritas anteriormente, para que se possa determinar os esforços solicitantes da longarina mais solicitada da ponte em questão. O SCIA emprega o método de elementos finitos através do uso de barras, elementos 1D, e placas, elementos 2D, para a modelagem da geometria da estrutura, como longarinas, lajes, travessas, transversinas e pilares.

2.3 CONCRETO PROTENDIDO

De acordo com Cholfe e Bonilha (2018), a protensão traz melhorias no desempenho e na segurança das estruturas de concreto. Destaca-se a seguir algumas vantagens de peças protendidas em relação às de concreto armado:

- a) Durabilidade: a ausência ou redução da fissuração garante maior proteção das armaduras, inibindo o fenômeno da corrosão, que é um dos grandes responsáveis pela diminuição da vida útil das estruturas;
- b) Deformabilidade: a protensão equilibra grande parcela do carregamento da estrutura, reduzindo os deslocamentos finais (flechas) e garantindo acabamentos de melhor qualidade;
- c) Materiais de melhor qualidade: no concreto protendido, é possível utilizar aços especiais sem que a peça seja condenada por fissuração excessiva. Trata-se de uma vantagem que participa da própria definição de elementos de concreto protendido. O melhor aproveitamento dos aços de alta resistência, no Estado Limite Último, decorre do pré-alongamento da protensão;
- d) Leveza e Esbeltez da estrutura: a sistemática estrutural do concreto protendido (equilíbrio de cargas), associada à qualidade superior dos materiais, propicia seções mais esbeltas, vãos maiores e estruturas mais leves;
- e) Menores cisalhamentos: a protensão tem duas influências importantes na redução do cisalhamento das vigas, reduz o valor da força cortante e reduz a tensão principal de tração, propiciando menor quantidade de estribos;

- f) Prova de carga: a protensão equilibra grande parte do carregamento aplicado à estrutura, podendo, ser encarada como uma prova de carga para a peça protendida;
- g) Maior resistência à fadiga: a fadiga no aço diante de ações repetitivas (pontes ferroviárias, pontes rolantes, prensas) é mais grave nas peças armadas do que nas protendidas. Nas vigas armadas fissuradas, os efeitos das cargas repetidas se transformam em variação de tensão no aço passivo. Já no concreto protendido, em que toda a seção trabalha, as eventuais variações de tensões somente ocorrem após a descompressão da seção, reduzindo as consequências da fadiga no aço.

Por outro lado, as desvantagens do concreto protendido em relação ao concreto armado devem ser encaradas com cuidados adicionais. As mais importantes são descritas a seguir:

- a) Corrosão: nas peças protendidas em que a armadura ativa não está protegida por bainhas (caso das armaduras pré-aderentes), o efeito da corrosão pode ser danoso para a segurança da estrutura. Cuidados especiais com a fissuração e os cobrimentos devem ser adotados tanto no projeto como na construção;
- b) Protensão é força ativa: erros de projeto ou de construção podem resultar em ruínas das estruturas, quando a protensão estiver sendo aplicada no concreto. O item 17.2.4.2 da NBR 6118 recomenda a verificação do ELU (estado limite último) no ato da protensão;
- c) Maiores exigências no projeto: o projeto das estruturas protendidas, além de verificações e detalhamentos mais abrangentes, deve conter também os procedimentos executivos para a construção e o uso da estrutura;
- d) Maiores exigências na construção: além dos materiais de melhor qualidade, as estruturas protendidas requerem equipamentos como macacos hidráulicos, aparelhos de controle de pressão, bombas injetoras e misturadoras. Também a mão de obra deve ser treinada para controlar e liberar a protensão, tendo como referência as especificações do projeto. O controle tecnológico do concreto e sua respectiva resistência são fundamentais para a aplicação da protensão na estrutura.

Em função do sistema construtivo e do modo como a força de protensão, durante a construção, é transferida para a seção de concreto. De acordo com a NBR 6118 (2023), existem três tipos de protensão: concreto com armadura ativa pré-tracionada (protensão com aderência inicial), concreto com armadura ativa pós-tracionada (protensão com aderência posterior) e concreto com armadura ativa pós-tracionada sem aderência. Como o objeto de pesquisa deste trabalho são as armaduras ativas pós-tracionadas, descreve-se a seguir algumas características destes métodos:

- a) Concreto com armadura ativa pós-tracionada (protensão com aderência posterior): segundo Cholfé e Bonilha (2018), é um tipo de concreto protendido em que o alongamento da armadura ativa ocorre após o concreto endurecer. Nesse processo, utiliza-se o próprio elemento estrutural como apoio, criando uma aderência permanente com o concreto por meio da injeção nas bainhas. A pós-tração com aderência, realizada através da injeção de calda de cimento que preenche os vazios nas bainhas, é amplamente aplicada em estruturas protendidas de médio e grande porte, especialmente em obras de infraestrutura viária, como pontes e viadutos. Essas são as estruturas tradicionais moldadas e protendidas no local da construção. A força de protensão é transferida por ancoragens terminais (ativas e passivas), que ficam incorporadas na peça. As unidades de protensão consistem em cordoalhas isoladas do concreto por estarem dentro de bainhas metálicas.
- b) Concreto com armadura ativa pós-tracionada sem aderência: de acordo com Cholfé e Bonilha (2018), este sistema envolve peças pós-tracionadas protendidas, nas quais não há aderência direta entre a armadura ativa e o concreto. A conexão entre eles ocorre apenas nas ancoragens, nos pontos onde a força de protensão é transmitida ao elemento estrutural. Esse tipo de protensão ganhou relevância com o surgimento da cordoalha engraxada, que simplificou o processo de construção por meio de equipamentos e acessórios mais acessíveis. Atualmente, o uso de protensão com cabos de cordoalhas engraxadas é predominante em projetos de lajes lisas ou nervuradas de edifícios residenciais e comerciais. Além disso, essa tecnologia é amplamente utilizada em pisos estruturais e pré-moldados com pós-tração, executados diretamente nos canteiros de obras.

2.4 CONCRETO ARMADO

Segundo Bastos (2023), o Concreto Armado alia as qualidades do concreto com as do aço, o que permite construir elementos com as mais variadas formas e volumes, com relativa rapidez e facilidade, para os mais diversos tipos de obra. Outro aspecto positivo é que o aço, convenientemente envolvido e com um cobrimento adequado de concreto, fica protegido de corrosão, bem como quando submetido a elevadas temperaturas. Uma questão importante a ser observada para a existência do concreto armado é a necessidade de aderência entre o concreto

e o aço, de modo que ambos trabalhem solidariamente. Além desses pontos observados deve-se elencar alguns outros aspectos positivos do concreto armado, como:

- a) Custo: os componentes do concreto estão disponíveis em quase todas as regiões do Brasil. É importante calcular o custo global da estrutura considerando-se o custo dos materiais, da mão de obra e dos equipamentos, bem como o tempo necessário para a sua elevação;
- b) Adaptabilidade: as estruturas de concreto permitem as mais variadas formas, porque o concreto no estado fresco pode ser moldado com relativa facilidade, o que favorece o projeto arquitetônico. A estrutura, além de resistir às diversas ações atuantes, pode compor também a arquitetura;
- c) Resistência ao fogo: uma estrutura deve resistir às elevadas temperaturas devidas ao fogo e permanecer intacta durante o tempo necessário para a evacuação de pessoas e permitir interromper o incêndio;
- d) Resistência a choques e vibrações: as estruturas de concreto geralmente têm massa e rigidez que minimizam vibrações e oscilações, provocadas pelas ações de utilização e o vento;
- e) Conservação: desde que o projeto e a execução tenham qualidade, as estruturas de concreto podem apresentar grande resistência às intempéries, aos agentes agressivos e às ações atuantes. Geralmente, os fatores mais importantes são a resistência do concreto e o correto posicionamento das armaduras, obedecendo os cobrimentos mínimos exigidos.

Além disso, pode-se elencar alguns pontos negativos do concreto armado.

- a) Baixa resistência à tração: a resistência do concreto à tração é muito baixa se comparada à sua resistência à compressão, cerca de 10%, o que o deixa sujeito a fissuração. Porém a armadura de aço minimiza esse problema, quando bem projetada e disposta, atuando de forma a restringir as aberturas das fissuras a valores aceitáveis, que são descritos nas normas de modo a não permitir agentes patológicos, como água e outros agentes agressivos, além de não prejudicar a estética e a durabilidade da estrutura;
- b) Formas e escoramentos: a construção da estrutura de concreto, moldado no local, requer formas e escoramentos que necessitam ser montados e desmontados, o que leva a custos elevados de material e mão de obra;
- c) Baixa resistência do concreto por unidade de volume: estruturas em concreto armado apresentam elevados volumes e conseqüentemente pesos próprios muito elevados

(2.450 kg/m³), sendo considerado o principal aspecto negativo desse método construtivo;

- d) Alterações de volume com tempo: o concreto pode fissurar sob alterações de volume provocadas pela retração e fluência, o que pode dobrar a flecha em um elemento fletido.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo foram apresentados os procedimentos metodológicos utilizados para a realização do método de pesquisa e do método de trabalho.

3.1 Método de Pesquisa

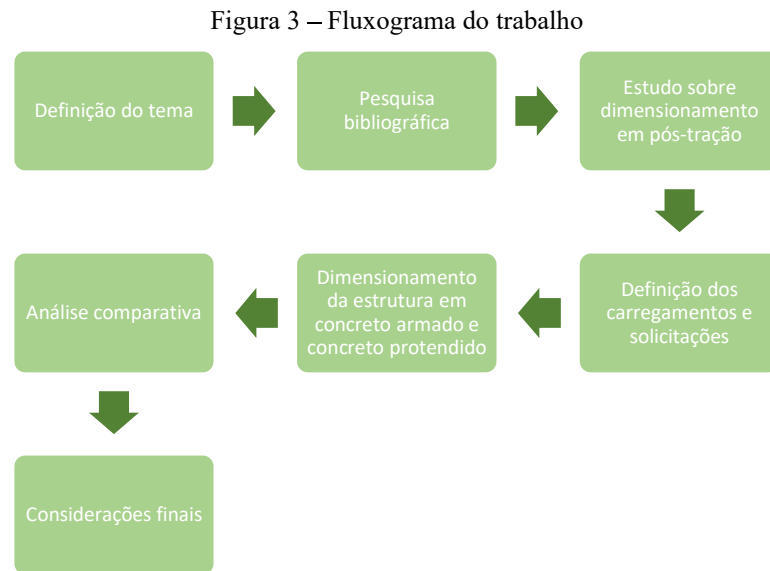
Esta pesquisa pode ser classificada de diversas maneiras. Do ponto de vista da sua natureza, pode ser considerada como aplicada, pois tem como objetivo a comparação de dois métodos de construção distintos, concreto armado e concreto protendido. Já a forma de abordagem do problema foi definida como uma pesquisa quantitativa, em vista de considerar que tudo pode ser quantificável, traduzir tudo em números.

De acordo com seus objetivos, foi classificada como explicativa e experimental, com a finalidade de definir o dimensionamento ideal da longarina mais solicitada com base em conhecimentos teóricos adquiridos. No caso do concreto armado, é essencial calcular as armaduras necessárias para resistir aos esforços, enquanto, para o concreto protendido, é fundamental minimizar as perdas de protensão, otimizando os valores das forças de protensão aplicadas.

3.2 Método de Trabalho

O presente trabalho teve seu desenvolvimento conforme apresentado no fluxograma da figura 2. Primeiramente, foi definido o tema do trabalho e realizada uma pesquisa bibliográfica dos métodos construtivos, concreto armado e concreto protendido. Em seguida foi realizado um estudo sobre o dimensionamento em concreto com armadura ativa pós-tracionada. Logo após, foram definidas as cargas móveis e permanentes, e feito o dimensionamento do sistema estrutural, utilizando as ferramentas SCIA *Engineer* e Excel. Por fim, obteve-se os resultados

para a análise e comparação entre os sistemas estruturais adotados, gerando assim as considerações finais.



(fonte: AUTOR, 2024)

4 DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL

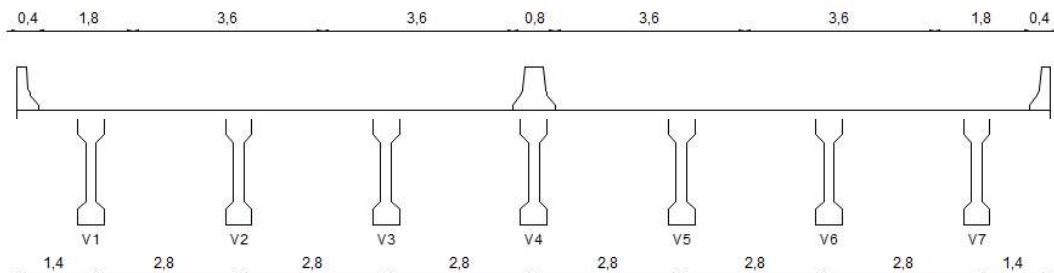
Com o intuito de comparar uma mesma viga longarina em relação ao seu quantitativo de materiais, utilizando concreto armado e concreto protendido, foram desenvolvidos dois modelos de estudo. O primeiro analisa a viga em concreto protendido, sendo o nível de protensão completa, verificando assim a quantidade de cordoalhas utilizadas e o rendimento da protensão da viga no início e no fim da sua vida útil. O segundo modelo analisa a estrutura em concreto armado, através do dimensionamento à flexão e ao cisalhamento. Os roteiros de cálculo completos estão nos Apêndices.

4.1 Geometria da Ponte rodoviária em estudo

A ponte rodoviária em estudo é hipotética, possui somente um vão com 20 metros de comprimento e 19,6 metros de largura, tendo duas faixas para pedestres e quatro faixas para automóveis, como mostra o corte transversal da figura 4, permitindo a visualização das sete longarinas que compõem o vão.

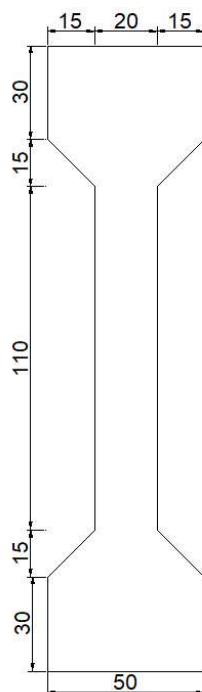
Neste projeto, as longarinas são isostáticas, tanto em concreto armado quanto concreto protendido. No sistema de concreto protendido, as longarinas são pós-tracionadas com aderência posterior, com resistência à compressão de 40MPa (f_{ck}) e aço CP-190-RB de diâmetro 12,7 mm. A seção da viga é em formato “I” (figura 5).

Figura 4 – Seção transversal da ponte rodoviária (m)



(fonte: AUTOR, 2024)

Figura 5 – Seção transversal da viga em estudo (cm)



(fonte: AUTOR, 2024)

4.2 Determinação das cargas

A estrutura deve apresentar capacidade suficiente para resistir aos carregamentos permanentes e variáveis. Considera-se que a viga em estudo receba carregamentos permanentes do seu peso próprio, das lajes, do capeamento de CBUQ, de cada passeio e das barreiras New Jersey. Além

disso, recebe os carregamentos variáveis, como, cargas de trem-tipo, cargas de multidão, de pedestres e de frenagem.

Para o cálculo das ações permanentes, segundo a NBR 7187 (ABNT, 2021), são consideradas ações permanentes, aquelas que são constantes durante a sua vida útil. Ainda, considera-se ações que aumentam continuamente, tendendo a um valor limite.

Para o dimensionamento determina-se o peso próprio (P_p) das vigas, lajes, pavimento e guarda-corpo e são calculados através das equações 6, 7, 8 e 9. Sendo γ considerado como 25 kN/m³ para concreto armado e protendido, e 24 kN/m³ para pavimentação, segundo a NBR 7187 (ABNT, 2021), e tendo seus valores representados no quadro 1.

$$P_{p,viga} = A_s * \gamma \quad (\text{equação 6})$$

$$P_{p,laje} = h * \gamma \quad (\text{equação 7})$$

$$P_{p,pav} = h * \gamma + 2 \quad (\text{equação 8})$$

$$P_{p,gc} = (A_s * \gamma) / h \quad (\text{equação 9})$$

Quadro 1 – Valores das Cargas Permanentes

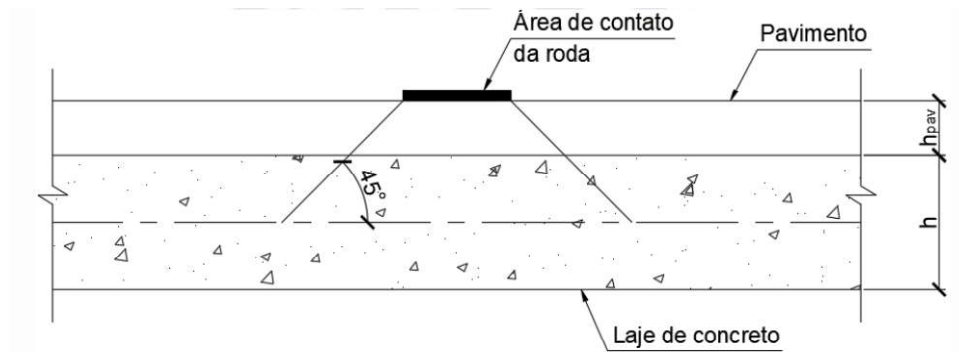
Carregamentos permanentes					
Peso Próprio	Espessura (m)	Área (m ²)	Y (kN/m ³)	g (kN/m ²)	g (kN/m)
Viga	-	0,625	25	-	15,625
Laje	0,2	-	25	5	-
Pavimento	0,1	-	24	4,4	-
Guarda-Corpo	0,4	0,22	25	13,75	-

(fonte: AUTOR, 2024)

Para o cálculo das cargas móveis, inicia-se determinando o valor CIV=1,30, dado pela equação 2, que considera um vão de 20,0 m. Para a determinação do CNF, na equação 3, foram utilizadas duas faixas de tráfego, onde obteve-se CNF = 1 > 0,9 e atendendo o parâmetro estabelecido. Já para o cálculo do CIA, considera-se que a obra é realizada em concreto, adotando o valor de 1,25. Assim, calcula-se o fator de majoração, dado pelas equações 2 e 3, que resulta em 1,625. Para determinar as cargas móveis aplicadas à viga, os carregamentos provenientes do tráfego são representados pelo sistema de cargas denominado trem-tipo. A carga móvel rodoviária padrão da classe TB-450 corresponde a um veículo com peso total de 450 kN, distribuído em 6 rodas, cada uma suportando 75 kN. Além disso, a carga distribuída principal (p), equivalente a

5 kN/m², é aplicada à área do tabuleiro destinada ao tráfego de veículos, exceto na região ocupada pelo veículo-tipo, sendo esta carga ajustada pelo coeficiente de impacto. Ainda segundo a NBR 7188 (ABNT, 2024), a carga móvel concentrada deve ser distribuída espacialmente no plano da laje, a partir da sua superfície de contato em um ângulo de 45°, e ainda ser aplicada na situação mais desfavorável, como mostrado na figura 6.

Figura 6 – Distribuição espacial da carga concentrada



(fonte: ABNT, 2024)

A carga distribuída secundária (p'), com valor equivalente a 3 kN/m², representa o peso aplicado sobre o passeio e não é afetada pelo coeficiente de impacto. Durante o dimensionamento, o veículo-tipo é posicionado na região onde gera os maiores esforços na estrutura, assegurando um projeto otimizado e seguro. Sabe-se que a estrutura apresenta quatro faixas de rolamento, com 3,6 metros cada, duas faixas de passeio de 2,20 metros, sendo 1,80 metros para o passeio e 0,40 m para o guarda-corpo, além de 0,80 m no centro destinado ao guarda-corpo.

De acordo com a NBR, a carga concentrada Q e a carga distribuída q , ao nível do pavimento, devem ser determinadas pelas equações 10 e 11, tendo seus valores de acordo com o quadro 2.

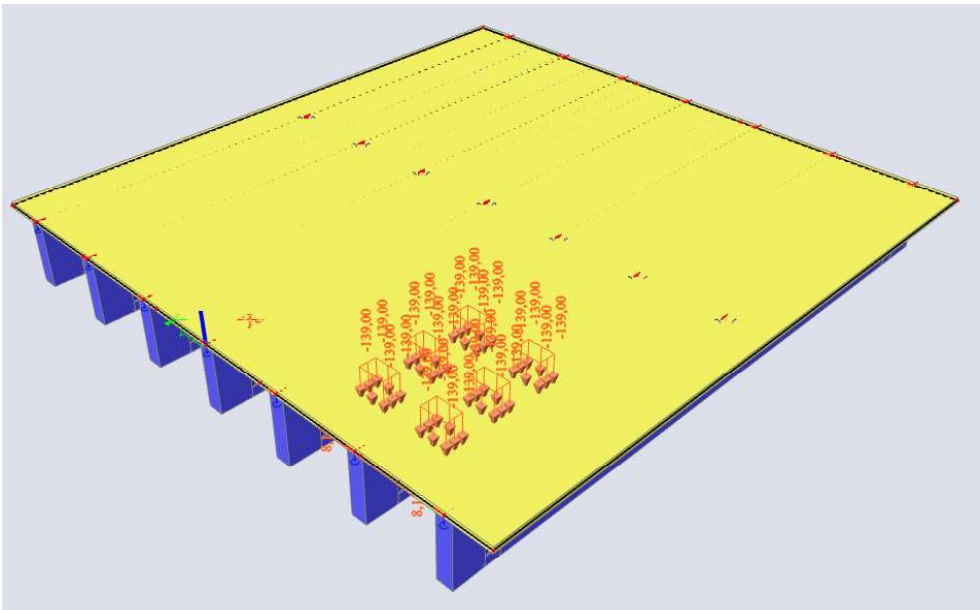
$$Q = P * CIV * CNF * CIA \quad \text{(equação 10)}$$

$$q = p * CIV * CNF * CIA \quad \text{(equação 11)}$$

Cargas Variáveis		
Carga	Unid.	Valor
Frenagem e Aceleração	kN	5,00
Carga Móvel - TB-450	kN/m ²	138,89
Multidão	kN/m ²	8,14
Passeio	kN/m ²	3,00

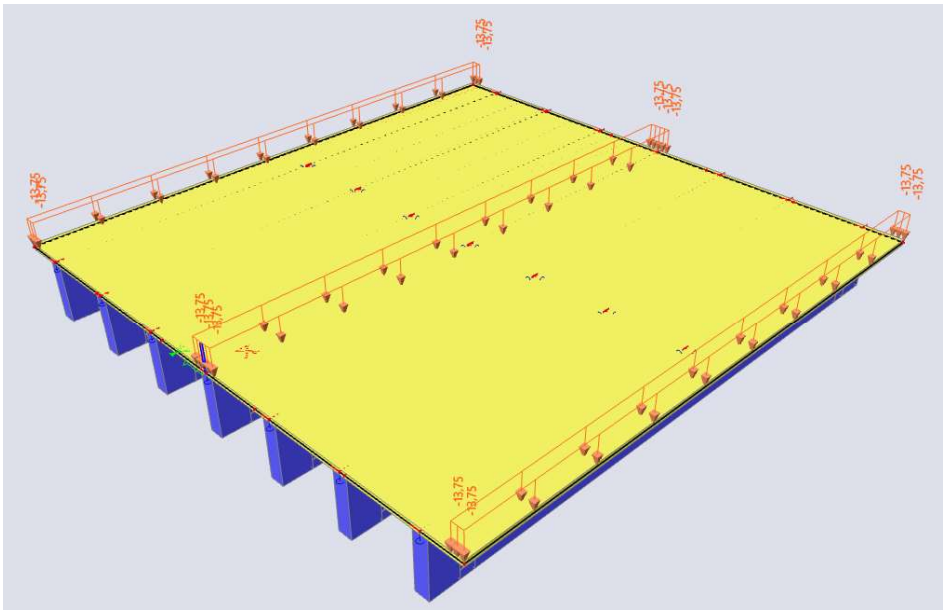
(fonte: AUTOR, 2024)

Figura 7 – Representação da carga de Trem-Tipo na estrutura



(fonte: AUTOR, 2024)

Figura 8 – Representação da carga dos guarda-corpos na estrutura



(fonte: AUTOR, 2024)

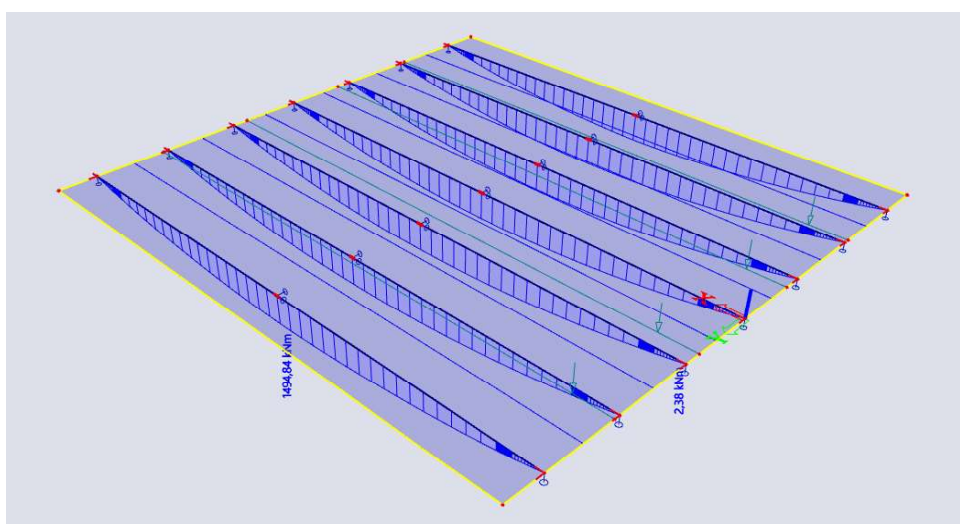
4.3 Determinação dos esforços atuantes

Para realizar a análise da estrutura, foi utilizado o *software SCIA*. É importante destacar que não foi realizado um estudo global, mas sim um estudo isolado, onde foram consideradas como cargas atuantes na superestrutura apenas o peso próprio, cargas permanentes e variáveis. Assim, foram feitas vários casos de cargas, considerando no primeiro somente o peso próprio da estrutura, no segundo as cargas permanentes, desconsiderando o peso próprio, e nos demais as cargas variáveis, onde foi deslocado o trem-tipo em diversas situações, como no centro da via e deslocando o trem-tipo para as bordas da pista de rolamento, gerando assim, para cada posição um caso de carga com a linha de influência discretizada a cada um metro, para se achar a situação mais crítica para a estrutura.

Sendo assim, pode-se determinar os momentos fletores máximos para cada um dos casos de cargas feitos. No primeiro caso, o *software* determinou que o momento máximo ($M_{máx}$) foi de 1494,84 kN.m. Já no segundo caso foi determinado que $M_{máx} = 926,56$ kN.m, desconsiderando o peso próprio da estrutura junto com as outras cargas permanentes. Nos casos das cargas variáveis, com a linha de influencia gerada pela carga móvel passando no meio da faixa de rolamento sobre a viga V2, verificou-se que $M_{máx} = 3127,47$ kN.m, sendo o pior cenário, como apresentado nas figuras 9, 10 e 11.

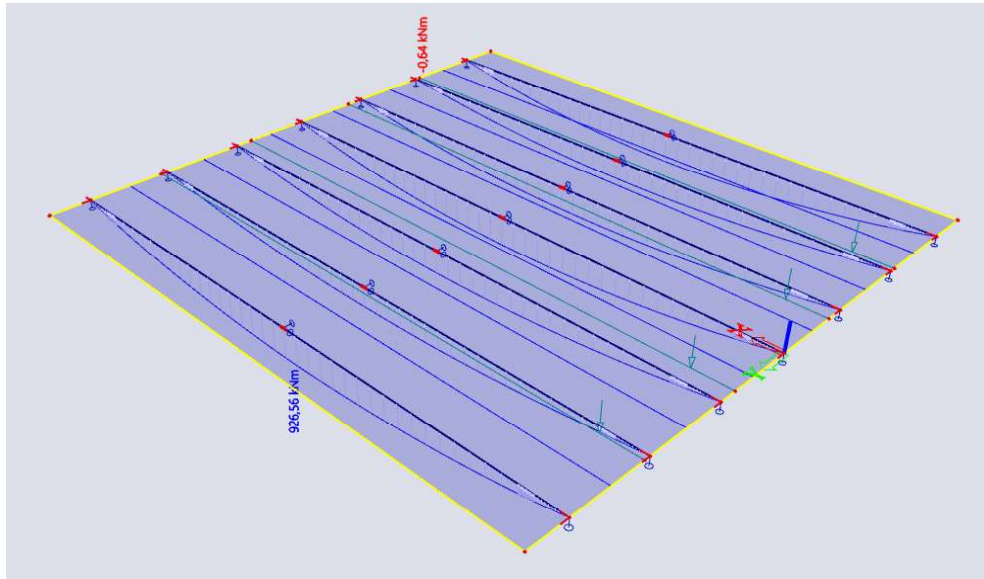
Figura 9 – Momento máximo referente ao peso

próprio da estrutura

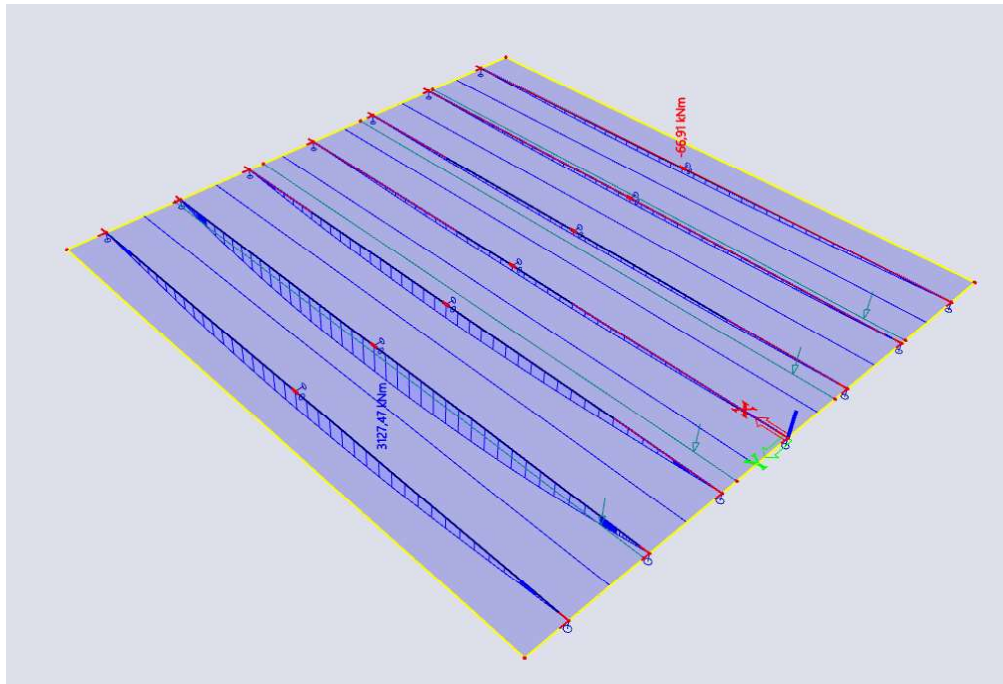


(fonte: AUTOR, 2024)

Figura 10 – Momento máximo referente às cargas permanentes



(fonte: AUTOR, 2024) Figura 11 – Momento máximo referente às cargas variáveis na V2



(fonte: AUTOR, 2024)

Os carregamentos aplicados à estrutura são considerados com base nas combinações de ações que incidem sobre ela. Para o dimensionamento da longarina, levando em conta a protensão completa, foram consultados os dados apresentados na figura A.2. Nessa análise, os fatores de ponderação das ações foram determinados como: $\Psi_1 = 0,6$ e $\Psi_2 = 0,4$.

4.4 Modelo de cálculo da estrutura em concreto protendido

Com base nos dados obtidos no item anterior, foi adotada a metodologia prescrita pela NBR 6118 (2023) para o cálculo e a verificação das forças de protensão, considerando a análise da estrutura nos Estados Limites de Serviço (ELS) e Último (ELU). Para facilitar o processo, foi desenvolvida uma planilha no Excel que automatiza todas as etapas do dimensionamento, calculando as perdas de protensão mínima e máxima. A planilha também permite determinar o rendimento da protensão no instante inicial t_0 , quando a força é aplicada à peça, e no instante t_∞ , correspondente à vida útil da estrutura.

Primeiramente, iniciou-se estimando a geometria da viga para o cálculo das propriedades geométricas da seção. Após, foi feito o cálculo das informações referentes às propriedades dos materiais, que no caso do estudo, são o concreto e o aço, sendo também informados os momentos obtidos pelos carregamentos permanentes e moveis. A seguir, foi feito o cálculo das forças de protensão máxima e mínima, sendo consideradas apenas as cargas de peso próprio da estrutura, vigas e laje; com todas essas informações pode-se calcular a quantidade de cordoalhas necessárias para atender ao momento atuante na longarina.

Na próxima etapa, foram calculadas as perdas de protensão efetivamente sofridas pela estrutura. Para as perdas imediatas, determinou-se as perdas por atrito cabo-bainha, as perdas por recuo da ancoragem, e foi verificado o rendimento da cordoalha. Já para as perdas de protensão ao longo do tempo, calculou-se os coeficientes de retração e fluência do concreto e relaxação do aço, verificando assim o rendimento efetivo das tensões da cordoalha. Na última etapa foi verificado se o rendimento das forças de protensão, após as perdas imediatas e progressivas, ainda atendiam ao Estado Limite de Serviço (ELS), e ainda foi feita uma análise sobre o Estado Limite Último (ELU), onde foi realizada uma verificação quanto à necessidade de utilização de armadura passiva para atender a segurança estrutural. Os cálculos de todos os processos foram explicados detalhadamente nos Apêndices (A) e (B), e o resultados podem ser encontrados no Apêndice (D).

4.4 Modelo de cálculo da estrutura em concreto armado

Partindo do princípio de que o objetivo do trabalho é comparar a solução mais viável para um mesmo elemento estrutural, as mesmas propriedades geométricas da viga dimensionada para concreto protendido foram mantidas no caso do concreto armado. Com base na determinação

das solicitações atuantes, consideradas como responsáveis pelos efeitos de flexão e cisalhamento na viga, foram calculadas as áreas das armaduras longitudinais e transversais necessárias para resistir aos esforços gerados pelo momento fletor e pelo esforço cortante. Esses cálculos, detalhados no Apêndice (C), tiveram seus resultados apresentados no Apêndice (E).

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para o estudo, foi adotado concreto com resistência característica à compressão (f_{ck}) de 40 MPa e aço de protensão CP 190-RB, utilizando cordoalhas com diâmetro de 12,7 mm, resistência característica à tração de 190 kN/cm² e tensão de escoamento de 171 kN/cm². A protensão foi iniciada após 7 dias, tendo seu nível definido como completa.

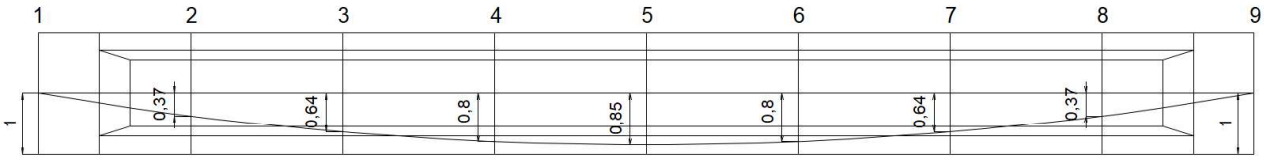
Considerou-se uma temperatura ambiente média de 20°C, correspondente às condições da cidade de Porto Alegre, onde a ponte será construída. O cimento escolhido foi o tipo CP V, atendendo à classe de agressividade ambiental II. O ambiente foi caracterizado por uma umidade relativa de 70%, e o concreto foi considerado com *slump* de 5 cm. Como agregado graúdo, utilizou-se basalto.

Foi realizado o dimensionamento através de uma planilha em Excel, onde após a determinação da seção da viga e o cálculo das tensões de protensão foi determinado o número de cordoalhas, distribuídas na menor quantidade de camadas possíveis, com a intenção de aumentar a excentricidade da armadura ativa. Os resultados encontrados para a força mínima de protensão foi de 4450,14 kN, sendo esse o valor que influencia o número de cordoalhas adotadas, e a força máxima de protensão foi de 6481,95 kN. Sendo adotado o valor de 36 cordoalhas, divididas em 4 cabos com 9 cordoalhas cada.

Esses valores satisfizeram as condições estabelecidas anteriormente, atendendo aos limites de tensões nas bordas tracionadas e comprimidas da seção. Essa intensidade da força no ato da protensão direciona para a decorrência das perdas, e quanto menor for essa força, menores serão as perdas imediatas e progressivas, considerando a estrutura no ELS. Considerando as perdas imediatas e progressivas, obteve-se um rendimento mínimo de 70% da força de protensão, como pode-se observar no quadro 4 e na figura 13. Outra variável que influencia no resultado das perdas de protensão totais é o efeito da idade do concreto no ato da protensão. Percebe-se que quanto mais tempo se passar entre a concretagem e a transferência dos esforços de protensão à viga, menores serão as perdas totais.

Para o cálculo das perdas imediatas e progressivas, deve-se separar a viga em seções, pois como o cabo de protensão é parabólico, com sua excentricidade máxima, no centro do vão, de 85 cm, como mostrado na figura 12, e possuindo ângulos diferentes para cada seção, fazendo com que se tenha perdas diferentes e consequentemente tensões e rendimentos diferentes para cada parte do cabo. No presente trabalho, como a longarina possui 20 metros, definiu-se que seriam estudadas 9 seções, com espaçamento de 2,5 m.

Figura 12 – Valores das excentricidades por seção



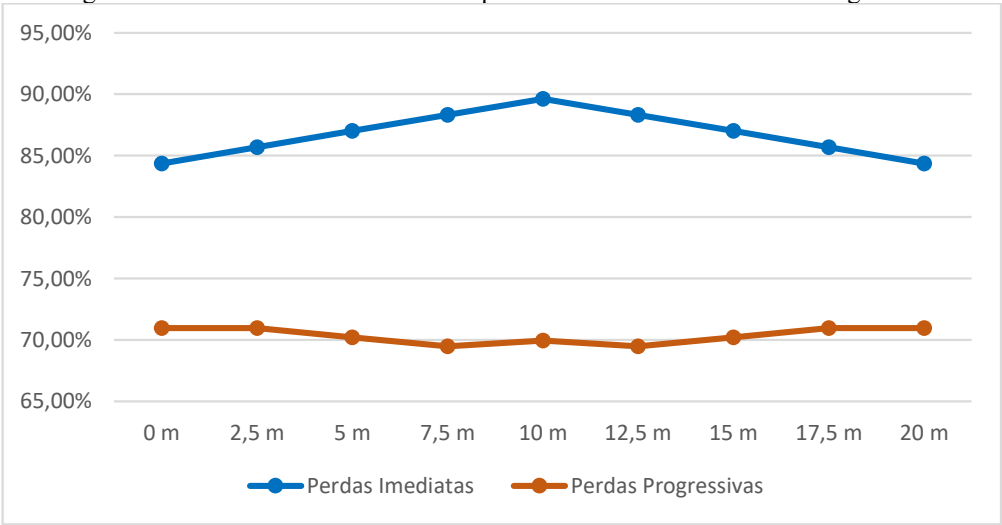
(fonte: AUTOR, 2024)

Quadro 4 – Valores das Tensões após perdas e rendimentos finais

Valores das Tensões após perdas					
		Perdas Imediatas		Perdas Progressivas	
Seção	x	σ_{p0}	Rendimento	σ_{p0}	Rendimento
1	0 m	118,60	84,35%	99,77	70,96%
2	2,5 m	120,49	85,69%	99,78	70,96%
3	5 m	122,35	87,02%	98,70	70,20%
4	7,5 m	124,18	88,32%	97,71	69,49%
5	10 m	125,99	89,61%	98,36	69,95%
6	12,5 m	124,18	88,32%	97,71	69,49%
7	15 m	122,35	87,02%	98,70	70,20%
8	17,5 m	120,49	85,69%	99,78	70,96%
9	20 m	118,60	84,35%	99,77	70,96%

(fonte: AUTOR, 2024)

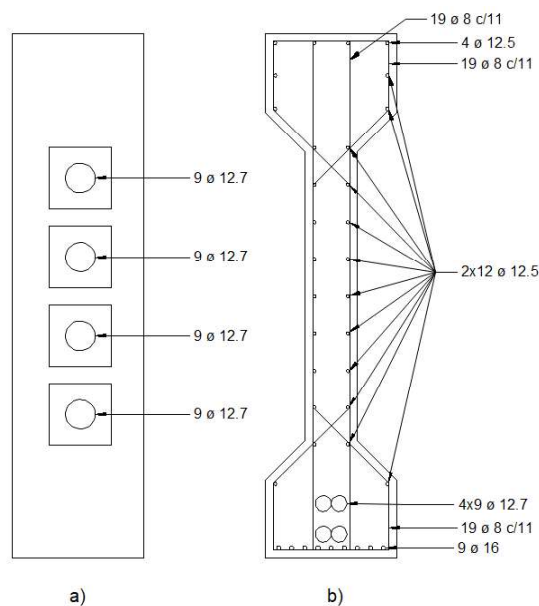
Figura 13 – Gráfico dos Rendimentos após Perdas Imediatas e Perdas Progressivas



(fonte: AUTOR, 2024)

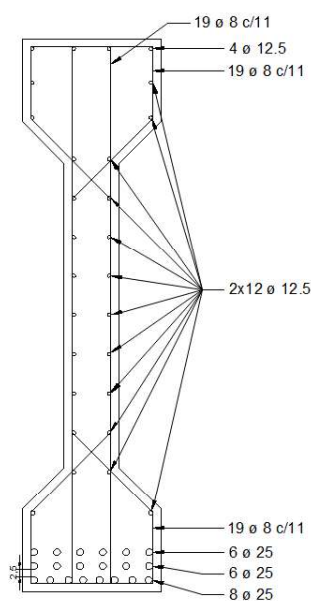
Para satisfazer ao ELU, a verificação de que $M_{rd} \geq M_{sd}$, foi atendida, mesmo desconsiderando um valor de armadura passiva, sendo assim foi utilizado somente uma armadura mínima para fins de construção. O valor encontrado para o cálculo do M_{rd} , sendo de 906.432 kN.cm, já o do M_{sd} foi de 725.158 kN.cm, considerando o seu coeficiente de majoração. Na figura 14, observa-se o detalhamento da seção onde estão dispostas as placas dos cabos de protensão e a seção no meio do vão, onde os cabos estão no seu ponto mais baixo.

Figura 14 – Detalhamento da viga: a) Disposição das placas dos cabos de protensão b) Seção no meio do vão



(fonte: AUTOR, 2024)

Figura 15 – Detalhamento das seções da viga em concreto armado



(fonte: AUTOR, 2024)

Para o dimensionamento do concreto armado, foi feito o estudo para a mesma viga, com dimensões, propriedades geométricas e carregamentos iguais aos da viga em concreto protendido. O detalhamento da seção encontra-se na figura 15.

É fundamental destacar a relevância da verificação da relação x/d no dimensionamento, assegurando que seu valor esteja abaixo do limite imposto pela norma, o que garante a ductilidade da peça. Observa-se, nessa etapa, uma elevada área de armadura necessária para resistir aos esforços atuantes na estrutura de concreto armado. Tal fato decorre da maior eficiência do aço utilizado no concreto protendido em comparação ao concreto armado, evidenciando sua superior resistência à tração.

Os resultados obtidos mostram que a viga dimensionada em concreto protendido apresentou desempenho superior em relação a viga dimensionada em concreto armado. No caso da longarina de concreto protendido, a armadura passiva longitudinal foi solucionada com a utilização da armadura mínima, sendo necessárias 9 barras de aço com 16 mm de diâmetro. Por outro lado, para o concreto armado, foram necessárias 20 barras com 25 mm de diâmetro.

No que se refere à área de aço passivo, a protensão completa demandou 17,9 cm². Para a armadura ativa, a protensão completa necessitou de 36,36 cm² de cordoalhas. Em contraste, o concreto armado exigiu 95,34 cm² de armadura longitudinal, sem considerar a área da armadura transversal, já que a quantidade de estribos foi a mesma em todos os casos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O propósito do trabalho foi a possibilidade de aprofundar o conhecimento sobre o dimensionamento de uma viga de uma ponte rodoviária em concreto protendido e concreto armado, comparando os resultados obtidos de forma analítica, e ainda adquirir conhecimento sobre o *software SCIA*, onde foi feito todo o lançamento da estrutura e cargas para cálculo dos esforços solicitantes. Os valores utilizados na comparação foram determinados com base na seção mais solicitada da viga, localizada no meio do vão no caso em estudo. Contudo, para um detalhamento completo, seria imprescindível realizar a verificação de outras seções ao longo do comprimento da estrutura. Essa abordagem permitiria considerar o escalonamento da armadura, promovendo uma otimização na quantidade de aço utilizada, garantindo maior eficiência no projeto.

Considerando-se a mesma carga para os dois modelos, foi dimensionada a seção para a protensão completa e utilizada de base para o modelo em concreto armado. Assim, foi possível

evidenciar as diferenças observadas em cada uma das longarinas analisadas e demonstrar a influência de cada variável no resultado final do dimensionamento.

O modelo de planilha de dimensionamento desenvolvido demonstrou ser adequado para a verificação dos Estados Limites de Serviço (ELS) e dos Estados Limites Últimos (ELU). Além disso, possibilitou a determinação das armaduras necessárias para cada uma das estruturas analisadas.

Conclui-se que a protensão completa é a mais vantajosa entre o estudo feito, apresentando cerca de 35% de redução de aço total em relação ao concreto armado. Porém, quando se compara somente o aço passivo, obteve-se uma redução de 57,80% de aço.

Dessa forma, considerando que se trata de uma ponte localizada em um ambiente de agressividade moderada e exposta a condições climáticas adversas, onde é crucial minimizar a ocorrência de fissuras, o uso do concreto protendido apresenta-se como uma solução vantajosa. No entanto, a principal desvantagem dessa técnica é a necessidade de mão de obra especializada e os custos mais elevados. Por outro lado, o concreto armado torna-se uma alternativa atrativa devido à possibilidade de execução da peça diretamente no canteiro de obras, além do maior domínio técnico e experiência prática na aplicação desse sistema estrutural.

Como sugestões para trabalhos futuros, poderiam ser analisadas outras seções de viga, no formato retangular, “T” ou “U”, ou até mesmo, mudando a quantidade de longarinas e o espaçamento entre elas, mas mantendo os mesmos carregamentos e otimizando ao máximo a seção da peça, podendo também utilizar outros tipos de protensão, como a pré-tração. Além disso, outra sugestão é considerar também os carregamentos horizontais e cargas de ventos, para se ter um resultado mais próximo possível de um projeto real.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. 4 ed. Rio de Janeiro, 2023. 242 p.

_____. **NBR 7187**: Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto. Rio de Janeiro, 2021. 72p.

_____. **NBR 7188**: Ações devido ao tráfego de veículos rodoviários e de pedestres em pontes, viadutos e passarelas. 3 ed. Rio de Janeiro, 2024. 12p.

_____. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003. 18 p.

BASTOS, P. S. dos S. **Fundamentos Concreto Protendido**. Departamento de Engenharia Civil – Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2024.

BASTOS, P. S. dos S. **Fundamentos Concreto Armado**. Departamento de Engenharia Civil – Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2023.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. Vol. 1. Rio Grande: Dunas, 2003.

CHOLFE, L.; BONILHA, L. **Concreto protendido: Teoria e prática**. São Paulo: Pini, 2018.

CARVALHO, R. **Estruturas em Concreto Protendido: pré-tração – pós-tração – cálculo e detalhamento**. São Paulo: Pini, 2012.

EVEHX. **Catálogo Técnico EVEHX**, 2021.

APÊNDICE “A” – Dimensionamento de Pontes Rodoviárias

A.1 Coeficientes de ponderação das ações

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que os carregamentos atuantes nas estruturas devem ser definidos por meio de combinações de ações que possuam uma probabilidade de ocorrer simultaneamente. Para o cálculo das solicitações nessas combinações, são considerados os efeitos mais críticos, garantindo a verificação da segurança em relação aos estados limites. Nesse contexto, as ações são amplificadas ou reduzidas pelo coeficiente γ_f , conforme a equação A.1 para o Estado Limite Último (ELU) e a equação A.2 para o Estado Limite de Serviço (ELS). O coeficiente γ_f é composto por: γ_{f1} , que reflete a variabilidade das ações; γ_{f2} , que considera a simultaneidade dessas ações; e γ_{f3} , que representa os desvios de construção e as aproximações adotadas no projeto.

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3} \quad (\text{equação A.1})$$

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \quad (\text{equação A.2})$$

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece, para o dimensionamento no Estado Limite Último (ELU), os coeficientes de ponderação indicados na figura A.1, cujos índices são ajustados para γ_g (ações permanentes), γ_q (ações variáveis), γ_p (protensão) e γ_e (efeitos de deformações). O coeficiente γ_{f2} , apresentado na figura A.2, está relacionado ao fator de redução de combinação para o ELU (Ψ_0). No caso da verificação no Estado Limite de Serviço (ELS), considera-se apenas γ_{f2} , que assume o valor 1 para combinações raras, Ψ_1 para combinações frequentes e Ψ_2 para combinações quase permanentes.

Figura A.1 – Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} * \gamma_{f3}$

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

onde
D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura.

^a Para as ações permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3. Neste caso, as demais ações permanentes devem ser ponderadas conforme a ABNT NBR 8681:2003 Versão Corrigida:2004, Tabela 1.

(fonte: ABNT, 2023)

Figura A.2 – Valores do Coeficiente γ_{f2}

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1^a	ψ_2
Cargas de utilização de edificações	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

^a Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23.
^b Áreas com ocupação residencial ou hospedagem e áreas de acesso restrito.
^c Áreas com ocupação comercial, de escritórios, lojas, estações de passageiros, edifícios públicos e áreas de acesso público.

(fonte: ABNT, 2023)

A.2 Verificação para o ELS

As estruturas de concreto são dimensionadas em conjunto com as verificações em serviço, sendo fundamental compreender as ações consideradas no projeto. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2013), as combinações de ações são classificadas conforme sua permanência na estrutura, dividindo-se em quase permanentes, frequentes e raras. Para o cálculo das ações de combinações de serviço ($F_{d,ser}$), é essencial conhecer o valor característico das ações permanentes (F_{gik}), o valor característico das ações variáveis diretas (F_{qjk}) — sendo F_{q1k} o valor característico da ação principal — e os fatores de redução de combinação (ψ_1 e ψ_2) para o Estado Limite de Serviço (ELS).

As **combinações quase permanentes** de serviço (CQP) correspondem às ações que atuam durante grande parte da vida útil da estrutura. Nelas, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes, conforme descrito na equação A.3.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \sum \psi_{2j} F_{qjk} \quad (\text{equação A.3})$$

As **combinações frequentes** ocorrem repetidamente ao longo da vida da estrutura, considerando a ação variável principal com seu valor frequente e as demais ações variáveis com seus valores quase permanentes, conforme a equação A.4. Para pontes rodoviárias, foco deste estudo, verifica-se a fadiga da estrutura, adotando-se o fator de redução $\psi_1 = 0,5$ para a análise das vigas.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \sum \psi_{2j} F_{qjk} \quad (\text{equação A.4})$$

Por fim, as **combinações raras** representam situações que se repetem poucas vezes durante a vida útil da estrutura. Nesses casos, a ação variável principal é representada por seu valor característico, enquanto as demais ações variáveis são consideradas com seus valores frequentes, conforme a equação A.5.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \Psi_{1j} F_{qjk} \quad (\text{equação A.5})$$

APÊNDICE “B” – Dimensionamento das estruturas em concreto protendido

B.1 Pré-dimensionamento das forças de protensão

Para estimar o valor da força de protensão, é necessário inicialmente conhecer as características dos materiais utilizados, como a resistência característica do concreto aos 28 dias (f_{ck}) e a resistência característica aos j dias (f_{ckj}), correspondente à idade de aplicação da força de protensão, conforme descrito na equação B.1. Nessa equação, t representa a idade efetiva do concreto e s é um coeficiente relacionado à classe do cimento utilizado.

Além disso, devem ser definidos os parâmetros geométricos da seção transversal, incluindo a área total (A_c), as distâncias do centro de gravidade às bordas superior (y_s) e inferior (y_i), o momento de inércia (I) e a excentricidade da força de protensão (e_p).

Com essas informações, calcula-se o momento fletor atuante na estrutura, considerando tanto o momento gerado pelo peso próprio da viga (M_{pp}) quanto o momento decorrente das cargas atuantes no Estado Limite de Serviço (M_{ELS}).

$$f_{ckj} = \beta_1 \cdot f_{ck} \quad (\text{equação B.1})$$

$$\beta_1 = e^{s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right]} \quad (\text{equação B.2})$$

No instante t_0 , em que é realizada a protensão, é determinada a força inicial máxima P_0 (equações B.3 e B.4) que pode ser aplicada na peça, para não exceder as tensões limites na borda mais tracionada (equação B.5) e na borda comprimida (equação B.6). Nessa fase de determinação, considera-se uma perda instantânea de 10% e um rendimento, r_0 , de 90%, dados obtidos por estimativas, já que as perdas não são conhecidas nessa etapa ainda.

$$r_0 \cdot P_0 \left(-\frac{1}{A_c} + \frac{e_p \cdot y_s}{I_c} \right) - \frac{M_{pp} \cdot y_s}{I_c} \leq \sigma_{ct0} \quad (\text{equação B.3})$$

$$r_0 \cdot P_0 \left(-\frac{1}{A_c} - \frac{e_p \cdot y_i}{I_c} \right) + \frac{M_{pp} \cdot y_i}{I_c} \geq -\sigma_{cc0} \quad (\text{equação B.4})$$

$$\sigma_{ct0} = 1,2 \cdot f_{ctm,j} \quad (\text{equação B.5})$$

$$\sigma_{cc0} = 0,7 \cdot f_{ckj} \quad (\text{equação B.6})$$

Já o instante t_∞ , representa a vida útil da peça e determina a força inicial mínima de protensão (P_o), que atende os estados-limites de formação de fissuras e de descompressão (equação B.7). No Estado Limite de Serviço por Descompressão (ELS-D), não ocorre tensão de tração na peça, de modo que o limite de tensão na borda mais tracionada ($\sigma_{ct\infty}$) é considerado igual a zero. Para o Estado Limite de Serviço por Fadiga (ELS-F), o limite de tensão na borda mais tracionada é definido pela equação B.8 e pela equação B.9. Já o limite de tensão na borda mais comprimida, válido para ambos os estados (ELS-D e ELS-F), é apresentado na equação B.10. No caso do Estado Limite de Serviço por Protensão Parcial (ELS-W), a verificação não foi realizada, pois este estado não faz parte do escopo deste estudo. Para a análise de elementos pré-tracionados, é adotada uma perda total de protensão de 20%, resultando em um rendimento final (r_∞) de 80%.

$$r_\infty \cdot P_0 \left(-\frac{1}{A_c} - \frac{e_p \cdot y_i}{I_c} \right) + \frac{M_{ELS} \cdot y_i}{I_c} \leq \sigma_{ct\infty} \quad (\text{equação B.7})$$

$$\sigma_{ct\infty} = 0 \quad (\text{equação B.8})$$

$$\sigma_{ct\infty} = 0,7 * \alpha * f_{ctm} \quad (\text{equação B.9})$$

$$\sigma_{cc\infty} = 0,6 \cdot f_{ck} \quad (\text{equação B.10})$$

B.2 Determinação do número de cordoalhas e cabos

Primeiramente é necessário escolher o diâmetro da cordoalha a ser utilizada. Em catálogos de empresas que produzem cabos de protensão existem duas opções de diâmetro: 12,7 mm e 15,2 mm. O número de cordoalhas é dado pela razão entre o limite inferior de protensão e a força aplicada na cordoalha necessária, como definido pela equação B.13. Os cabos de protensão podem ter diversas cordoalhas.

$$\sigma_{pi} = 0,74 \cdot f_{ptk} \quad (\text{equação B.11})$$

$$F_{pi} = \sigma_{pi} * A_p \quad (\text{equação B.12})$$

$$N_c = \frac{P_{i_{min}}}{F_{pi}} \quad (\text{equação B.13})$$

B.3 Cálculo das perdas da força de protensão

A NBR 6118 (ABNT, 2023) diz que se deve “prever as perdas da força de protensão em relação ao valor inicial aplicado pelo aparelho tensor, ocorrida antes da transferência da protensão ao concreto (perdas iniciais na pré-tração), durante essa transferência (perdas imediatas) e ao longo do tempo (perdas progressivas)”.

Segundo Cholfe e Bonilha (2018) definem as perdas imediatas de protensão como sendo aquelas em que acontecem durante a transferência da força de protensão para as seções do concreto no instante $t=0$. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2023), considera-se as perdas imediatas da força de protensão de forma distinta de acordo com o momento em que a aderência é dada entre a armadura ativa e o concreto.

As perdas imediatas na pós-tração, que é o objeto de estudo deste trabalho, são as devidas ao encurtamento imediato do concreto, ao atrito entre as armaduras e as bainhas ou o concreto, ao deslizamento da armadura junto à ancoragem e acomodação na ancoragem. (NBR 6118, ABNT, 2023)

Pode-se calcular o encurtamento imediato do concreto através da fórmula B.14.

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_p * (\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) * (n - 1)}{2n} \quad (\text{equação B.14})$$

Já as perdas por atrito calcula-se pela fórmula B.15.

$$\Delta P(X) = P_i * [1 - e^{-(\mu \Sigma \alpha + kx)}] \quad (\text{equação B.15})$$

Por fim tem-se as perdas por deslizamento da armadura e acomodação da ancoragem que se calcula pela equação B.16.

$$\int_0^L \sigma * dx = \Delta l * Ep \quad (\text{equação B.16})$$

As perdas progressivas, isto é, aquelas que ocorrem ao longo do tempo, são decorrentes da retração, fluência do concreto e relaxação do aço. Inicia-se determinando a espessura fictícia do concreto (h_{fic}) (equação B.17), que define o seu comportamento reológico e depende de um coeficiente γ (equação B.18), relacionando a umidade relativa do ambiente (U); a área da seção transversal da peça (A_c); e o perímetro externo da seção transversal em contato com o ar (U_{ar}). A idade fictícia do concreto (t), conforme descrita na equação B.19, está relacionada ao histórico de temperatura durante o endurecimento do concreto (T_i), ao coeficiente α , que

representa o comportamento do cimento em relação à fluência e à retração, e ao período em dias ($\Delta t_{ef,i}$) em que T_i se manteve constante.

Para as análises, o instante t ou t_∞ é adotado como 10.000 dias, considerando que, a partir desse momento, os efeitos de retração e fluência do concreto tornam-se desprezíveis.

$$h_{fic} = \gamma \cdot \frac{2 \cdot A_c}{U_{ar}} \quad (\text{equação B.17})$$

$$\gamma = 1 + e^{-7,8+0,1 \cdot U} \quad (\text{equação B.18})$$

$$t = \alpha \cdot \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_{ef,i} \quad (\text{equação B.19})$$

A deformação por retração do concreto é dada pela equação B.20

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (\text{equação B.20})$$

A primeira parte da equação B.20 apresenta o cálculo do valor final da retração do concreto ($\varepsilon_{cs\infty}$), descrito pela equação B.21. O coeficiente ε_{1s} depende da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto, encontrado no quadro B.1. Já ε_{2s} (equação B.22) depende da espessura fictícia da peça.

$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s} \quad (\text{equação B.21})$$

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2 \cdot h_{fic}}{20,8 + 3 \cdot h_{fic}} \quad (\text{equação B.22})$$

Quadro B.1 – Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração

Ambiente	Umidade U %	Fluência $\phi_{1c}^{a,c}$			Retração $10^4 \varepsilon_{1s}^{b,c}$			γ^d	
		Abatimento de acordo com a ABNT NBR NM 67							
		cm							
		0 – 4	5 – 9	10 – 15	0 – 4	5 – 9	10 – 15		
Na água	-	0,6	0,8	1,0	+ 1,0	+ 1,0	+ 1,0	30,0	
Em ambiente muito úmido imediatamente acima da água	90	1,0	1,3	1,6	- 1,9	- 2,5	- 3,1	5,0	
Ao ar livre, em geral	70	1,5	2,0	2,5	- 3,8	- 5,0	- 6,2	1,5	

Em ambiente seco	40	2,3	3,0	3,8	- 4,7	- 6,3	- 7,9	1,0
---------------------	----	-----	-----	-----	-------	-------	-------	-----

(fonte: ABNT, 2023)

A outra parte da equação B.20 depende dos coeficientes relativos à retração, $\beta_s(t)$ e $\beta_s(t_0)$, nos instantes t e t_0 , através da equação B.23. Os coeficientes A , B , C , D e E , nas equações B.24, B.25, B.26, B.27 e B.28 dependem da altura $h = h_{fic}$, em metros.

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A \cdot \left(\frac{t}{100}\right)^2 + B \cdot \left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C \cdot \left(\frac{t}{100}\right)^2 + D \cdot \left(\frac{t}{100}\right) + E} \quad (\text{equação B.23})$$

$$A = 40 \quad (\text{equação B.24})$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8 \quad (\text{equação B.25})$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7 \quad (\text{equação B.26})$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8 \quad (\text{equação B.27})$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8 \quad (\text{equação B.28})$$

A fluência representa a deformação que ocorre no concreto ao longo do tempo, quando submetido a uma tensão de compressão constante, em um instante t , a partir de t_0 , conforme pode se visualizar na equação B.29. Este efeito relaciona-se com a tensão no concreto na fibra de mesma altura da armadura de protensão ($\sigma_c(t_0)$), com o módulo de deformação tangente inicial para 28 dias (E_{C28}) e com o coeficiente de fluência do concreto ($\varphi(t, t_0)$), na equação B.30.

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{C28}} \cdot \varphi(t, t_0) \quad (\text{equação B.29})$$

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} \cdot [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \cdot \beta_d(t) \quad (\text{equação B.30})$$

Para o cálculo do coeficiente de fluência do concreto, na equação B.30, divide-se a fórmula em quatro parcelas. A primeira, que é o coeficiente de fluência rápida (φ_a), é dada pela equação B.31, que avalia concretos com f_{ck} de 20 a 45 MPa. Ela depende da função de crescimento da resistência do concreto (equação B.32), que está relacionada com o tipo de cimento utilizado.

$$\varepsilon\varphi_a = 0,8 \cdot \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (\text{equação B.31})$$

$$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} = \frac{\beta_1(t_0)}{\beta_1(t_\infty)} = \frac{e^{s(1-(28/t)^{1/2})}}{e^{s(1-(28/t_\infty)^{1/2})}} \quad (\text{equação B.32})$$

A segunda parcela, na equação D.48, representa o coeficiente de fluência lenta irreversível ($\varphi_{f\infty}$) para concretos de resistência entre 20 a 45 MPa. O φ_{1c} depende da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto, encontrado no quadro B.1 e o φ_{2c} , na equação B.34, depende da espessura fictícia da peça.

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c} \quad (\text{equação B.33})$$

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (\text{equação B.34})$$

A terceira parcela da equação são os coeficientes relativos à deformação lenta irreversível, que são dados em função da idade do concreto, $\beta_f(t)$ e $\beta_f(t_0)$, na equação B.35. Os coeficientes A , B , C e D , nas equações B.36, B.37, B.38, e B.39 dependem da altura $h = h_{fic}$, em metros.

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + A \cdot t + B}{t^2 + C \cdot t + D} \quad (\text{equação B.35})$$

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113 \quad (\text{equação B.36})$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23 \quad (\text{equação B.37})$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183 \quad (\text{equação B.38})$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931 \quad (\text{equação B.39})$$

A quarta parcela da equação apresenta dois coeficientes. O de fluência lenta reversível ($\varphi_{d\infty}$), que equivale a 0,4, valor constante encontrado na NBR 6118 (2014); e o relativo à deformação lenta reversível, ($\beta_d(t)$), na equação B.40, em função do tempo decorrido após o carregamento.

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (\text{equação B.40})$$

Assim, calcula-se a tensão no concreto no tempo t_0 ($\sigma_c(t_0)$), que ocorre na fibra de mesma altura da armadura protendida e depende da carga do peso próprio e da força de protensão (equação B.41). Relaciona-se com as perdas instantâneas (N_p e M_p), o momento máximo devido

ao peso próprio (M_{pp}), e o módulo de resistência da seção na altura do cabo ($W_{c,p}$), na equação D.24.

$$\sigma_c(t_0) = \frac{N_P}{A_C} + \frac{M_P}{W_{C,P}} + \frac{M_{PP}}{W_{C,P}} \quad (\text{equação B.41})$$

A relaxação do aço, em um comprimento constante, conforme definido pela NBR 6118 (ABNT, 2014), corresponde à perda de tensão no material ao longo do tempo. Sua intensidade é caracterizada pelo coeficiente $\Psi(\infty, t_0)$, conforme estabelecido na equação B.42. O coeficiente Ψ_{1000} representa o valor da relaxação do aço obtido em ensaios laboratoriais realizados durante 1000 horas, sob uma temperatura constante de 20°C, e seus valores são fornecidos no quadro D.2 da norma. Com base nos dados de relaxação e considerando que, em um elemento de concreto, o comprimento do aço não permanece constante, é possível calcular o coeficiente de fluência do aço de protensão $\chi(t, t_0)$ utilizando a equação B.43.

$$\Psi(\infty, t_0) = 2,5 \cdot \Psi_{1000} \quad (\text{equação B.42})$$

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \Psi(\infty, t_0)] \quad (\text{equação B.43})$$

Quadro B.2 – Valores de Ψ_{1000} , em porcentagem

σ_{po}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
$0,5 f_{ptk}$	0	0	0	0	0
$0,6 f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
$0,7 f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
$0,8 f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0
Onde RN é a relaxação normal; RB é a relaxação baixa.					

(fonte: ABNT, 2023)

Os resultados obtidos para a fluência e retração do concreto, bem como para a relaxação do aço, possibilitam avaliar os efeitos de cada fenômeno de forma isolada. Contudo, em uma estrutura real, esses efeitos ocorrem simultaneamente, o que resulta em perdas combinadas de menor magnitude. O cálculo da perda de tensão no aço devido à deformação lenta, retração e relaxação

é descrito pela equação B.44. Já a tensão efetiva no aço de protensão, considerando as perdas totais, é determinada pela equação B.45.

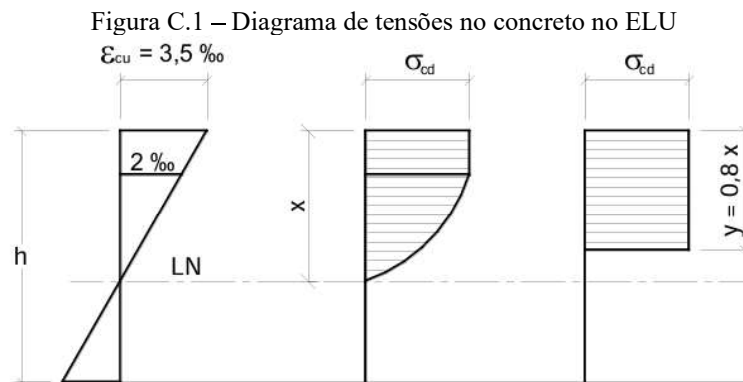
$$\Delta\sigma_c(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) * Ep - \alpha_p * \sigma_{c, p0g} * \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} * \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c * \alpha_p * \eta * \rho_p} \quad (\text{equação B.44})$$

$$\sigma_p(t_\infty) = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_c(t, t_0) \quad (\text{equação B.45})$$

APÊNDICE “C” – Dimensionamento das estruturas em concreto armado

C.1 Dimensionamento à flexão simples

Para o cálculo do dimensionamento de vigas, segundo Bastos (2023), é admitido que as distribuições de tensões no concreto são feitas conforme o diagrama parábola retângulo da figura C.1. Para concretos do grupo I (fck até 50 Mpa), os quais serão utilizados para o dimensionamento das vigas deste trabalho, este diagrama descrito representa a distribuição de tensões no concreto em um elemento comprimido. Ele é composto por uma parábola que atinge seu vértice na fibra onde a deformação de compressão é de $\varepsilon_{cd}=2\text{‰}$. Entre as deformações de 2‰ e $3,5\text{‰}$, o diagrama apresenta um trecho reto. Para simplificar os cálculos, o diagrama parábola-retângulo pode ser substituído por um retângulo equivalente, com altura igual a $0,8x$, sendo x a profundidade da linha neutra. Essa simplificação é amplamente aceita em normas técnicas, como a NBR 6118, para o dimensionamento de estruturas de concreto armado.



(fonte: BASTOS, 2023)

Assim, segundo Araújo (2003), a tensão reduzida no concreto (σ_{cd}) é encontrada na equação C.1, onde a largura da seção, que é medida paralelamente à linha neutra, permanece constante até a borda comprimida.

$$\sigma_{cd} = 0,85 * f_{cd} \quad (\text{equação C.1})$$

Para o cálculo do momento reduzido (μ) (equações C.2 e C.3), conforme Araújo (2003), precisa-se conhecer as propriedades geométricas da seção, como a largura (b_w), a altura útil (d); as propriedades dos materiais; e os momentos fletores máximo (M_k) e solicitante de cálculo (M_d).

$$\mu = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd}} \quad (\text{equação C.2})$$

$$M_d = \gamma_c \cdot M_k \quad (\text{equação C.3})$$

É indispensável determinar o momento limite (μ_{lim}) para as seções retangulares armadas, devido ao risco de ocorrência de rupturas frágeis. Conforme Araújo (2003), considera-se que a máxima tensão de compressão no concreto, correspondente ao instante de esmagamento, ocorre quando $\varepsilon_c = 3,5\%$, enquanto o alongamento máximo da armadura é de 10‰, prevenindo deformações plásticas excessivas.

A equação C.4 utiliza o módulo de elasticidade do aço (E_s) igual a 200.000 MPa, resultando na deformação específica de cálculo do aço (ε_s). A partir disso, define-se o valor adimensional ξ_{lim} , que depende exclusivamente das propriedades do aço empregado (equação C.5). Com esses parâmetros, é possível determinar o momento limite por meio da equação C.6.

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (\text{equação C.4})$$

$$\xi_{lim} = \left(\frac{3,5\text{‰}}{3,5\text{‰} + \varepsilon_{yd}} \right) \quad (\text{equação C.5})$$

$$\mu_{lim} = 0,8 \cdot \xi_{lim} (1 - 0,4 \cdot \xi_{lim}) \quad (\text{equação C.6})$$

Segundo Araújo (2003), caso o momento reduzido seja inferior ao μ_{lim} , a seção será classificada como normalmente armada, com a ruptura ocorrendo no domínio 3. Nesse caso, o colapso se dá pelo esmagamento do concreto e pelo escoamento da armadura, permitindo a adoção de uma solução com armaduras simples, conforme definido pelas equações C.7 e C.8.

$$\xi = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \quad (\text{equação C.7})$$

$$A_s = 0,8 \cdot \xi \cdot b_w \cdot d \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (\text{equação C.8})$$

Ao contrário, Araújo (2003) afirma que a seção será superarmada devido ao excesso de armação. Nela, o aço da estrutura não chega ao patamar de escoamento, ocorrendo ruptura pelo esmagamento do concreto. Utiliza-se a armadura dupla, uma na zona tracionada (A_s) e a outra na zona comprimida (A'_s) para evitar essa situação, conforme equações C.9 e C.10. Para tanto, é preciso definir um parâmetro geométrico (δ), na equação C.11, que depende da altura útil da seção (d) e da distância do centro de gravidade da armadura transversal comprimida a borda mais próxima (d').

$$A'_s = \frac{(\mu - \mu_{lim}) \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{(1 - \delta) \cdot f_{yd}} \quad (\text{equação C.9})$$

$$A_s = \left(0,8 \cdot \xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta} \right) * \left(\frac{b_w \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{f_{yd}} \right) \quad (\text{equação C.10})$$

$$\delta = \frac{d'}{d} \quad (\text{equação C.11})$$

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), é preciso evitar a ruptura frágil das seções transversais, no momento da formação da primeira fissura. Assim, Araújo (2003) especifica a área mínima da armadura tracionada na equação C.12, que deve ser eficiente para a absorção da fissuração. No caso de obter um valor da armadura mínima superior ao calculado para a área da armadura tracionada, adota-se o dimensionamento para $A_{s,min}$.

$$A_{s,min} = \left(\frac{0,0784 \cdot f_{ck}^{2/3}}{f_{yd}} \right) \cdot b_w \cdot h \quad (\text{equação C.12})$$

De acordo com a NBR 6118 (2023), deve-se fazer a utilização de armadura de pele em vigas com altura útil maior que 60 cm, dispondo barras de aço longitudinalmente e com alta aderência, na zona tracionada e próxima a cada face lateral da viga, conforme equação C.13.

$$A_{s,pele} = 0,10\% \cdot b_w \cdot h \quad (\text{equação C.13})$$

Segundo Bastos (2023), a fim de evitar a ruptura da viga por flexão, ainda é necessário verificar a ductilidade do concreto armado, garantindo que uma eventual ruína da peça aconteça de maneira avisada, de modo a alertar os usuários sobre as possíveis patologias. Deve-se, portanto, respeitar a posição da linha neutra e adotar, se necessário, armadura de compressão. O limite para a condição de ductilidade é estabelecido na NBR 6118 (2023), e

para concretos com resistência a compressão até 50 MPa, deve-se obedecer ao limite imposto na equação C.14.

$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \quad (\text{equação C.14})$$

C.1 Dimensionamento ao cisalhamento

Para o dimensionamento ao cisalhamento, é necessário conhecer a resistência a tração de cálculo do concreto (f_{ctd}), vista na equação C.15, que determina a resistência da aderência entre o concreto e as barras da armadura. É adotado um valor característico inferior ($f_{ctk,inf}$), que corresponde a 5 % de probabilidade de obtenção de resistências inferiores a mesma e um valor médio (f_{ctm}), segundo Araújo (2003).

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad (\text{equação C.15})$$

A verificação da tensão na armadura transversal passiva (f_{ywd}) está limitada ao menor valor entre a tensão de escoamento do aço utilizado (f_{cd}) ou 435 MPa, considerando o uso de barras de aço CA-50 e o coeficiente de minoração (γ_s) igual a 1,15.

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023), o dimensionamento pode ser realizado com base em modelos que fazem analogia à treliça. Neste estudo, foi adotado o Modelo de Cálculo I, que considera tensões de compressão nas diagonais inclinadas com um ângulo $\theta=45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal. Assim, para uma seção transversal específica, considera-se que a resistência da peça é satisfatória quando o estado limite último (ELU) é atendido, conforme as equações C.16 e C.17.

A verificação da biela comprimida de concreto leva em conta a força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{Sd}) e as forças cortantes resistentes de cálculo relativas à ruptura das diagonais comprimidas (V_{Rd2}) e à ruptura por tração diagonal (V_{Rd3}) do concreto. Além disso, admite-se que V_c representa a parcela da força cortante absorvida por mecanismos complementares ao modelo de treliça, enquanto V_{sw} é a parcela resistida pela armadura transversal.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (\text{equação C.16})$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (\text{equação C.17})$$

A força cortante que atua na seção é determinada, de acordo com Araújo (2003) através do valor máximo encontrado no diagrama dos esforços cortantes (V_k) e de um coeficiente de

ponderação (γ_f), adotado como 1,4 para carregamentos normais, conforme equação C.18. Já a força de ruína a compressão do concreto é dada pelas equações C.19 e C.20, sendo b_w a largura da seção e d a altura útil da viga.

$$V_{sd} = \gamma_f \cdot V_k \quad (\text{equação C.18})$$

$$V_{rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot \frac{f_{cd}}{10} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{equação C.19})$$

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ sendo } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (\text{equação C.20})$$

Para o dimensionamento da armadura transversal, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), as equações C.21 e C.22 determinam a área de aço necessária para resistir aos esforços cortantes. É importante salientar que, de acordo com Bastos (2023), $\frac{A_{sw}}{s}$ representa a armadura por unidade de comprimento da viga e A_{sw} é a área do estribo total.

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \left[\frac{V_{sd} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot \frac{f_{ywd}}{10}} \right] * 100 \quad (\text{equação C.21})$$

$$V_c = 0,6 \cdot \frac{f_{ctd}}{10} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{equação C.22})$$

A armadura transversal mínima, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), é constituída por estribos, e deve ser calculada para todos os elementos submetidos a força cortante (equação C.23). É fundamental identificar a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural (α), para assim, garantir que o concreto suporte os esforços de tração, antes mesmo da possibilidade de formação de fissuras.

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = 0,2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \cdot b_w \cdot \text{sen } \alpha \quad (\text{equação C.23})$$

A NBR 6118 (ABNT, 2023) admite que o espaçamento mínimo entre os estribos deve ser suficiente para garantir um bom adensamento da massa de concreto, permitindo a passagem do vibrador. Já o espaçamento máximo deve atender as equações C.24 e C.25.

$$\text{Se } V_{sd} \leq 0,67 \cdot V_{rd2} \rightarrow S_{m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d \leq 30 \text{ cm} \quad (\text{equação C.24})$$

$$\text{Se } V_{sd} > 0,67 \cdot V_{rd2} \rightarrow S_{m\acute{a}x} = 0,3 \cdot d \leq 20 \text{ cm} \quad (\text{equação C.25})$$

A armadura necessária nas diferentes regiões da peça é variada, pois o esforço cortante próximo dos apoios é maior do que no meio do vão. Assim, é calculado, nas equações C.26 e C.27, a força cortante correspondente a armadura mínima ($V_{sd,min}$), que depende da parcela de força absorvida pela armadura transversal mínima ($V_{sw,min}$) e da parcela de força absorvida pelos mecanismos da treliça (V_c). Após, na equação C.28, é possível conhecer o valor do cortante mínimo ($V_{sk,min}$) cujos valores abaixo dele resultam no uso de armaduras mínimas.

$$V_{sd,min} = V_{sw,min} + V_c \quad (\text{equação C.26})$$

$$V_{sw,min} = \frac{\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min}}{100} \cdot 0,9 \cdot d \cdot \frac{f_{ywd}}{10} \quad (\text{equação C.27})$$

$$V_{sk,min} = \frac{V_{sd,min}}{\gamma_c} \quad (\text{equação C.28})$$

APÊNDICE “D” – Planilha de cálculo de concreto protendido

Dados de entrada			
Fck	40 Mpa	Cargas Permanentes:	
CPV		G	0 kN
Agregado de basalto	0,2	g	18,75 kN/m
Slump	5 cm	Cargas Variáveis:	
Umidade relativa	70 %	Q	0 kN
Protensão	7 dias	q	30 kN/m
Comprimento	20 m	PP	15,63 kN/m
fptk	190 kN/cm ²	fpyk	170 kN/cm ²
Ep	21000 kN/cm ²		
γ	25 kN/m ³		
ep	15,00 cm		

Determinação das Propriedades Geométricas da seção transversal:						
Área	Ai (cm²)	Yi (cm)	Ai * Yi (cm³)	Ii (cm4)	Ycg - Yi (cm)	I (cm4)
1	1.500,00	185,00	277.500,00	112.500,00	-85,00	10.950.000,00
2 (x2)	112,50	165,00	18.562,50	1.406,25	-65,00	476.718,75
3	2.800,00	100,00	280.000,00	4.573.333,33	0,00	4.573.333,33
4 (x2)	112,50	35,00	3.937,50	1.406,25	65,00	476.718,75
5	1.500,00	15,00	22.500,00	112.500,00	85,00	10.950.000,00
Somatório	6.250,00		625.000,00			28.380.208,33
Distância entre o CG e os bordos			Módulo resistente à flexão		ep	85,00
Ycg	100,00		Wi	283.802,08		
YI	100,00		Ws	283.802,08		
YS	100,00					
Determinação dos limites de tensões no concreto:						
t=to=7dias	σcto		3,68 Mpa			
	σcco		22,92 Mpa			
	s	0,20	Fctm		3,51 Mpa	
	β1	0,82	Viga I		1,3	
	Fckj	32,75 Mpa				
	Fctmj	3,07 Mpa				
Protensão completa (nível 3)						
t=t∞						
ELS-D (CF)	σcto∞		0 Mpa			
	σcco∞		24 Mpa			
ELS-F (CR)	σcco∞		24 Mpa			
	σcto∞		3,19 Mpa			
Determinação dos limites de força da protensão:						
t=t0						
Bordo superior - tracionado						
σcto	0,368 kN/cm²		Pi ≤		6481,95 kN	
ro	0,9					
Mpp	149484,00 kN.cm					
Bordo inferior - comprimido						
σcco	2,292 kN/cm²		Pi ≤		6816,92 kN	
ro	0,9					
Mpp	149484,00 kN.cm					
Pi, máx	6481,95 kN					

t=t[∞]			
Protensão completa (nível 3)			
Mpp	149484,00 kN.cm	Mpp	209277,60 kN.cm
Mg	92656,00 kN.cm	Mg	129718,40 kN.cm
Mq	312747,00 kN.cm	Mq	437845,80 kN.cm
Mg+MPP	242140,00 kN.cm	Mg+MPP	338996,00 kN.cm
ELS-D (CF)	σ_{ct}^{∞}	0,00 kN/cm ²	
	σ_{cc}^{∞}	2,40 kN/cm ²	
ELS-F (CR)	σ_{cc}^{∞}	2,40 kN/cm ²	
	σ_{ct}^{∞}	0,32 kN/cm ²	

ELS-D (CF)			
Bordo superior - comprimido			
r^{∞}	0,8	$P_i \geq$	-9910,11 kN
	0,4		
Bordo inferior - tracionado			
r^{∞}	0,8	$P_i \geq$	3520,09 kN
	0,4		

ELS-F (CR)			
Bordo superior - comprimido			
r^{∞}	0,8	$P_i \geq$	-3985,62 kN
	1		
Bordo inferior - tracionado			
r^{∞}	0,8	$P_i \geq$	4450,14 kN
	1		

Resumo:			
ELS-D (CF)	P_i , min	3520,09 kN	
ELS-F (CR)	P_i , min	4450,14 kN	
	P_i , min	4450,14 kN	
	P_i , máx	6481,95 kN	

Determinação do número de Cordoalhas			
Pós-Tração			
Ap	1,01		
σ_{pi}	140,60 kN/cm ²		
Fpi	142,01		
Número de cordoalhas			
Nc	31,34	36,36	
Adotado	32	Adotado	36 5 Cabos com 10 Cordoalhas

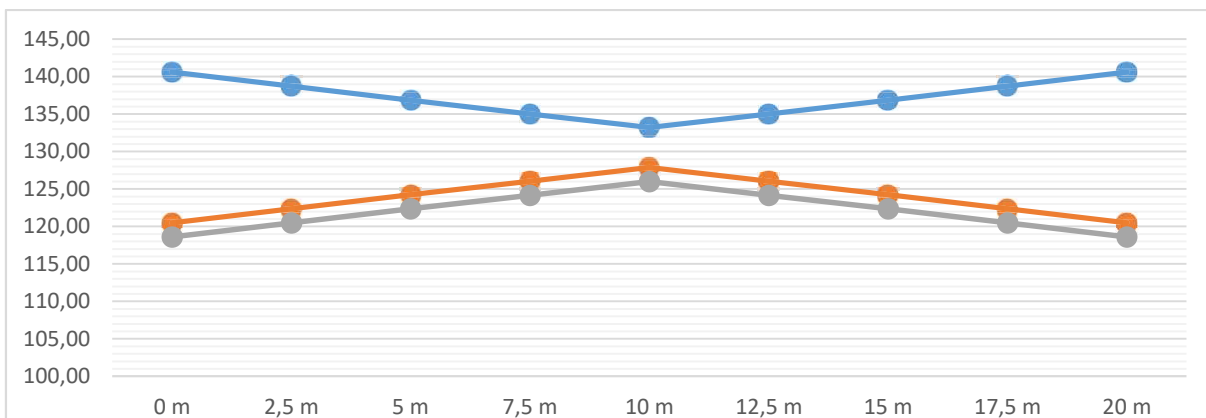
Definição do Traçado						
Seção	L	CG	yp	ep	α (rad)	α (graus)
1	0	100	100	0	0,17	9,74
2	250	100	63	37	0,13	7,31
3	500	100	36	64	0,09	4,87
4	750	100	20	80	0,04	2,44
5	1000	100	15	85	0,00	0,00

Perdas por Atrito					
Seção	x	α (graus)	$\Sigma\alpha$ (rad)	σp (kN/cm ²)	$\Delta\sigma p$ (kN/cm ²)
1	0 m	135,02	0,17	140,60	0,00
2	2,5 m	136,85	0,13	138,71	1,89
3	5 m	138,71	0,09	136,85	3,75
4	7,5 m	140,60	0,04	135,02	5,58
5	10 m	0,00	0,00	133,21	7,39
6	12,5 m	140,60	0,04	135,02	5,58
7	15 m	138,71	0,09	136,85	3,75
8	17,5 m	136,85	0,13	138,71	1,89
9	20 m	135,02	0,17	140,60	0,00

Recuo nas Ancoragens	
ΔP_0 ($x=L/2$)	5,33
Δw	0,006
E_p	21000,00
A_p	1,01
Δp_1	0,74
a	10,00
Δp_2	0,00

Perdas por Encurtamento do Concreto									
Seção	x	σx (kN/cm ²)	$\Delta\sigma w(x)$ (kN/cm ²)	P_i	$\Delta\sigma p$	σp_0	P_0	r_0	r_0
1	0 m	120,48	20,12	4380,76	-1,88	118,60	4312,30	0,84	84,35%
2	2,5 m	122,37	16,35	4449,31	-1,88	120,49	4380,85	0,86	85,69%
3	5 m	124,23	12,63	4516,94	-1,88	122,35	4448,48	0,87	87,02%
4	7,5 m	126,06	8,96	4583,67	-1,88	124,18	4515,21	0,88	88,32%
5	10 m	127,87	5,33	4649,50	-1,88	125,99	4581,04	0,90	89,61%
6	12,5 m	126,06	8,96	4583,67	-1,88	124,18	4515,21	0,88	88,32%
7	15 m	124,23	12,63	4516,94	-1,88	122,35	4448,48	0,87	87,02%
8	17,5 m	122,37	16,35	4449,31	-1,88	120,49	4380,85	0,86	85,69%
9	20 m	120,48	20,12	4380,76	-1,88	118,60	4312,30	0,84	84,35%

Area da seção homogeneizada	
A_{pi}	1,01 cm ²
A_c	6.250,00 cm ²
A_s	0 cm ²
A_p	36,36 cm ²
E_{ci}	4250,10 kN/cm ²
E_p	21000 kN/cm ²
α_e	4,94 kN/cm ²
$A_h > A_c$	
A_h	6393,30 cm ²



Tensões resultantes no ato da protensão (t0) no bordo superior e inferior da seção									
Seção	σ_{cto}					σ_{cco}			
1	0,368	-0,759	ok			2,29	-0,759	ok	
2	0,368	-0,953	ok			2,29	-0,589	ok	
3	0,368	-1,160	ok			2,29	-0,406	ok	
4	0,368	-1,253	ok			2,29	-0,337	ok	
5	0,368	-1,318	ok			2,29	-0,295	ok	
6	0,368	-1,253	ok			2,29	-0,337	ok	
7	0,368	-1,160	ok			2,29	-0,406	ok	
8	0,368	-0,953	ok			2,29	-0,589	ok	
9	0,368	-0,759	ok			2,29	-0,759	ok	
Seção	$\chi(t,t_0)$	χ_p	χ_c	n	Pp	$\varepsilon(cc(t,t_0))$	σ_{p0}	$\sigma_{c,p0g}$	$\Delta\sigma(t,t_0)$
1	0,0369	1,0369	2,2118	1	0,0058	0,000384636	118,60	0,675	-18,83
2	0,0397	1,0397	2,2118	1,000030149	0,0058	0,000466508	120,49	0,818	-20,71
3	0,0425	1,0425	2,2118	1,000090204	0,0058	0,000603939	122,35	1,059	-23,64
4	0,0452	1,0452	2,2118	1,000140943	0,0058	0,000736658	124,18	1,292	-26,47
5	0,0479	1,0479	2,2118	1,000159112	0,0058	0,000781298	125,99	1,370	-27,64
6	0,0452	1,0452	2,2118	1,000140943	0,0058	0,000736658	124,18	1,292	-26,47
7	0,0425	1,0425	2,2118	1,000090204	0,0058	0,000603939	122,35	1,059	-23,64
8	0,0397	1,0397	2,2118	1,000030149	0,0058	0,000466508	120,49	0,818	-20,71
9	0,0369	1,0369	2,2118	1	0,0058	0,000384636	118,60	0,675	-18,83

t=t_∞			
Protensão completa (nível 3)			
M _{pp}		149484,00 kN.cm	
M _g		92656,00 kN.cm	
M _q		312747,00 kN.cm	
ELS-D (CQP)	σ _{ct∞}	0,00 kN/cm ²	
	σ _{cc∞}	-2,40 kN/cm ²	
ELS-F (CF)	σ _{cc∞}	-2,40 kN/cm ²	
	σ _{ct∞}	0,319 kN/cm ²	

ELS-D (CF)					
Bordo superior - comprimido					
r _∞	0,70	-0,80	≥	-2,40	ok
	0,40				
Bordo inferior - tracionado					
r _∞	0,70	-0,35	≤	0	ok
	0,40				
ELS-F (CR)					
Bordo superior - comprimido					
r _∞	0,70	-1,46	≥	-2,40	ok
	1,00				
Bordo inferior - tracionado					
r _∞	0,70	0,312	≤	0,319	ok
	1,00				

t=t_∞

Protensão completa (nível 3)

M_{pp} 0,00 kN.cm

M_g 0,00 kN.cm

M_q 0,00 kN.cm

ELS-D (CQP) $\sigma_{ct\infty}$ 0,00 kN/cm²

$\sigma_{cc\infty}$ -2,40 kN/cm²

ELS-F (CF) $\sigma_{cc\infty}$ -2,40 kN/cm²

$\sigma_{ct\infty}$ 0,319 kN/cm²

ELS-D (CF)

Bordo superior - comprimido

r_{∞} 0,71 0,00 $\geq$ -2,40 ok
0,40

Bordo inferior - tracionado

r_{∞} 0,71 0,00 $\leq$ 0 ok
0,40

ELS-F (CR)

Bordo superior - comprimido

r_{∞} 0,71 0,00 $\geq$ -2,40 ok
1,00

Bordo inferior - tracionado

r_{∞} 0,71 0,00 $\leq$ 0,319 ok
1,00

VERIFICAÇÃO DO ELU			
Pd	3218,58	kN	
Yp	0,90		
P ∞	3576,20	kN	
Ec	3200,00	kN/cm ²	
Ac	6250,00	cm ²	
ep	85,00	cm ²	
Ic	28380208,33	cm ⁴	
$\epsilon_{cd,enc}$	0,000417	0,42	‰
Ap	36,36	cm ²	
Ep	21000	kN/cm ²	
$\epsilon_{pd,inc}$	0,004215	4,22	‰
Pré-alongameto	4,63	‰	
fpyk	171		
y	1,15		
σ_{pd}	148,70	kN/cm ²	
fcd	2,86		
bf	50,00		
bw	20,00		
hf	30,00		
fpyd	171,00		
fyd	43,48		
x	82,89	cm	Linha neutra
ϵ_{cd}	3,50	‰	
ds	195,00	cm	
dp	185,00	cm	
$\epsilon_{pd,ult}$	4,31	‰	
$\epsilon_{pd,tot}$	8,94	‰	
ϵ_{pyd}	0,007080745	7,08	‰
y	10,99212034		
σ_{pd}	159,69		
x	93,18		
Md	725158,00		
Mrd	906432,08		
Verificação	Mrd>Md	ok	

APÊNDICE “E” – Planilha de cálculo de concreto armado

Dimensionamento a Flexão				
Dados		Dimensionamento		
$b_w =$	50 cm	$X_{23} =$	49,73 cm	
$h =$	200 cm	$X_{lim} =$	120,66 cm	
$d =$	192 cm	A	B	C
$d' =$	8 cm	-38,86	18651,43	-725158,00
$F_{ck} =$	40 Mpa	$X_1 =$	42,67	
$F_{yk} =$	500 Mpa	$X_2 =$	437,33	
$M_d =$	725158 kN.cm	$X =$	42,67	
		Domínio		
		DOMÍNIO 2		
Armadura				
$A_s =$	95,34 cm²			
$A_{s'} =$	0,00 cm²			
$A_{s\ min} =$	17,90 cm²			

Dimensionamento ao Corte				
Dados		Dimensionamento		
$b_w =$	50 cm	$T_{wd} =$	0,106146 kN/cm ²	
$h =$	200 cm	$T_{wu} =$	0,648 kN/cm ²	
$d =$	192 cm		OK!	
$d' =$	8 cm	$T_c =$	0,11 kN/cm ²	
$F_{ck} =$	40 Mpa	$T_{def} =$	0,00 kN/cm ²	
$F_{yk} =$	500 Mpa	$A_{sw/s} =$	0,11 cm ² /m	
$V_d =$	1019,00 kN	$A_{sw/s\ min} =$	8,07 cm ² /m	
$f_{cd} =$	2,86 kN/cm ²	$V_{rd2} =$	6220,80 kN/cm ²	
$f_{ctm} =$	0,35 kN/cm ²	$V_{rd2} > V_d$	OK!	
$F_{ctd} =$	0,18 kN/cm ²			
$\alpha_v =$	0,84 kN/cm ²			
$V_c =$	1010,54 kN			