

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL – PUCRS
FACULDADE DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO

FABIO ESPINDOLA COZZA

**MODELAGEM MATEMÁTICA: PERCEPÇÃO E CONCEPÇÃO DE
LICENCIANDOS E PROFESSORES**

Porto Alegre
2013

FABIO ESPINDOLA COZZA

**MODELAGEM MATEMÁTICA: PERCEPÇÃO E CONCEPÇÃO DE
LICENCIANDOS E PROFESSORES**

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado de Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Dra. Isabel Cristina Machado de Lara

PORTO ALEGRE
2013

Fontes de Catalogação (CIP)

C882m Cozza, Fabio Espindola

Modelagem matemática: percepção e concepção de licenciandos e professores / Fabio Espindola Cozza. – Porto Alegre, 2012.

97 f.

Diss. (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Faculdade de Física, PUCRS.

Orientador: Dra. Isabel Cristina Machado de Lara.

1. Matemática - Ensino. 2. Modelos Matemáticos. 3. Professores - Formação Profissional. I. Lara, Isabel Cristina Machado de. II. Título.

CDD 511.8

Bibliotecário Responsável

Ginamara de Oliveira Lima

CRB 10/1204

FABIO ESPINDOLA COZZA

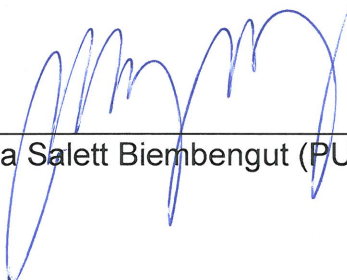
**MODELAGEM MATEMÁTICA: PERCEPÇÃO E CONCEPÇÃO DE
LICENCIANDOS E PROFESSORES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

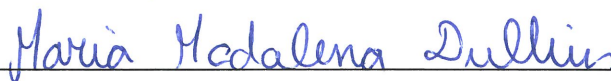
Aprovado em 10 de janeiro de 2013, pela Banca Examinadora.



Dra. Isabel Cristina Machado de Lara (Orientadora - PUCRS)



Dra. Maria Salett Biembengut (PUCRS)



Dra. Maria Madalena Dullius (UNIVATES)

Dedico este trabalho aos meus pais, Idevan Estanislau Cozza e Neida Santa Espindola (in memorian), e à minha Tia Níria Espindola Teixeira (in memorian), exemplos de força e de dedicação, que sempre incentivaram com carinho meu crescimento pessoal e profissional.

AGRADECIMENTOS

Entre todos aqueles que gostaria de agradecer, em especial:

À Dra. Isabel Cristina Machado Lara, pelo criativo trabalho de orientação ao longo da dissertação e como participante da pesquisa. Minha eterna gratidão pela amizade, nesse tempo de aprendizado e convivência, pela paciência e apoio incondicional.

À Dra. Maria Salett Biembengut, por despertar em mim os primeiros interesses pela Modelagem Matemática.

Ao Dr. João Harres, por me apoiar no início dessa caminhada.

À Coordenadora do PIBID MS. Maria Beatriz Menezes Castilhos, que acreditou em minha proposta e me proporcionou a participação em seu grupo.

Ao Dr. Maurivan Guntzel Ramos, pela demonstração de carinho ao ensinar.

À Dra. Regina Maria Rabello Borges, por ensinar com amor e dedicação.

Aos professores e bolsistas do PIBID, os sujeitos de minha pesquisa, por suas valiosas contribuições.

Ao meu irmão Rodrigo, e à minha família por acreditarem em mim.

À Miriam Pacheco, pelo apoio, dedicação e incentivo durante toda minha caminhada.

À minha dinda Dulce Helena, que sempre apoiou meus estudos.

Ao colega de curso e amigo Luciano Agne, pelo carinho, amizade e incentivo durante todo curso.

RESUMO

Essa dissertação aborda a Modelagem Matemática na formação inicial e continuada de professores, apresentando como objetivo analisar como diferentes intervenções pedagógicas modificam as percepções sobre Modelagem Matemática de professores de Matemática e de estudantes em formação. Toma como estudo específico integrantes do Programa Institucional de Bolsa e Iniciação à Docência - PIBID de Matemática da PUCRS, quatro professores supervisores e 19 licenciandos-bolsistas. Com apoio em autores como Bassanezi e Biembengut, mostra o modo como, historicamente, a Modelagem Matemática se solidifica como um método de ensino e de pesquisa no Brasil. A partir dos estudos desenvolvidos por Biembengut descreve algumas intervenções pedagógicas que possam servir de subsídios teóricos e práticos para que os participantes elaborem e apliquem propostas de Modelagem nas escolas em que atuam. Metodologicamente descreve, categoriza, compara e analisa dados de um *corpus* de informações advindas de um pré e um pós-questionário, de gravações de áudio e vídeo realizadas ao longo dos encontros e de relatórios escritos entregues ao final de cada oficina. Por meio da Análise Textual Discursiva verifica que a maioria dos sujeitos de pesquisa não teve contato com a Modelagem Matemática em sua formação acadêmica, e, quando teve, foi apenas por meio de transmissões teóricas sem percorrer suas etapas: interação, matematização e modelo. Inicialmente, para esses sujeitos a Modelagem Matemática é vista como resolução de problemas da realidade ou como uma nova metodologia de ensino. Após as intervenções pedagógicas, a elaboração e a aplicação das propostas, constata uma mudança significativa nessas percepções: apenas quatro participantes não conseguem demonstrar no pós-questionário uma compreensão do conceito de Modelagem como um método de pesquisa e de ensino, embora na execução da proposta o seu grupo houvesse obtido êxito. Assim, ao concluir essa dissertação, entre as considerações apontadas, e defender a Modelagem tanto como método de pesquisa, quanto método de ensino, destaca-se a importância de uma formação que rompa com a postura disciplinar e a constituição de um especialista, uma vez que os problemas que se apresentam na realidade do aluno não se referem nem a um único conteúdo, nem a uma única área específica.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, formação de professores, formação continuada, Modelagem Matemática.

ABSTRACT

This dissertation addresses the Modeling Mathematics in initial and continuing teaching education, presenting as its main purpose to analyze how different pedagogical interventions can modify the teachers' and students' perceptions about Modeling Mathematics. It takes, as its specific study, members of the Institutional Scholarship and Introduction to Teaching Program of the Mathematics Course from PUCRS - four supervising teachers and 19 undergraduate students. Supported by authors like Bassanezi and Biembengut, it shows how, historically, Mathematics Modeling becomes solid as a teaching and research method in Brazil. In studies developed by Biembengut, the author describes some pedagogical interventions that can serve as a theoretical and practical support for participants to develop and implement Modeling proposals in schools where they work. Methodologically, the research describes, categorizes, compares and analyzes data from a corpus of information from pre-and post-questionnaires, audio and video recordings taken during the meetings and written reports given at the end of each workshop. Through Discursive Textual Analysis, the research notes that most study subjects did not have contact with the mathematics modeling during their academic graduation, and, when they had the opportunity to know it, it was only about theoretical transmissions without going through its stages: interaction, mathematization and modeling. Initially, for these individuals, Modeling Mathematics is seen as a solution for problems in real life or a new teaching methodology. After the pedagogical interventions, the development and the implementation of the proposals, a significant change in these perceptions is evident, only four participants could not demonstrate an understanding of the concept of modeling as a method of research and teaching in the post questionnaire, although that group had succeeded during the implementation of the proposal. So, at the conclusion of this dissertation, among all the considerations mentioned, and after defending the modeling either as research method, the teaching method, the importance of training to break the disciplinary posture and the constitution of an expert stands out, since the problems presented in the student's reality do not refer to either a single subject or a specific area.

Key-words: Mathematical Modelling, teacher formation, continuing education, Modeling Mathematics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1: Intervenções realizadas pelo pesquisador.	34
Quadro 2: Frequência das diferentes percepções de Modelagem Matemática	40
Quadro 3: Descrição das etapas de Modelagem pelas escolas na oficina 1	42
Quadro 4: Descrição das etapas de Modelagem pelas escolas na oficina 2	50
Quadro 5: Descrição das etapas de Modelagem pelas escolas na oficina 3	52
Quadro 6: Percepções dos professores supervisores e licenciandos sobre o conceito de Modelagem Matemática(Pós-questionário)	55
Quadro 7: Descrição das etapas de modelagem pelas escolas na oficina	58
Quadro 8: Percepções dos professores supervisores e licenciandos	67
Quadro 9: Descrição das categorias no pré e pós-questionário.....	68

LISTA DE SIGLAS

CAPES - Fundação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
IDEB - Índice de desenvolvimento da Educação Básica
NCTM - Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar
PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PUCRJ – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
PUCRS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

SUMÁRIO

1 IDENTIFICANDO O CAMINHO	12
2 CONSTRUINDO ALICERCE.....	17
2.1 Concepções de Modelagem Matemática: Conceitos e definições	17
2.1.3 Modelagem Matemática como método de Ensino de Matemática: Modelação Matemática.....	22
2.2 Percepção e Concepção: Conceitos e definições	27
3 METODOLOGIA	31
3.1 Método de pesquisa.....	31
3.2 Sujeitos de pesquisa	32
3.3 Instrumentos	33
3.3.1 Questionário.....	33
3.3.2 Intervenções pedagógicas do pesquisador	34
3.3.3 Depoimentos	36
3.4 Método de Análise	37
4 ANÁLISE E CATEGORIZAÇÃO DO QUESTIONÁRIO PRÉVIO.....	39
5 DESCREVENDO A INTERVENÇÕES PEDAGÓGICAS DO PESQUISADOR	47
5.1 Programação.....	47
5.2 Primeiro encontro.....	48
5.3 Segundo encontro	48
5.4 Terceiro encontro	51
5.5 Quarto encontro.....	54
5.6 Quinto encontro.....	56
5.7 Sexto encontro - Elaborando a proposta de ensino.....	60

5.8 Sétimo e oitavo encontro: Elaboração da proposta	60
5.9 Seminários	65
6 ANÁLISE E CATEGORIZAÇÃO DO PÓS-QUESTIONÁRIO	
6.1 Categorização do Pós-questionário.....	67
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79
APÊNDICES.....	83
APÊNDICE A: Pré-questionário	83
APÊNDICE B: Pós- questionário	86
APÊNDICE C: 1ª oficina.....	88
APÊNDICE D: 2ª oficina.....	91
APÊNDICE E: 3ª oficina.....	93
APÊNDICE F: 4ª oficina	95

1 Identificando o Caminho

Durante o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Rio Grande – FURG, tive a oportunidade de participar como bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, por meio do qual vivenciei atividades que incentivavam a pesquisa em sala de aula, e a busca por discutir/refletir acerca de questões relacionadas à importância da contextualização dos conteúdos matemáticos para facilitar o ensino e a aprendizagem. Esses fatos e inquietações me incentivaram a buscar novos aprendizados, o que me fez iniciar o Mestrado em Educação em Ciências e Matemática na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS) no ano de 2011.

Ao iniciar o curso de Mestrado realizei uma disciplina intitulada Fundamentos da Educação Matemática ministrada pela professora Dra. Maria Salett Biembengut. Na primeira aula a professora com um simples questionamento – “Em quanto tempo é formada uma colmeia de abelhas?”, mostrou-nos como é possível introduzir a pesquisa em sala de aula e traduzir um problema real para linguagem matemática, resolvendo-o por meio da matematização, interpretando a adequabilidade de sua solução. Fiquei fascinado, a expectativa em aprofundar meus estudos em Modelagem foi grande. O contato com o tema por meio dos estudos e dos trabalhos que essa disciplina oportunizou-me mostrou-me uma Matemática que pode ser ensinada de forma contextualizada, não somente da forma ensinada pelos livros, mas partindo da realidade e da motivação do aluno, visão que até então eu não possuía. Desse modo, na medida em que conhecia mais sobre a área, mais instigado e motivado a pesquisar eu ficava, uma vez que pouco havia ouvido falar sobre Modelagem Matemática durante a graduação e, tampouco, a utilizava como método de ensino.

Esses fatores justificam o meu interesse em realizar um estudo abordando a Modelagem Matemática no ensino da Matemática buscando verificar a realidade de outros professores e futuros professores sobre suas percepções e práticas sobre Modelagem Matemática.

Segundo Biembengut (2011), discussões sobre Modelagem Matemática começaram a ser mais frequentes no Brasil a partir da década de 1970. As primeiras propostas de Modelagem Matemática foram feitas por professores de Engenharia e

de Matemática aplicada, com a intenção de fazer com que seus alunos identificassem a aplicabilidade dos seus conceitos nas Ciências e na Engenharia. A autora afirma que, um dos precursores da introdução de Modelagem Matemática, em suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral, foi o professor Aristides Camargo Barreto, da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUCRJ), nas décadas de 1970 e 1980. Seguindo esses passos, Rodney Bassanezi, professor da Universidade de Campinas (UNICAMP), e seus orientandos, consolidaram a difusão da Modelagem no país.

No Reino Unido, o professor David Burghes começou um trabalho que utilizava a Modelagem na graduação, e desenvolvia projetos com professores de Ensino Médio, com a finalidade de produzir novos materiais de Modelagem (BIEMBENGUT, 2011).

Os estudos sobre Modelagem Matemática aplicada ao ensino têm, nas últimas décadas, ocupado um lugar de destaque em eventos e nas produções acadêmicas. No entanto, percebo que, ao menos nas escolas em que leciono e na troca de experiências com colegas do curso, na realidade poucos têm sido os professores que a utilizam como método de ensino. Por meio de conversas verifica-se que isso ocorre, na maioria das vezes, devido à falta de preparação desses professores, tanto durante o curso de Licenciatura em Matemática, quanto em sua formação continuada.

Assim, essa pesquisa tem como objetivo analisar contribuições que oficinas pedagógicas sobre Modelagem Matemática podem ocasionar na formação inicial e continuada dos professores participantes, buscando responder a pergunta: *Como diferentes intervenções pedagógicas modificam as percepções dos professores e licenciandos participantes da pesquisa sobre Modelagem Matemática?*

Para atingir esse objetivo e responder a questão de pesquisa, algumas metas, ou objetivos específicos se delineiam:

- a) identificar as percepções prévias de professores de escolas públicas e de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática sobre Modelagem Matemática;
- b) verificar as possíveis mudanças dessas percepções ao longo da realização de oficinas pedagógicas sobre Modelagem Matemática;
- c) averiguar as contribuições que as oficinas e o acompanhamento do pesquisador durante a elaboração das propostas deram para a mudança das

percepções dos participantes sobre Modelagem e sua utilização em suas práticas docentes;

d) analisar a coerência entre o discurso sobre Modelagem dos participantes da pesquisa durante a realização das oficinas, o planejamento e a aplicação de suas propostas de Modelagem com seus alunos.

Para desenvolver a pesquisa a amostra escolhida é composta por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da PUCRS, participantes do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à docência – PIBID e por professores de escolas públicas de Porto Alegre. Ao todo são quatro professores e 19 estudantes.

O PIBID é um programa do Ministério da Educação, gerenciado pela CAPES (Fundação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), cujo objetivo maior é inserir os licenciandos no cotidiano das escolas públicas sob a supervisão de professores dessas escolas e a orientação de docentes da Universidade, com o intuito de problematizar o contexto encontrado, buscando alternativas que deem conta das demandas observadas. Desse modo, um trabalho de formação específica sobre Modelagem Matemática com esses professores e licenciandos poderá contribuir não apenas para a formação desses futuros professores e para a reciclagem dos professores que já atuam há mais tempo em sala de aula, como também para a integração da escola com a Universidade.

Esse programa oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos presenciais que se dedicam a estágios em escolas públicas e que, após graduados, se comprometem com o magistério na rede pública. O objetivo é antecipar o vínculo entre os futuros professores e os alunos de escolas da rede pública, além de aproximar o conhecimento científico do ensino básico.

A intenção do PIBID é unir as secretarias estaduais e municipais de educação e as universidades, com intuito de oportunizar a melhoria do ensino nas escolas públicas em que o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) esteja abaixo da média nacional¹. O PIBID tem como proposta incentivar a carreira de magistério nas áreas de educação básica com maior carência de professores com formação específica: Ciências e Matemática de sexto a nono ano do Ensino

¹ No caso das escolas públicas os Anos Finais do Ensino Fundamental tiveram uma média de 4,1 em 2011, e o Ensino Médio de 3,7 (BRASIL, 2012).

Fundamental e Física, Química, Biologia e Matemática do Ensino Médio. Propõe um processo reflexivo entre docentes das escolas, docentes da Universidade e alunos de licenciatura visando ações de educação continuada. Portanto, justifica-se a escolha do PIBID Matemática como amostra desse estudo.

Para tanto, essa dissertação foi estruturada em sete capítulos, atribuindo ao primeiro, *Identificando o caminho*, um caráter introdutório.

No segundo capítulo, *Construindo o alicerce*, busco realizar uma revisão bibliográfica, trazendo os principais autores que tratam dos conceitos centrais envolvidos em meu problema de pesquisa: percepção, concepção e Modelagem Matemática. Para abordar os dois primeiros, referencio autores como Dewey (1979), Vygotsky (2001). Para fazer um levantamento bibliográfico dos estudos sobre as concepções de Modelagem Matemática e do modo como vem sendo tratada como método de pesquisa e de ensino, em particular, no Brasil, destaco entre os autores utilizados: Bassanezi (2002) e Biembengut (1990, 2004, 2009, 2012), Burak (1992) e Barbosa (2001,2003).

No terceiro capítulo, *Metodologia*, apresento a abordagem metodológica adotada nessa pesquisa. É realizada a descrição dos sujeitos da pesquisa e a especificação dos instrumentos utilizados, bem como do método de análise adotado: Análise Textual Discursiva.

No quarto capítulo, *Análise e categorização do questionário prévio*, procuro verificar e categorizar, as percepções iniciais dos professores e dos futuros professores em relação à Modelagem Matemática, considerando suas vivências e seus conhecimentos anteriores.

No quinto capítulo, *Descrevendo as intervenções pedagógicas do pesquisador*, exponho as intervenções pedagógicas, relatando cada um dos encontros e as oficinas realizadas com os sujeitos que participaram dos estudos durante a realização da pesquisa. A pretensão é trazer à tona os procedimentos adotados em cada encontro e os depoimentos mais relevantes apresentados pelos sujeitos.

No sexto capítulo, *Análise e categorização do pós-questionário*, apresento a análise e categorização do pós-questionário, procurando descrever as modificações das percepções dos participantes da pesquisa em termos de argumentação sobre Modelagem Matemática, após a realização de oficinas e as intervenções ao longo do processo. O intuito é analisar convergências e

divergências que evidenciem uma mudança das respostas dadas ao pré-questionário.

Nas *Considerações Finais*, procuro fazer uma síntese do que trato nessa dissertação, trazendo as considerações mais relevantes percebidas ao longo de todo esse estudo e apontando possíveis conclusões, sugestões e indagações.

2 Construindo Alicerce

Ao delimitar o problema desse estudo como sendo: *Como diferentes intervenções pedagógicas modificam as percepções dos professores e licenciandos participantes da pesquisa sobre Modelagem Matemática?*, vêm à tona dois conceitos que sustentam essa pesquisa: percepção e Modelagem Matemática.

Desse modo, nesse capítulo procura-se apresentar uma revisão bibliográfica, trazendo os principais autores que tratam desses conceitos. Além do conceito de percepção, será abordado o conceito de concepção, para tanto os autores referenciados serão Dewey, Vygotsky.

Em relação à Modelagem Matemática e do modo como vem sendo tratada como método de pesquisa e de ensino, em particular, no Brasil, destaca-se entre os autores utilizados: Bassanezi e Biembengut.

2.1 Concepções de Modelagem Matemática: Conceitos e definições

2.1.1 Concepções

Para Bassanezi (1994, p. 61), a Modelagem Matemática “[...] consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. A Modelagem Matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia a teoria e a prática, motivando seu usuário na procura de entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

Bassanezi afirma que sua importância reside no fato de poder resolver uma situação-problema do cotidiano com o auxílio de ferramentas matemáticas e interpretar essa solução na realidade. Para o autor (ibid.), a Modelagem Matemática possui diferentes abordagens, podendo “ser tomada tanto como método científico de pesquisa quanto como estratégia de ensino-aprendizagem” (p.16).

Na mesma perspectiva, Biembengut (1990, p. 14) afirma que: “A ideia de Modelagem suscita a imagem de um escultor frente a um objeto. O escultor, ao trabalhar essa argila, pode produzir outro objeto que se assemelha ou não do objeto inicial”. Para a autora: “Modelagem Matemática é o processo de análise dos

procedimentos recorrentes envolvidos na formulação de um Modelo Matemático a partir de uma dada situação [...]” (BIEMBENGUT, *ibid.* p. 17).

Biembengut (*ibid.*) considera a Modelagem como uma arte ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para resolver uma solução em particular, mas que sirvam posteriormente, como suporte para outras aplicações. A autora salienta que a Modelagem é um meio para integrar dois conjuntos aparentemente disjuntos: a matemática e realidade.

Burak (1992) afirma que: “A Modelagem Matemática é um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos que o homem vive em seu cotidiano, ajudando a fazer previsões e tomar decisões” (p. 62).

Para Lopes e Borba (1994), o processo de Modelagem Matemática é uma maneira de tentar compreender a matemática existente no cotidiano, traduzindo um problema real para a linguagem matemática.

Barbosa (2003) apresenta concepções análogas às anteriores. Para Barbosa (*ibid.*, p. 58), Modelagem Matemática é “[...] todo o processo de abordagem de um problema não matemático, envolvendo a construção do modelo matemático”, tendo como ponto de partida um problema real, e, através da utilização de ferramentas matemáticas, conseguir chegar à construção de um modelo matemático para representar uma situação real.

Segundo Arora e Rogerson (1991), a Modelagem Matemática é um processo de representação de problemas do mundo real em termos matemáticos, na tentativa de encontrar soluções para estes problemas. Para os autores, um modelo matemático pode ser considerado como uma simplificação ou abstração de um problema (complexo) do mundo real ou situação em uma forma matemática, convertendo, assim, o problema real em problema matemático, resolvendo-o e interpretando sua solução.

Swetz e Hartzler (1991) afirmam que a Modelagem Matemática pode ser compreendida como: “um processo matemático que envolve a observação de um fenômeno, relacionando conjecturas, aplicando a análise matemática para obtenção de resultados (equações, estruturas simbólicas, etc.), e reinterpretando o modelo” (p. 96).

Blum, Galbraith e Niss (2007) definem a Modelagem Matemática como sendo o processo de identificar questões relevantes, variáveis, relações e

suposições de uma situação real, traduzindo-as para a linguagem matemática, chegando a um modelo, o qual deve ser analisado e interpretado.

Conforme as concepções dos autores citados verifica-se a Modelagem Matemática como sendo um processo que converte uma situação escrita na linguagem proposta pela realidade em linguagem matemática, criando um modelo matemático que represente a situação real ou solucione o problema, e, por meio de análise e de interpretações desse modelo na realidade estudada, ocorre à validação do modelo. Todas as conceituações apresentadas relacionam uma situação da realidade e a linguagem matemática.

2.1.2 Modelo Matemático e a Elaboração de um Modelo

De acordo com o dicionário Aurélio da língua portuguesa (2006), o termo modelo significa “1. representação de algo a ser reproduzido. 2. Protótipo de um objeto. 3. Pessoa que posa para artista plástico ou fotógrafo. 4. Pessoa que serve de exemplo ou norma” (p.559).

Em relação aos modelos matemáticos Bassanezi (2002, p. 19) afirma que:

Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o *modelo*. (grifo do autor).

Antes de definir Modelo Matemático, o autor comenta sobre a ambiguidade do termo *modelo*, uma vez que pode ser utilizado em diversas situações, restringindo seus estudos a apenas dois tipos: modelo objeto e modelo teórico. O primeiro diz respeito à representação de um objeto ou fato concreto podendo ser uma representação pictórica, na forma, por exemplo, de desenho, esquema compartimental ou mapa conceitual na forma de fórmula matemática, ou ainda, simbólica. Já o segundo, definido como modelo teórico “[...] é aquele vinculado a uma teoria geral existente - será sempre construído em torno de um modelo objeto com um código de interpretação.” (ibid., 2002, p. 20).

A partir disso, Bassanezi (ibid.) define modelo matemático como “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzem de alguma forma o objeto estudado” (p. 20).

O autor esclarece que os modelos matemáticos podem ser formulados de formas diferentes, conforme a natureza e as situações analisadas, e podem ser classificados conforme o tipo de matemática utilizada para resolver esses problemas. Essa classificação pode ser definida conforme o tipo de modelo utilizado. Se o modelo for linear ou não linear, suas equações básicas terão essas características. Já se modelo for estático, representará a forma do objeto a ser modelado. Se for um modelo educacional, vai basear-se apenas em suposições, e terá quase sempre, soluções analíticas (ibid., 2002).

Além desses, segundo o autor, existe ainda o modelo estocástico ou determinístico. O modelo será determinístico quando basear-se em suposições em que existem informações suficientes em determinado estágio do processo, e a partir disso, pode-se ter uma previsão do futuro do sistema. Já se esse modelo for do tipo estocástico, descreverá toda a dinâmica de um sistema em termos probabilísticos.

Para obtenção de um modelo, Bassanezi (2002) propõe um esquema simplificado, ao qual ele chama de atividades intelectuais da Modelagem Matemática, e destaca seis etapas denominadas de Experimentação, Abstração, Resolução, Validação, Modificação e Aplicação.

A primeira etapa, **Experimentação**, é uma atividade laboratorial em que se processa a obtenção de dados (ibid.). A segunda etapa, **Abstração**, é a etapa que leva a formulação do modelo matemático, podendo ser dividida em quatro subetapas: seleção de variáveis; problematização ou formulação dos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando; formulação de Hipótese; e, simplificação.

Na terceira etapa, **Resolução**, acontece a troca da linguagem natural das hipóteses pela linguagem matemática coerente. Em outras palavras, conforme Bassanezi (ibid.) é quando se obtém o modelo matemático capaz de responder a questão.

A **Validação**, quarta etapa, de acordo com Bassanezi (ibid.), é quando ocorre a aceitação, ou não, do modelo proposto.

Na quinta etapa, **Modificação**, os fatores ligados ao problema original provocam a rejeição do modelo. Diante de uma dessas falhas, o modelador deve

voltar aos dados iniciais do experimento e retomar o processo. Bassanezi (ibid.) salienta que um modelo não deve ser considerado definitivo e que um bom modelo é o que favorece a formulação de novos modelos.

Finalmente na última etapa, a **Aplicação** de um modelo, dependerá essencialmente do contexto em que o mesmo foi desenvolvido, pois um modelo matemático pode ser de boa aceitação para um Astrônomo e não para um matemático e vice-versa, Bassanezi (ibid.) argumenta que um modelo parcial poderá atender as necessidades de um pesquisador, mesmo que não abranja a todas as variáveis de um fenômeno estudado. Para análise e construção de um modelo matemático, a atividade de um matemático é fundamental, mas a sua aplicabilidade e validação correspondem ao pesquisador de outras áreas.

Na mesma perspectiva, em seus estudos, Biembengut (2004) define Modelo como sendo: “Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real” (p. 16). Para a autora, a elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que o modelador possui. Se o modelador tiver um bom domínio dos conhecimentos matemáticos, maiores serão suas possibilidades de resolver as situações.

De acordo com Biembengut (2009), o processo de elaboração de um Modelo Matemático pode ser dividido em três etapas: **interação, Matematização e modelo matemático**. Essas etapas se subdividem em seis subetapas: reconhecimento da situação-problema, familiarização, formulação do problema, resolução do problema, interpretação da solução e a validação do modelo.

A primeira etapa, **interação**, segundo Biembengut (ibid.), é quando ocorrerá a familiarização com o problema a ser modelado. Nessa fase, ocorrerá a interação com o tema a ser estudado ou problematizado e o delineamento da situação a ser estudada. Para que a situação fique mais clara para modelador, deve ser feita uma pesquisa ou levantamento de dados sobre o assunto escolhido em livros, jornais, revistas, ou em dados obtidos junto a especialistas da área.

Na segunda etapa, **Matematização**, ocorre à formulação do problema e a sua resolução em termos de Modelo Matemático. A autora define essa fase como a mais complexa e desafiadora, pois é nela que ocorre a tradução da situação-problema para a linguagem matemática (BIEMBENGUT, ibid.).

Finalmente, na terceira e última etapa, **Modelo Matemático**, acontecerá a interpretação da solução encontrada e a verificação ou não de sua validade. É nessa fase que faremos a testagem do modelo para averiguar se ele aproxima-se da situação-problema inicial. Biembengut (ibid.) afirma que a interpretação da solução deve ser feita através de análises das implicações da solução, derivada do modelo que está sendo investigado, avaliando seu grau de confiabilidade. Se a verificação não der certo, ou seja, se o modelo não for confiável, retornamos à segunda etapa, a Matemática, e começamos novamente o processo.

Assim, verifica-se que a obtenção de um modelo matemático exige uma realização ordenada de ações, orientadas, geralmente, pelo professor.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (1999): “É preciso que o aluno perceba a matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la” (p. 251).

Em nossa sociedade, o uso de modelos matemáticos é amplamente reconhecido, devido às suas aplicações na resolução de problemas que afetam diretamente o comportamento das pessoas. São utilizados modelos matemáticos em praticamente todas as áreas científicas, como, por exemplo, na Física, Biologia, Química, Economia, Administração, Engenharia e na própria Matemática.

2.1.3 Modelagem Matemática como método de Ensino de Matemática: Modelação Matemática

Biembengut (2004), ao tratar da Modelagem Matemática como um método de ensino voltado à sala de aula e levando em conta os conteúdos programáticos que serão desenvolvidos pelo professor, refere-se à Modelação Matemática. A autora salienta que o objetivo principal da utilização de Modelagem Matemática é estabelecer o modelo matemático de uma situação-problema estudada, enquanto que na Modelação Matemática é promover o conhecimento do aluno.

Modelação Matemática é definida por Biembengut (ibid.) como um método que se utiliza da essência da modelagem no ensino, e que procura

desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático. Trata-se de um método de ensino a ser utilizado em qualquer nível de escolaridade.

Os objetivos fundamentais da aplicação desse método de ensino é proporcionar aos alunos uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos, uma vez que busca desenvolver, no aluno, a capacidade de ler, interpretar, formular e resolver problemas da sua realidade. A Modelação Matemática, além de despertar o interesse dos alunos pela Matemática, visa aproximar outras áreas do conhecimento, com o intuito de enfatizar a aplicabilidade dos conhecimentos científicos e de despertar a criatividade e o senso crítico desses alunos (BIEMBENGUT, *ibid.*).

Biembengut (*ibid.*) destaca que utilizar a Modelação Matemática em sala de aula proporciona aos alunos desenvolverem pesquisas partindo de temas de seu interesse e, assim, apreciar a Matemática como ferramenta importante para resolver problemas reais de seu cotidiano, além de desenvolver competências como a escrita e a expressão oral dos resultados obtidos na pesquisa. Essa pesquisa poderá ser feita em sala de aula, durante o horário vigente, ou como uma tarefa extraclasse. A opção dependerá da experiência do professor em orientar grupos de estudantes com os temas sugeridos e tratados por eles.

A autora recomenda ao professor que nunca trabalhou com Modelagem Matemática optar por escolher um modelo matemático já existente, fazendo uso de sua recriação em sala de aula junto com seus alunos, não se esquecendo de trabalhar o currículo inicialmente proposto. Isso dará mais segurança para o professor conhecer o processo de Modelação.

Biembengut e Hein (2009) destacam cinco passos importantes para pôr em prática esse método de ensino: diagnóstico, escolha do tema ou modelo matemático, desenvolvimento do conteúdo programático, orientação de Modelagem e a avaliação do processo.

Para realizar o **diagnóstico**, deve-se buscar conhecer o número de alunos e fazer o planejamento dos horários da disciplina. Além disso, alguns fatores são determinantes para elaboração de um diagnóstico. Entre tais fatores, os autores (*ibid.*) destacam: o levantamento prévio da realidade socioeconômica dos alunos; a verificação do grau do conhecimento matemático dos alunos; o horário da disciplina; a formação dos grupos de trabalho, como mais ou menos elementos; o levantamento da disponibilidade dos alunos para trabalho extraclasse.

Ao escolher o tema ou modelo matemático, para desenvolver o conteúdo programático, o modelador vai utilizar um tema que será transformado em modelo matemático. Esse tema pode ser escolhido a cada tópico matemático do programa, bimestral, trimestral ou semestral. A escolha do tema pode ser feita pelo professor ou pelos alunos. Indiferente da forma adotada, o professor deve inteirar-se do tema escolhido e estar em sintonia com o conhecimento e a expectativa dos alunos (BIEMBENGUT, 2009).

Biembengut (ibid.) recomenda que o professor siga as mesmas etapas e subetapas do processo de Modelagem Matemática no **desenvolvimento do conteúdo programático**, isto é: **Interação**, reconhecimento e familiarização, e **Matematização**, formulação e a resolução do problema, e **Modelo matemático**, interpretação e validação do modelo.

O quarto passo, que diz respeito às **orientações de Modelação Matemática**, tem em vista um dos principais objetivos do trabalho de Modelação em sala de aula, que é criar condições para que os alunos aprendam a criar/manusear modelos matemáticos, com o a finalidade de aprimorar os conhecimentos matemáticos, cabendo ao professor orientar o processo, buscando promover essa autonomia (BIEMBENGUT, 2004).

No último passo, **avaliação**, a autora esclarece que a mesma deve constituir uma forma de redirecionamento do trabalho desenvolvido e um instrumento para verificar o grau de aprendizado do aluno.

Ao tratar de Modelagem como estratégia de aprendizagem no ensino, Bassanezi (2002) ressalta que as atividades de Modelagem em sala de aula além de tornar o ensino de Matemática mais atraente e significativo, podem levar o estudante a desenvolver o espírito de investigação, uma vez que, os conteúdos matemáticos são trabalhados partindo da realidade do aluno. A Matemática nesse processo de ensino é utilizada como uma importante ferramenta para resolver problemas. Além disso, possibilita que os estudantes interpretem e busquem entender os conceitos matemáticos, relacionando a realidade sociocultural com o conhecimento escolar, preparando-os, assim, para serem cidadãos atuantes na sociedade.

Burak (1994) acrescenta que trabalhar a Modelagem Matemática em sala de aula acaba invertendo a sequência normalmente utilizada no ensino tradicional, na qual o professor inicia com a definição do conteúdo, demonstra exemplos e posteriormente as aplicações. Essa inversão, além de oportunizar novos ambientes

de aprendizagem, também desenvolve de forma significativa os conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula. O autor complementa que, durante o processo de Modelagem, o professor no papel de mediador/orientador do trabalho deve sanar as possíveis dúvidas, colocando novo ponto de vista em relação ao problema levantado, colocando novas questões, propondo possíveis temas e apontando soluções.

Na mesma perspectiva, Barbosa (2001) afirma que a utilização da Modelagem Matemática no ensino vem ocorrendo como meio para motivar os alunos, opondo-se ao caráter tecnicista, no qual as atividades são repetitivas, dando ênfase à reprodução de conteúdos dos livros didáticos. Quando visto desse modo, o trabalho com a Modelagem Matemática no ensino vai ao encontro com o que é proposto pelos PCNs. Segundo os PCNs “[...] para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento da Matemática, a proposta privilegia o tratamento de situações-problema, preferencialmente tomada no contexto real” (BRASIL, 2002, p.129).

Biembengut (2009) mostra em seus estudos que a Modelagem Matemática no ensino, ou seja, a Modelação Matemática pode despertar nos estudantes o interesse por tópicos matemáticos que eles ainda não conhecem e, posteriormente levá-los a aprender a modelar.

Para Burak (1987) “[...] a Modelagem Matemática no ensino, como uma estratégia de ensino e como um método para compreensão das ciências difere da Matemática escolar que se preocupa em trabalhar “como fazer”, deixando de lado o “por que fazer”. Essa postura tira a autonomia do aluno, colocando-o como dependente do professor” (p. 21).

O autor afirma que é preciso começar pela ação do fazer para chegar ao saber. Atribui à Modelagem Matemática a competência de incentivar o aluno à busca pela autonomia para aprender, raciocinar e criar o que o aproximará da postura científica (BURAK, 1992).

Na mesma linha, para Barbosa (2001), o ambiente de ensino e de aprendizagem da Modelagem Matemática pode se configurar através de três níveis de possibilidades sem limites definidos, que ilustram a materialização da Modelagem na sala de aula: a problematização de um episódio real, a apresentação de um problema aplicado e o tema gerador.

Para potencializar a prática da Modelagem Matemática em sala de aula, é importante conhecer essas perspectivas apresentadas, uma vez que os professores podem trabalhar com atividades de Modelagem de modo a utilizar essas diferentes perspectivas em sala de aula, para o ensino e aprendizado de alguns conteúdos.

A importância de desenvolver atividades de Modelagem Matemática em sala de aula está na possibilidade de ensinar e de aprender Matemática percebendo as suas aplicações para a resolução de problemas com os quais os alunos se deparam fora da escola (ALMEIDA, 2012).

D'Ambrosio (1986, p. 11) afirma que a Modelagem Matemática é “[...] um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real, e não com a simples resolução formal de um problema artificial”. Além disso, complementa que a Modelagem Matemática como método de ensino da Matemática possibilita criar em sala de aula um ambiente de aprendizagem diferenciado, uma vez que trabalha a Matemática através de aproximações com a realidade.

Barbosa (2001) salienta que uma das tarefas do matemático aplicado consiste na abordagem matemática dos problemas propostos por outras áreas a não ser a Matemática, ou seja, problemas aplicados. O autor chama a atenção para dois aspectos importantes ao trabalhar-se com Modelagem Matemática. O primeiro é que a modelagem começa e termina no mundo real, e o outro é que a natureza cíclica da Modelagem induz à revisão do modelo matemático.

Para Barbosa (ibid.), a Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar por meio da matemática, situações com referência à realidade. O termo Ambiente de Aprendizagem é uma noção apresentada por Skovsmose (2000), referindo-se às condições sob as quais os alunos são incentivados a desenvolver determinadas atividades.

Vale ressaltar que Biembengut (2009) apresenta como objetivo central de trabalhar atividades de Modelagem Matemática em sala de aula criar condições para que os alunos aprendam a fazer pesquisa, atividade pouco trabalhada na escola, apesar de fazer parte do currículo. Esse método de ensino visa proporcionar que os alunos passem a atuar e não apenas a reproduzir sem compreender os significados do que está sendo ensinado.

Desse modo, a Modelação Matemática pode ser utilizada tanto como método de ensino, quanto como método de pesquisa. Como método de ensino é sugerido que leve os alunos a fazer pesquisa (por meio de bibliografia especializada ou/e entrevistas com especialista) sobre o(s) tema(s) modelo(s) guia(s). E como método de pesquisa, somente o desenvolvimento do conteúdo programático pode ser dado da forma tradicional (BIEMBENGUT, 2004).

Para desenvolver o estudo apresentado nessa dissertação, será adotada a perspectiva para Modelagem no ensino dada por Biembengut (2009). Portanto, o termo Modelação Matemática quando mencionado terá o sentido dado pela autora.

2.2 Percepção e Concepção: Conceitos e definições

De acordo com o Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa, percepção significa: “Ato, efeito ou faculdade de perceber.” (p. 1534). Perceber, por sua vez, possui diferentes definições, entre elas: “1. Adquirir conhecimento de, por meio dos sentidos. 2. Formar ideia de; abranger com a inteligência; entender, compreender. 3. Conhecer, distinguir; notar.” (p. 1543).

Para Hochberg (1973), “[...] a percepção é um dos mais antigos temas de especulação e pesquisa no estudo do homem. Estudamos a percepção numa tentativa de explicar nossas observações do mundo que nos rodeia” (p. 11). O autor salienta que processo de interpretação dos estímulos provenientes do meio-ambiente chama-se de percepção. Cada um percebe e reage de maneira distinta aos estímulos do meio no qual está inserido.

Para Vygotsky² (2001):

[...] a percepção é parte de um sistema dinâmico de comportamento, por isso, a relação entre as transformações dos processos perceptivos e as transformações em outras atividades intelectuais, tais como, consciência, pensamento e a memória, são de fundamental importância (p.44).

Segundo o autor (ibid.), a maneira como uma pessoa percebe um determinado estímulo, seja com a ajuda de suas experiências ou por suas necessidades, a sua atuação será desencadeada. Assim, duas pessoas, ao

² Lev Semenovitch Vygotsky nasceu em 17 de novembro de 1896, em Orsha e faleceu em Moscou-Rússia, no dia 11 de junho de 1934, com 37 anos. A partir de 1912 estudou direito, filosofia e história em Moscou. Mais tarde dedicou-se a atividades intelectuais diversificadas, ensinando psicologia e focando seus estudos na teoria literária e psicologia da arte.

receberem os mesmos estímulos do meio ambiente, poderão ter percepções diferenciadas do ocorrido, uma vez que, trazem experiências e valores diversos, provenientes do que aprenderam durante sua vida.

Rookes e Willson (2000) definem o termo percepção como sendo o processo que envolve o reconhecimento e a interpretação de estímulos registrados por nossos sentidos.

Dewey³ (1979) acrescenta que: “Compreender é apreender a significação. Enquanto a compreensão não ocorre, o estado é de desorientação e inquietude, levando a busca de respostas, ou seja, à pesquisa” (p. 135). E é durante a pesquisa que a significação é sugerida, uma suposição, portanto, uma ideia. A ideia pode ser aceita como uma insinuação, suposição ou possibilidade, que segundo Dewey (ibid., grifos do autor). “[...] é uma conjectura, um “palpite”, que em casos de maior importância, denominamos “hipótese” ou “teoria”: *um modo de interpretação possível, mas ainda duvidoso*” (p. 136).

Dewey afirma que “Apreender a significação de uma coisa, de um acontecimento ou de uma situação é ver a coisa, acontecimento ou situação, em suas *relações* com outras coisas: notar como opera ou funciona, que consequências traz, qual a sua causa e possíveis aplicações” (ibid., p. 140). Para o autor, uma ideia só termina quando o evento ou o objeto começa a adquirir sentido e a ser entendido. Dewey acrescenta que, começamos a compreender somente quando conseguimos aprender a significação.

Na mesma perspectiva, Barber e Legge (1976) definem a percepção como sendo “[...] o processo de recepção, seleção, aquisição, transformação e organização das informações fornecidas através de nossos sentidos” (p.11). Para os autores, nossas percepções são sensações acompanhadas de significados, os quais atribuímos como resultado de nossas experiências, por exemplo, quando estamos em um lugar escuro, remetemo-nos à lembrança da noite.

É possível corroborar essas ideias com o que afirmam Sargent e Stafford (1965) ao escreverem que uma percepção “[...] significa não só o ato físico de receber impressões sensoriais (ver, ouvir, sentir, etc.), como também a interpretação dessas sensações” (p.110). Os autores salientam que devemos prestar atenção às

³ John Dewey nasceu em 1859 nos Estados Unidos na cidade de Burlington no estado de Vermont. Em 1879 graduou-se pela Universidade de Vermont e em 1882 obteve seu Doutorado em Filosofia pela Universidade Johns Hopkins. Faleceu em 1952, na cidade de Nova Iorque.

nossas experiências passadas, uma vez que afetam consideravelmente a nossa percepção.

Skinner⁴ (1957) conceitua a percepção como sendo o processo pelo qual entramos em contato com a realidade. Tal processo é explicado como sendo a ideia de uma “cópia mental” do mundo percebido. Para o autor, quando percebemos alguma coisa fabricamos uma cópia mental desse objeto e essa cópia é armazenada, podendo ser usada depois na forma de rememoração. Trata-se do que Skinner designa de “teoria da cópia” ou “teoria da representação mental” (ibid.).

Diante dessas perspectivas, nesse estudo, o termo percepção referir-se-á às ideias iniciais, vistas como sugestões, palpites e hipóteses criadas pelos sujeitos dessa pesquisa como interpretações pessoais.

De acordo com o Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa, concepção significa: “O ato de conceber ou criar mentalmente, de formas ideias, especialmente abstrações [...] Maneira de conceber ou formular uma idéia original, um projeto, um plano, para posterior realização [...] Noção, ideia, conceito, compreensão [...] Modo de ver, ponto de vista; opinião, conceito [...]” (p. 514).

Para Dewey (1979), quando uma ideia é “[...] tomada como guia para observação e para ação”, ela pode ser confirmada, adquirindo por sua própria conta um status. Assim, será posteriormente empregada, “não como tentativa e sob condições, mas com segurança e como instrumento de compreensão e explicação das coisas ainda incertas e confusas.” (ibid., p. 151).

Desse modo, define concepção como sendo: “Estes significados estabelecidos, tidos como certos e garantidos” (ibid., p. 151). Com isso, as concepções podem nos habilitar a generalizar, a procurar o entendimento de uma coisa, a julgar, pois são padrões de referência. Por exemplo, ao saber o significado geral do objeto “mesa”, é possível ao menos distinguir a classe ou o gênero a que ela pertence.

Segundo Dewey, para identificar o desconhecido cada pessoa faz uso de suas concepções, e com elas consegue completar o que está presente em seus

⁴ Burrhus Frederic Skinner nasceu no dia 20 de Março de 1904 em Susquehanna, Pensilvânia, formou-se na Faculdade de Psicologia de Harvard, onde se dedicou ao estudo do sistema nervoso dos animais. Após seu Ph.D. trabalhou durante cinco anos na Faculdade de Medicina de Harvard. Em 1936, Skinner aceitou um cargo de professor na Universidade de Minnesota, onde ensinou Psicologia Experimental e Introdução. Skinner faleceu no dia 18 de agosto de 1990, na cidade de Cambridge.

sentidos. As concepções são instrumentos de identificação, que complementam e localizam objetos em um sistema. Um exemplo disso é avistar um objeto sobrevoando o céu em que, a partir de significações obtidas anteriormente, poderemos abordá-lo por meio de conceitos apropriados e de uma significação padronizada, sendo capazes de atribuir a este objeto uma identidade e estabilidade de caráter (DEWEY, 1979).

O autor salienta, ainda que “[...] as concepções surgem através de nossas experiências com o meio no qual estamos inseridos, elas não começam com coisas já preparadas, das quais extraímos a significação comum” (ibid., 1979, p. 152-153). As concepções formam-se a partir da utilização de todo o resultado de experiências, que servirão para auxiliar o entendimento e o tratamento de novas situações. “As concepções padronizam nossos conhecimentos. Imprimem solidez ao que não tem forma, *permanência* ao que seja mutável. [...] O conceito significa que determinado sentido ficou estabilizado e permanece o mesmo em diferentes contextos.” (DEWEY, 1979, p. 152-153, grifo do autor).

Para Ponte (1992), “[...] concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva. Atuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis, pois estruturam o sentido que damos às coisas” (p.185). O autor acrescenta que nossas concepções podem também atuar como bloqueador em relação a novas realidades, ou em relação a alguns problemas, podendo assim limitar nossas possibilidades de compreensão. Ponte esclarece que “[...] as concepções formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração de nossa experiência) e social (como resultado do confronto de nossas elaborações com as dos outros)” (ibid., p. 185).

Visto que poucos sujeitos que participaram dessa pesquisa tiveram anteriormente a oportunidade de estudar sobre Modelagem Matemática, apresentando, portanto, apenas ideias e palpites acerca do que é Modelagem e como utilizá-la no ensino, espera-se, com base na perspectiva de Dewey, que tais ideias adquiram solidez com significados estabelecidos, fazendo com que sejam capazes de identificar a utilização da Modelagem e operar com ela. Serão essas as modificações que serão analisadas.

3 Metodologia

O objetivo deste capítulo é apresentar os procedimentos metodológicos utilizados para a coleta de dados. Em seguida, são descritos os sujeitos que participaram desse estudo, o contexto no qual a pesquisa está inserida e os instrumentos utilizados. Para finalizar, apresenta brevemente as intervenções pedagógicas realizadas pelo pesquisador e os critérios de análise dos dados coletados. Trata-se de uma pesquisa qualitativa e participativa.

3.1 Método de pesquisa

Visto que o objetivo geral deste estudo é compreender e interpretar as possíveis mudanças no perceber a Modelagem Matemática como método de ensino durante as intervenções pedagógicas, a elaboração de propostas e a execução dessas propostas pelos professores e licenciandos, a abordagem dessa pesquisa será predominantemente qualitativa.

Segundo Bicudo (2004), na área de Educação Matemática, destaca-se a tendência do uso da pesquisa qualitativa, a qual possibilita analisar as concepções de professores e de alunos, além de auxiliar na análise dos procedimentos utilizados no processo de ensino e aprendizagem. Pois, de acordo com a autora (ibid., p.104), a realização de uma pesquisa qualitativa possibilita que o sujeito exponha suas sensações e opiniões e: “O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências”. A pesquisa qualitativa é também conhecida como pesquisa naturalista. Esse tipo de pesquisa está centrado na interpretação de significados, na subjetividade e na não neutralidade do pesquisador (BICUDO, ibid.).

Para Godoy (1995), existem pelo menos três diferentes possibilidades de abordagem qualitativa: “a pesquisa documental, o estudo de caso e a pesquisa etnográfica” (p.21). No caso desta pesquisa, associa-se o estudo de caso, uma vez que “[...] visa o exame detalhado de um ambiente, de um sujeito ou uma situação particular” (p.25). Nesse caso, sujeitos participantes do PIBID Matemática – PUCRS e professores da rede pública de Porto Alegre.

Essa pesquisa não tem como objetivo chegar a generalizações, mas sim compreender o processo, uma vez que se trata de um estudo de caso (YIN, 2001).

Ao envolver um grupo específico de professores e licenciandos, não se delimita uma amostra representativa, embora possibilite relacionar os dados obtidos a situações semelhantes e sugerir possibilidades.

Conforme Garnica (2004) a pesquisa qualitativa possui as seguintes características:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (p. 86).

Essas características não devem ser tomadas como regras, uma vez que, de forma recursiva, o entendimento de pesquisa qualitativa está em constante movimento.

Conforme Bogdan e Biklen (1994), a abordagem qualitativa é também denominada naturalista, pois nela “[...] o investigador frequenta os lugares em que naturalmente se verificam os fenômenos nos quais se está interessado [...]” (p.17). Os autores complementam que a investigação qualitativa surgiu de um campo dominado por práticas de mensuração, elaboração de hipóteses e testes de variáveis, do qual “alargou-se para contemplar uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e os estudos das percepções pessoais” (ibid. p.11).

3.2 Sujeitos de pesquisa

Para alcançar os objetivos propostos e buscar responder as questões de investigação, a pesquisa obterá dados empíricos advindos de um estudo realizado com quatro docentes de escolas públicas, que serão identificados como sendo: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, e 19 estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática na PUCRS identificados respectivamente como: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5$, todos participantes do PIBID, vale ressaltar que o supervisor α é o professor bolsista que acompanha o grupo de bolsistas $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$, e assim sucessivamente com os outros três professores supervisores de escolha pública.

O docente α possui mestrado em Ensino de Matemática, e os demais possuem pós-graduação em Matemática. Dos bolsitas, nove deles ($\alpha_2, \alpha_3, \beta_2, \beta_5, \gamma_1, \gamma_4, \delta_1, \delta_2, \delta_3$) estão no segundo semestre, oito ($\alpha_5, \beta_1, \beta_3, \beta_4, \gamma_2, \gamma_3, \delta_4, \delta_5$) estão no quarto semestre e dois (α_1, α_4) estão no sexto semestre do curso de Licenciatura Plena em Matemática da PUCRS.

3.3 Instrumentos

Os instrumentos escolhidos para realizar esse estudo foram, essencialmente, questionários, intervenções pedagógicas e depoimentos. Esses depoimentos foram captados por meio de relatórios e gravação de áudio e vídeo, transcritos posteriormente na forma de diário de classe.

3.3.1 Questionário

Para verificar as percepções prévias dos professores sobre Modelagem Matemática, optou-se por utilizar, como um dos instrumentos de coleta de dados, o questionário.

A preparação do questionário é uma das etapas mais importantes de uma pesquisa, e isso exige tempo e requer cuidado por parte do pesquisador. Segundo Yaremko et al. (1986) “[...] um questionário pode ser definido como um conjunto de perguntas sobre um determinado tópico que não testa a habilidade do respondente, mas mede sua opinião, seus interesses, aspectos de personalidade e informação biográfica” (p. 186).

O questionário estruturado é utilizado, por exemplo, em pesquisas de opinião, nas pesquisas eleitorais, no Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, em pesquisas de campo, entre outras. A vantagem do uso do questionário estruturado em uma pesquisa é que ele consegue atingir várias pessoas ao mesmo tempo, obtendo um grande número de dados, podendo assim, abranger uma área mais ampla. Além do mais, esse tipo de questionário garante uma maior liberdade de respostas em razão do anonimato, podendo, assim, obter respostas rápidas e precisas (LAKATOS, 1996).

Essa pesquisa envolveu grupos específicos de docentes e licenciandos de Matemática do PIBID, delimitando, portanto, uma amostra representativa. Embora sem generalizar, buscou condições que tornassem possível relacionar os dados obtidos a situações semelhantes e sugerir convergências e divergências.

Serão realizados dois questionários durante o desenvolvimento da pesquisa: o pré-questionário e o pós-questionário. O pré-questionário (Apêndice A) foi aplicado antes de iniciar qualquer tipo de contato do pesquisador com o grupo participante. Isto ocorreu antes do início da palestra de abertura dos estudos. Pretendeu verificar as percepções que os docentes e licenciandos participantes do PIBID Matemática já possuíam sobre Modelagem Matemática, como constituíram esse modo de perceber e de utilizar a Modelagem Matemática na sua prática pedagógica.

O pós-questionário (Apêndice B) teve, num primeiro momento, praticamente a mesma estrutura do pré-questionário, e foi aplicado ao término de todas as atividades previstas. O intuito com esse instrumento foi verificar possíveis convergências e divergências das pré e pós-percepções, sobre Modelagem Matemática, e, principalmente, a coerência entre o discurso utilizado como resposta ao pós-questionário e o discurso evidenciado durante a elaboração e a execução da proposta, buscando verificar a consolidação de uma concepção de Modelagem Matemática.

3.3.2 Intervenções pedagógicas do pesquisador

Para visualizar melhor as intervenções realizadas pelo pesquisador, elaborou-se o Quadro 1.

Quadro 1: Intervenções realizadas pelo pesquisador.

Data/ Duração	Intervenção	Objetivo
14/10/2011 3h30m	Palestra Modelagem Matemática Dr. Maria Sallet Biembengut	Introduzir o tema
24/10/2011 3h30m	Oficina 1: Resfriamento de Newton	Vivenciar as etapas de Modelagem: Interação, Matematização e Modelo Matemático.
21/11/2011 3h30m	Oficina 2: Dinâmica Populacional das Abelhas	Vivenciar as etapas de Modelagem
28/11/2011 3h30m	Oficina 3: Construção da Planta- Baixa de uma casa	Vivenciar as etapas de Modelagem e construir diferentes modelos
12/12/2011 3h30m	Oficina 4: Embalagens	Vivenciar as etapas de Modelagem e construir diferentes modelos

Fonte: elaborado pelo autor

Num primeiro momento, todos os docentes e licenciandos participantes da pesquisa foram convidados para assistir uma palestra sobre “Modelagem Matemática”, ministrada pela professora Dra. Maria Salett Biembengut, pesquisadora reconhecida, considerada como principal aporte teórico deste estudo e com vasta produção científica nessa área. A palestra foi realizada no dia 14 de Outubro de 2011, com duração de 3 horas. Vale ressaltar que, como citado anteriormente, o pré-questionário foi realizado com os participantes antes da palestra.

A partir do dia 24 de outubro de 2011, realizou-se cinco oficinas de Modelagem Matemática, com duração de 4 horas/aula cada uma. As datas dos encontros foram marcadas durante os meses de Outubro, Novembro e Dezembro de 2011, de acordo com a disponibilidade do grupo e da professora coordenadora desse grupo.

Na primeira oficina, o pesquisador abordou detalhadamente o conceito de Modelagem Matemática, Modelo e Modelação Matemática na perspectiva de diferentes autores, destacando a concepção de Modelação de Biembengut. Por meio de uma exposição-dialogada, pretendeu criar condições para que os participantes questionassem e se posicionassem frente a questões que fossem pertinentes ao tema. Em seguida, iniciou-se a realização das oficinas.

A pretensão foi desenvolver em cada oficina uma Modelagem Matemática diferente, mas eventualmente, dependendo como o processo ocorreria e as

intervenções dos docentes e licenciandos surgissem, o tempo previsto poderia ser alterado.

Os temas das oficinas foram: Lei do Resfriamento de Newton (Apêndice C), Dinâmica populacional de uma colmeia de abelhas (Apêndice D), Construindo a planta-baixa de uma casa (primeiro passo para construção de maquetes) (Apêndice E), Embalagens (Apêndice F). Para elaboração de cada oficina tomou-se como base os estudos já realizados por Biembengut.

No segundo momento, durante os meses de Janeiro, Março e Abril de 2012, o pesquisador acompanhou os professores e licenciandos na elaboração de oficinas que foram realizadas em grupos, e, posteriormente, aplicadas em escolas públicas. O pesquisador orientou os sujeitos de pesquisa ao mesmo tempo em que manteve uma postura atenta aos depoimentos desses sujeitos que serviram como instrumentos de análise. A aplicação dessas oficinas nas escolas foi os meses maio e junho de 2012.

Após os professores e os licenciandos terem aplicado suas oficinas, ocorreu à realização de um seminário onde cada grupo relatou o modo como o trabalho se desenvolveu, suas dificuldades e suas ansiedades nas descobertas e nas execuções das propostas. Tais relatos foram considerados discursos que podem ser utilizados para sinalizar continuidades e descontinuidades das percepções iniciais dos sujeitos da pesquisa.

3.3.3 Depoimentos

Durante todas as intervenções realizadas, utilizou-se de gravações de áudio e de vídeo para resgatar os depoimentos dos sujeitos de pesquisa. De acordo com Schmidt (1990): “[...] cabe ao pesquisador colocar-se, então, mais como um recolhedor da experiência, inspirado pela vontade de compreender, do que como um analisador à cata de explicações” (p. 70).

Conforme Queiroz (1991), o termo depoimento “[...] significa o relato de algo que o informante efetivamente presenciou, experimentou, ou, de alguma forma, conheceu, podendo assim certificar” (p.7). A autora salienta que quando se faz o registro e a análise de um depoimento, se deve levar em conta as disposições que o sujeito quis manifestar em suas declarações, pois o que emerge dos depoimentos

não pode ser como uma reprodução da realidade. Nesse caso, os depoimentos permitem o acesso à realidade vivenciada pelo sujeito.

3.4 Método de Análise

Ludke e André (1986, p. 1) afirmam que “Para se realizar uma pesquisa é preciso promover o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico acumulado a respeito dele”. Assim, após a coleta de todos os dados obtidos, realizou-se uma análise que buscou articular os ditos apresentados pelos participantes da pesquisa no pré-questionário, no pós-questionário, nos depoimentos e na apresentação do seminário. O intuito foi verificar as modificações identificadas pelo pesquisador dos modos de conhecer a Modelagem Matemática como método de pesquisa em sala de aula evidenciado pelos participantes da pesquisa.

O tipo de análise escolhida como mais conveniente para este tipo de estudo foi a Análise Textual Discursiva, pois, segundo Moraes e Galiuzzi (2011, p.191), esse tipo de análise visa “[...] aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga a partir de uma análise rigorosa e criteriosa”.

Segundo Moraes e Galiuzzi (ibid.), a Análise Textual Discursiva “[...] é um procedimento auto-organizado de construção e captação do emergente em que novas concordâncias vão emergindo a partir de uma sequência de procedimentos” (p.12).

Moraes e Galiuzzi (ibid.) dividem essa sequência de procedimentos em: desconstrução dos textos, estabelecimento de relações, captura de um novo emergente e recolocação dos achados em um processo auto-organizado, sendo que as três primeiras etapas determinam a quarta etapa.

De acordo com os autores, na desconstrução dos textos (unitarização), o material obtido durante a realização da pesquisa passa por uma fragmentação, destacando-se as unidades constituintes e apresentando-se os enunciados referentes aos fenômenos estudados.

A etapa estabelecimento de relações (categorização) é o momento no qual faremos a comparação entre as unidades já definidas, fazendo o agrupamento de elementos semelhantes e a nomeação e a definição de categorias.

Já na etapa de captar o novo emergente, a impregnação nos materiais de análise desencadeada nas etapas anteriores possibilita a emergência de uma nova compreensão do todo. O metatexto que resultará desse processo representará a compreensão que se apresenta após a combinação dos elementos construídos ao longo do processo.

A última etapa, denominada processo auto-organizado, representará a base para comunicar as novas compreensões, que representarão os pensamentos e reflexões do pesquisador sobre o fenômeno investigado.

[...] o processo em seu todo é comparado a uma tempestade de luz. Consiste em criar as condições de formação dessa tempestade em que, emergindo do meio caótico e desordenado, formam-se “*flashes*” fugazes de raios de luz sobre os fenômenos investigados, que, por meio de um esforço de comunicação intenso, possibilitam expressar novas compreensões alcançadas ao longo da análise (MORAES; GALIAZZI, 2011, p.12-13).

A compreensão dessa pesquisa se inicia com a leitura das respostas às questões do pré-questionário. Após essa leitura, passou-se ao processo de desmontagem das respostas, recortando o texto (unidades de análise) e os colocando em um arquivo à parte, cuidando para não desfocar das respostas originais. Feita essa leitura, buscou-se outras conexões, conforme os pontos de vista expressos nas unidades.

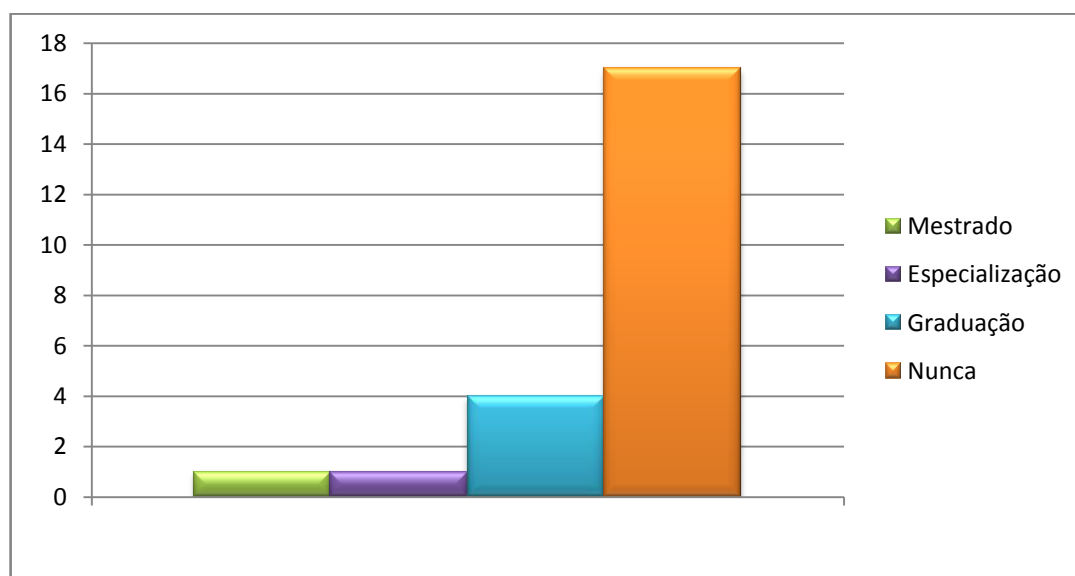
4 Análise e Categorização do Questionário Prévio

O pré-questionário (Apêndice A) apresenta diferentes perguntas que se referem a formação dos participantes, suas percepções e concepções, suas experiências, dificuldades e ansiedades a respeito da Modelagem Matemática. No entanto, essa pesquisa delimitou-se na análise apenas dessas percepções e concepções. Desse modo, buscando verificar as percepções iniciais dos professores e futuros professores em relação à Modelagem Matemática, considerando suas vivências e seus conhecimentos anteriores relacionados à Matemática e ao seu ensino, nesse capítulo apresenta-se a análise do pré-questionário.

Após indagar sobre o nível de formação de cada participante, questionou-se: “Você já estudou sobre Modelagem Matemática? Se sim, onde? E quando?”.

As respostas dadas pelos 23 sujeitos pesquisados podem ser representadas por meio do Gráfico 1.

Gráfico 1: Frequência de respostas se já estudaram Modelagem Matemática.



Fonte: Elaborado pelo autor

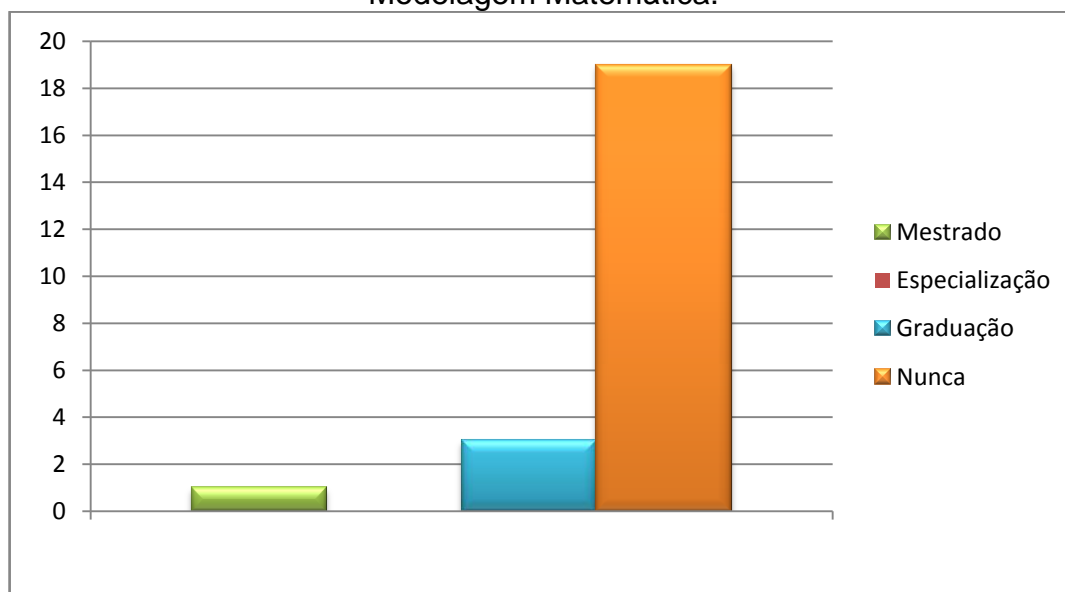
O gráfico 1 mostra que a maioria dos sujeitos nunca estudou sobre Modelagem Matemática. Apenas um dos sujeitos, professor supervisor α , disse ter estudado sobre Modelagem em nível de Mestrado, e outro, professor supervisor γ , em nível de especialização. Quatro bolsistas tiveram contato com Modelagem no 1º

semestre do curso de Licenciatura em Matemática na PUCRS, durante a disciplina de Iniciação à Pesquisa.

A próxima pergunta realizada foi “Você fez Modelagem Matemática? Se sim, onde? Quando?”.

Depois de analisar as respostas dadas foi possível elaborar o Gráfico 2.

Gráfico 2: Frequência das respostas em relação a quando fizeram Modelagem Matemática.



Fonte: elaborado pelo autor.

Por meio do gráfico 2, verifica-se que a maioria dos participantes dessa pesquisa nunca fez Modelagem Matemática. Vale ressaltar que o professor supervisor γ que teve contato com Modelagem na Especialização, e três dos bolsistas que responderam que tiveram contato com a Modelagem Matemática na graduação, nunca fizeram Modelagem Matemática.

O supervisor α fez Modelagem Matemática no curso de Mestrado da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. O sujeito α relata: “tive a oportunidade de introduzir um trabalho com Modelagem Matemática, com a construção da planta-baixa da escola, para uma possível reforma do espaço – em turmas de 6ª série do Ensino Fundamental”.

O sujeito α_2 fez Modelagem no primeiro semestre do curso de graduação na PUCRS, “Fiz Modelagem em sala de aula com projetos do PIBID”.

Ao considerar os gráficos 1 e 2 em suas convergências, comparando respectivamente as respostas dadas, é possível sugerir que a maioria dos sujeitos

participantes não possui uma concepção de Modelagem Matemática, no sentido dado por Dewey (1979): “[...] significados estabelecidos, tidos como certos e garantidos” (p.151). Essa constatação é sugerida considerando que a maioria desses sujeitos não fez Modelagem Matemática. O que sabem sobre o tema aparenta ter surgido de coisas prontas, já preparadas, transmitidas por alguém e não advindas de suas experiências.

O fato de terem tido ou não contato com a Modelagem Matemática não os impede de terem uma percepção sobre ela. Assim, objetivando identificar como os sujeitos da pesquisa percebem ou concebem o termo Modelagem Matemática foi feito o seguinte questionamento: “Para você o que é Modelagem Matemática?”.

Por meio das respostas dadas a essa pergunta, verificou-se que apenas três bolsistas não possuíam nenhuma percepção, ideia ou palpite acerca de Modelagem Matemática. Os demais se expressaram de diferentes modos, com algumas convergências, conforme exposto no Quadro 2.

Quadro 2: Frequência das diferentes percepções de Modelagem Matemática.

Percepção de Modelagem Matemática	Sujeitos
Resolução de problemas (situações-problemas) da realidade ou cotidiano por meio da Matemática ou de conteúdos matemáticos.	β_3, α_3 $\delta, \delta_2, \delta_3, \delta_5$
É a partir de uma situação-problema qualquer, trabalhar o conhecimento matemático desse problema.	α, β
Método que utiliza a realidade do aluno.	α_1, γ_3
Novo tipo de metodologia de ensino.	α_2
É o ato de relacionar a matéria proposta com o meio, ou seja, fazendo com que a partir da Matemática se mude o meio.	α_4
É modelar problemas do cotidiano, empresas e criar soluções para esses problemas através da Matemática, buscar soluções e criar métodos.	α_5
É estudar um assunto profundamente.	β_1
É pesquisa em Matemática, ou método que utiliza a pesquisa.	β_2, β_5
É a abordagem de um determinado tema, que passa a ser estudado e transformado em Matemática.	β_4
É a solução de um problema qualquer através de um modelo matemático.	γ
É analisar um problema real, tentando resolvê-lo criando hipóteses através de observações sobre o tema abordado, buscando soluções que sejam cabíveis para resolução.	γ_1
É a formação do pensar, construindo um novo modelo de aprendizagem.	γ_4
Não respondeu.	$\delta_1, \delta_4, \gamma_2$

Fonte: elaborado pelo autor

Algumas respostas sugerem apenas uma ideia ou um palpite sobre o que é Modelagem Matemática. Portanto, percepções de Modelagem. Mesmo os participantes que já tiveram contato com o estudo sobre Modelagem não evidenciaram uma solidez em suas respostas.

Como o método de análise adotado nessa dissertação é a Análise Textual Discursiva, foi feita, em um primeiro momento, a desmontagem do texto apresentado por cada um dos sujeitos como resposta. Todas as respostas foram fragmentadas na tentativa de classificá-las, combinando-as por meio de elementos, nesse caso termos, que fossem próximos, relacionando-as entre si.

O exame de cada resposta possibilitou estabelecer relações, reunindo os elementos unitários, comuns a esses textos, originando cinco categorias de percepção inicial desses sujeitos sobre Modelagem Matemática.

Moraes e Galiazzi (2011) afirmam que existem diversificados sentidos que a leitura permite construir a partir de um mesmo texto e que “[...] toda leitura já é uma interpretação e que não existe uma leitura única e objetiva” (p.14). Portanto, a categorização feita destes textos poderia ser outra, caso fosse feita por outro leitor, ou seja, “[...] um texto sempre possibilita construir múltiplos significados” (ibid., p.14).

Para essa categorização, buscou-se alguns sentidos e significados baseados em pressupostos teóricos que possam alicerçar as palavras-chave eleitas como centrais para a categorização. Reforça-se, assim, que essa categorização não é única, pois: “A multiplicidade de significados que é possível construir a partir de um mesmo conjunto de significantes tem sua origem nos diferentes pressupostos teóricos que cada leitor adota em suas leituras.” (MORAES; GALIAZZI, 2011, p.15). Assim, ao fragmentar cada texto e eleger palavras-chave, buscou-se aportes teóricos que evidenciassem a relação entre elas. Para apresentar esses critérios elaborou-se o quadro 3.

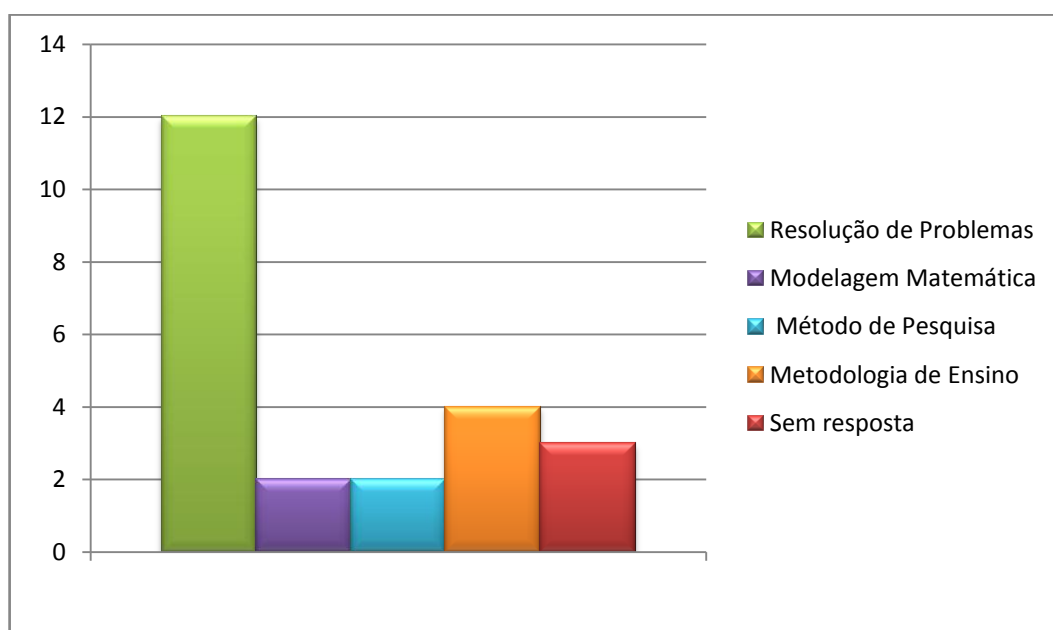
Quadro 3: Estabelecimento de relações

Palavras-chave	Categorias	Autores	Sujeitos
Realidade Cotidiano Meio Problema	Resolução de Problemas	Polya Onuchic	$\alpha, \alpha_1, \alpha_4, \beta, \beta_3, \beta_4, \delta, \delta_2, \delta_3, \delta_5, \gamma_1, \gamma_3$
Metodologia Método de ensino Modelo de aprendizagem	Metodologia de Ensino	Libâneo Ferreira	$\beta_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma_4$
Pesquisa	Método de Pesquisa	Demo Bassanezi Biembengut	β_2, β_5
Modelo Modelar Tema/ Transformar	Modelação Modelagem	Bassanezi Biembengut	γ, α_5

Fonte: elaborado pelo autor.

Os dados desse quadro podem ser organizados no Gráfico 3.

Gráfico 3: Frequência da incidência das categorias do pré-questionário.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na primeira categoria, **Resolução de Problemas**, as palavras-chave foram escolhidas levando em conta as considerações feitas por autores tais como Polya (1980) e Onuchic (1999) em relação à definição e objetivos da resolução de problemas.

Polya (1980) afirmava que resolver um problema é encontrar uma saída de uma situação, ou, ainda, um caminho que permita contornar um obstáculo que

não se encontra disponível de imediato. Para o autor, a resolução de um problema passa por um processo de quatro fases: compreender o problema, conceber um plano de resolução, executar o plano e analisar os resultados encontrados.

Desse modo, quando o sujeito γ_1 escreve sobre a criação de hipóteses “através de observações sobre o tema abordado, busca-se soluções que sejam cabíveis para resolução” é possível relacionar essas fases àquelas definidas por Polya.

Para o sujeito β a Modelagem “é uma situação problema, a qual se busca soluções através de operações matemáticas” essa percepção assemelha-se a das Normas para o Currículo e a Avaliação Escolar - NCTM (1991), “[...] um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ser encontradas” (p. 11).

Dante (2000) aponta como um dos principais objetivos da resolução de problemas: “Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática”, pois “A oportunidade de usar os conceitos matemáticos no seu dia a dia favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva de um aluno em relação à Matemática.” (p. 13).

Conforme Onuchic (1999), já no fim da década de 70, a recomendação que se dava aos professores era compreender que “Resolução de problemas envolve aplicar a matemática ao mundo real, atender à teoria e à prática de ciências atuais e a emergentes e resolver questões que ampliam as fronteiras das próprias ciências matemáticas.” (p. 204)

Desse modo, quando os sujeitos de pesquisa traziam em sua resposta os termos *cotidiano* ou *realidade*, sugeriu-se que estavam referindo-se à resolução de problemas. Assim, nessa categoria enquadra-se a metade dos sujeitos que responderam à pergunta.

Na segunda categoria, **Metodologia de Ensino**, classificaram-se quatro sujeitos. O termo metodologia, ‘método’ + ia, do grego *méthodos*, é, segundo Ferreira (1998), a arte de dirigir o espírito na investigação da verdade. Para o autor, metodologia de ensino poderia ser conceituada como sendo o estudo e a utilização de diferentes métodos no processo de ensino e de aprendizagem.

De acordo com Libâneo (1994), “[...] O método de ensino, implica ver o objeto de estudo nas suas propriedades e nas suas relações com outros objetos e

fenômenos e sobre vários ângulos, especialmente na sua implicação na prática social [...]” (p.151). Nesse sentido, quando o sujeito α_2 afirma que a Modelagem Matemática é um “*Novo tipo de metodologia de ensino.*”, ele enquadra-se exatamente nessa conceituação.

Para Libâneo (ibid.), um método de ensino “[...] expressa a relação conteúdo - método, no sentido que tem como base um conteúdo determinado (um fato, um processo, uma teoria etc.)” (p.151), é possível relacionar esse conceito a fala do sujeito β_1 “é estudar um determinado assunto profundamente”.

É possível afirmarmos que os termos “metodologia de ensino” constituem uma área de ensino que se dedica a descrever diferentes métodos e técnicas para que a aprendizagem e o ensino ocorram de maneira mais eficiente. Em outras palavras, procura descrever um modelo de ensino que produza um modelo de aprendizagem com mais qualidade. Assim, quando o sujeito γ_4 responde que Modelagem Matemática “É a formação do pensar, construindo um novo modelo de aprendizagem.” percebe-se que ele se refere mais a um conjunto de métodos do que a um método de pesquisa ou ensino centrado na procura de modelos.

Na terceira categoria, **Método de Pesquisa**, podem ser incluídos os sujeitos β_2 , β_5 que responderam: “É pesquisa em Matemática, ou método que utiliza a pesquisa”. Percebe-se nessas respostas uma concepção sobre Modelagem que difere qualitativamente das respostas anteriores, uma vez que traz a pesquisa como ação ou como modo de operacionalizar um trabalho com Modelagem.

Demo (2011) afirma que: “Pesquisa é [o] processo que deve aparecer em todo trajeto educativo, como princípio educativo que é [está], na base de qualquer proposta emancipatória” (p. 17). Com essa concepção, defende-se a pesquisa como parte intrínseca do ato de educar, uma vez que busca “motivar a criatividade do próprio educando”. Entre as concepções de pesquisa que o autor apresenta destaca-se: “[...] diálogo inteligente com a realidade, tomando-se como processo e atitude, e como integrante do cotidiano.” (ibid. p. 37).

Conforme Biembengut (2012, p. 32), “A Modelagem Matemática é área de pesquisa voltada à elaboração ou criação de um modelo matemático não apenas para uma solução particular, mas como suporte para outras aplicações e teorias.” Assim, a Modelagem destaca-se como método de pesquisa utilizado, como afirma a autora, em particular, nas Ciências.

A última categoria, **Modelagem e Modelação**, é composta pelos sujeitos que mais se aproximaram da definição de Modelagem, uma vez que as respostas mencionaram termos como “modelo” e “estudo de temas da realidade” o que converge à perspectiva de Biembengut (1990).

Para o sujeito α_5 , a Modelagem é “modelar problemas cotidianos, empresas, do dia-a-dia para a Matemática, buscar soluções matemáticas para esses problemas e criar métodos”, esse discurso assemelha-se muito à definição dada por Bassanezi (1994), na qual a Modelagem Matemática “[...] consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (p. 61).

Já na fala do sujeito γ , a Modelagem é “a solução de um problema qualquer através de um modelo matemático”, o que converge à definição de Biembengut (1990): “Modelagem Matemática é o processo de análise dos procedimentos recorrentes envolvidos na formulação de um modelo matemático a partir de uma dada situação [...]” (p.17).

O sujeito δ_4 respondeu “Já ouviu falar o termo Modelagem Matemática, porém não sei o significado”.

O pré-questionário mostrou que os sujeitos γ_2 , δ_1 e δ_4 não tinham ideia ou noção alguma sobre o termo Modelagem Matemática, uma vez que responderam que desconheciam o termo.

Desse modo, essa categorização torna visível que apenas quatro sujeitos de pesquisa, β_2 , β_5 , γ , α_5 , apresentaram, num primeiro momento, percepções prévias acerca de Modelagem Matemática, muito próximas das definições assumidas nessa pesquisa.

5 Descrevendo as Intervenções Pedagógicas do Pesquisador

Esse capítulo descreve cada um dos encontros realizados com os sujeitos que participaram desse estudo durante o desenvolvimento dessa pesquisa. O intuito é trazer à tona os procedimentos adotados em cada uma das intervenções realizadas na forma de oficinas pedagógicas e apontar os depoimentos mais relevantes apresentadas em cada um dos encontros.

5.1 Programação

O planejamento e a escolha dessas oficinas foram realizados com o propósito de oportunizar a vivência das etapas de Modelagem e a construção de modelos. Como mencionado anteriormente, as intervenções pedagógicas foram desenvolvidas na PUCRS a partir do dia 14 de outubro de 2011.

No início da primeira intervenção, foram apresentados os objetivos da realização das oficinas de Modelagem Matemática, salientando que faziam parte de um projeto de Mestrado que apresentaria a Modelagem como opção de método de ensino a ser trabalhado em sala de aula.

As atividades da primeira e da segunda oficina foram pensadas de modo que os participantes da pesquisa pudessem desenvolver algumas habilidades, tais como levantar pressupostos e fazer aproximações e validações de modelos. Na terceira oficina, o intuito foi que os participantes pudessem descrever cada etapa de Modelagem envolvida no processo. A quarta e última oficina buscava desenvolver uma proposta que, além de dar autonomia para que os sujeitos de pesquisa identificassem cada uma das etapas de Modelagem envolvidas na oficina, pudesse analisar o processo do ponto de vista prático em sala de aula.

O tempo destinado à realização de cada oficina foi aproximadamente o mesmo em todos os encontros, três horas.

As atividades realizadas nas oficinas envolveram estudo de situações-problema, que visavam envolver os participantes com a Modelagem Matemática. Para cumprir essa meta, foram escolhidas situações modestas que permitissem destacar as etapas do processo. Essas atividades tinham o intuito de despertar a

atenção para formulação de hipóteses, pressupostos, generalizações e aproximações numéricas, solução e validação de modelo.

Como recurso tecnológico para a construção de alguns modelos, foi utilizado o *software Excel*. Esse programa foi escolhido por ter popularidade e pela adequação de seus recursos para construção de modelos, uma vez que possibilita a manipulação de dados e oferece o recurso de ajuste de curvas.

Vale ressaltar, novamente, que essas oficinas foram fundamentadas nos estudos já desenvolvidos por Biembengut (1990, 1999). Para algumas, foram adotados os mesmo procedimentos utilizados pela autora.

5.2 Primeiro encontro

Após todos os participantes se apresentarem, o pesquisador explicou como a pesquisa seria desenvolvida e quais eram os objetivos almejados. Em seguida, foi distribuído o pré-questionário (Apêndice A), para conhecer os sujeitos de pesquisa e possíveis percepções prévias que possuíam sobre Modelagem Matemática e sua utilização. Depois que todos haviam concluído, iniciou-se a palestra da Dra. Maria Salett Biembengut, como forma de introduzir uma breve base teórica e histórica sobre Modelagem Matemática.

5.3 Segundo encontro

O pesquisador retomou a palestra do encontro anterior, apresentando novamente alguns conceitos de Modelagem Matemática, dando ênfase aos procedimentos e etapas a serem seguidos para chegar a um modelo matemático. Em seguida iniciou a primeira oficina.

Oficina 1: As Leis de Resfriamento de Newton (Apêndice C)

Ao considerar que os sujeitos de pesquisa não teriam tempo para realizar um levantamento de dados antes do encontro para realização da oficina, o pesquisador optou os dados foram fornecidos pelo pesquisador. O objetivo desta oficina foi oportunizar a vivência das etapas de Modelagem.

Em todos os encontros os participantes agruparam-se de acordo com a escola ao qual estavam relacionados.

No começo, os participantes foram questionados sobre o porquê de tomarmos um gole de uma xícara de café ou um gole de água bem gelada, e depois de algum tempo, tomarmos um próximo gole e percebemos que o café não está tão quente ou a água tão gelada como no primeiro gole.

O intuito foi levá-los a questionarem-se: “Por que isso ocorre?”, “Com que brevidade (taxa de resfriamento ou aquecimento) se dá?”, “O tipo e/ou forma de vasilha interfere neste processo?”.

Inicialmente, os grupos foram deslocados para o laboratório de informática e, utilizando a *internet*, fizeram um levantamento sobre a lei de resfriamento de Newton, com intuito de se familiarizarem com o tema, na fase exploratória da pesquisa. Após foi solicitado que cada grupo fizesse um experimento tomando um recipiente e anotando as medidas do mesmo e o material com que foi confeccionado (plástico, acrílico, vidro). Deveriam encher o recipiente com um líquido (quente ou gelado), verificando a temperatura inicial do líquido e do ambiente. Cada grupo deveria organizar um quadro, estabelecendo intervalos iguais para verificar a temperatura do líquido e do ambiente. Ao final, deveriam comparar e equacionar tais dados de forma a chegar a um gráfico, validando o modelo matemático encontrado. Para construção e análise de cada modelo, foi necessário o uso do aplicativo computacional *Excel*, por se tratar de um programa que possui as ferramentas necessárias para essa pesquisa.

Depois de cada escola ter concluído, cada uma apresentou os problemas e modelos encontrados, de forma expositivo-dialogada. Além do quadro-negro e do giz, tiveram à disposição um projetor multimídia. Ao final da oficina, solicitou-se um relatório a cada escola, no qual descrevessem as etapas percebidas durante a oficina. Por meio desse relatório, o pesquisador pretendia verificar se os sujeitos da pesquisa reconheceram que: a etapa de interação foi o momento em que os grupos fizeram um estudo com intuito de se familiarizar com o assunto e levantaram questões sobre o tema (coleta de dados, temperatura do líquido e do ambiente); a etapa de matematização foi quando o grupo levantou hipóteses, formulou e resolveu a situação-problema (construção de uma tabela, análise); e por fim, a etapa na qual chegariam a um Modelo Matemático (Função Exponencial, Gráfico) interpretando e validando ou não esse modelo.

Vale relatar algumas observações registradas sobre cada escola.

Escola α :

O grupo escolheu fazer as anotações de temperatura do líquido (café), e do ambiente a cada cinco minutos, a coleta desses dados durou cerca de 40 minutos. Após, foi feita a análise desses dados em uma tabela no *Excel* e o grupo chegou a um modelo de função do 1º grau. No relatório final, o grupo apresentou dificuldades na etapa de matematização do problema de pesquisa, porém, após orientações conseguiu chegar a um modelo matemático válido.

Escola β :

O grupo, também, fez anotação das temperaturas do líquido (café), e do ambiente a cada cinco minutos. A coleta de dados durou cerca de 40 minutos. Por meio do relatório, percebeu-se que os componentes dessa escola tiveram uma apropriação inicial da realização da Modelagem Matemática, uma vez que detalharam com segurança as suas três etapas. Destaca-se que esse foi o único grupo que conseguiu identificar todas as etapas da Modelagem.

Escola γ :

O grupo não conseguiu identificar a etapa de interação. E, ao decorrer da oficina, o grupo pensava que, como a temperatura do líquido estava decrescendo, seria uma função polinomial do 1º grau decrescente. Ao final do experimento, o grupo chegou a um modelo de uma Função exponencial, validando o mesmo.

Escola δ :

Os sujeitos que representam essa escola não conseguiram identificar a etapa de interação. E na segunda etapa, denominada matematização, ao analisar os dados coletados, organizaram tabelas, porém não conseguiram validar o modelo encontrado. Assim, o grupo retornou à etapa de matematização e reorganizou os dados coletados, refez a tabela e conseguiu validar o modelo encontrado.

Para evidenciar se cada um dos grupos de fato reconheceu tais etapas propostas na oficina, elaborou-se o Quadro 4, a partir do que escreveram nos relatórios. Considerando que desde o primeiro encontro os participantes já estavam

agrupados de acordo com as escolas, optou-se nessa descrição, apresentar os depoimentos de modo organizado também por escolas, uma vez que isso facilitará sua análise posterior.

Quadro 4: Descrição das etapas de modelagem pelas escolas na oficina 1.

Escolas \ Etapas	Interação	Matematização	Modelo
α	Não identificaram	Não identificaram	Gráfico e a Função exponencial
β	Ocorreu enquanto mediram as variações de temperatura	Quando estavam completando as tabelas e comparando as temperaturas do café e do ambiente	Fizeram o gráfico e analisaram o grau de confiabilidade
γ	Não identificaram	Função Exponencial	Gráfico
δ	Não identificaram	Coleta de dados	Validação dos dados

Fonte: elaborado pelo autor

5.4 Terceiro encontro

Oficina 2: Dinâmica Populacional das Abelhas (Apêndice D)

O objetivo dessa oficina era que os grupos conseguissem identificar as três etapas da Modelagem Matemática e verificar em quais etapas eles encontravam mais dificuldades. O uso do *Excel* foi essencial para auxiliar na construção do modelo. Portanto, novamente o encontro ocorreu no laboratório de informática.

Inicialmente, lançou-se os seguintes questionamentos para os grupos: “Quanto tempo leva para formar uma nova colmeia de abelhas?”; “Que informações são necessárias para resolução desse problema?”. A seguir, foi dado início à primeira fase da oficina, coleta dados. Nessa etapa, os sujeitos buscaram inteirar-se com o tema, coletando o máximo de informações sobre a dinâmica populacional das abelhas.

No segundo momento, cada grupo delimitou um problema, levantando hipóteses e fixando os valores relativos ao processo de nascimento e morte das abelhas. Cada grupo elaborou sua hipótese e suas aproximações necessárias para resolver o problema. Exemplificando: o número de abelhas na nova família, a

postura média de ovos de uma rainha velha, a longevidade das abelhas operárias e o período entre a postura e o nascimento das abelhas.

Na conclusão, cada grupo validou ou não o modelo matemático encontrado e apresentou os resultados por meio de gráficos ou equações utilizando a ferramenta computacional *Excel*. O pesquisador pediu, ao final da oficina, que cada grupo apresentasse para o grande grupo, em slides, a análise crítica do modelo, identificando as respectivas etapas da Modelagem Matemática e a validação do modelo encontrado.

É possível destacar nessa oficina algumas ocorrências.

Escola α :

O grupo expressou dificuldades em perceber a etapa de interação, pois para o grupo não houve esse momento. Contudo, demonstraram dominar esse conceito ao escreveram no relatório: “É o momento dedicado à pesquisa e desenvolvimento do tema”. As etapas de matematização e modelo matemático foram desempenhadas e descritas com sucesso pelos participantes do grupo.

Para o grupo, Modelo Matemático “É a criação de gráficos, através da planilha do *Excel*, na qual percebemos, no primeiro momento, que a função encontrada descreverá a taxa de mortalidade e crescimento da população de abelhas, e que primeiramente a função é decrescente, pois a taxa de mortalidade das abelhas é positiva. No segundo momento, a função é crescente, visto que nascem mais abelhas do que morrem. No final, a função é crescente, haja vista termos apenas nascimentos”. Além de validar o modelo, o grupo conseguiu interpretar a solução.

Escola β :

Na escola β , depreende-se, por meio do relatório escrito, que o grupo conseguiu identificar as três etapas de modelagem, porém não conseguiu analisar o modelo encontrado.

Escola γ :

Nessa oficina, vale destacar a fala do sujeito γ_2 : “A nova colmeia se formará em 60 dias”. Esse sujeito conseguiu chegar à resposta da pergunta problema, sem passar pelas três etapas da Modelagem. O mesmo alegou fazer as

contas mentalmente. Porém, o grupo não conseguiu chegar a um modelo correto após a coleta de dados e feito a matematização do problema, mesmo com um integrante chegando à resposta correta do problema. Esse grupo identificou o processo de interação, passou pela etapa de matematização sem identificá-la e não conseguiu validar o modelo encontrado.

Escola δ :

O grupo não conseguiu identificar a etapa de interação, mesmo relatando que fez um levantamento de dados na internet. As demais etapas foram identificadas.

Vale sublinhar a análise final do processo do grupo: “De posse das informações obtidas na pesquisa de campo, e avaliando o número de mortes e nascimento das abelhas, chegamos a um modelo matemático que responde às questões levantadas, e este modelo é uma função com 3 leis. E por meio das três leis construiu-se um único gráfico, mas que não apresentou uma boa confiabilidade, após os intervalos de tempos, testou-se as três leis em gráficos separados, o que demonstrou um confiabilidade maior”. Esse foi o grupo que apresentou uma análise mais concisa do modelo.

Para sintetizar o reconhecimento das etapas nessa oficina, elaborou-se o Quadro 5.

Quadro 5: Descrição das etapas de modelagem pelas escolas na oficina 2.

Escolas \ Etapas	Interação	Matematização	Modelo
α	Não identificaram	É o momento de enxergar a matemática e de formular e resolver o problema	Gráfico no <i>Excel</i> e as funções encontradas
β	Pesquisa e levantamento de dados com colegas	Foi na generalização dos dados coletados chegando a formulas matemáticas	O Gráfico
γ	Familiarização com tema abordado e coleta de dados	Testes das hipóteses	Gráfico, porém não conseguiram validar o modelo
δ	Não identificaram	Coleta de dados e transformação para linguagem matemática	Função encontrada

Fonte: elaborado pelo autor

5.5 Quarto encontro

Oficina 3: Construção da planta-baixa de uma casa (Apêndice E)

Nesse encontro, o objetivo continuou sendo oportunizar vivências das etapas de Modelagem Matemática. Inicialmente, o pesquisador perguntou aos grupos “O que é preciso para construir uma planta-baixa de uma casa?”. A proposta inicial foi que na primeira etapa da oficina cada grupo listasse o que era necessário saber para fazer uma planta-baixa, e o que era necessário ter. Alguns outros questionamentos foram levantados, como, por exemplo: “Como o pedreiro sabe o modelo da casa a ser construída?”; “Onde construir?”; “Em que terreno?”; “Qual a forma do terreno?”.

Após o levantamento de dados, foi proposto que cada grupo fizesse o esboço de uma planta-baixa em uma folha de ofício. Nesta segunda etapa, surgiram novos questionamentos: “Qual a medida ideal para delimitar o terreno?”; “E qual lugar ideal para construir a planta?”; “Que parte representa a área da casa comparada à área do terreno?”, “Como o construtor sabe o tamanho da casa que quer construir?”. Em seguida, foi feita a matematização das plantas-baixas construídas.

Na terceira e última etapa da oficina, após os grupos concluírem o esboço da planta-baixa, o pesquisador solicitou aos grupos que estipulassem as dimensões reais da planta-baixa e a escala a ser utilizada, e que cada grupo fizesse um esboço definitivo em uma cartolina com as respectivas áreas de cada planta-baixa. Novamente, foi solicitado aos grupos um relatório onde descrevessem as etapas de modelagem matemática realizadas nessa oficina.

Em relação às ocorrências visualizadas nessa oficina, alguns destaques podem ser feitos.

Escola α :

O grupo conseguiu reconhecer as três etapas da Modelagem Matemática, sanando a dificuldade demonstrada nas oficinas anteriores. Nessa oficina o grupo identificou a etapa de interação como sendo a etapa de levantamento de dados necessários para construir uma planta-baixa, o momento de pesquisa sobre o tema;

a etapa de matematização como sendo a etapa de trabalho com medidas e escalas; e, a última etapa, a do modelo matemático, como sendo a validação da planta-baixa.

Escola β :

O grupo da escola β , conseguiu identificar a etapa de interação, descrevendo essa etapa como a pesquisa, definição do problema, e escolha da planta-baixa a ser construída, uma vez que o grupo preferiu que cada integrante desenhasse a sua planta-baixa para, no final, escolherem uma como modelo definitivo. O grupo teve dificuldade em identificar a etapa da matematização, pois, para eles, essa etapa envolvia somente os conteúdos a serem trabalhados, geometria plana, razão, proporção, áreas e perímetro, e não o processo desenvolvido para resolver o problema, que nesse caso seria a construção da planta-baixa. Como modelo matemático, o grupo reconheceu que se tratava da própria planta-baixa elaborada. Vale ainda destacar que o sujeito β_1 , é formado em Arquitetura, o que facilitou o trabalho do grupo.

Escola γ :

O grupo também optou por cada integrante construir o seu próprio esboço de planta-baixa e, a partir desses esboços, elaborarem uma única planta-baixa. Na segunda etapa, a matematização, o grupo usou ferramentas matemáticas como cálculo de áreas e delimitação de perímetros para construção da planta-baixa. E, por fim, conseguiram validar o modelo encontrado. Vale relatar que o grupo apresentou mais segurança na identificação das etapas de Modelagem Matemática que nas oficinas anteriores.

Escola δ :

O grupo relatou que não houve a etapa de interação, uma vez que o tema e o problema foram estipulados pelo pesquisador e o grupo já apresentava um conhecimento formal sobre planta-baixa. A etapa de matematização iniciou-se pela delimitação das medidas do terreno, escolha do tipo de família que moraria na casa e esboço da planta-baixa.

Na última etapa, modelo, foi quando se validou o modelo da planta-baixa encontrada. Esse foi o grupo que melhor descreveu a etapa de matematização,

mesmo tendo dificuldades em identificar a etapa de interação em todas as oficinas apresentadas até o momento. O quadro 6 apresenta as etapas reconhecidas por cada grupo nessa oficina.

Quadro 6: Descrição das etapas de modelagem pelas escolas na oficina 3

Escolas \ Etapas	Interação	Matematização	Modelo
α	Pesquisa para criação da planta-baixa	Trabalho com medidas e escalas para construção da planta-baixa	Planta-baixa
β	Pesquisa e escolha da planta-baixa, e a definição do problema	Escolha dos conteúdos a serem trabalhados na construção da planta	Planta-baixa
γ	Delimitar um problema para construção da planta-baixa	O Uso de ferramentas matemáticas para solucionar o problema	Planta-baixa
δ	Não houve	Delimitação das medidas do terreno, estipulação do tipo de família e o esboço da planta-baixa	Planta-baixa

Fonte: elaborado pelo autor

5.6 Quinto encontro

Oficina 4: Criação de uma nova Embalagem (Apêndice F)

O objetivo dessa oficina foi oportunizar que os sujeitos pudessem vivenciar as etapas de Modelagem Matemática e verificar as possíveis evoluções em suas percepções e concepções em relação às três etapas da Modelagem: interação, matematização e Modelo Matemático.

No primeiro momento, foi solicitado aos grupos que realizassem uma pesquisa sobre algumas perguntas para delimitar o problema. Entre as perguntas que surgiram, destacam-se: “Que tipos de materiais podem ser utilizados para construir embalagens?”; “Quais as formas que podem ser escolhidas para construir uma embalagem?”; “Qual o custo desses diferentes materiais?”; “De que modo as embalagens são acondicionadas para o transporte?”.

No segundo momento da oficina, os grupos deveriam formular o problema. Para isso, levantaram novos questionamentos, como, por exemplo: “Qual o produto que será embalado?”; “Que tipo de material deve ser utilizado para acondicionar esse tipo de produto?”; “Qual a quantidade do produto que será acondicionada em cada embalagem?”; “Qual a forma escolhida para essa embalagem?”. Após debate entre os grupos, as perguntas destacadas para chegar a um novo modelo foram: “Qual a quantidade de material utilizada na embalagem escolhida para o produto?”; “Qual é a forma ideal de cada embalagem para que se tenha o menor custo?”; “Isso interfere no melhor manuseio?”.

Por fim, cada grupo fez uma análise detalhada do modelo encontrado, apresentando os resultados ao grande grupo e descrevendo as etapas de modelagem apresentadas no processo de construção desse modelo. Para construção de novos modelos de embalagens, foram disponibilizados alguns materiais como: cartolina, papel, cola, régua e tesoura.

Alguns momentos vivenciados nessa oficina podem ser destacados:

Escola α :

O grupo identificou a etapa de interação com a fase da pesquisa, conforme relato do grupo: “Fizemos um levantamento de dados na *internet* sobre embalagens, foi uma pesquisa para levantar dados sobre formas de embalagens, e tipos de produtos a serem acondicionados nas embalagens, decidimos também o produto, e o tipo de embalagem que construiríamos para evitar desperdício de material”.

Na segunda etapa, a matematização, o grupo construiu uma embalagem em forma de pirâmide para acondicionar sabão em pó, e, para isso, utilizou-se de ferramentas matemáticas para calcular a área da nova embalagem, o custo dessa embalagem e o volume a ser ocupado pelo produto. E por fim, o modelo matemático foi a criação de uma embalagem em forma de pirâmide.

Na validação do modelo, podemos dar destaque à análise feita pelo grupo: “Concluimos que o modelo formulado é válido, pois o custo da nova embalagem de sabão em pó, comparada com a embalagem padrão, tem pouca diferença, uma vez que, a área da caixa de sabão padrão é de 1020 cm^2 , e a área da pirâmide é aproximadamente de 1031 cm^2 , e no quesito desperdício de sabão em

pó, nossa embalagem demonstra melhor anatomia, evitando o desperdício de sabão”.

Escola β :

O grupo iniciou a etapa de interação pesquisando informações sobre embalagens e acondicionamento de produtos, com a finalidade de criar uma embalagem própria. Já na etapa de matematização, os sujeitos da pesquisa precisaram definir quais as ferramentas matemáticas usariam para calcular as dimensões da nova embalagem, em função da área e do volume que o produto ocuparia. Na etapa de validação do modelo, a embalagem criada foi um prisma quadrangular regular.

Após analisar o modelo criado, o grupo constatou que seria melhor que a embalagem tivesse a forma de um cubo, pois a diferença de volume ocupado pelo suco em uma embalagem com forma de Prisma Quadrangular, e de um Cubo seria de 60cm^3 . O que representa que na embalagem em forma de um Cubo, a economia de material, e de volume ocupado pelo produto seria maior.

Escola γ :

Os sujeitos da pesquisa identificaram a etapa de interação como a fase da pesquisa referente ao material e à forma que deveria ter a embalagem a ser criada. O grupo decidiu criar uma caixa para acondicionar 15 diamantes. A etapa de matematização seria o momento em que foi construída a nova embalagem, quando foram realizados cálculos das dimensões necessárias para acondicionar os diamantes. Para isso o grupo definiu as dimensões de cada diamante e o volume que ocupariam na embalagem criada. O modelo de embalagem criado foi um prisma triangular regular, um modelo de embalagem que, segundo o grupo, chamaria a atenção do público feminino. Na validação do modelo, o grupo concluiu que a forma da caixa poderia ter sido em forma de um cubo, o que acarretaria menos desperdício de material.

Escola δ :

Nessa oficina, o grupo apresentou dificuldade para reconhecer, na etapa de interação, o produto a ser acondicionado na embalagem que iriam criar, bem como o material que deveria ser utilizado. Essa indecisão entre os sujeitos do grupo prejudicou o início do trabalho, fazendo com que perdessem mais tempo até chegar à próxima etapa. Após pesquisarem vários produtos e formas de embalagens, o grupo ficou em dúvida entre dois produtos, café ou chocolate e acabaram optando pelo café.

Na segunda etapa, a matematização, o grupo construiu uma embalagem em forma cilíndrica (cilindro equilátero), calculando sua área e o respectivo volume a ser ocupado pelo café. Conseguiram validar o modelo uma vez que chegaram ao modelo de embalagem ideal. Ou seja, um cilindro com a mínima área total e máximo volume. Isso se obtém quando o diâmetro possui a mesma medida da altura, fato observado e validado pelo grupo.

Na oficina 4, também foi solicitado um relatório que discriminasse as etapas da Modelagem realizadas. Tais dados foram organizados no Quadro 7.

Quadro 7: Descrição das etapas de modelagem pelas escolas na oficina 4.

Escolas \ Etapas	Interação	Matematização	Modelo
α	Levantamento de dados e pesquisa na internet	Uso de ferramentas matemáticas para calcular área e volume do novo modelo	Embalagem em forma de pirâmide
β	Pesquisa sobre embalagens e acondicionamento de produtos	Medir e calcular as dimensões da nova embalagem	Embalagem em forma de prisma quadrangular regular
γ	Fase da pesquisa do material e forma da embalagem a ser criada	Cálculo das dimensões da embalagem	Embalagem em forma de um prisma triangular regular
δ	Em todo processo	Cálculo da área da embalagem e do volume a ser ocupado pelo café	Embalagem em forma de um cilindro equilátero

Fonte: elaborado pelo autor

5.7 Sexto encontro - Elaborando a proposta de ensino

A partir do sexto encontro, os participantes iniciaram a elaboração de suas propostas de ensino, que foram aplicadas nas escolas públicas, as quais os grupos do PIBID estavam inseridos.

Levando em consideração o que afirma Biembengut (2009), para evitar a desmotivação dos participantes no decorrer do trabalho sobre a escolha do tema, os pesquisadores já haviam feito um levantamento prévio do tema de interesse dos seus alunos. Desse modo, cada grupo já veio para esse encontro com o tema definido e começaram a delinear a sua proposta. Cada grupo avançou de um modo diferente.

Na escola α , a proposta foi aplicada com os alunos do primeiro ano do Ensino Médio. O tema escolhido por eles foi “Educação para o trânsito”.

A escola β aplicou a proposta aos alunos do segundo ano do Ensino Médio, os quais escolheram o tema “Esporte e Saúde”.

Na escola γ , a proposta também foi desenvolvida com alunos do segundo ano, com o tema “Obesidade e Diabetes”.

Por fim, a escola δ , fez um levantamento com uma turma de primeiro ano do Ensino Médio, que escolheu o tema “Planos de acesso à *internet*”.

Nesse encontro, os grupos começaram a levantar dados para se familiarizarem com o tema, apresentando questões e uma proposta de oficina que relacionasse conteúdos matemáticos ao tema escolhido. O propósito foi levantar uma situação problema que possa ser resolvido com o auxílio de ferramentas matemáticas e interpretar esses resultados na realidade (Bassanezi, 2002).

5.8 Sétimo e oitavo encontro: Elaboração da proposta

Como no encontro anterior cada um dos grupos já havia escolhido um tema a ser trabalhado em sala de aula, partiu-se para a elaboração de cada oficina. Nesse encontro, foram definidos o problema de pesquisa, os objetivos gerais e específicos e os procedimentos adotados.

A seguir, apresenta-se uma síntese de cada uma das propostas elaboradas.

Escola α

A escola α definiu como seu problema de pesquisa: “Quais os horários em que mais acontecem acidentes de trânsito em Porto Alegre?”, a oficina ficou dividida em três momentos distintos.

1ª Etapa – Interação.

Duração: cinco períodos, sendo um de introdução do tema na sala de aula, e quatro de pesquisa no laboratório de informática e/ou biblioteca.

Inicialmente, foi feita a apresentação de um vídeo sobre acidentes de trânsito e a história do automóvel. Como forma de instigar a pesquisa, foram oferecidas aos alunos palestras de educação no trânsito, realizadas pelos funcionários da Empresa Pública de Transporte e Circulação de Porto Alegre – EPTC.

Após essa palestra, foram lançados alguns tópicos desafiadores para instigar os alunos a buscarem respostas que delineassem a pesquisa. Foram eles:

- (a) O que você julga necessário para responder à pergunta chave?
- (b) Verifique o histórico de acidentes de trânsito na última década.
- (c) Quais as principais causas dos acidentes no trânsito?
- (d) Quais os principais locais dos acidentes no trânsito?
- (e) Qual a faixa etária mais frequente?
- (f) Quais os horários de maior ocorrência de acidentes no trânsito?

2ª Etapa – Matemática.

1º Parte – Com a finalidade de filtrar as principais ideias adquiridas durante a pesquisa, a escola propôs a criação de uma *rede de idéias*, tendo como tema “Acidentes de Trânsito”. Essa rede serviu como ferramenta de apoio para melhorar e organizar os principais tópicos observados na pesquisa.

2º Parte – O grupo apresentou uma charge que propunha uma situação-problema, à qual os alunos deveriam resolver por meio da criação e utilização de um modelo matemático. Os conhecimentos obtidos com a pesquisa e trabalhos apresentados pelos bolsistas e palestrantes serviram como base para resolução da questão problema.

3ª Etapa – Modelo Matemático.

Cada grupo de alunos deveria organizar tabelas com os horários de maior pico de acidentes em Porto Alegre e, com auxílio do *software Excel*, chegar a modelos gráficos ou de funções que respondam à questão levantada.

Escola β

A escola β escolheu como tema de sua oficina “Esporte e Saúde”. O problema gerador da pesquisa foi: Quais são as práticas de esporte que mais são utilizadas pelos alunos da escola, e dessas, qual é a que traz mais benefícios à saúde?

1ª Etapa – Interação.

Para introduzir o estudo ao tema, foi solicitado aos alunos que fizessem, na *internet*, o levantamento de algumas informações relevantes para familiarização com o tema. Tais como: “O que é esporte?”; “O que é praticar um esporte?”; “Esporte traz algum benefício para saúde?”.

Em um segundo momento, os alunos assistiram a uma palestra realizada na escola por um profissional especialista em Educação Física da PUCRS sobre os benefícios que a prática de esportes pode trazer a saúde. Ainda na etapa de interação, os alunos fizeram uma visita orientada ao Parque Esportivo da PUCRS, para que praticassem e conhecessem alguns esportes diferentes daqueles que já praticavam nas aulas de Educação Física, e assim, pudessem levantar dados sobre os benefícios que tais práticas poderiam trazer à saúde.

2ª Etapa – Matematização.

Na etapa de Matematização, cada grupo de alunos fez o levantamento de dados com no mínimo 35 alunos da escola, que responderam a alguns questionamentos como: “Você pratica Esporte?”; “Qual?”; “Quantas vezes por semana?”; “Quais os objetivos esperados pela prática dessa modalidade?”; “Quais os benefícios que te traz esse esporte?”; “Se não pratica esporte, por quê?”; “Qual esporte que você acha que traz mais benefícios à saúde?”.

Os recursos utilizados nesta etapa foram: laboratório de informática, multimídia e Parque Esportivo da PUCRS. Cada grupo, após organizar os dados em

tabelas, deveria chegar, com auxílio do *software Excel*, a um modelo gráfico e interpretar a solução encontrada.

3ª Etapa – Modelo Matemático.

Na última etapa da proposta, é feita a validação do modelo matemático encontrado. Nessa etapa, cada grupo de alunos apresentou o modelo encontrado, levantando uma discussão sobre a veracidade ou não do modelo.

Escola γ

A escola γ construiu uma proposta intitulada “Obesidade e Diabetes”, cujo objetivo foi fazer com que os alunos aprendessem o conteúdo de matrizes, a partir de modelação de dados pesquisados chegando a modelos gráficos e interpretando as soluções.

1º Etapa – Interação.

Os bolsistas iniciaram as atividades expondo a proposta de trabalho para a turma, e, em seguida, apresentou um vídeo sobre obesidade com o intuito de gerar um debate sobre o tema. A turma foi separada em grupos de quatro ou cinco alunos, que foram conduzidos a um laboratório de informática da escola para fazerem um levantamento de informações sobre o tema.

No segundo momento, foi apresentada na escola uma palestra para os alunos do 2º ano do Ensino Médio sobre obesidade na adolescência, ministrada por profissionais da área da saúde. Essa palestra tinha como objetivo orientar e esclarecer a respeito do cuidado com a alimentação, excesso de peso e a importância dos exercícios físicos.

O problema de pesquisa escolhido pelos alunos da escola foi criar um programa de emagrecimento, apresentando ao seu cliente o resultado em uma perspectiva de um mês.

2º Etapa – Matematização.

Após a etapa de coleta de dados, cada grupo retornou ao laboratório de informática e organizou suas anotações, buscando construir tabelas com os dados do programa de emagrecimento criado. O programa computacional *Excel* foi o escolhido por conter todas as ferramentas necessárias para a construção do modelo desejado.

3º Etapa – Modelo Matemático.

Cada grupo fez uma breve apresentação do modelo de programa de emagrecimento criado, fazendo a validação do mesmo e apresentando os resultados alcançados e uma perspectiva para um mês para um cliente fictício.

Escola δ

A proposta elaborada pela escola δ , intitulada como “Planos de acesso à *internet*”, teve como objetivo levar os alunos a construir um modelo matemático que representasse o plano de acesso à internet mais vantajoso para cada um. Para tanto, a oficina foi dividida em três etapas, cada uma desenvolvida em uma aula.

1º Etapa – Interação.

No primeiro encontro, foi solicitado aos alunos que, individualmente, para a aula da próxima semana, trouxessem uma pesquisa contendo o tempo de acesso à internet de cada um, dentro de um período de sete dias, e o plano de acesso que utilizam em sua casa.

Em um segundo momento, foi solicitado que se reunissem em grupos de acordo com sua operadora e que fizessem algumas relações entre conjuntos, agrupando-se por diferentes características conforme os bolsistas iam solicitando, como, por exemplo, alunos que acessam a *internet* pela operadora GVT e ficam de duas a cinco horas por dia na *internet*, alunos que utilizam vivo 3G ou ficam de cinco a dez horas por dia na *internet*.

2º Etapa – Matematização.

Para essa etapa da oficina, planejou-se a utilização do laboratório de informática, para que os alunos pesquisassem o plano de acesso à *internet* mais vantajoso de acordo com o seu tempo de acesso. Em seguida, solicitou-se que os

alunos, individualmente, encontrassem o modelo matemático que representasse o plano de acesso à internet que consideravam mais vantajoso, de acordo com o tempo que a utilizavam. Para essa aula, também foi prevista a construção dos gráficos em um *software* matemático, *Excel*.

3º Etapa – Modelo Matemático.

Nessa etapa, cada grupo apresentou o modelo encontrado, levando à discussão sobre a validade do mesmo.

5.9 Seminários

Para finalizar os encontros com os sujeitos de pesquisa, realizou-se um seminário, no qual cada escola apresentou os resultados da aplicação das oficinas de Modelagem em suas respectivas escolas.

A escola α , apresentou os resultados da aplicação da oficina intitulada “Acidentes de Trânsito em Porto Alegre”. Esta foi a única das propostas que continuou em andamento após os relatos finais do seminário, pois não haviam concluído. O grupo relatou que os conhecimentos obtidos por meio de pesquisa e trabalhos apresentados pelos bolsistas e palestrantes servirão como base para resolução da questão problemática pelos alunos. Os alunos conseguiram realizar a etapa da interação e da matematização, porém a validação do modelo matemático encontrado ainda não havia sido averiguada pelos sujeitos de pesquisa, uma vez que a escola teve um período de recesso em relação ao projeto PIBID, período em que a pesquisa estava sendo realizada.

A escola β , com a oficina intitulada “Esporte e saúde”, relatou que, na primeira etapa de Modelagem, os alunos conseguiram fazer as entrevistas e tabelar com sucesso todos os resultados obtidos. Na segunda etapa da Modelagem, matematização, os alunos obtiveram êxito, partindo da análise das tabelas e com o auxílio do *software Excel* para criar gráficos. Ao analisarem a última etapa, a validação do modelo matemático encontrado, os bolsistas concluíram que havia sido feito apenas uma coleta de dados e tratamento de informações, culminando na aplicação da matemática.

A escola γ , com a oficina “Obesidade e diabetes, Modelando Matrizes”, relatou que, na primeira etapa da proposta, interação, alguns grupos fizeram anotações durante o vídeo e, principalmente, durante a realização da palestra sobre tipos de alimentos, calorias desses alimentos, atividades físicas citadas e calorias queimadas, entre outras. No segundo momento, na matematização, os grupos de alunos foram capazes, utilizando-se de dados coletados na *internet*, de montar um programa de emagrecimento com exercícios físicos e uma dieta equilibrada, ao longo de uma semana. Este programa criado tinha os dados do cliente (pessoa fictícia) o qual pretendia perder peso, como por exemplo, o peso, a altura, sexo, etc. As calorias ingeridas e seus respectivos alimentos, os tipos de atividades físicas e a quantidade de calorias queimadas por dia da semana. E por último, uma comparação entre os resultados alcançados e os anteriores ao programa.

Cada grupo de alunos fez uma breve apresentação em Power Point do seu programa de emagrecimento, apresentando o seu cliente, os resultados alcançados e uma perspectiva para um mês. Após, na discussão e análise dos dados coletados, cada grupo organizou os dados em tabelas, e, com o auxílio do *Excel*, fez a análise dos gráficos encontrados.

Por fim, a escola δ , que realizou a oficina intitulada “Planos de acesso à *internet*”, foi o grupo que percorreu com mais segurança todas as etapas de Modelagem Matemática. De todas as propostas, verificou-se que nesta o problema ficou muito bem formulado: “Qual o plano mais vantajoso de acesso à *internet*?”. Os bolsistas relataram que, após a formulação da pergunta, os alunos realizaram com sucesso a etapa de matematização, chegando a modelos matemáticos de funções constantes ou funções lineares. Sendo, por fim, capazes de analisar e validar os modelos encontrados. Em sua apresentação, o grupo demonstrou segurança, explicitando, na execução de sua proposta, todas as etapas de Modelagem.

Ao final do seminário, foi aplicado o pós-questionário (Apêndice B).

6 Análise e Categorização do Pós-Questionário

Esse capítulo apresenta uma categorização das respostas dadas pelos sujeitos de pesquisa ao pós-questionário (Apêndice B). A pretensão é verificar convergências e divergências que evidenciem uma mudança das percepções iniciais sobre Modelagem Matemática ocasionada pelas intervenções pedagógicas realizadas ao longo da pesquisa, e pela oportunidade de elaborar e de aplicar uma proposta de ensino utilizando a Modelagem Matemática.

6.1 Categorização do Pós-questionário

Com a finalidade de verificar as percepções finais dos participantes da pesquisa em relação à Modelagem Matemática, considerando a realização da palestra, das oficinas e das orientações do pesquisador, foi feito o seguinte questionamento: “Para você o que é Modelagem Matemática?”.

Os 23 participantes responderam à pergunta, e levando em conta que essa é uma das etapas mais significativas dessa pesquisa, considerou-se relevante trazer novamente na íntegra as respostas dadas por cada um. Possibilitando, desse modo, uma articulação mais explícita entre o pré e o pós-questionário, agrupou-se apenas respostas que apresentavam muita semelhança. Tais respostas estão organizadas no Quadro 8.

Quadro 8: Percepções dos professores supervisores e licenciandos

Percepções	Sujeitos
A partir de uma situação real, utilizando conceitos e ferramentas de cálculo a fim de solucionar eventuais problemas e curiosidades.	α
É um método em que primeiro partimos de pesquisa sobre um assunto de interesse dos alunos, e depois problematizamos uma situação que será resolvida por um modelo matemático.	β
É um método de ensino, no qual partimos de um determinado problema e achamos uma solução através de pesquisa e ferramentas matemáticas.	γ_3
É delimitar um problema, após, formular soluções e chegar a um modelo matemático.	α_4
É estudar um conteúdo ou ensinar um conteúdo de forma diferenciada.	β_1
É trabalhar um ou mais conteúdos matemáticos através de pesquisa, fazendo levantamento de dados e trabalhando a matemática de forma diferenciada, passando pelas três etapas, a interação, problematização e modelo matemático. Nesse método de ensino, podemos usar diversos recursos para trabalhar a matemática em sala de aula.	α_2, β_3
É um modo de se trabalhar matemática que faz com que o aluno pense sobre determinado problema, e através da pesquisa, use ferramentas matemáticas para resolver o problema. Esse modo de trabalhar a matemática leva o aluno a ver a aplicação da matemática no seu cotidiano, uma vez que utiliza conceitos matemáticos para resolver problemas reais.	γ_1
É um método de aprendizagem que é dividido em etapas, levando o aluno a um modelo matemático, o qual resolverá qualquer problema semelhante.	α_1
É uma investigação na qual se dá origem à busca de informações reais que irão tornar-se modelos gerados através de dados coletados. Não são usadas fórmulas prontas para resolver as situações-problemas.	γ_4, α_5
É um processo que envolve os conhecimentos prévios dos alunos, seus cotidianos, de maneira a trazer tudo isso para área matemática, encontrando um modelo que represente esses aspectos na matemática, tentando resolver sempre um problema.	δ_1
É um método de ensino no qual utilizamos um conteúdo matemático qualquer relacionado à realidade do problema pesquisado para encontrar um modelo matemático. É um método onde se passa por uma pesquisa, levantamento de dados e matematização, utilizando-se da matemática para chegar a um modelo. É o processo de problematização e de resolução de problemas do cotidiano dos alunos, devendo-se, preferencialmente, no fim desse processo, guiá-los na criação de um modelo que servirá para resolver qualquer problema semelhante.	$\delta_3, \delta, \delta_2$
É a construção de conhecimentos matemáticos através da coleta de dados que nos possibilite expressar de forma matemática a construção	δ_5, β_4

de um modelo matemático, sendo assim, podendo construir o conhecimento de forma diferenciada.	
É um método de ensino para desenvolver e resolver situações-problemas reais do cotidiano através de ferramentas matemáticas.	γ, δ_4
É um método didático de aprendizagem que é dividido em etapas, levando o aluno a um modelo matemático, o qual serve para resolver qualquer problema de mesmo nível trabalhado.	γ_2
Pesquisa em matemática	β_2, β_5
É pesquisar um assunto de interesse dos alunos, fazer a coleta de dados e levantar um problema real, após, pesquisar a matemática envolvida no assunto, elaborar um modelo matemático que solucione esse problema, interpretando essa solução na realidade	α_3

Fonte: elaborado pelo autor.

Ao unitarizar as respostas dadas no pós-questionário, utilizando palavras-chave análogas às utilizadas na categorização do pré-questionário, destacadas no quadro 8, verifica-se as mesmas categorias anteriores: Resolução de problemas, Modelagem Matemática, Método de pesquisa, Metodologia de ensino.

Ao analisar essas categorias constata-se uma modificação significativa da percepção inicial da maioria dos sujeitos de pesquisa. Retomando os dados do quadro 3, é possível elaborar o quadro 9 que evidencie tais modificações.

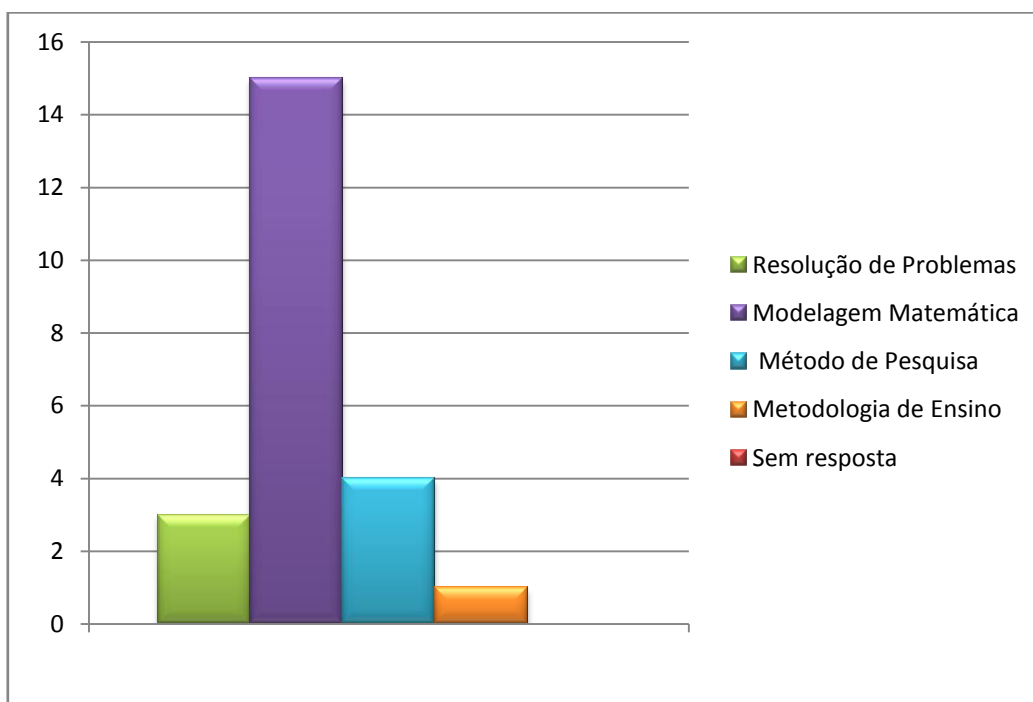
Quadro 9: Descrição das categorias no pré e pós-questionário

Sujeito	Categoria no pré-questionário	Categoria no pós-questionário
α	Resolução de problemas	Resolução de problemas
α_1	Resolução de problemas	Modelagem Matemática
α_2	Metodologia de ensino	Modelagem Matemática
α_3	Metodologia de ensino	Modelagem Matemática
α_4	Resolução de problemas	Modelagem Matemática
α_5	Modelação – Modelagem	Modelagem Matemática
β	Resolução de problemas	Modelagem Matemática
β_1	Metodologia de ensino	Metodologia de Ensino
β_2	Método de pesquisa	Método de pesquisa
β_3	Resolução de problemas	Modelagem Matemática
β_4	Resolução de problemas	Modelagem Matemática
β_5	Método de pesquisa	Método de pesquisa
δ	Resolução de problemas	Modelagem Matemática
δ_1	-	Modelagem Matemática
δ_2	Resolução de problemas	Modelagem Matemática
δ_3	Resolução de problemas	Modelagem Matemática
δ_4	-	Resolução de problemas
δ_5	Resolução de problemas	Modelagem Matemática
γ	Modelação – Modelagem	Resolução de problemas
γ_1	Resolução de problemas	Método de pesquisa
γ_2	-	Modelagem Matemática
γ_3	Resolução de problemas	Método de pesquisa
γ_4	Metodologia de ensino	Modelagem Matemática

Fonte: elaborado pelo autor.

Os dados desse quadro podem ser organizados no Gráfico 4.

Gráfico 4: Frequência da incidência das categorias do pós-questionário.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Observando o quadro 9 e o gráfico 4, verificou-se que a maioria dos sujeitos teve uma mudança positiva e significativa em relação às percepções iniciais acerca da Modelagem Matemática.

A primeira categoria, Modelagem Matemática, é composta pela maioria dos sujeitos, 15 de 23, os quais aproximam-se significativamente da definição de Modelagem, uma vez que em suas respostas mencionaram termos como “modelo” e “estudo de temas da realidade”, o que vai ao encontro da concepção de Biembengut (1990), adotada nesse estudo.

Para o sujeito α_3 , a Modelagem é “pesquisar um assunto de interesse dos alunos, fazer a coleta de dados, e levantar um problema real e, após, pesquisar a matemática envolvida no assunto e elaborar um modelo matemático que solucione esse problema, interpretando essa solução na realidade”. Vale ressaltar que, no início da pesquisa, para esse sujeito a Modelagem Matemática era simplesmente uma “aplicação de matemática no cotidiano do aluno”, enquadrando-se na categoria de Resolução de problemas. Nota-se, portanto, uma mudança acentuada da percepção que tinha sobre Modelagem Matemática, sendo capaz de argumentar sua concepção por meio de experiências vivenciadas durante as oficinas.

Já na fala do sujeito α_5 a Modelagem “é uma investigação em que através de modelos matemáticos resolvemos problemas reais”, o que converge com as concepções de Biembengut (2009). No início da pesquisa, para ele a Modelagem Matemática era “modelar problemas cotidianos, empresas, do dia-a-dia para a Matemática, buscar soluções matemáticas para esses problemas e criar métodos”, o que demonstrava que suas percepções já se assemelhavam à definição de Biembengut (2009).

Para o supervisor β , no início da pesquisa, Modelagem era “uma situação problema, na qual se busca soluções através das operações matemáticas” (resolução de problemas), e, após as oficinas e as intervenções pedagógicas, sua resposta alterou para “delimitar um problema, após formular soluções chegar a um modelo matemático”, o que demonstra uma mudança em sua percepção inicial.

Para o supervisor δ , no início da pesquisa, a Modelagem Matemática era “*pegar uma situação real e ver quais os conteúdos matemáticos que estão contidos na situação e explicar*”, trata-se de uma aplicação da Matemática, após o processo das oficinas e das intervenções pedagógicas, Modelagem Matemática passou a ser compreendida como um “processo de problematização e de resolução de problemas do cotidiano dos alunos, devendo-se, preferencialmente, no fim desse processo, guiá-los na criação de um modelo”.

Alguns sujeitos, que, no pré-questionário, percebiam a Modelagem apenas como uma metodologia ou como resolução de problemas, em particular os sujeitos α_2 e β_3 apresentaram, no pós-questionários, depois das intervenções, uma resposta que demonstra uma apropriação do conceito de Modelagem.

Na segunda categoria, Método de Pesquisa, enquadram-se quatro dos sujeitos de pesquisa, cujas respostas mencionaram a palavra “pesquisa”. Desses, anteriormente, dois já percebiam a Modelagem como um método de pesquisa, os outros dois como uma Resolução de Problemas. Por exemplo, o bolsista γ_1 respondeu no pré-questionário: “É analisar um problema real, tentando resolvê-lo criando hipóteses através de observações sobre o tema abordado, buscando soluções que sejam cabíveis para resolução”. Já a sua resposta final mostra uma concepção mais segura: “É um modo de se trabalhar

matemática que faz com que o aluno pense sobre determinado problema, e, através da pesquisa, use ferramentas matemáticas para resolver o problema. Esse modo de trabalhar a matemática leva o aluno a ver a aplicação da matemática no seu cotidiano, uma vez que utiliza conceitos matemáticos para resolver problemas reais”.

Ao fazer a comparação dessas respostas, verifica-se que algumas modificações efetivam a alteração de uma simples ideia de Modelagem para uma argumentação na qual se percebe um discurso resultante das experiências que esses sujeitos tiveram durante a sua participação na pesquisa.

Três sujeitos foram categorizados na Resolução de Problemas: o sujeito α que já pertencia a essa categoria e dois dos sujeitos que não tinham respondido essa pergunta no pré-questionário. O sujeito α escreveu: “A partir de uma situação real, utilizando conceitos e ferramentas de cálculo a fim de solucionar eventuais problemas e curiosidades”. Considerando que sua resposta inicial foi: “a partir de uma situação problema (seja qual for) poder trabalhar o conhecimento matemático desse problema”, verifica-se que suas percepções sofreram poucas modificações.

No início da pesquisa, o bolsista δ_4 afirmou que “Já ouviu falar o termo Modelagem Matemática, porém não sabe o significado”, mostrando não possuir qualquer percepção acerca do significado do termo Modelagem Matemática e, após o período das oficinas e das intervenções pedagógicas, sua resposta foi “A Modelagem é um método de ensino que resolve problemas do cotidiano através da Matemática”, o que demonstra que concebe a Modelagem apenas como um método de resolver problemas.

O sujeito γ , que antes havia respondido: “É a solução de um problema qualquer através de um modelo matemático.”, alterou sua resposta para “É um método de ensino para desenvolver e resolver situações problemas reais do cotidiano, através de ferramentas matemáticas.”, sendo o único sujeito que iniciou a pesquisa com uma percepção que já se utilizava de termos como modelo matemático, e acabou reduzindo-a à categoria de resolução de problemas. Embora utilizar um modelo matemático não signifique fazer

modelagem, talvez pensasse desde o início na resolução de problemas por meio de aplicação de modelos prontos.

O sujeito β_1 , manteve-se na categoria Metodologia de Ensino, uma vez que escreveu que Modelagem Matemática “É estudar um conteúdo ou ensinar um conteúdo de forma diferenciada”.

Diante disso, dos 23 participantes da pesquisa, apenas quatro deles não explicitaram uma resposta que possibilitasse perceber uma concepção de Modelagem Matemática, ou como método de ensino ou como método de pesquisa.

De acordo com a análise do pré-questionário apenas quatro alunos enquadraram-se na categoria de Modelagem ou Método de pesquisa. Portanto, sugere-se que as intervenções possibilitaram uma mudança considerável dessas percepções iniciais. Além disso, o modo detalhado com que alguns sujeitos se posicionaram no pós-questionário traz à tona concepções seguras que demonstram um domínio sobre o que estão escrevendo e pensando.

Embora que algumas percepções aproximem-se das concepções dos autores referenciados anteriormente, considera-se que as respostas dadas por cada participante individualmente não seja suficiente para verificar se é capazes de propor Modelagem Matemática como método de ensino, ou seja, propor Modelação. É necessário, também, analisar a coerência entre o discurso sobre Modelagem dos participantes da pesquisa, que se configurou no pós-questionário, e a sua operacionalização no planejamento e a aplicação de suas propostas de Modelagem com seus alunos.

Como descrito no capítulo 5, os sujeitos da escola α elaboraram a oficina “Acidentes de Trânsito em Porto Alegre”. A proposta descrita pelo grupo fez corretamente todas as etapas da Modelação propostas por Biembengut. Ao identificar cada um dos participantes, é possível verificar que apenas o supervisor α não conseguiu alterar sua percepção de Modelagem, considerando-a apenas como um método de resolução de problemas. Vale ressaltar que as propostas foram pensadas apenas sob a supervisão de α , sendo todas as ideias apresentadas nas propostas advindas dos bolsistas.

Os sujeitos da escola β , elaboraram a oficina “Esporte e Saúde”. Essa proposta tinha como objetivo fazer todas as etapas da Modelagem Matemática, porém o grupo acabou fazendo uma coleta de dados e, para

descrevê-los, utilizaram-se de gráficos e tabelas, fazendo apenas uma aplicação da Matemática. Foi possível verificar que, apesar desse grupo não conseguir na aplicação de sua oficina perfazer as três etapas da Modelagem, interação, matematização e modelo matemático, apenas o bolsista β_1 não apresentou ao final uma concepção adequada de Modelagem Matemática.

Na escola δ , os sujeitos elaboraram a oficina “Planos de acesso à internet”. De todos os grupos citados acima, esse foi o que mais se aproximou de Modelagem Matemática. Os sujeitos estavam bastante seguros e tinham claro como perfazer todas as etapas de Modelagem. Além de elaborarem um problema específico, conseguiram que seus alunos percorressem com sucesso as três etapas da Modelagem. Ao final da oficina, chegaram a um Modelo de “funções constantes ou lineares”, após, validaram o modelo encontrado. Nesse grupo apenas a resposta do bolsista δ_4 não demonstra domínio acerca do conceito de Modelagem Matemática, uma vez que pode ser categorizada como um método de resolução de problemas.

Já na escola γ , os sujeitos elaboraram a oficina “Obesidade e Diabetes, Modelando Matrizes”. Durante a execução da proposta, os alunos perfizeram a etapa da interação e elaboraram algumas matrizes. No entanto, o modelo do cálculo do IMC foi transmitido pelos bolsistas levando os alunos a fazerem aplicações diretas com o modelo, desconsiderando toda a matematização realizada por eles. Analisando as respostas dadas pelos integrantes dessa escola, o único sujeito que não apresentou uma resposta coerente à concepção de Modelagem foi o supervisor γ , inclusive, como apontado anteriormente, ele já mencionava os termos modelo matemático e, ao final, evidenciou um entendimento como Resolução de problemas.

7 Considerações Finais

O propósito dessa pesquisa foi analisar como diferentes intervenções pedagógicas modificam as percepções sobre Modelagem Matemática de professores de Matemática e de estudantes em formação. Para desenvolvê-la, foram eleitos como sujeitos de pesquisa quatro professores e 19 licenciandos integrantes do PIBID de Matemática da PUCRS.

Ao iniciar a investigação, buscou-se identificar as percepções prévias dos participantes sobre Modelagem Matemática. A análise do pré-questionário mostrou que a maioria não teve contato com a Modelagem Matemática em sua formação acadêmica, e, quando teve, foi apenas por meio de transmissões teóricas sem a criação ou o manuseio de modelos matemáticos, não vivenciando, portanto, as etapas de interação, matematização e modelo matemático.

Em particular, pelo relato dos licenciandos, sujeitos desse estudo, o contato com a Modelagem ocorreu por meio da disciplina de Iniciação à Pesquisa. Vale ressaltar que consta uma disciplina específica denominada “Modelagem Matemática” apenas no curso de bacharelado, desta instituição.

Ao realizar a fragmentação e unitarização das respostas dadas, chegou-se a categorias: Resolução de problemas, Modelagem Matemática, Método de pesquisa, Metodologia de ensino; que poderiam ter sido outras, se os sentidos e significados dados às palavras eleitas como palavras-chave fossem outros. Assim, a análise e as interpretações levantadas não são únicas, mas não invalidam as mudanças que resultaram das intervenções pedagógicas do pesquisador, sugerindo que possam ser utilizadas com outros grupos de professores e licenciandos.

Constatou-se pela transcrição das falas, e análise do processo que os sujeitos, ao participarem dos encontros, demonstraram interesse em aprender a fazer Modelagem, reconhecendo que esse é um método de ensino que permite tornar as aulas de Matemática mais interessantes, mostrando a sua aplicabilidade nas demais áreas de conhecimento. A busca por um método de ensino que rompe com os modelos pedagógicos vigentes, principalmente por constituir um método de pesquisa, motivou o grupo de professores e

licenciandos, mostrando uma mudança positiva em suas percepções sobre Modelagem e sua viabilidade na prática docente.

Os subsídios teóricos e práticos oferecidos por meio dessas intervenções buscaram enfatizar a Modelagem Matemática como um método de ensino que propõe a pesquisa de situações ou temas que façam parte do cotidiano do estudante, uma vez que adotou a perspectiva dada por Biembengut (2004).

Os dados coletados por meio dos questionários e a Análise Textual Discursiva, adotada como método de análise, permitiram uma categorização prévia e posterior das respostas dadas por esses sujeitos à pergunta: “Para você o que é Modelagem Matemática?”, que evidencia uma mudança significativa nas percepções desses sujeitos.

Na medida em que as oficinas iam ocorrendo e os relatórios iam sendo entregues, constatava-se gradativamente que os sujeitos, agrupados por escola, reconheciam com mais segurança as etapas da Modelagem realizada em cada uma delas. Nas primeiras oficinas, a etapa da interação não era reconhecida por alguns grupos. No entanto, na última oficina essa dificuldade não foi apresentada por nenhum deles.

Desse modo, conclui-se que as intervenções realizadas serviram como instrumento de compreensão, explicando coisas ainda incertas e confusas, que atuavam apenas como palpites e ideias para os sujeitos envolvidos.

No planejamento das propostas, houve coerência entre o relatório final sobre as etapas da Modelagem e as atividades elaboradas. Verificou-se uma preocupação de todos os grupos em levar os alunos a perfazerem todas as etapas da Modelagem no momento da execução da proposta. No entanto, um grupo não obteve êxito com seus alunos na obtenção do modelo, uma vez que transmitiu uma fórmula que não fazia uso das matematizações feitas anteriormente pelos alunos, o que impossibilitou a etapa final, onde ocorreria a interpretação da solução e a validação do modelo.

A percepção inicial de que a Modelagem Matemática se reduz a um método de resolução de problemas foi muito evidente entre os sujeitos de pesquisa. Uma formação que leve em conta que para compreender e estabelecer significados seguros para o termo Modelagem Matemática é

necessário possibilitar que seja feita Modelagem Matemática pode contribuir para que uma simples percepção se desloque para uma concepção adequada.

No caso dessa pesquisa, aonde foram analisadas as atividades e ações de 23 sujeitos, foi possível verificar que apenas quatro não conseguiram demonstrar no pós-questionário uma compreensão do significado do conceito de Modelagem como um método de pesquisa, embora na execução da proposta o seu grupo tivesse obtido êxito. Identificou-se que as percepções dos demais participantes modificaram-se para concepções alicerçadas no aporte teórico utilizado. Não apenas as respostas dadas ao pós-questionário, como também a elaboração e execução das propostas mostraram que compreenderam o significado de Modelagem como método de ensino e pesquisa reconhecendo cada uma de suas etapas.

Assim, ao concluir essa dissertação, não se pode deixar de mencionar o quanto a Modelagem Matemática pode contribuir para que o professor busque aprimorar e ampliar os seus conhecimentos em diferentes áreas, uma vez que os problemas que se apresentam na realidade do aluno não se referem nem a um único conteúdo, nem a uma única área específica. Portanto, adotar esse método na prática docente não deixará de ser uma tarefa árdua enquanto o professor de matemática for constituído por uma postura disciplinar, como um especialista.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D.S. Modelagem matemática na sala de aula: algumas implicações para o ensino e aprendizagem da matemática. In: *Anais do XI CIAEM*, Blumenau, 2003.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto, 2012.

ARORA, M. S.; ROGERSON, A. Future trends in Mathematical modelling and applications. Em: M.Niss, W. Blum, & I. Huntley (Eds.), *Teaching of mathematical modelling and applications* (p.111-116). New York: Ellis Horwood, 1991.

BARBER, P. J.; LEGGE, D. *Percepção e Informação*. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

BARBOSA, J.C. *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. Rio Claro: UNESP, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2001.

_____. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: *Conferência Nacional Sobre Modelagem e Educação Matemática*, 3., 2003, Piracicaba. Anais...Piracicaba: UNIMEP, 2003.

BASSANESI, R.C. Modelagem matemática. *Dynamus*, Blumenau, v. 1, n. 7, p. 55-83, abr./jun. 1994.

_____. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto. 2002.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa Segundo a Abordagem Fenomenológica. In: BORBA, M.C. & ARAÚJO, J.L. (Org.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BIEMBENGUT, M.S. *Modelação Matemática como método de ensino: aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus*. Rio Claro: UNESP, 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1990.

_____. *Modelagem Matemática e Implicações no Ensino: aprendizagem de Matemática*. 2. ed. São Paulo: Câmara Brasileira do Livro. 2004.

_____. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. In: *Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.2, p.7 – 32, 2009.

_____. Perspectivas metodológicas em Educação Matemática: um caminho pela modelagem e etnomatemática. In: *Caderno pedagógico*, Lajeado, v. 9, n. 1, p. 27-38, 2012.

_____. Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira. Artigo a ser apresentado em forma de conferência na *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* a ser realizada em junho de 2011. Publicação no prelo. PUCRS.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no ensino*. 5ª ed. São Paulo: Contexto. 2009.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação matemática: uma introdução à teoria e aos métodos*. Tradução M. J. Alvarez, S. B. Santos; BAPTISTA, T. M. Porto: Porto, 1994. 336 p.

BURAK, D. *Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série*. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP, 1987.

_____. *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. Campinas: UNICAMP, 1992. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional), Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, 1992.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modeling, applications and links to other subjects – State, Trends and issues in Mathematics instruction. In: *Educational Studies in Mathematics*, p. 36 - 38, 1991.

BLUM, W.; GALBRAITH; Niss, M. (Orgs.) *Modelling and applications in mathematics education: New ICMI studies series No. 10*. New York: Springer, 2007.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Geografia*. Brasília: MEC/SEF, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

CUNHA, A. L. *Atrito e senso comum: estudo explanatório com alunos de 8º série, professores e análise de livros didáticos*. Universidade Federal do Espírito Santo. Programa de Pós-Graduação em Física, 2000.

D'AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. Campinas: Summus, 1986.

_____. A matemática nas escolas. In: *Educação matemática em Revista*, ano 9, n. 11, edição especial, abril de 2002, p. 29-33.

DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. 12. ed. São Paulo: ática. 2000.

DEMO, P. *Pesquisa e construção de conhecimento*. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1996.

_____. *Educar pela Pesquisa*. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2000.

_____. *Pesquisa: princípio científico e educativo*. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

DEWEY, J. *Como pensamos*. São Paulo: Editora Nacional, 1979.

FERREIRA, A. B. H. *Dicionário Aurélio básico da língua portuguesa*. São Paulo: Nova Fronteira, 1998.

FERREIRA, A. B. H. *Miniaurélio: o dicionário da Língua Portuguesa*. 6.ed. Curitiba: Positivo, 2006.

_____. Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. In: *Educação e Pesquisa vol.34, n. 3*, São Paulo set./dez. 2008.

GODOY, A. S., Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. In: *Revista de Administração de Empresas, v.35, n.3*, mai./jun. 1995, p. 20-29.

HOCHBERG, J. E. *Percepção*. Trad. de Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar, 1973.

INEP. *IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica*. Disponível em: < <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=19502>> Acesso em: 12 dez. 2012.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. In: *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, v.38, n. 3, 2006. pp. 302-10.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. *Metodologia Científica*. São Paulo: Atlas.1983.

_____. *Técnicas de pesquisa*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1996.

LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1994.

LOPES, A. R. L. V.; BORBA, M. C. Tendências em educação matemática. In: *Revista Roteiro*, Chapecó, n. 32, p.49-61, jul./dez., 1994.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

- MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. *Análise Textual Discursiva*. 2. ed. Ijuí: Ed. Unijuí, 2011.
- NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. (Tradução portuguesa do original em inglês de 1989). Lisboa: APM & IIE.
- ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Editora da Unesp, p.199-218,1999.
- PONTE, J. P. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: BROW, M. et. al. *Educação matemática: coleção temas de investigação*. Portugal: Instituto de Inovação Educacional, p. 185–239), 1992.
- POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- _____. On solving mathematical problems in high school. In: S. Krulik e R. Queiroz, M. I. P. *Variações sobre a Técnica de Gravador no registro da informação viva*. São Paulo: T. A. Queiróz, 1980.
- ROOKES, P.; WILSON, J. *Perception: theory, Development and Organisation*, London, Routledge, 2002.
- SARGENT, S.; STAFFORD, K. *Ensinos Básicos dos Grandes Psicólogos*. Tradução Jurema Alcides Cunha. Porto Alegre, 1969.
- SCHMIDT, M. L. S. (1990). *A experiência de psicólogas na comunicação de massa*. Tese de doutorado não-publicada, Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, São Paulo,1990.
- SKINNER,B.F., *Verbal Behavior*, N.Y., Appleton Century Crofts,1957.
- SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. In: *BOLEMA – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.
- VIGOTSKI, L. S., *A formação social da mente: o Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores*. Organizadores Michael Cole...(et al.); Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afache. 6ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.
- _____. *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.
- YIN, R. K. *Estudo de caso: planejamento e métodos*. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- YAREMKO, R. K., HARARI, H., HARRISON, R. C., & LYNN, E. *Handbook of research and quantitative methods in psychology*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1986.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Pré-questionário

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

Questionário sobre Modelagem Matemática

Mestrando Fabio Espindola Cozza

Nome:.....

.....

Participante do PIBID: () Sim () Não

1) Qual o seu nível de formação?

.....
.....
.....
.....

2) Você já estudou sobre Modelagem Matemática?

() Sim () Não

Se sim, Onde?

.....

Quando?

.....

3) Você fez Modelagem Matemática?

() Sim () Não

Se sim, Onde?

.....

Quando?

.....

4) Para você o que é Modelagem Matemática?

.....
.....
.....
.....

.....
.....
5) Você pensa ser possível utilizar Modelagem Matemática na Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio)? Por quê?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

6) A Modelagem Matemática poderia ser utilizada como método de ensino?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

7) Você sente-se seguro para trabalhar com a Modelagem Matemática em sala de aula? Por quê?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

- **Se você já teve alguma experiência (docência, estágio, monitoria, etc.) com Modelagem Matemática responda as próximas perguntas.**

8) Você utiliza ou utilizou a Modelagem Matemática como método de ensino com seus alunos?

Raramente

Frequentemente

9) Cite exemplos das modelagens que você já utilizou com seus alunos:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

10) Quais as dificuldades que você encontrou ao trabalhar Modelagem com seus alunos?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

APÊNDICE B: Pós- questionário

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Questionário sobre Modelagem Matemática

Mestrando Fabio Espindola Cozza

Nome:.....

Data:.....

Escola:.....

1) Para você o que é Modelagem Matemática?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2) Você pensa ser possível utilizar Modelagem Matemática na Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio)? Por quê?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3) Você sente-se seguro para trabalhar com a Modelagem Matemática em sala de aula? Por quê?

.....

.....

.....

.....

.....

4) Quais as dificuldades que você encontrou ao trabalhar Modelagem com seus alunos ao desenvolver a proposta elaborada?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

APÊNDICE C: 1ª oficina



Oficina de Modelagem Matemática
Mestrando em Educação Ciências e Matemática-PUCRS
Fabio Espindola Cozza
Orientadora: Dra. Isabel Lara

O que é a Lei de Resfriamento de Newton?

Em algumas ocasiões, em meio a alguns afazeres ou num bate-papo com colegas, tomamos um gole de uma xícara de café quente ou de copo de água bem gelada. Pouco depois, nos distraímos e, ao tomar outro gole, percebemos que o café já não está tão quente ou a água não tão gelada como no início.

- **Por que isto ocorre?**
- **Com que brevidade** (taxa de resfriamento ou aquecimento) **se dá?**
- **O tipo e/ou a forma da vasilha interfere neste processo?**

1ª Experiência:

- ✓ Encha o recipiente com líquido (quente ou gelado)
- ✓ Verifique e anote a temperatura inicial e a temperatura ambiente;
- ✓ Estabeleça intervalos de tempo (iguais) e verifique a temperatura do líquido, registrando em um quadro de dados.
- ✓ Complete os quadros, abaixo, com os dados de cada experiência, onde:
- ✓ **i** (índice)
- ✓ **t** (tempo em cada intervalo coletado)
- ✓ **T** (temperatura do líquido em cada intervalo coletado)
- ✓ **T_a** (temperatura do ambiente)
- ✓ **Δt = t_f – t_i** (variação do tempo)
- ✓ **ΔT = T_f – T_i** (variação da temperatura)
- ✓ **K** (constante) a ser encontrada substituindo os valores na equação:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = k(T_a - T)$$

2^a) Quadro 1

Tempo (t)	Temperatura (T)

3ª) Quadro 2

I	t(min)	T	ΔT	$\Delta T/\Delta t$	Ki

5ª Representação Gráfica

Agora, com auxílio do *Excel*, construa o gráfico e faça uma análise detalhada do modelo matemático.

Descreva as etapas de Modelagem apresentadas no processo de construção do Modelo.

APÊNDICE D: 2ª oficina



Oficina de Modelagem Matemática
Mestrando em Educação Ciências e Matemática-PUCRS
Fabio Espindola Cozza
Orientadora: Dra. Isabel Lara

Dinâmica populacional de uma colmeia

***Quanto tempo leva para formar uma nova colmeia?
Que informações serão necessárias para resolução desse problema?***

1ª Fase) Exposição do tema: Fase da Pesquisa

Nessa fase os alunos irão buscar inteirar-se com o tema, buscando o máximo de informações sobre a dinâmica populacional de uma colmeia.

Dados coletados

- **Colmeia em Plena Produção:** 80.000 abelhas
- **A rainha** vive cerca (5 anos)
Função
 - comanda a colméia
 - reprodução
- **Os zangões** vivem cerca (80 dias)
Função
 - apenas reprodutores
- **As operárias** vivem cerca (40 dias)
- Função
 - faxineira
 - nutriz
 - engenheira
 - coletora

2ª Fase) Delimitação do problema:

- Rainha chega a por 3.000 ovos/dia;
- Ovo: leva 21 dias de incubação;
- A nova rainha expulsa a velha que sai junto a 10.000 operárias;
- A natureza mostra que operárias e rainha formam nova colmeia.

Hipóteses:

Fixando os valores relativos ao processo de nascimento e morte das abelhas.

Essa etapa cada grupo vai elaborar suas hipóteses e aproximações necessárias para resolver o problema.

Exemplo:

- **Nº de abelhas na família nova: 10.000 (hipótese 1)**
- **Postura média de uma rainha velha: 2000 ovos/dia. (hipótese 2)**
- Longevidade das operárias: 40 dias.
- Período entre a postura e nascimento: 21 dias.

3º Fase) Validando a Equação Matemática e estudando o resultado.

- É nessa fase que acontece a validação do Modelo Matemático encontrado.
- O professor pode pedir para os alunos apresentarem os resultados através da construção de gráficos manuais, ou com auxílio de ferramentas computacionais, como *Excel*.
- Por fim, ***Apresente o Modelo encontrado;***
- ***E o gráfico com uma análise crítica descritiva da Pesquisa.***

Cada grupo deverá apresentar para turma em um slide a análise crítica do Modelo identificando as respectivas fases da Modelagem Matemática. E as possíveis dificuldades encontradas para identificá-las.

APÊNDICE E: 3ª oficina



Oficina de Modelagem Matemática
Mestrando em Educação Ciências e Matemática-PUCRS
Fabio Espindola Cozza
Orientadora: Dra. Isabel Lara

Planta-Baixa de uma Casa

O que é preciso para construir uma casa?

1º Etapa:

- Propor aos alunos a construção de uma planta-baixa de uma casa. (É sugerido que a atividade seja livre sem qualquer orientação ou modelo).
- Cada grupo de professores pibidianos (como se fossem os estudantes) deverá listar o que é necessário saber para fazer a -baixa de uma casa e o que é necessário ter.
- O que é preciso para construir uma casa?
- Como o pedreiro sabe o tamanho e modelo da casa?
- Onde construir?
- Em que terreno?
- Qual a forma do terreno?

2º Etapa

Cada grupo deverá fazer o esboço de sua planta, numa folha de ofício.

* A partir desses esboços o professor irá apresentar os primeiros elementos da Geometria.

Cada grupo de professores deverá listar os conteúdos que poderão ser desenvolvidos nesse momento.

Possível problema: Como o construtor sabe o tamanho da casa que se quer construir?

Qual a medida ideal do terreno? Qual o lugar ideal para construir a casa?

Que parte representa a área da casa comparada à área do terreno?

3º Etapa:

Após definir o esboço da planta-baixa:

- Estipular as dimensões reais da casa;
- Verificar as dimensões da cartolina;
- Calcular a escala a ser utilizada;
- Fazer o modelo definitivo da planta-baixa na cartolina.

Descreva as Etapas da Modelagem realizadas nessa oficina (28/11/2011).

APÊNDICE F: 4ª oficina



Oficina de Modelagem Matemática
Mestrando em Educação Ciências e Matemática-PUCRS
Fabio Espindola Cozza
Orientadora: Dra. Isabel Lara

Embalagens

1ª) Delimitação do problema

Pesquisar:

- Que tipo de materiais podem ser utilizados para construir embalagens?
- Quais as formas que podem ser escolhidas para construir uma embalagem?
- Qual o custo desses diferentes materiais?
- De que modo as embalagens são acondicionadas para o transporte?

2ª) Formulação do problema e questões

- Qual o produto que será embalado?
- Que tipo de material deve ser utilizado para acondicionar esse tipo de produto?
- Qual a quantidade do produto que será acondicionada em cada embalagem?
- Qual a forma escolhida para essa embalagem?
- Suponha que 15 produtos serão acondicionados em caixas retangulares, para transporte, qual poderá ser o material utilizado?

Qual a quantidade de material utilizada na embalagem escolhida para o produto?

3ª) Desenvolvimento → Validação das Questões

Qual é a forma ideal de cada embalagem para que se tenha o menor custo? Isso interfere no melhor manuseio?

- Faça uma análise detalhada do modelo matemático e apresente ao grande grupo.
- Descreva as Etapas da Modelagem realizadas nessa oficina (12/12/2011).