

FACULDADE DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

KARINE PÉRTILE

**O MODELO VAN HIELE DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO
GEOMÉTRICO: UMA ANÁLISE DE OBRAS DO PROGRAMA NACIONAL
DO LIVRO DIDÁTICO PARA O ENSINO MÉDIO**

Porto Alegre

2011

KARINE PÉRTILE

**O MODELO VAN HIELE NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO
GEOMÉTRICO: UMA ANÁLISE DE OBRAS DO PROGRAMA
NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO PARA O ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Dr MAURIVAN GÜNTZEL RAMOS

PORTO ALEGRE
2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P469m Pértile, Karine
O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico: uma análise de obras do programa nacional do livro didático para o ensino médio. / Karine Pértile. □ Porto Alegre, 2011.
85f.

Dissertação (Mestrado) - PUCRS - Faculdade de Física, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática.

Orientação: Prof. Dr. Maurivan Güntzel Ramos

1. Educação. 2. Programa Nacional do Livro Didático.
3. Ensino Médio. 4. Teoria de van Hiele. I.Título.

CDU 37

Bibliotecário Responsável

Nara Rúbia Paranhos Pinto

CRB10/1585

KARINE PÉRTILE

**O MODELO VAN HIELE NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO
GEOMÉTRICO: UMA ANÁLISE DE OBRAS DO PROGRAMA
NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO PARA O ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em 31 de março de 2011

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr. Claudia Lisete Oliveira Groenwald (ULBRA)

Prof^a. Dr. Maria Salett Biembengut Hein (PUCRS)

Prof. Dr. Maurivan Güntzel Ramos
(PUCRS)

Dedicatória

Aos meus pais, cuja vida foi sempre dedicada aos filhos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por sempre ter me acompanhado e abençoado.

Ao professor Maurivan, pelas imensas contribuições a este trabalho. Por acreditar que eu conseguiria, apesar dos obstáculos nesta caminhada.

Aos meus pais, Ivo e Rosane, meus exemplos de vida, pelo apoio, incentivo, amor e dedicação.

À minha avó Iracema, segunda mãe, pelas palavras sempre carinhosas e motivadoras, pelos almoços sempre deliciosos e pelas orações, sempre bem-vindas.

Ao Álan e à Lia, irmão e cunhada, de quem recebi o maior presente da minha vida: amadrinhar o Lorenzo, um grande motivo de felicidade!

Agradeço à minha amiga Karine, um anjo em minha vida, que acompanhou cada passo do meu mestrado, desde a elaboração do memorial descritivo, até o último dia de escrita da dissertação. Tua força foi fundamental.

Às professoras Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald e Dra. Maria Salett Biembengut Hein, pelas valiosas contribuições à pesquisa durante a banca.

A todos vocês, o meu carinho e gratidão eternos.

RESUMO

Esta dissertação tem por objetivo analisar a abordagem da geometria plana presente nos livros de Matemática aprovados e distribuídos pelo Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLD) em 2009. Atualmente, o livro didático ainda representa importante instrumento no processo de ensino e aprendizagem, tanto para o professor, quanto para o aluno e, por isso, deve ser criticamente analisado para a sua qualificação. A questão investigada na pesquisa é: Qual a contribuição da abordagem da geometria plana presente nos livros distribuídos pelo PNLD 2009 para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos? Para fundamentar a pesquisa, o histórico do livro didático no Brasil e do PNLD, e a teoria de van Hiele sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, foram considerados. Indicadores para a análise dos livros foram definidos com base nessa teoria. Foram analisadas as três coleções mais escolhidas pelos professores. A análise desses livros mostra uma distribuição não homogênea de exemplos que contribuem para os objetivos em cada nível da teoria van Hiele, sendo poucas as atividades que contribuem para o desenvolvimento do último nível do pensamento geométrico. Além disso, foi encontrada discrepância na quantidade de exemplos significativos para o desenvolvimento do pensamento geométrico, apresentados em cada livro.

Palavras-chave: Livro Didático. Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio. Modelo de van Hiele. Pensamento geométrico.

ABSTRACT

This dissertation aims to analyze the approach of this plane geometry in math books approved and distributed by National Book Program for Education (PNLD) in 2009. Currently, the textbook still represents an important tool in the teaching and learning, both for the teacher, and for the student and therefore must be critically examined for their qualification. The question investigated in this research is: What is the contribution of the approach plane geometry on the books distributed by PNLD 2009 for the development of geometric thinking in students? To support research, the history textbooks in Brazil and PNLD, and the van Hiele theory on the development of geometric thought, were considered. Indicators for the analysis of the books were set based on this theory. We analyzed the three most collections chosen by teachers. The analysis of these books shows a non-homogeneous distribution of examples that contribute to the objectives at each level of van Hiele theory, with few activities that contribute to the development of the last level of geometric thinking. Furthermore, we found great discrepancies in the number of examples presented in each book.

Key words: Textbook. National Textbook Program for high school. Van Hiele theory. Geometric thinking.

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Inter-relações geométricas.....	32
Figura 2: Níveis do Modelo van Hiele.....	38
Figura 3: Fases do aprendizado para cada nível do Modelo van Hiele.....	43
Figura 4: Indicadores de análise de Livros Didáticos tendo o Modelo van Hiele como referencial.....	49
Figura 5: Frequência de exemplos nas obras, que auxiliam no desenvolvimento do pensamento geométrico.....	74
Figura 6: Gráfico da distribuição de exemplos significativos em relação a cada nível, encontrado nas obras	76

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	09
2 CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO	13
2.1 Problema de pesquisa	17
2.2 Objetivos da pesquisa	18
3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS	19
3.1 O Livro Didático no Brasil: breve histórico	19
3.2 O Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio	22
3.2.1 O processo de funcionamento do PNLD	23
3.2.2 O Catálogo do Livro Didático de Matemática do PNLD	25
3.3 A importância do Livro Didático no Ensino da Matemática	28
3.4 Considerações sobre o ensino e a aprendizagem da geometria	30
3.5 O Modelo van Hiele	33
3.5.1 Os níveis do Modelo van Hiele	34
3.5.2 Características Gerais do Modelo van Hiele	39
3.5.3 As fases de aprendizagem do modelo	41
3.6 O livro didático e o Modelo van Hiele	43
4 METODOLOGIA DA PESQUISA	46
4.1 Abordagem e objeto de pesquisa	46
4.2 Plano de Análise de Dados	47
4.3 Indicadores de análise dos livros didáticos em relação à geometria plana.	47
5 PRINCIPAIS RESULTADOS	51
5.1 Análise individual das obras	51
5.1.1 Análise do Livro 1: Matemática - Volume Único, de Luiz Roberto Dante.....	51
5.1.2 Análise do Livro 2: Matemática - Aula por Aula, de Cláudio Xavier da Silva e Benigno Barreto Filho.....	56
5.1.3 Análise do Livro 3: Matemática Completa - Giovanni e Bonjorno.....	62
5.2 Análise Comparativa das obras	67
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	79
REFERÊNCIAS	82

1 INTRODUÇÃO

O livro didático representa um importante instrumento no processo de ensino e aprendizagem, tanto para o professor, quanto para o aluno, pois é uma das fontes de informação e, em algumas situações, é a única fonte disponível aos alunos.

No mundo atual, caracterizado pela diversidade de recursos direcionados ao aperfeiçoamento da prática pedagógica, o livro didático ainda se apresenta como eficaz instrumento de trabalho para a atividade docente e para a aprendizagem dos alunos. O acesso a esse instrumento contribui para a qualidade da educação básica, além de promover a inclusão social. (BRASIL, 2008a, p. 5).

Isso mostra a importância da necessidade de avaliação e análise crítica do livro didático pelo professor, pois o livro didático pode conter erros e incoerências, podendo contribuir para aprendizagens equivocadas. Por isso, cabe ao professor, no momento de escolha do livro didático a ser adotado por ele e pela escola, analisá-lo minuciosamente, de modo que o material seja adequado tanto para o trabalho do professor quanto para o estudo dos alunos. No entanto, o professor precisa, conforme salienta Pimentel (1998, p. 308) “estar preparado para fazer uma análise crítica e julgar os méritos do livro que utiliza ou pretende utilizar, assim como para introduzir as devidas correções e/ou adaptações que achar convenientes e necessárias”. Ou seja, mesmo com o recurso do livro didático, o professor precisa adaptar a aula ao contexto do aluno, inserindo textos e atividades pertinentes.

Embora tenhamos consciência de que o livro didático não pode ser a única ferramenta utilizada pelo professor durante suas aulas, Elon Lages de Lima, em estudo detalhado de doze coleções de livros didáticos usados do Ensino Médio de Matemática no Brasil, sugere que o crítico do livro didático deve levar em conta que esse recurso é, com frequência, a única fonte de referência do professor, para organizar suas aulas, e do aluno, para consolidar seus conhecimentos. “Assim, é necessário que esse livro seja não apenas acessível e atraente para o aluno, como também que ele constitua uma base amigável e confiável para o professor, induzindo-o a praticar os bons hábitos de clareza, objetividade e precisão”. (LIMA, 2001, p. 1).

Em outras palavras, o livro precisa ser uma fonte clara e precisa de pesquisa aos professores e alunos, de modo a proporcionar segurança aos mesmos no processo de ensino e aprendizagem. Portanto, é necessário que os professores

tenham competências desenvolvidas que permitam boas escolhas de livros para o trabalho em sua escola.

Entre tantos critérios que os professores têm que adotar no momento da análise, com o intuito de aumentar as possibilidades de adquirir um material apropriado, Jorge Pimentel ressalta que o

[...] conteúdo deve ser acessível à faixa etária e ao desenvolvimento cognitivo do aluno. O texto deve estimular e valorizar a participação do aluno durante as aulas, combatendo atitudes e comportamentos passivos. O livro deve, também, promover uma integração entre os variados temas discutidos nos capítulos e valorizar a experiência e o conhecimento que o aluno leva para a sala de aula. As ilustrações precisam ser atualizadas e corretas e, sempre que recursos artísticos envolvendo cores, formatos e dimensões artificiais forem utilizados, isto deve ser claramente mencionado. (PIMENTEL, 1998, p. 309).

O autor ainda destaca os critérios de seleção julgados pertinentes pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). Entre esses critérios, destacam-se: correção dos conceitos e informações fundamentais; correção e pertinência metodológicas; contribuição para a construção da cidadania; e evitar riscos à integridade física do aluno. (BRASIL, 2008a).

Em 1996 o governo federal implantou o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), a fim de analisar, adquirir e distribuir livros para escolas públicas de todo o país. Um dos objetivos do programa é fornecer informações que embasem o processo de ensino e aprendizagem. A análise dos livros é realizada em parceria com universidades públicas, mas envolve docentes de instituições públicas e privadas. As editoras, a cada três anos, têm a possibilidade de apresentar suas obras a fim de concorrer ao processo de escolha e de aquisição pelo Ministério da Educação (MEC), que lança um edital definindo regras para a inscrição e define os critérios de avaliação dos livros. Ao final do processo de avaliação, o MEC divulga a relação de livros aprovados, bem como resenhas com informações pedagógicas sobre os mesmos por meio de um guia ou catálogo, o qual é disponibilizado na forma impressa e na Internet. Nessa perspectiva, torna-se relevante o estudo desses critérios de avaliação, a fim de auxiliar os docentes na escolha dos livros a serem adotados. Em 2004, foi implantando o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLD), que analisa e distribui livros didáticos para escolas públicas de Ensino Médio de todo o país.

No Catálogo do PNLD de Matemática de 2009, o MEC destina uma parte para os “princípios e critérios comuns de avaliação”, os quais orientam o professor na escolha dos livros, salientando que

[...] as obras didáticas não podem, seja sob a forma de texto ou ilustração: veicular preconceitos de qualquer espécie, ignorar as discussões atuais das teorias e práticas pedagógicas, repetir estereótipos, conter informações e conceitos errados ou análises equivocadas, ou ainda, contrariar a legislação vigente. Do mesmo modo, não podem ser concebidas como apostilas, com informações, regras e recomendações que visem apenas à preparação do aluno para um exercício profissional específico ou para o ingresso no ensino superior. Devem, ao contrário, favorecer o diálogo, o respeito e a convivência, possibilitando a alunos e professores o acesso a conhecimentos adequados e relevantes para o crescimento pessoal, intelectual e social dos atores envolvidos no processo educativo. (BRASIL, 2008a, p. 12).

Assim, torna-se relevante analisar de que forma os livros didáticos utilizados no ensino médio abordam os conteúdos de ensino. Neste trabalho analisa-se, em especial, a geometria plana, no sentido de compreender como a abordagem usada pelos autores contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para tanto, foram analisados coleções de livros distribuídas pelo PNLD 2009, através de dimensões de análises formuladas com base no Modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.

Os trabalhos sobre o modelo van Hiele sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico surgiram dos trabalhos de doutoramento do casal de professores holandeses Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geldof. No entanto, foi Pierre van Hiele quem aperfeiçoou e promoveu a teoria, pois sua esposa faleceu logo após o término de sua tese. (CROWLEY, 1994).

A seguir, o Capítulo 2 apresenta a contextualização e problematização do trabalho, explicitando de modo mais amplo os motivos para a escolha do tema, juntamente com o problema de pesquisa e os objetivos a serem atingidos.

No Capítulo 3 são apresentados os referenciais teóricos que fundamentam o trabalho e fornecem subsídios para responder o problema da presente dissertação. São feitas considerações acerca do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio - PNLD, detalhando o funcionamento do programa e a estrutura do Catálogo dos Livros Didáticos de Matemática. Ainda, neste capítulo aparecem algumas considerações sobre o ensino e a aprendizagem da geometria, bem como o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, conteúdo este foco de estudo da pesquisa. Logo após, buscou-se estabelecer uma relação entre os

livros didáticos e o desenvolvimento do pensamento geométrico. Foram propostos indicadores para a análise acerca do desenvolvimento do pensamento geométrico nos livros distribuídos pelo PNLD 2009.

O capítulo 4 apresenta os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa. Também é apresentado neste capítulo o plano de análise dos dados e a tabela dos livros distribuídos pelo PNLD 2009.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

Se cada um de nós examinasse sua própria experiência, verificaria que muitas vivências são legados de páginas, consideradas esquecidas, de livros colegiais. (OLIVEIRA, 1986, p. 9).

Ao encerrar o curso de graduação em Licenciatura em Matemática, em 2004, a pesquisadora não se sentia completamente “pronta” como professora. Apesar de ter ingressado na carreira docente em 2001, bem antes da conclusão da licenciatura, com frequência, sentia-se despreparada em situações profissionais, não encontrando, inclusive, razão para algumas atitudes próprias que ocorriam em sala de aula.

Por exemplo, ao utilizar livros didáticos como fonte de pesquisa para definições, enunciados, exemplos e exercícios, muitas vezes percebia que o vocabulário utilizado pelos livros acabava por afastar o aluno do conteúdo, pelo excesso de formalismo. Os exercícios presentes em muitos deles não tinham relação com a realidade, o que os fazia acreditar que o conteúdo não possuía utilização em seu cotidiano. Alguns conteúdos eram explicitados de tal forma que pareciam não ter relação com conteúdos estudados anteriormente, causando a impressão de que a Matemática é uma ciência feita de conteúdos estanques, sem afinidade uns com os outros ou com outras disciplinas. Isso pode influenciar negativamente a aprendizagem do aluno.

Os PCN referem que a Matemática do Ensino Médio “deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional.” (BRASIL, 1999, p. 82). No entanto, essa disciplina não tem apenas caráter instrumental, mas também possui caráter formativo, contribuindo, segundo os PCN,

[...] para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (ibidem, p. 82).

Nesse sentido, acreditamos que o livro didático, recurso frequente para o estudo dos alunos e para o planejamento das aulas pelos professores, possui importante papel no ensino e na aprendizagem. Seus exercícios e problemas propostos, portanto, devem auxiliar o aluno na interpretação da realidade e no desenvolvimento de sua autonomia e da capacidade de pesquisa.

Alguns livros didáticos, no entanto, apresentam pouca ou nenhuma relação com o cotidiano do aluno. Por outro lado, muitos professores sentem-se inseguros para discordar do livro didático, na concepção de que este representa a “palavra final” do processo de ensino. Senti-me assim durante os primeiros anos de docência, até ter a percepção de que o professor deve adaptar a aula conforme o contexto dos alunos e da comunidade em que a escola se insere.

Em 2008, ao ingressar no curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, a pesquisadora começou a compreender melhor e com mais consistência teórica o processo de ensino e aprendizagem. Durante o primeiro semestre do curso pôde debater sobre diversos temas relacionados ao ensino e à aprendizagem com meus professores e colegas, docentes da área de Ciências e Matemática.

Ao buscar informações sobre a avaliação do livro didático na área de Ciências e Matemática, pudemos perceber que, apesar de ser um tema atual, ainda são poucos artigos de pesquisa sobre o livro didático de Matemática no Ensino Médio, mas já se observa um aumento de produção nesse campo, principalmente em eventos científicos.

O livro didático, para muitos alunos e professores, consiste na principal e, quem sabe, única fonte de consulta. Por isso, tem importância para a aprendizagem e para a emancipação social.

O livro didático também é uma importante ferramenta no processo de ensino e aprendizagem. Além de promover o desenvolvimento do raciocínio indutivo e dedutivo dos alunos, serve como motivação para o estudo de conteúdos. Portanto, a escolha do mesmo é de suma importância para que contribua para a qualidade do processo de ensino e aprendizagem.

Acreditando ser o professor elemento fundamental na escolha do livro didático a ser adotado pela escola, é importante aprofundar a análise do conteúdo dos livros, bem como da metodologia utilizada pelos autores. Por isso, a presente pesquisa

buscou mais detalhadamente o modo como é proposto o estudo da geometria plana nos livros distribuídos pelo PNLB no ano de 2009.

Como professora de Matemática de ensino médio, há alguns anos a pesquisadora tem deparado com alunos oriundos das mais diferentes escolas de ensino fundamental de várias cidades da Serra Gaúcha, públicas e privadas. Desse modo, observa que muitos deles apresentam defasagens em relação a alguns conteúdos, especialmente em geometria plana, conteúdo por vezes “esquecido” do currículo, em algumas escolas. Concordando com essa afirmação, diferentes estudos têm mostrado que o ensino da geometria plana fica em segundo plano no ensino fundamental, como PAVANELO (1993) e PEREZ (1991), não apenas no Brasil, mas em vários outros países. A dissertação de Pereira (2001), cujo foco foi o abandono do ensino da geometria euclidiana no ensino básico, apresenta como principais causas desse fenômeno os problemas de formação dos professores e de ordem política/ideológica, relacionados à forma como os livros didáticos abordam esse conteúdo, bem como as lacunas deixadas pelo movimento da matemática moderna.

O documento de discussão da Comissão Internacional de Instrução Matemática - ICMI (1998) afirma que, em vários países, a geometria é totalmente ignorada ou só alguns dos seus itens são incluídos no programa escolar, afirmando que as causas desta situação são várias, desde a introdução de novos tópicos nos currículos da Matemática, até a diminuição do número de horas letivas dedicadas ao ensino de Matemática, ou ao declínio do papel da geometria euclidiana, em favor de outros assuntos, como, por exemplo, a teoria de conjuntos e a lógica.

Segundo Arbach,

A partir do movimento da Matemática moderna (década de 70), houve um direcionamento maior ao ensino da álgebra, no nível do ensino, podendo-se mesmo afirmar que nessa tendência, não só no Brasil, o ensino da Geometria foi relegado ao segundo plano. (ARBACH, 2002, p. 22).

Embora não seja esse o foco principal desta pesquisa, o tema serve como motivação para nosso estudo, visto que o ensino da geometria plana pode, muitas vezes, ficar relegado ao ensino médio.

Segundo Fainguelernt (1999),

A Geometria é geralmente ensinada, quando o é, a partir das 7^a e 8^a séries do 1^o grau. De um modo geral, com honrosas exceções, aparece nos livros-texto como uma estrutura lógica, de forma puramente axiomatizada e desligada da realidade dos alunos; apresenta-se muito pouco relacionada

com a exploração do espaço e com os outros componentes da Matemática. (FAINGUELERNT, 1999, p. 22).

Torna-se relevante, pois, verificar se a abordagem dada à geometria plana nos livros do PNLD 2009 auxilia o aluno no desenvolvimento do pensamento geométrico, pois, por vezes, esse conteúdo fica relegado ao ensino médio.

Considerando que os professores das escolas públicas do país devem selecionar uma obra entre os livros aprovados pelo programa, é necessário que a escolha esteja de acordo com a necessidade e o contexto do aluno. É importante, também, que os critérios tenham estreita relação com os conceitos aceitos pela comunidade da área e que atendam aos princípios associados aos modos como se aprende, presentes nas principais pesquisas e nos textos teóricos contemporâneos relacionados à aprendizagem. Por isso, são importantes as perguntas: Que critérios devem ser adotados pelos professores na seleção dos livros? Qual a função social do conteúdo presente nos livros didáticos, envolvendo conceituação, manipulação e aplicação?

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN), a Matemática no Ensino Médio

[...] deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros que servem para validar instituições de dar sentido às técnicas aplicadas. (BRASIL, 1999, p. 82-83).

Esta é outra questão importante: O conteúdo é apenas apresentado pronto ao aluno ou há situações no livro que promovem a construção de conhecimento matemático? Portanto, torna-se relevante analisar os aspectos epistemológicos acerca dos temas tratados nos livros didáticos, com destaque para a geometria plana.

Em se tratando de aprendizagem, é necessário analisar se a proposta didático-metodológica e a própria abordagem e o nível de dificuldade dos conteúdos estão de acordo com a capacidade cognitiva dos alunos e com as teorias de aprendizagem aceitas atualmente. Em relação ao estudo da geometria plana cabe analisar também os recursos empregados pelos autores dos livros disponíveis para o desenvolvimento de competências dos alunos.

2.1 Problema de pesquisa

A **função social** da escola e da sala de aula não está limitada ao discurso desenvolvido pelo professor. Todas as ações desenvolvidas com os alunos têm a função de desenvolver competências associadas à vida em grupo, em sociedade. Os próprios PCN mostram preocupação na formação do indivíduo, afirmando que “valores, habilidades e atitudes são, a um só tempo, objetivos centrais da educação e também são elas que permitem ou impossibilitam a aprendizagem”. (BRASIL, 1999, p. 85). É também, portanto, papel do livro didático, contribuir para o desenvolvimento dessas competências. Assim, é importante analisar como os livros aprovados pelo PNLD de Matemática abordam esse aspecto, principalmente em relação ao foco deste estudo que é a geometria plana. Embora não seja exclusividade da disciplina de Matemática, nem tampouco do conteúdo de geometria plana, torna-se importante a investigação da função social dos livros a serem analisados.

A partir dessas considerações, a presente pesquisa teve como finalidade responder à seguinte questão: **Qual a contribuição da abordagem da geometria plana nos livros distribuídos pelo Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – 2009 para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos?**

O problema da investigação encaminhou para a busca de resposta das seguintes questões de pesquisa:

- Quais os livros didáticos analisados e distribuídos pelo PNLD 2009?
- De acordo com o Modelo van Hiele, de que forma os alunos desenvolvem o pensamento geométrico?
 - Que indicadores de análise devem ser definidos a fim de permitir a avaliação fundamentada da geometria plana nos livros didáticos?
 - Como os livros supracitados se posicionam frente a tais indicadores e em relação aos critérios adotados pelo MEC durante sua análise?

2.2 Objetivos da pesquisa

O objetivo geral da pesquisa foi analisar a abordagem da geometria plana nos livros aprovados e distribuídos pelo PNLD em 2009 com vistas a identificar a sua contribuição para o desenvolvimento do pensamento geométrico, de acordo com a teoria de van Hiele.

Para atingir esse objetivo, foram considerados os objetivos específicos:

- Identificar os livros didáticos de Matemática analisados e distribuídos pelo PNLD em 2009.
- Identificar de que forma os alunos desenvolvem o pensamento geométrico, com base no modelo van Hiele.
- Definir indicadores de análise que permitiram a avaliação fundamentada da geometria plana nos livros didáticos.
- Analisar o modelo de van Hiele para definir os critérios de análise em cada dimensão.
- Analisar os livros a partir dos indicadores.
- Investigar se os livros distribuídos pelo PNLD estão de acordo com os critérios adotados na análise feita pelo MEC e com os indicadores definidos durante a pesquisa.

3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Neste capítulo são feitas algumas considerações sobre o histórico do livro didático no Brasil e sobre o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio - PNLD, origem da proposta do projeto. É explicitado, de forma concisa, o funcionamento do Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio. Após, é abordada a importância do livro didático para o ensino da Matemática. Também são apresentadas algumas considerações sobre o ensino e a aprendizagem da geometria, assim como o desenvolvimento do pensamento geométrico, foco da pesquisa, baseado no modelo van Hiele. Ao final, é traçada a relação entre os livros didáticos e o pensamento geométrico. Desta forma, serão estabelecidos indicadores de análise dos livros distribuídos pelo PNLD 2009, em torno do tema “geometria plana e o desenvolvimento do pensamento geométrico”.

3.1 O Livro Didático no Brasil: breve histórico

Dois modos de interação que podem contribuir para a aprendizagem do saber matemático, assim como de outros saberes, são pela linguagem oral e pela linguagem escrita, principalmente, por meio de textos. Mesmo a Matemática já existindo há pelo menos cinco mil anos, o modo como conhecemos o texto escrito, ou seja, o livro impresso tem pouco mais de quinhentos anos (SCHUBRING, 2003).

Os primeiros livros didáticos utilizados no Brasil, segundo Oliveira (1986), foram trazidos de outros países, alguns deles não traduzidos para o português. Os primeiros manuais didáticos brasileiros eram cópias dos manuais portugueses cujo propósito era o ensino da leitura e escrita, bem como da doutrina jesuítica.

Valente (1999), em sua obra “Uma História da Matemática Escolar no Brasil: 1730 – 1930”, estudou a história da Matemática escolar por meio dos livros didáticos, pois, segundo ele, devemos entender “Os livros didáticos como um lugar privilegiado da matemática escolar.” (VALENTE, 1999, p. 20). Em seu estudo, iniciado na época de seu doutoramento, ele avalia livros do século XVI, escritos por jesuítas, livros do século XVII, sobre o uso da geometria na guerra; manuais de

escolas militares do século XVIII, abordando os respectivos autores de cada época e seus escritos matemáticos; com o objetivo de “rastrear a trajetória da constituição da *matemática escolar* como um conjunto organizado de conteúdos para o ensino elementar da Matemática no Brasil.” (*ibid*, p. 19, *grifo do autor*).

A presente pesquisa não tem a intenção de abordar a história dos livros didáticos de Matemática, com a inserção ou retirada de conteúdos dos compêndios escolares, como eram denominados. No entanto, torna-se relevante conhecer alguns fatos da história do livro didático no Brasil para a compreensão do processo de inserção dos programas do governo em relação a esse recurso.

Em 1929, o Estado criou um órgão específico para legislar sobre políticas do livro didático, o Instituto Nacional do Livro (INL), contribuindo para dar maior legitimação ao livro didático nacional e, conseqüentemente, auxiliando no aumento de sua produção. (BRASIL, 2008b).

Com o Decreto-Lei 1006/38, de 30 de dezembro de 1938, foi criada a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), determinando normas de produção, importação e utilização desses materiais. O decreto ainda define o livro didático, por meio do Artigo 2º, parágrafo 1º, da seguinte forma: “Compêndios são os livros que exponham, total ou parcialmente, a matéria das disciplinas constantes dos programas escolares”. (Oliveira, 1986, p. 13). No entanto, o livro didático exerce uma função muito mais ampla do que a definida pelo decreto. Mais recentemente, Gérard e Roegiers definem “manual escolar como um instrumento impresso, intencionalmente estruturado para se inscrever num processo de aprendizagem, com o fim de lhe melhorar a eficácia”. (GÉRARD, ROEGIERS, 1998, p. 19).

Segundo Bomény (1984), a CNLD “tinha muito mais a função de controle político-ideológico que propriamente uma função didática” (BOMÉNY citado por FREITAG et al., 1997, p. 13). E, então, em 1945, com a legitimidade dessa comissão questionada, é criado o Decreto-Lei 8460/45, consolidando o Decreto de 1938, e restringindo ao professor a escolha do livro a ser utilizado pelo aluno. Assim, esse decreto é importante, pois confere autonomia ao professor em relação à escolha do livro didático.

Em 1966 é assinado um acordo entre o MEC e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID), criando a Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático (COLTED), cujo objetivo era o de coordenar ações referentes à produção, edição e distribuição de livros didáticos. “O acordo assegurou ao MEC

recursos suficientes para a distribuição gratuita de 51 milhões de livros no período de três anos.” (BRASIL, 2008b, p. 1).

Segundo Romanelli, a USAID mantinha todo o controle sobre os livros didáticos, desde os detalhes técnicos da fabricação até a elaboração, ilustração, editoração e distribuição dos livros, além de orientar as editoras brasileiras na compra de direitos autorais de editores americanos. (ROMANELLI citado por FREITAG et al., 1997). Em 1971 a COLTED foi extinta, e o Instituto Nacional do Livro (INL) passou a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF), assumindo as atribuições administrativas e de gerenciamento dos recursos financeiros até então a cargo da COLTED, efetivando-se com a implantação do sistema de contribuição financeira das unidades federadas para o Fundo do Livro Didático.

Em 1976, pelo Decreto 77.107/76, o governo assumiu a compra de boa parcela dos livros para distribuí-los a parte das escolas e das unidades federadas. Com a extinção do INL, a Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME), criada em 1968, tornou-se responsável pela execução do programa do livro didático. Devido à insuficiência de recursos para atender todos os alunos do Ensino Fundamental da rede pública, provenientes do então Fundo Nacional de Desenvolvimento e Educação (FNDE), a grande maioria das escolas municipais foi excluída do programa.

Em 1980, segundo Freitag *et al.* (1997), são lançadas as diretrizes básicas do Programa do Livro Didático – Ensino Fundamental (PLIDEF), cujo objetivo era a distribuição do livro didático às crianças carentes de recursos financeiros. Em 1983 é criada a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), incorporada ao PLIDEF. Este, por sua vez, dá lugar ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em 1985, com a edição do Decreto nº 91.542/85.

O PNLD trouxe algumas significativas mudanças, como a indicação do livro didático pelos professores; a reutilização do livro, com a abolição do livro descartável; e a extensão da oferta aos alunos de 1ª e 2ª séries (atuais 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental das escolas públicas e comunitárias.

Apesar de algumas turbulências após sua implantação, como em 1992, quando as limitações orçamentárias comprometeram a distribuição de livros e esta foi restringida aos alunos de até 4ª série do Ensino Fundamental, o PNLD foi gradativamente atingindo alunos de escolas públicas de todo o Ensino Fundamental,

e, hoje, livros de Matemática, Português, Ciências, História e Geografia são distribuídos gratuitamente a eles.

A partir de 1996, os livros passaram a ser avaliados pedagogicamente. Esse procedimento foi aperfeiçoado e é aplicado até hoje, sendo os livros classificados em excluídos, não recomendados, recomendados com ressalvas e recomendados. Os livros que apresentam erros conceituais, indução a erros, desatualização, preconceito ou discriminação de qualquer tipo são excluídos do Guia do Livro Didático.

Nos anos seguintes, o governo ampliou gradativamente o atendimento aos alunos, distribuindo também dicionários e sendo que livros são distribuídos, inclusive, aos portadores de deficiência visual, com livro didático em Braille, e portadores de deficiência auditiva, com cartilhas em Libras.

3.2 O Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio

Em 2003, o governo lança o projeto-piloto do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLD), atendendo alunos da 1ª série do Ensino Médio das regiões Norte e Nordeste do Brasil, que receberam os primeiros livros em 2004. Progressivamente, alunos do Ensino Médio de escolas públicas de todas as regiões do país têm sido atendidos pelo Programa.

O Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio foi implantado em 2004, através da Resolução nº 38 do FNDE, prevendo a universalização de livros didáticos para os alunos do Ensino Médio de escolas públicas do país. O projeto-piloto iniciou nas regiões Norte e Nordeste, atendendo 1,3 milhões de alunos da 1ª série do ensino médio de 5.392 escolas, que receberam até o início de 2005, 2,7 milhões de livros das disciplinas de Português e de Matemática. Em 2005, as demais séries e regiões brasileiras também foram atendidas com livros dessas disciplinas.

Todas as escolas beneficiadas estão cadastradas no censo escolar realizado anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP/MEC).

Em 2006 o programa adquiriu 7,2 milhões de volumes para utilização em 2007, por 6,9 milhões de alunos, ficando 300 mil exemplares para compor a reserva

técnica. Foram adquiridos, ainda, 1,9 milhão de livros de Português e Matemática para reposição dos que foram distribuídos no ano anterior. Foram investidos R\$ 121,9 milhões no PNLD.

Em 2007 foi feita a escolha dos livros didáticos de História e de Química, distribuídos e usados em 2008, ano em que foram incluídas as disciplinas de Geografia e Física para serem utilizadas em 2009, completando, assim, a universalização do atendimento do Ensino Médio. Foram investidos R\$ 221 milhões¹.

Em 2008 começa a ser implantado o Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA).

Nos últimos anos, até mesmo em função dos programas do governo federal acerca dos livros didáticos, tem ocorrido uma ampla movimentação em torno da escolha e da elaboração dos mesmos. Os livros didáticos têm apresentado uma melhora significativa na sua estruturação, linguagem, ilustrações consistentes e atividades, entre outros.

O Ministério da Educação (MEC) tem realizadas ações para a melhoria da qualidade do livro didático, incentivando o desenvolvimento de atividades visando à sua avaliação, com a finalidade de melhoria do processo de ensino e aprendizagem nos diversos níveis, bem como a construção da cidadania e o desenvolvimento intelectual e cultural dos estudantes.

3.2.1 O processo de funcionamento do PNLD

Segundo o Ministério da Educação (Brasil, 2008c), a forma de execução do PNLD, assim como os demais programas, consiste nas seguintes ações: inscrição das editoras; triagem das obras; divulgação das obras através do Catálogo do Livro Didático; a escolha dos livros pelos professores e o envio do pedido ao MEC; a aquisição dos livros pelo MEC; e a distribuição das obras às escolas brasileiras.

É publicado no Diário Oficial da União um edital estabelecendo as regras para a inscrição dos livros didáticos pelas editoras, disponibilizando-o no sítio do FNDE

¹ Dados disponíveis em www.mec.gov.br

na Internet. O edital também determina o prazo para a apresentação das obras pelas empresas detentoras de direitos autorais.

Para análise das obras apresentadas é realizada uma triagem pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT), que verifica se as mesmas se enquadram nas exigências técnicas e físicas do edital. Os livros selecionados, então, são encaminhados à Secretaria de Educação Básica (SEB/MEC), que é responsável pela avaliação pedagógica, escolhendo os especialistas para analisar as obras, conforme critérios divulgados no edital. Os especialistas, professores de universidades públicas e privadas do país, sob a coordenação de uma Universidade pública, elaboram as resenhas dos livros aprovados, que passam a compor o catálogo ou guia de livros didáticos, bem como os pareceres de exclusão.

No sítio do FNDE² é disponibilizado o Catálogo do livro didático. O mesmo material é impresso e enviado às escolas cadastradas no censo escolar. Diretores e professores analisam e escolhem as obras que serão utilizadas. Após a escolha, o professor possui duas alternativas para escolher os livros didáticos: pela Internet ou por formulário impresso, enviado às escolas junto ao Catálogo.

O Catálogo do livro para o Ensino Médio contém as informações sobre o processo de análise das obras, desde as especificações técnicas, como formato, matéria-prima e acabamento, até os aspectos pedagógicos. Além de disponibilizado no sítio do MEC, é enviado às escolas, de modo que os professores possam reunir-se, discutindo e avaliando as obras as serem adotadas. Para o ano letivo de 2009, no entanto, a escolha só pode ser feita por meio da Internet.

Segundo o Catálogo, “as obras apresentadas têm propostas e formatos bastante diversificados e cada uma possui pontos fortes e alguns pontos mais fracos”. (BRASIL, 2008a, p. 8). Ainda, remete ao professor a responsabilidade de julgar sobre a qualidade das obras recomendadas, “pois eles são os detentores das informações primordiais para um bom trabalho em sala de aula: o perfil, as expectativas, o contexto e as especificidades socioculturais dos educandos.” (*ibid*, p. 19). Torna-se relevante, pois, que o professor opte por uma obra condizente com o contexto em que seus alunos estão inseridos.

² http://www.fnde.gov.br/home/index.jsp?arquivo=livro_didatico.html

Após a união dos dados dos pedidos, feitos pelos formulários ou pela Internet, o FNDE inicia o processo de negociação com as editoras. Concluída a negociação, o FNDE assina o contrato e informa quantidades e localidades de entrega para as editoras, que, supervisionados pelos técnicos do FNDE, dão início à produção dos livros.

A distribuição das obras é feita diretamente pelas editoras às escolas, através de um contrato entre o FNDE e a Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos (ECT). Os livros devem chegar às escolas entre outubro e o início do ano letivo. Nas zonas rurais, as obras são entregues na sede das prefeituras ou das secretarias municipais de Educação, que devem entregar os livros às escolas localizadas nessas áreas. Essa etapa dos programas também conta com o acompanhamento de técnicos do FNDE e das secretarias estaduais de Educação.

Um dos objetivos do programa é também a qualidade física dos livros. Para tanto, o FNDE tem parceria com o Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT), responsável pela coleta de amostras e pelas análises das características físicas dos livros, de acordo com especificações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), normas ISO e manuais de procedimentos de ensaio pré-elaborados.

Cada aluno tem direito a um exemplar das disciplinas de Português, Matemática, Biologia, Química, História e Geografia, estudadas durante o ano letivo. Confeccionado com uma estrutura física resistente, o livro deve ser reutilizado, por três anos consecutivos, beneficiando mais de um estudante nos anos subsequentes.

3.2.2 O Catálogo do Livro Didático de Matemática do PNLD

O Catálogo do PNLD de Matemática tem o objetivo de auxiliar os professores dessa disciplina na escolha do livro didático, contendo uma resenha das obras didáticas e a síntese dos livros avaliados e aprovados no processo de seleção do PNLD/2009. Para tanto, em anexo ao Catálogo, está a ficha de avaliação dos livros, elaborada por pesquisadores no ensino da Matemática, que contém os critérios utilizados para avaliar os aspectos conceituais, éticos e metodológicos das obras didáticas.

Os critérios comuns para a avaliação das obras inscritas pelas editoras para o programa consistem em: correção e adequação conceituais e correção das informações básicas; coerência e pertinência metodológicas; preceitos éticos. Caso alguma obra não cumpra algum desses critérios, é automaticamente eliminada do programa.

Assim, em relação ao critério de *correção e adequação conceituais e correção das informações básicas*, segundo o Catálogo, é eliminado o livro que: formula erroneamente conceitos; fornece informações básicas erradas; ou mobiliza inadequadamente esses conceitos e informações, levando o aluno à construção de conceitos errados.

Em relação ao critério de *coerência e pertinência metodológica*, são excluídos os livros que não identificam suas escolhas teórico-metodológicas; recorram a diferentes opções metodológicas, sem evidenciar a compatibilidade entre elas; apresentem incoerência entre as opções declaradas e a proposta efetivamente formulada; não alertem sobre riscos na realização das atividades propostas e não recomendem claramente cuidados para preveni-los; ou não contribuam para os objetivos do ensino médio, para o desenvolvimento da capacidade do pensamento autônomo e crítico do aluno, bem como para a percepção das relações entre o conhecimento e suas funções no cotidiano.

Em relação aos *preceitos éticos*, será também descartado o livro que: privilegiar um determinado grupo, camada social ou região do país; veicular preconceito de qualquer ordem; divulgar fatos contrários à legislação vigente para a criança e o adolescente; fizer publicidade comercial; fizer doutrinação religiosa; ou veicular ideias que promovam desrespeito ao meio ambiente.

A partir da análise e do preenchimento da ficha, foi elaborada uma resenha para cada obra selecionada.

As resenhas possuem a seguinte estrutura: *síntese avaliativa*, com aspectos gerais do livro voltados para a adequação do conteúdo, fatores como a ausência de erros e de preconceitos; *sumário da obra*, que trata da organização do livro em volumes e capítulos; *análise da obra*, com detalhes das características da obra, aspectos de correção conceitual, *aspectos pedagógico-metodológicos*, abordagem da construção do conhecimento científico na obra, sua contribuição para a construção da cidadania do aluno, as características do Manual do Professor, e aspectos gráfico-editoriais; e *recomendações aos professores*, que contém

possibilidades de trabalho e a sugestão de mediação, em maior ou menor grau, do professor.

As resenhas são elaboradas de modo a auxiliar o professor na seleção do livro a ser adotado pela escola.

Contudo, os textos das resenhas não esgotam as possibilidades nem as deficiências das obras, mas buscam uma aproximação entre o leitor/professor e os livros analisados. A adequação dos conteúdos à realidade dos alunos, a ampliação dos conhecimentos e das informações veiculadas, bem como a proposição de alternativas pedagógicas diversificadas, atendendo aos interesses dos alunos, são funções que cabem apenas aos professores. (BRASIL, 2008a, p. 19).

Torna-se bem claro, pois, que o catálogo é um instrumento que visa a auxiliar o professor no processo de escolha da obra, mas o professor não pode deter-se a ele. É mister que o professor esteja consciente do contexto da escola, e, segundo o Catálogo do Livro Didático, seja capaz de realizar uma escolha que contribua, durante os anos em que a obra será utilizada, para a “consecução dos objetivos pedagógicos [...] e, principalmente, para a formação de cidadãos autônomos, críticos e participativos.”. (*ibid*, p. 20).

O Catálogo do Livro Didático de Matemática de 2009 apresenta as resenhas das seguintes obras:

1. SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática**: Ensino Médio. Volumes 1, 2 e 3. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2005.
2. BARRETO FILHO, Benigno; SILVA, Cláudio Xavier. **Matemática Aula por Aula**. Volumes 1, 2 e 3. 2. ed. São Paulo: FTD, 2005.
3. BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI, José Ruy. **Matemática Completa**. Volumes 1, 2 e 3. 2. ed. São Paulo: FTD, 2005.
4. RUBIÓ, Angel Pandés; FREITAS Luciana Maria Ternuta de. **Matemática e suas tecnologias**. Volumes 1, 2 e 3. São Paulo: IBEP, 2005.
5. GOULART, Marcio Cintra. **Matemática no Ensino Médio**. Volumes 1, 2 e 3. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2005.
6. DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Volume único. São Paulo: Ática, 2005.
7. YOSSEF, Antônio Nicolau; SOARES, Elizabeth; FERNANDEZ, Vicente Paz. **Matemática**. Volume único. São Paulo: Scipione, 2005.
8. PAIVA, Manoel. **Matemática**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2005.

Para a presente pesquisa, foram selecionadas as três obras com maiores números de exemplares solicitados pelas escolas no ano de 2009. De acordo com

os dados estatísticos do FNDE³, as obras representam cerca de 83% dos livros distribuídos nesse ano, configurando, desta forma, uma amostra significativa das obras em pesquisa. São elas:

Livro 1 (LD1) - DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Volume único - 324.817 exemplares comercializados.

Livro 2 (LD2) - BARRETO FILHO, Benigno; SILVA, Cláudio Xavier. **Matemática Aula por Aula**. Volumes 1, 2 e 3. 336.553 exemplares comercializados, com média de 112.185 exemplares por volume.

Livro 3 (LD3) - BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI, José Ruy. **Matemática Completa**. Volumes 1, 2 e 3. 539.480 comercializados, com média de 179.827 exemplares comercializados por volume.

Esses livros foram objeto de análise na pesquisa tendo por base a teoria de van Hiele.

3.3 A importância do Livro Didático no Ensino da Matemática

No contexto atual, observa-se uma ampla movimentação em busca de uma prática pedagógica crítica e histórico-social. O aluno não pode mais ser visto como um passivo receptor de saberes que lhe são transmitidos, mas sim como participante do processo de ensino e aprendizagem. Nessa perspectiva, reconhecido como importante recurso pedagógico, o livro didático possui relevante função no âmbito educacional.

Segundo Dante (1996), “o livro didático de matemática, quando bem utilizado, tem um papel fundamental no processo ensino-aprendizagem”. E justifica, utilizando os seguintes argumentos:

- o professor, em geral, não consegue durante a aula fornecer todos os elementos necessários para a aprendizagem do aluno, tais como problemas, atividades e exercícios, por isso, o livro didático possui a função de contribuir como fonte de referência para atividades;
- devido às várias atribuições extracurriculares dos professores, estes não têm tempo suficiente para planejarem e escreverem textos didáticos, problemas e questões interessantes e desafiadores, o que faz com que, mais uma vez, o livro didático sirva de referência;

³ Ver site do FNDE: <http://www.fnde.gov.br/index.php/pnld-dados-estatisticos>.

- um livro didático correto e com enfoque adequado pode ajudar a suprir a deficiência de professores com formação insuficiente em Matemática;
- muitas escolas possuem limitações em recursos como materiais pedagógicos, máquinas copiadoras, equipamentos de vídeos, computadores, de tal forma que o livro didático constitui-se, muitas vezes, como único recurso didático disponível ao professor;
- o livro contém definições, propriedades, tabelas, gráficos e explicações, que auxiliam o professor na sua aula e o aluno, pois este depende do domínio de conceitos e habilidades para a aprendizagem da Matemática.

Por outro lado, o Guia dos livros de Matemática do PNLD 2009 indica alguns objetivos desse recurso:

O livro destinado ao Ensino Médio tem múltiplos papéis, entre os quais se destacam: (i) favorecer a ampliação dos conhecimentos adquiridos ao longo do ensino fundamental; (ii) oferecer informações capazes de contribuir para a inserção dos alunos no mercado de trabalho, o que implica a capacidade de buscar novos conhecimentos de forma autônoma e reflexiva; e (iii) oferecer informações atualizadas, de forma a apoiar a formação continuada dos professores, na maioria das vezes impossibilitados, pela demanda de trabalho, de atualizar-se em sua área específica. Dessa forma, a escolha do livro deve ser criteriosa e afinada com as características da escola, dos alunos e com o contexto educacional em que estão inseridos. (BRASIL, 2008a, p. 19).

Assim, mesmo com vários outros recursos, tecnológicos ou não, disponíveis para o processo de ensino e aprendizagem, o livro didático continua a ocupar lugar de destaque como meio auxiliar de ensino. Isso porque nem sempre a escola tem à sua disposição tais recursos ou professores capacitados para usá-los, especialmente nas escolas públicas. Tais dificuldades, segundo Oliveira (1986), levam à valorização do livro didático que, “embora informe de segunda mão, está sempre à mão”. Mesmo tendo sido escrita há mais de duas décadas, a frase ainda faz muito sentido na situação atual do ensino público, onde, em muitos lugares do país, um computador é apenas uma ilustração nos livros.

Devido a essas discrepâncias sociais no país, o livro didático brasileiro, segundo Freitag et al (1997), tem uma função diferente da dos outros países do mundo: “sua destinatária quase exclusiva passa a ser a *criança carente de recurso*”. (p. 19, *grifo das autoras*). Ainda, as autoras criticam o sistema social e econômico do país, afirmando que o governo tem dado importância ao livro didático para compensar tais desigualdades.

Assim, sendo fonte de pesquisa de professores e alunos e, por vezes, a única disponível, mais uma vez justificamos a importância da análise de livros didáticos para a contribuição do processo de ensino e aprendizagem.

3.4 Considerações sobre o ensino e a aprendizagem da geometria

O conhecimento acerca da geometria é amplamente útil no dia-a-dia e também está relacionado a outros conteúdos escolares, seja da Matemática ou de outras disciplinas. Muitos dos objetos encontrados no cotidiano são formas geométricas clássicas, já estudadas e conhecidas pelos alunos. Todos esses objetos possuem alguma forma, algum tamanho ou ocupam alguma posição no espaço. Medir, examinar formas, comparar tamanhos, analisar posições são preocupações cotidianas são ações necessárias para a sobrevivência no mundo e a geometria pode transformar-se em ferramenta para estudar tais problemas.

Consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais que

[...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 1999, p. 89-91).

Tais competências tornam-se importantes para a

[...] compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões de Matemática e de outras áreas do conhecimento. De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com objetos que lhe deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos de outras ciências, em especial a Física. (*ibid*, p. 91).

Mammana e Villani (1998), em seu estudo sobre a evolução histórica da geometria, afirmam que os povos, desde a pré-história, têm tendência para reproduzir a realidade usando desenhos estilizados, para decorar os seus objetos usando motivos construídos a partir de formas geométricas dotadas de simetrias e para dar formas geométricas simples às suas primeiras construções. Nessa primeira fase predomina o aspecto visual. Numa fase seguinte a geometria vai ao encontro

de necessidades utilitárias para medir comprimentos, áreas ou volumes ou para traçar delimitações de terrenos.

A riqueza e variedade da geometria constituem, conforme afirma Abrantes (1999), argumentos muito fortes para a sua valorização no currículo e nas aulas de Matemática. Segundo o autor, há inúmeros exemplos geométricos de relações entre a realidade e situações matemáticas.

A geometria, segundo o autor,

[...] é uma fonte de problemas de vários tipos: de visualização e representação; de construção e lugares geométricos; envolvendo transformações geométricas; em torno das ideias de forma e de dimensão; implicando conexões com outros domínios da Matemática, como os números, a álgebra, o cálculo combinatório, a análise; apelando a processos de “organização local” da Matemática, nomeadamente de classificação e hierarquização a partir de determinadas definições e propriedades. (ABRANTES, 1999, p. 3).

Segundo Pires, Curi e Campos (2000, p. 30), pode-se afirmar que “a geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico – dos volumes, das superfícies, das linhas, dos pontos.”.

Para Piaget,

Sendo uma lógica, o espaço é em primeiro lugar um sistema de operações concretas, inseparáveis da experiência que elas informam e transformam por suas determinações próprias. Depurando-se progressivamente, entretanto, e destacando-se de seus vínculos experimentais, estas mesmas operações podem tornar-se “formais” e é a este nível, em que a geometria se vê promovida à categoria de lógica pura, que o espaço aparece como um “continente” ou uma “forma”, independente do seu conteúdo. (PIAGET, 2002, p. 12).

Ao vivenciar situações com os objetos do espaço em que vive que, desde criança, é que o aluno vai construir conhecimentos e estabelecer relações, apropriando-se das características dos mesmos. Proporcionando ao aluno tal vivência, portanto, estaremos possibilitando a ele localizar-se e orientar-se.

Para tanto, não basta apenas “mostrar” objetos aos alunos, ou limitá-los a cópias de figuras que são apresentadas e descritas pela observação de outras pessoas, e não deles mesmos (FAILENGERT citado por POSSANI, 2002). É necessário oportunizar atividades experimentais. E tais atividades devem ser realizadas desde a infância, quando a criança relaciona o espaço e seu corpo.

Sobre isso, Pires, Curi e Campos (2000, p. 31) referem que

Para Piaget, essa estruturação espacial da criança inicia-se pela constituição de um sistema de coordenadas relativo ao seu próprio corpo. É a fase chamada egocêntrica, no sentido de que, para se orientar, a criança

é incapaz de considerar qualquer outro elemento, que não o seu próprio corpo, como ponto de referência.

Na geometria, segundo Etcheverria (2008, p. 29),

[...] embora algumas noções sejam mais simples, todas se baseiam nas relações estabelecidas a partir das noções de espaço e forma, por meio dos sentidos – espaço sensível ou mundo sensível - e nas representações dos objetos do espaço geométrico – espaço representativo ou mundo geométrico.

Nesta perspectiva, pode-se afirmar que, no ensino da geometria, é importante basear o processo de aprender, principalmente, em atividades empíricas, com observação, manipulação e representação de objetos concretos, além de atividades de sistematização, com definições, conceitos, nomenclaturas, propriedades, teoremas e axiomas,

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, segundo Etcheverria (2008), as atividades são mais empíricas, voltadas para a manipulação e exploração de objetos que fazem parte da vida do aluno: prismas, cilindros, esferas e cones. No entanto, nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, considerando-se o proposto nos livros didáticos, a maioria das atividades volta-se para a sistematização, buscando desenvolver o exercício da lógica, em geral, a partir do estudo das figuras planas e buscando a compreensão e aplicação de alguns teoremas. Essa ruptura com o empírico é pouco produtiva para a aprendizagem, visto que a geometria é, segundo Fainguelernt (1995), tema integrador entre as diversas partes da matemática, sendo a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução, constituintes de sua essência.

De acordo com Machado (1998), o conhecimento geométrico é caracterizado a partir de quatro aspectos, a saber: percepção, concepção, representação e construção, todos inter-relacionados, configurando uma estrutura por meio da qual se pode aprender o significado do ensino da geometria, representados na figura a seguir:

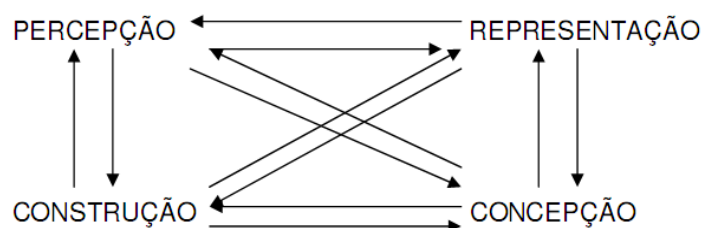


Figura 1 - Interrelações geométricas

Tais aspectos são apresentados pelo autor como faces de um tetraedro, que têm as mesmas características e compõem a estrutura tendo a mesma relevância. Ou seja, qualquer movimento pode ser feito com o sólido e ele continua sendo visto da mesma forma. Da mesma maneira se inter-relacionam os quatro aspectos da Figura 1. Esses aspectos não se sucedem linear e periodicamente, pois estão conectados e cabe ao professor propor atividades que possibilitem ao aluno transitar do objeto para a representação plana, fazendo construções e construindo concepções, possibilitando, assim, a passagem da fase empírica para a sistematização.

Assim, para que o aluno consiga representar suas concepções, é preciso que construa conceitos a partir das percepções estimuladas na realização de atividades tanto empíricas como de sistematização.

Van Hiele (1986) também considera que a visualização é muito importante para a construção do conhecimento geométrico. No início, o aluno percebe a figura como um todo e, aos poucos, passa a perceber suas relações e propriedades. Depois disso, o desenvolvimento leva a operar com tais relações em diversas situações e os alunos parecem progredir no pensamento geométrico por meio de uma sequência de cinco níveis. Tal sequência constitui o Modelo de van Hiele, melhor explicitado a seguir.

3.5 O Modelo van Hiele

O modelo van Hiele é um modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, constituído pelo conceito de que o raciocínio dos estudantes passa por uma série de níveis sequenciais e ordenados. “Cada nível supõe a compreensão e utilização dos conceitos geométricos de maneira distinta, o que se reflete na forma de interpretá-los, defini-los, classificá-los e fazer demonstrações.” (SILVA; CANDIDO, [2008]). O ensino da geometria não pode ser realizado de maneira mecânica. É preciso que o trabalho do professor favoreça o avanço dos alunos de um nível de pensamento a outro por meio de atividades orientadas.

A seguir são apresentados os níveis associados ao pensamento geométrico com base em van Hiele.

3.5.1 Os níveis do Modelo van Hiele

O modelo de van Hiele consiste em uma sequência de cinco níveis de compreensão, variando de 0 a 4. São eles: visual, descritivo/analítico, dedução informal, dedução formal e rigor.

Nível 0 - Visualização/Reconhecimento: A visualização, conforme Fainguelernt (1999, p. 53), “refere à habilidade de perceber, representar, transformar, descobrir, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre as informações visuais.” Ou seja, no nível visual, o aluno reconhece as figuras pelas suas semelhanças ou diferenças físicas. Embora observadas, segundo o modelo van Hiele, elas não são definidas e o aluno não identifica as partes que as compõem ou suas propriedades.

Crowley (1994, p. 2) aponta que os conceitos geométricos são vistos como “entidades totais, e não como entidades que têm componentes ou atributos.” As figuras geométricas, segundo a autora, não são reconhecidas por suas partes ou propriedades, mas pela sua aparência física. Alunos nesse nível conseguem aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzir figuras. E, embora alguém nesse nível consiga reconhecer e diferenciar quadrados de retângulos, não consegue, por exemplo, reconhecer que essas figuras têm ângulos retos ou que os lados opostos são paralelos.

Segundo Silva e Candido, no nível visual,

o conhecimento de geometria é básico, a percepção das figuras geométricas ocorre de forma global e individual. A descrição das figuras é baseada principalmente em seus aspectos físicos e posição no espaço. As propriedades geométricas são utilizadas de forma imprecisa. Inicia-se a introdução de um vocabulário matemático para falar das figuras e descrevê-las. (SILVA E CANDIDO, [2008], p. 1).

Nesse nível, o professor deve, conforme Crowley (1994), proporcionar ao aluno oportunidade para:

- manipulação, coloração, dobraduras e construção figuras geométricas;

- identificação de uma figura ou de uma relação geométrica, num desenho simples, num conjunto de recortes, blocos de modelos ou outros objetos classificáveis, envolvendo objetos físicos do ambiente em que encontra, ou dentro de outras configurações geométricas;
- criação de figuras, desenhando à mão livre; fazendo cópia de figuras em papel pontilhado ou quadriculado, fazendo recortes, usando geoplanos; construindo figuras com o auxílio de material concreto, como varetas, canudos, blocos;
- descrição de figuras e construções geométricas utilizando a linguagem adequada;
- trabalho com problemas que possam ser resolvidos manejando figuras, medindo e contando.

Kaleff (2006), em um texto sobre a trajetória e os propósitos do Laboratório de Ensino da Geometria da Universidade Federal Fluminense, aponta que, dentre as operações mentais básicas necessárias para o desenvolvimento da habilidade de visualização, estão

[...] identificar determinada figura plana, isolando-a dos demais elementos de um desenho; reconhecer que algumas propriedades de um objeto (real ou imaginário) são independentes das características físicas como tamanho, cor e textura; identificar um objeto ou desenho quando apresentado em diferentes posições; produzir imagens de um objeto, suas transformações e movimentos; relacionar um objeto a uma representação gráfica ou a uma imagem dele; relacionar vários objetos, representações gráficas ou imagens entre si; comparar vários objetos, suas representações gráficas ou suas imagens, à busca de identificação de regularidades e diferenças entre eles. (KALEFF, 2006, p. 120).

No nível visual, o aluno apenas percebe e relaciona objetos. Nessa perspectiva, torna-se importante o trabalho com material concreto, de forma a estimular a percepção de figuras. De acordo com Portanova et al (2005), o trabalho com material concreto leva o aluno a desenvolver as habilidades de síntese e análise, o que lhe permite construir condições que o levem a discernir um objeto numa globalização, quando os elementos que o formam conduzem-no para a análise.

Quando o aluno inicia uma análise dos conceitos geométricos, ele, então, encontra-se no nível 1 do modelo van Hiele, denominado descritivo/analítico.

Nível 1 - Descritivo/Analítico: No nível descritivo/analítico, o aluno começa a diferenciar as propriedades das figuras para analisá-las. Consegue apontar

propriedades semelhantes, mas sem estabelecer relações entre elas. Por meio da observação e da experimentação, reconhece certos elementos das figuras e faz experimentações. No entanto, ainda não faz classificações adequadas, não é capaz de explicar relações entre as propriedades, não percebe inter-relações entre figuras e não entende definições.

Nesse nível, aponta Crowley (1994), o professor pode proporcionar ao aluno oportunidades para:

- medição, dobraduras, coloração e modelagem, com o intuito de identificar propriedades de figuras e outras relações geométricas;
- descrição de classes de figuras por suas propriedades;
- comparação de figuras segundo suas propriedades características;
- classificação e reclassificação de figuras por atributos isolados, tais como número de lados paralelos ou ângulos retos;
- identificação e desenho de figuras, dadas uma descrição ou escrita de suas propriedades;
- identificação de figuras a partir de pistas visuais;
- dedução empírica de regras e generalizações, a partir do estudo de muitos exemplos;
- identificação de propriedades que possam ser usadas para caracterizar ou comparar diferentes classes de figuras;
- descoberta de propriedades de classes de objetos não familiares, a partir de exemplos e contra-exemplos;
- uso de vocabulário e símbolo apropriados;
- resolução de problemas geométricos que requeiram o conhecimento das propriedades das figuras, relações geométricas ou abordagens perspicazes.

Nível 2 - Dedução Informal: No nível da dedução informal o aluno estabelece relações e implicações entre as figuras, classificando-as em relação às suas propriedades. Todavia, não pode estabelecer relações acerca dos passos formais de uma demonstração.

O professor pode, citando Crowley (1994), proporcionar ao aluno oportunidade para:

- estudo das relações desenvolvidas no nível anterior, buscando inclusões e implicações;
- identificação de conjuntos mínimos de propriedades para descrever uma figura;
- desenvolvimento e uso de definições;
- acompanhamento do uso de argumentos informais;
- apresentação de argumentos informais, usando, por exemplo, diagramas, recorte de figuras, diagramas de árvores;
- acompanhamento de argumentos dedutivos, eventualmente fornecendo algumas etapas omitidas;
- tentativa de fornecer mais do que uma explicação ou abordagem para definições;
- trabalho e discussão acerca de situações que focalizem afirmações e suas recíprocas;
- resolução de problemas em que as propriedades das figuras e as inter-relações são importantes.

Nível 3 - Dedução Formal: No nível 3, da dedução formal, o indivíduo já possui domínio do processo dedutivo e de demonstrações. Realiza demonstrações formais das propriedades já compreendidas e ainda descobre novas propriedades.

Para desenvolver o raciocínio lógico, segundo os PCN+ (Brasil, 2002), é necessário que no Ensino Médio o aluno trabalhe com um sistema dedutivo, construindo significados para os axiomas e teoremas, aplicando-os e compreendendo o valor de uma demonstração. Defendem que se trabalhe com deduções desenvolvidas a partir de algumas verdades eleitas, apresentando a geometria de uma forma axiomática.

Crowley (1994) aponta que, para auxiliar o aluno a compreender a natureza da dedução, o professor pode oportunizar a este:

- identificação do que é dado e do que deve ser provado num determinado problema;
- identificação de dados implícitos numa figura ou numa informação;

- demonstraco de ter compreendido o significado de conceito primitivo, postulado, teorema, definicão;
- prova rigorosa das relaoes desenvolvidas informalmente do nível anterior;
- prova de relaoes não familiares;
- comparao de demonstraoes diferentes de um mesmo teorema;
- uso de várias técnicas de demonstrao;
- identificao de estratégias gerais de demonstrao;
- reflexão sobre o raciocínio geométrico.

Nível 4 - Rigor: No último nível sugerido por van Hiele (1986), rigor, o aluno compreende a abstrao geométrica não-euclidiana, compara sistemas, desenvolve sistemas axiomáticos e relaoes topológicas mais complexas.

A seguir, um quadro que resume os níveis de aprendizagem do modelo van Hiele:

Níveis de Aprendizagem	Características	Exemplo
Nível 0: Visualizao	O aluno identifica, compara e nomeia figuras geométricas, com base em sua aparência global.	Classificao de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
Nível 1: Análise	Os componentes de uma figura geométrica são analisados, suas propriedades reconhecidas e o uso destas são utilizados para resolver problemas.	Descrio de um quadrado através de propriedades: quatro lados iguais, quatro ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
Nível 2: Deduo Informal	O aluno estabelece relaoes e implicaoes entre as figuras, classificando-as em relao a suas propriedades.	Descrio de um quadrado através de suas propriedades mínimas: quatro lados iguais, quatro ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado  também um retângulo.
Nível 3: Deduo Formal	Domínio do processo dedutivo e de demonstraoes. O aluno realiza demonstraoes formais das propriedades já compreendidas e ainda descobre novas propriedades	Demonstrao de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
Nível 4: Rigor	O aluno estabelece e compara teoremas e axiomas.	Estabelecimento e demonstrao de teoremas em uma geometria finita.

Fonte: Adaptado de van Hiele (1986)

Figura 2: Níveis do Modelo van Hiele

3.5.2 Características Gerais do Modelo van Hiele

Segundo Motta Jr et al (2005), além de pressupor os níveis de aprendizagem, o modelo de desenvolvimento van Hiele apresenta algumas características, que são: sequencial, avanço, intrínseco e extrínseco, linguística e combinação inadequada, explicitados a seguir.

a) Sequencial

Uma importante característica destacada pelos van Hiele é a de que o aluno deve necessariamente passar por todos os níveis de aprendizagem, uma vez que não é possível atingir um nível posterior sem dominar os anteriores.

Por exemplo, é impossível que um aluno demonstre, mesmo que informalmente, que um retângulo é um paralelogramo, mas que o inverso não é verdadeiro, sem ter analisado e diferenciado as propriedades desses quadriláteros.

b) Avanço

A passagem de um nível para outro, no entanto, não depende da faixa etária, mas do conteúdo em relação aos métodos de instrução. (van Hiele, 1986). Assim, a progressão para um próximo nível está relacionada mais com os métodos de ensino do que com a idade.

Segundo Motta Jr *et al* (2005, p. 25), “Nenhum método de ensino permite ao aluno pular um nível, alguns acentuam o progresso, mas há alguns que retardam.”. Para que um aluno atinja o nível de dedução informal, por exemplo, ele deve ter passado pelos níveis anteriores.

Por exemplo, o aluno antes reconhece as figuras que têm quatro lados, para depois analisá-las em relação aos seus ângulos ou lados opostos. Depois disso, começa a estabelecer implicações entre as figuras, classificando-as em relação a suas propriedades. Ou seja, primeiramente o aluno já reconhece que quadrados, retângulos e paralelogramos, por exemplo, possuem quatro lados. Após, já

consegue identificar que, por possuírem quatro lados, possuem quatro ângulos internos. Depois, conseguirá deduzir, mesmo que informalmente, a soma dos ângulos internos dos quadriláteros.

c) Intrínseco e Extrínseco

Os objetivos que ficaram inerentes em um nível tornam-se explícitos no nível seguinte. Por exemplo, no nível 0, o aluno visualiza um quadrado e o reconhece. No nível seguinte, ele analisa a figura e, além de reconhecer o quadrado, indica algumas de suas propriedades, como, por exemplo, possuir quatro ângulos retos.

d) Linguística

Cada nível tem sua própria linguagem e um conjunto de relações interligando-os. Por exemplo, classificar quadrados e retângulos como figuras diferentes em certo nível é correto, enquanto em outro nível há a necessidade de o aluno identificar que o quadrado é, na verdade, um retângulo. Desse modo, uma relação que é “correta” em um certo nível, mas pode se modificar em outro nível.

e) Combinação Inadequada

Professor e aluno precisam estar raciocinando em um mesmo nível, caso contrário, o aprendizado pode não ocorrer. Assim, é importante que professor, conteúdo, material didático e vocabulário estejam compatíveis com o nível do aluno. Caso contrário, o aluno não será capaz de acompanhar os processos de pensamento que estão sendo empregados.

3.5.3 As fases de aprendizagem do modelo

A passagem de um nível para outro depende muito mais da instrução empregada pelo professor, do que pela idade do aluno. Dessa forma, o método de ensino, a forma de organização do curso, o conteúdo e o material didático utilizado são fundamentais para a progressão do aluno.

Segundo Crowley (1994), num estudo sobre o modelo de van Hiele, as fases de aprendizagem para a passagem de um nível para o imediatamente superior são: interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração.

a) Interrogação informada

Na primeira fase, professor e aluno conversam, desenvolvendo atividades sobre os objetos do estudo do respectivo nível. O vocabulário específico do nível de aprendizagem é introduzido ao aluno, fazendo-se várias observações e perguntas. É uma fase preparatória para estudos posteriores.

Na fase da interrogação, há uma conversa entre professor e aluno, desenvolvendo atividades e projetos envolvendo os objetos de estudo do respectivo nível. Tais atividades têm o objetivo duplo, pois “o professor fica sabendo quais os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tópico e os alunos ficam sabendo em que direção os estudos avançarão.” (CROWLEY, 1994, p. 6).

O livro didático pode ser importante ferramenta nessa fase, iniciando capítulos com observações e perguntas sobre os objetos do estudo do respectivo nível. Ao iniciar o conteúdo sobre ângulos, por exemplo, poderia apresentar questionamentos sobre retas paralelas e retas concorrentes, pedindo, inclusive, exemplos desses entes geométricos no cotidiano.

b) Orientação dirigida

Após o objetivo anterior ter sido atingido, entra-se na fase de orientação dirigida, onde o tópico de estudos é explorado pelo aluno por meio do material que o professor ordenou. “Grande parte do material será constituída de pequenas tarefas com o objetivo de suscitar respostas específicas.” (*ibid*, p. 6).

Atividades são desenvolvidas para explorar as características de um nível e isso deve ser feito por meio do uso de material selecionado e preparado pelo professor. Mais uma vez o material didático utilizado tem papel de destaque no processo de aprendizagem.

c) Explicação

Esta etapa consiste na expressão e diálogo dos alunos sobre suas visões emergentes acerca das estruturas observadas. O papel do professor, durante a explicação, é de apenas orientar o aluno no uso de uma linguagem precisa e adequada. Baseados em experiências anteriores, o aluno revela seus pensamentos e modifica seu ponto de vista sobre as estruturas trabalhadas e observadas.

d) Orientação livre

Na fase da orientação livre, o aluno depara com tarefas mais complexas, com muitos passos para sua resolução, ou de final aberto, por exemplo, descobrindo sua própria maneira de resolver os problemas, orientando-se a si próprio. Dessa forma, ganha experiência com a procura de soluções próprias e acaba por entender relações entre os objetos de estudo.

Pode-se trabalhar com atividades contextualizadas. Por exemplo, na decoração de uma sala, solicitando valores finais da pintura das paredes e da colocação do piso. O aluno terá que calcular áreas das paredes, chão e do tipo de piso, que poderá ter forma retangular ou quadrada.

e) Integração

Na etapa de integração, o aluno relê e resume o que aprendeu, com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. O professor auxilia nessa fase, fornecendo sínteses do que o aluno aprendeu. No entanto, é possível que nada de novo seja acrescentado nesse sumário.

Segundo Crowley (1994, p. 8), “no final da quinta fase os alunos alcançaram um novo nível de pensamento. O novo domínio de raciocínio substitui o antigo, e os alunos estão prontos para repetir as fases de aprendizado no nível seguinte”. No entanto, isso não deve ser entendido como uma ruptura entre os níveis de

pensamento. Na formulação inicial da teoria, os van Hiele afirmam que o aluno passa de um nível a outro de modo brusco. Adela Jaime (1993), em sua tese de doutoramento, comprovou que não existem saltos de um nível para outro como afirma a teoria van Hiele e sim que existe um momento de transição entre um nível e outro.

O quadro a seguir resume as fases de aprendizagem do modelo:

Fase	Características	Exemplos
Interrogação informada	Troca de informações entre professores e alunos sobre o objeto de estudo. O vocabulário é próprio do nível em que os alunos se encontram.	Questionamento acerca do número de lados dos polígonos e o consequente número de ângulos internos.
Orientação dirigida	Exploração do objeto de estudos em atividades pré-selecionadas pelo professor de forma a dar aos alunos capacidade de ter respostas específicas e objetivas.	Atividades contextualizadas, que auxiliem o aluno a definir área e identificar quando é solicitada nos exercícios.
Explicação	Troca de visões entre alunos acerca das observações feitas na fase anterior. Nesta fase, começa a tornar-se evidente o sistema de relações de níveis.	Atividades de manipulação, na tentativa de transformar polígonos e círculos em retângulos, no objetivo de encontrar fórmulas de áreas.
Orientação livre	Atividades mais complexas, com diversos resultados. Com isso, o estudante tem condições de tornar explícitas as relações do objeto de estudo, o que lhe trará maior autonomia e confiança no aprendizado.	Atividades utilizando áreas em uma construção, onde o aluno deve relacionar a área total com o rendimento de um balde de tinta, por exemplo.
Integração	O aluno sintetiza o que aprendeu, a fim de formar uma visão geral da nova rede de objetos e das relações entre eles.	Classifica os quadriláteros e percebe que quadrados são retângulos e que ambos são paralelogramos.

Fonte: Organizado a partir de van Hiele (1986)

Figura 3: Fases do aprendizado para cada nível do Modelo van Hiele

3.6 O livro didático e o Modelo van Hiele

De acordo com o Guia do Livro Didático de Matemática para Séries Finais do Ensino Fundamental,

O pensamento geométrico surge da interação espacial com os objetos e os movimentos no mundo físico e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas. A organização e a síntese desse conhecimento também são importantes para a construção do pensamento geométrico. (BRASIL, 2007, p. 16).

Como o livro didático tem importante papel no processo de ensino e aprendizagem, é necessário que ele contenha atividades ou sugestões de atividades empíricas. O livro do professor, por exemplo, pode conter exemplos de sólidos

planificados que podem ser construídos pelos alunos, de modo a visualizar as partes que os compõem, suas propriedades e semelhanças, estabelecendo relações entre eles. Orientado por questionamentos do professor, o aluno vai classificando-os em relação a suas propriedades e realizando demonstrações, compreendendo a abstração geométrica.

Nesse sentido, também é importante que o livro didático, tanto o destinado ao aluno quanto o livro do professor, apresente questionamentos e não apenas o “produto final”, fazendo com que o aluno desenvolva seu espírito investigativo e reconstrua seu conhecimento.

Como grandezas e suas medidas estão presentes nas atividades humanas, desde as mais simples até as mais elaboradas da tecnologia e da ciência, o estudo das geometrias torna-se relevante e necessário durante o Ensino Básico.

O Guia do Livro Didático de Matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental faz referências ao ensino da geometria, afirmando que os conhecimentos geométricos estão associados à exploração do espaço.

Situar-se, reconhecer a posição dos objetos no espaço, são capacidades particularmente importantes. Por isso é tão necessário incluir, no ensino, atividades de localização e de deslocamento nos espaços de dimensão um, dois ou três. O trabalho com mapas, plantas e croquis é particularmente indicado. (BRASIL, 2006, p. 32).

O Guia também faz recomendações quanto ao ensino da geometria e à importância da visualização para a aprendizagem significativa do aluno, afirmando que “A capacidade de visualizar é fundamental na geometria, tanto no sentido de captar e interpretar as informações visuais, como no de expressar as imagens mentais por meio de representações, gráficas ou não.” (BRASIL, 2007, p. 46).

O Guia ainda refere a necessidade de atividades de desenhos, apoiadas em instrumentos ou por meio de construções, de tal forma que “o aluno seja levado a observar os objetos geométricos no mundo físico e, de forma progressiva e adequada, possa evoluir de noções mais intuitivas para compreender os modelos matemáticos – as figuras geométricas – com suas propriedades e classificações.” (*ibid*, p. 46).

É essencial, para o ensino da geometria, que as obras didáticas contenham atividades que valorizem a exploração espacial. O aluno precisa desenvolver a capacidade de visualização, fundamental no estudo da geometria.

Muitos estudos recentes mostram que a geometria parece esquecida do currículo escolar, embora seja considerada “uma ferramenta para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço em que vivemos.” (FAINGUELERNT, 1999, p. 20). Segundo a autora, a importância do estudo da geometria em todos os níveis escolares deve-se ao papel formativo que ela desempenha na construção do conhecimento.

Pode-se afirmar que ela oferece um vasto campo de ideias e métodos de muito valor, quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização. [...] A Geometria é, portanto, um campo fértil para o exercício de aprender a fazer a aprender a pensar. (FAINGUELERNT, 1999, p. 22).

Assim, o estudo acerca da geometria plana torna-se ainda mais relevante, no objetivo de averiguar a relevância dada pelos autores a esse conteúdo nos livros didáticos.

Nos próximos capítulos são apresentados a metodologia empregada na análise dos livros didáticos e os resultados da análise realizada.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Para compreender o objeto de pesquisa, a abordagem que será dada à pesquisa e os procedimentos de coleta e análise de dados, é necessário justificar e fundamentar os procedimentos metodológicos que serão utilizados, o que é apresentado a seguir.

4.1 Abordagem e objeto de pesquisa

A presente pesquisa terá caráter qualitativo e será realizada com base na análise dos livros didáticos selecionados e na elaboração e interpretação de metatextos. Segundo Tozoni-Reis, a pesquisa qualitativa corresponde a

[...] uma modalidade de pesquisa em que a compreensão dos conteúdos é mais importante que sua descrição ou sua explicação. Isso quer dizer que, nas ciências humanas e sociais, nos interessa muito mais desvendar os significados mais profundos do observado do que o imediatamente aparente. (2006, p. 27).

O objeto de estudo desta pesquisa são as obras que compõem o catálogo do PNLD 2009 e, portanto, caracteriza-se como bibliográfica, um tipo de pesquisa que, segundo Gil (2006), “é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos.” (GIL, 2006, p. 65). O autor afirma que a principal vantagem desse tipo de pesquisa está no fato de “permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente”. (*ibid*, p. 65).

A pesquisa bibliográfica, de base documental, segundo Laville e Dione (1999), caracteriza-se pela coleta de dados em fontes de informações existentes: artigos, livros, periódicos, atas de congressos, colóquios, publicações de organismos internacionais etc. Ela constitui-se como uma técnica significativa na abordagem de dados qualitativos, desvelando aspectos novos de um tema ou problema.

A escolha dos documentos investigados não é aleatória. Serão pesquisados documentos cujo tema possua relevância para o trabalho proposto, tais como propostas acadêmicas, em anais de eventos na área de ensino de Ciências e

Matemática, artigos científicos, dissertações, teses, bem como livros e documentos governamentais sobre políticas relacionadas ao livro didático. No caso desta pesquisa, o objeto de análise é constituído pelos livros de matemática do Ensino Médio que foram selecionados e aprovados por uma equipe de especialistas do Ministério de Educação, que integram o PNLD 2009.

4.2 Análise dos Dados

Inicialmente foi elaborado um conjunto de indicadores para a análise dos livros didáticos ou o que se espera desses livros, apresentados na Figura 4, apresentada a seguir. Essa elaboração deu-se a partir do diálogo com a teoria van Hiele, com relação ao pensamento geométrico. Com base nesses indicadores, foram analisadas as obras mencionadas, buscando observar como as mesmas atendem às indicações dessa teoria.

Buscou-se assim, estabelecer relações entre o que é apresentado na literatura e os critérios já definidos para a avaliação de livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, na perspectiva de auxiliar professores no processo de avaliação e seleção do livro didático.

4.3 Indicadores de análise dos livros didáticos em relação à geometria plana

O modelo van Hiele, como já exposto, consiste em níveis ordenados de desenvolvimento do pensamento geométrico. Conforme Lorenzato (2008, p. 28), “tais ordenações devem ser respeitadas pelos professores que desejarem obter uma aprendizagem com compreensão.” O autor ainda aponta que, para respeitar essa ordenação, é necessário não pular etapas no ensino. E salienta que, algumas vezes, os professores saltam etapas “por desconhecimento minucioso do conteúdo, ou por não utilizar a melhor estratégia didática, ou por falta do material didático adequado”. (*ibid*, p. 27).

Nessa perspectiva, a pesquisa elaborou indicadores para a análise de livros didáticos, em relação ao ensino da geometria plana, baseados no modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. Esses indicadores foram utilizados para análise das obras que compõem o catálogo do PNLD 2009, para compreender como as obras estão organizadas em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

No nível 0, o nível visual, há a predominância do referencial concreto. É a fase em que o aluno precisa deparar-se com as figuras para relacioná-las com exemplos concretos de seu cotidiano. Nesta perspectiva, é preciso que o livro traga vários exemplos de figuras, de tal forma a identificá-las e relacioná-las com formas geométricas nos objetos do ambiente.

No nível 1, o de análise, o aluno analisa e reconhece as propriedades de uma figura. É preciso, portanto, que o livro didático auxilie o aluno nessa etapa, não apenas enumerando as propriedades de um polígono, por exemplo, mas trazendo questionamentos acerca do que acontece com seus lados e ângulos, quanto a número, posição relativa e medida.

No nível 2, o de dedução informal, o aluno irá reconhecer inter-relações entre diferentes tipos de figuras, definindo palavras corretas e construindo figuras relacionadas com figuras dadas. Mais uma vez, é importante que o material de apoio utilizado em aula apresente atividades que possibilitem ao aluno exercitar a habilidade de dedução, mesmo que informal.

No nível 3, o de dedução formal, é importante que o aluno utilize informações sobre uma figura para deduzir mais informações. O aluno precisa desenvolver a habilidade de distinguir os dados da pergunta do problema, reconhecer quando e de que maneira necessita utilizar elementos auxiliares numa figura, resolvendo problemas que envolvam objetos. Desse modo, é muito importante que o livro didático utilizado pelos alunos contextualizem suas atividades, e que estas apareçam em ordem crescente de dificuldade, auxiliando o aluno no desenvolvimento dessas habilidades.

No nível 4, sugerido pelos van Hiele, o do rigor, o aluno já estará descrevendo vários sistemas dedutivos. Embora nem todos os alunos atinjam esse nível, o material didático necessita conter atividades que auxiliem o aluno a alcançá-lo. Pode, por exemplo, mostrar uma propriedade por meio de uma figura e sugerir ao

aluno que tente demonstrá-la, enfatizando que informações são injustificáveis quando se faz uso de figuras.

Desse modo, a pesquisa analisou alguns livros do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio de 2009, com base nos indicadores formulados a partir do Modelo van Hiele. O quadro a seguir, organizado pelos pesquisadores, com base no Modelo van Hiele, apresenta os indicadores de análise, identificando os objetivos que os alunos devem alcançar em cada nível e o que se espera que os livros didáticos abordem para atingir esses objetivos:

Nível	Objetivos	O que se espera dos LD
Nível 0: Visualização	0.1 Aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzir figuras.	Vários exemplos de figuras, a fim de que o aluno possa fazer comparações e nomeá-las de acordo com sua aparência global.
	0.2 Trabalhar com problemas que possam ser resolvidos manejando figuras, medindo e contando.	Problemas simples, cuja resolução baseie-se no manejo e reprodução de figuras, com medidas e contagens.
	0.3 Identificar formas geométricas presentes no dia-a-dia.	Relação de figuras com objetos comuns presentes no cotidiano da faixa etária em estudo.
Nível 1: Análise	1.1 Descrever figuras por suas propriedades.	Exercícios ou similares que permitam ao aluno fazer a descrição de figuras conforme suas propriedades básicas.
	1.2 Comparar figuras segundo suas propriedades características.	Apresentar modelos de figuras, que serão comparados, identificando características semelhantes ou diferentes.
	1.3 Classificar e reclassificar figuras por atributos isolados, tais como número de lados paralelos ou ângulos retos.	Comparação das figuras quanto ao número de lados, ângulos retos, lados paralelos, lados congruentes com vistas ao seu agrupamento por características comuns.
	1.4 Identificar e desenhar figuras, dadas uma descrição ou a escrita de suas propriedades.	Exercícios que solicitem a identificação e desenhos de figuras a partir de sua descrição.
	1.5 Compreender que figuras podem ser classificadas em diferentes tipos.	Exemplos ou exercícios que questionem sobre a possibilidade de agrupar ou não figuras conforme suas propriedades.
	1.6 Reconhecer que propriedades podem ser usadas para diferenciar figuras.	Exemplos e exercícios que permitam identificar propriedades diferenciais das figuras.
	1.7 Resolver problemas geométricos que requeiram o conhecimento das propriedades das figuras e relações geométricas.	Problemas que solicitem respostas sobre propriedades das figuras e relação entre elas.

Nível 2: Dedução Informal	2.1 Identificar conjuntos mínimos de propriedades para descrever uma figura.	Atividades que utilizem propriedades de figuras para descrevê-la.
	2.2 Desenvolver e fazer uso de definições.	Textos, exemplos e exercícios que abordem definições de figuras geométricas.
	2.3 Apresentar argumentos informais.	Exemplos e exercícios que solicitem argumentos informais sobre figuras geométricas.
	2.4 Acompanhar argumentos dedutivos, eventualmente fornecendo algumas etapas omitidas.	Exemplos e exercícios que apresentem ou solicitem argumentos dedutivos sobre figuras geométricas.
	2.5 Construir figuras relacionadas com figuras dadas.	Atividades que solicitem a construção de figuras associadas a figuras fornecidas.
	2.6 Determinar se uma classe de figuras está contida em outra classe.	Exemplos ou exercícios nos quais são apresentadas situações de inclusão de uma classe de figuras em outra classe.
Nível 3: Dedução Formal	3.1 Usar informações sobre uma figura para deduzir mais informações.	Atividades que possibilitem a dedução de informações a partir de informações dadas.
	3.2 Compreender as diferenças entre definições, axiomas e teoremas.	Apresentar textos, exemplos e exercícios que possibilitem diferenciar definições, axiomas e teoremas.
	3.3 Reconhecer como e quando usar elementos auxiliares no problema.	Situações-problemas que estimulem a utilizar elementos auxiliares na resolução de problemas.
	3.4 Deduzir propriedades de objetos a partir de informações dadas ou obtidas.	Exemplos ou exercícios que abordem a dedução de propriedades com base em dados de figuras geométricas.
Nível 4: Rigor	4.1 Reconhecer que figuras não justificam propriedades.	Exemplos e exercícios que contribuam para diferenciar figuras de suas propriedades.
	4.2 Formular extensões de resultados conhecidos.	Atividades que envolvam a formulação de outras demonstrações com base em resultados conhecidos.
	4.3 Compreender as limitações e possibilidades de hipóteses ou axiomas.	Exemplos e exercícios que contribuam para a compreensão dos limites e possibilidades de hipóteses e axiomas.
	4.4 Desenvolver modelos matemáticos para descrever fenômenos sociais e naturais.	Atividades, exemplos e exercícios que utilizem a modelagem matemática.

Figura 4: Indicadores de análise de Livros Didáticos tendo o Modelo van Hiele como referencial

5 PRINCIPAIS RESULTADOS

Por serem obras pertencentes ao Catálogo do PNLD, pressupõe-se que são livros isentos de erros conceituais ou sem informações básicas erradas. Todos eles já foram analisados e aprovados pelo MEC e, portanto, devem contribuir para a aprendizagem, para o desenvolvimento da capacidade do pensamento autônomo e crítico dos alunos e para a vida em sociedade.

5.1 Análise individual das obras

Conforme proposta metodológica da pesquisa, foram analisadas as três obras do PNLD 2009 mais escolhidas pelos professores, ou seja, mais comercializadas. Segue a análise de cada obra individualmente.

5.1.1 Análise do Livro 1: Matemática - Volume Único, de Luiz Roberto Dante

Pela análise do *Livro do professor* da obra citada, pode-se perceber a preocupação do autor na justificativa de que o livro é apenas um dos recursos auxiliares para o trabalho docente. O autor lança a ideia do uso da calculadora, na inserção de novas tecnologias em aula; de livros paradidáticos, como alternativa para aprofundar e esclarecer melhor assuntos importantes abordados; jornais, revistas e folhetos de propaganda, dando atenção ao fato de que a matemática está presente no cotidiano do aluno; instrumentos e materiais, como esquadro, transferidor, compasso, papel quadriculado, como recursos auxiliares das aulas de matemática; vídeos, com objetivo de motivação ou complemento a algum assunto; computador, com programas que aprofundem mais e melhor a aprendizagem matemática, como *logo*, *cabri-géomètre II*, *geometricks* e *Excel*; a Internet, como fonte de informação; jogos, apresentando o aluno como ativo no papel de construção de seu conhecimento. Embora as orientações do autor sejam muito válidas, várias escolas do País sequer possuem instrumentos básicos, como esquadro e transferidor. No entanto, cabe ao professor usar conhecimento e criatividade para promover uma aprendizagem significativa.

O autor cita, ainda no livro destinado ao professor, o papel fundamental da resolução de problemas para auxiliar o aluno na apreensão dos significados. O professor recebe orientações e sugestões para o trabalho com resolução de problemas. Tendências matemáticas, como etnomatemática e modelagem matemática também são apresentados, como justificativa da presença da Matemática em várias práticas e situações cotidianas. O autor dá um bom suporte aos professores, com orientações e sugestões de leituras e cursos. Cabe ao professor, portanto, buscar sempre aperfeiçoamento e atualização profissional.

Nesta obra, a geometria plana é apresentada nos capítulos 9 a 13, sendo eles: propriedades de figuras geométricas, semelhança de triângulos, relações métricas no triângulo retângulo, polígonos regulares inscritos na circunferência e comprimento da circunferência, áreas: medidas de superfícies. Segundo o autor, os conteúdos são apresentados como retomada da geometria plana do ensino fundamental, enfocando conceitos, procedimentos e aplicações fundamentais.

Segue análise conforme indicadores formulados com base na teoria van Hiele.

Nível 0 – Visual

Ao iniciar o capítulo 9, primeiro a tratar de geometria na obra, o autor escreve ao aluno, dizendo que este já estudou as noções básicas de geometria plana no ensino fundamental. Embora alguns estudos tenham mostrado que o autor pode estar equivocado, acreditamos que o nível visual compete mesmo ao nível fundamental e, portanto, alunos nessa fase escolar já devem ter, mesmo que intuitivamente, conhecimento sobre figuras geométricas planas, pelo menos de sua denominação.

No entanto, o livro não apresenta, em nenhum momento, figuras que representem os elementos a serem estudados. O texto faz referência a triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos, por exemplo, tendo como princípio que o aluno já conhece essas figuras. No entanto é apenas no capítulo 13, destinado às áreas de polígonos, que o autor define os quadriláteros, tais como o quadrado, o retângulo, o paralelogramo, o trapézio e o losango (p. 176-180). Assim, percebe-se que o autor considera, nos capítulos anteriores, que o aluno já conhece o vocabulário geométrico, identifica formas geométricas e é capaz de reproduzir

figuras. Nesses capítulos, as figuras apenas aparecem, mas não em grande proporção. Na página 158, há um exercício que apresenta polígonos regulares. O próprio enunciado do problema já define polígono regular como “aquele que tem todos os lados e todos os ângulos com medidas iguais”. Mesmo com a definição desses polígonos, são poucos os exemplos visuais desses polígonos e, portanto, acreditamos que o livro não contribui para o objetivo de aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzir figuras.

No entanto, contribuindo para o nível de visualização, o livro permite ao aluno trabalhar com problemas que possam ser resolvidos manejando figuras, medindo e contando. Pode-se verificar isso em exercícios como o que segue: “Use régua e transferidor para construir um triângulo no qual um dos ângulos meça 60° e esse ângulo seja formado por lados de 5m e 3 cm. Depois, compare-o com os triângulos que seus colegas construíram e verifique se são todos congruentes.” (p. 160).

O livro não faz muitas relações de figuras com formas geométricas presentes no cotidiano da faixa etária em questão. São feitas relações básicas, como a planta de um loteamento, na página 164, para introduzir a noção de semelhança de triângulos; e de um terreno plano, na página 181, cuja forma pôde ser decomposta em um retângulo, um triângulo e um trapézio.

Nível 1 - Analítico

No capítulo 13, que trabalha com medidas de superfícies, a obra apresenta propriedades básicas sobre as figuras, citando, por exemplo, que “Quadrado é todo quadrilátero que tem os quatro lados congruentes e os quatro ângulos retos.” (p. 176); e que “Retângulo é todo quadrilátero que tem os quatro ângulos retos.” (p. 177). São exploradas as áreas de triângulos, quadriláteros, hexágonos e polígonos regulares.

Embora não haja em nenhum momento dos capítulos destinados à geometria plana uma comparação entre as classes de figuras, o professor pode, com o auxílio das definições acima citadas, trabalhar com a inclusão de figuras em diferentes categorias. É importante salientar mais uma vez que o livro didático é apenas uma ferramenta suporte para o trabalho do professor, e não o produto final do processo de ensino.

Mesmo não havendo exemplos ou exercícios que questionem sobre a possibilidade de agrupar ou não figuras conforme suas propriedades, as áreas de figuras planas são obtidas por meio da comparação com o retângulo, fazendo o aluno identificar características entre os polígonos.

A classificação de figuras também não é assunto muito presente nesses capítulos. No entanto, podem-se verificar exercícios que abordam as propriedades dos polígonos para sua classificação. É o caso do exercício número 10, na página 157: “Quais os possíveis tipos de triângulos quanto aos ângulos? Escreva o nome de cada um, como são seus ângulos e dê um exemplo. ”Os triângulos são classificados conforme o tipo de ângulo de apresentam. Além disso, ainda trabalha o manejo dessas figuras, visto que o aluno deverá desenhar os triângulos como exemplo.

Nível 2 - Dedução Informal

Vários são os exercícios que trabalham com a dedução informal, fazendo uso de definições para resolução de problemas. Mesmo não encontrando atividades que utilizem propriedades de figuras para descrevê-las, há exercícios que abordam definições de figuras geométricas, bem como relação entre elas. Por exemplo, o exercício número 1, na página 175, solicita as medidas dos lados e dos apótemas de figuras regulares inscritas numa circunferência. Algumas propriedades apresentam demonstrações, mas outras foram apenas apresentadas aos alunos, como mesmo reconhece o autor. Com exemplo de demonstração, pode-se citar a propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo, com a demonstração de que um polígono de n lados pode ser decomposto em $(n-2)$ triângulos. (p. 158).

No entanto, na página 157, há apenas a informação de que “Em todo triângulo, a medida de um ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.”. Não há demonstração, tampouco sugestão para que esta seja feita em aula.

Ainda na página 157, na seção “para refletir”, o autor apresenta um polígono como convexo “quando todos os seus vértices ‘apontam para fora’”. Embora essa afirmação faça realmente o aluno refletir, acreditamos que caberia aqui uma atividade para a definição conceitual dessas figuras. No entanto, na página 169,

também na seção “para refletir”, o autor enuncia que “Polígonos regulares com o mesmo número de lados são sempre semelhantes. Por quê?”. Ao questionar o aluno, o autor o desafia, incentivando-o para resolução de tarefas com autonomia.

Nível 3 - Dedução Formal

Auxiliando o aluno no nível da dedução formal, foram identificadas atividades que possibilitam a dedução de informações a partir de informações dadas. É o caso da demonstração da propriedade da congruência dos ângulos opostos em um paralelogramo qualquer. Tal demonstração é atingida, com base na congruência de ângulos em retas paralelas cortadas por uma reta transversal. (p. 155).

Utilizando uma linguagem simples e acessível ao aluno, a obra aponta a “diferença entre constatar empiricamente e demonstrar”, com um texto explicando que uma demonstração não pode ser feita através de medidas, recortes e justaposições. Nesse mesmo texto, apresenta o conceito de axioma.

Também aparecem situações que estimulam a utilizar elementos auxiliares na resolução de problemas. Por exemplo, o exercício retirado de vestibular, na página 165, que aborda a proporção entre medidas: “A sombra de um poste vertical, projetada pelo sol sobre um chão plano, mede 12 m. nesse mesmo instante, a sombra de um bastão vertical de 1 m de altura mede 0,6 m. A altura do poste é:”. A seguir, aparecem as alternativas.

Vários são os exercícios que solicitam a demonstração de propriedades. Muitos podem ser encontrados na página 162 como, por exemplo, “Use um dos casos de congruência de triângulos e demonstre esta afirmação: As diagonais de um retângulo são congruentes.”. O exercício de número 35, nesta mesma página, utiliza semelhança de triângulos para demonstrar que as diagonais de qualquer paralelogramo interceptam-se no ponto médio.

Nível 4 – Rigor

Embora seja o nível mais complexo na teoria van Hiele, a obra de Dante apresenta atividades que auxiliam alunos que estejam nesse nível. É o caso do exercício número 27, da página 161, que demonstra que, num triângulo isósceles, os ângulos opostos aos lados congruentes também são congruentes. O interessante

neste exercício é que ele enfatiza que “podemos chegar às propriedades geométricas sem a necessidade de usar medições. Chamamos a esse método de raciocínio de demonstrações.”. Ou seja, ele enfatiza que figuras não justificam propriedades.

Além disso, também são apresentadas atividades que envolvem a formulação de outras demonstrações com base em resultados conhecidos. É o caso da propriedade de que “Em todo quadrilátero convexo, a soma das medidas dos ângulos interno é 360° .”, apresentada na página 157 que, para sua demonstração, utiliza-se da propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo, já demonstrada anteriormente na obra.

5.1.2 Análise do Livro 2: Matemática - Aula por Aula, de Cláudio Xavier da Silva e Benigno Barreto Filho

Mais uma vez, percebe-se a preocupação dos autores em relação ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, visto que, nas orientações aos professores, enfatizam que a necessidade de despertar o interesse pelo estudo norteou a elaboração da obra. Segundo os autores, houve a busca de apresentar textos que articulem conceitos, leis e fórmulas matemáticas à realidade de alunos e professores. Apontam o professor como mediador do processo, não esgotando todas as possibilidades de informações ao livro.

Entendemos que para atingir os objetivos que direcionam a estruturação desta obra, é imprescindível que o professor atue como agente estimulador, no sentido de criar situações que possibilitem ao aluno buscar outras informações, interagir com elas, internalizar aspectos do conhecimento formal, relacionar esses conhecimentos à sua aplicação no dia-a-dia a exercer a cidadania, posicionando-se, com argumentos fundamentados, a respeito da produção e utilização desses conhecimentos. (BARRETO FILHO E SILVA, p. 2 – Manual do professor)

Ainda, os autores apontam a aprendizagem como resultado da construção do conhecimento pelo aluno e, desta forma, os conhecimentos prévios do mesmo devem ser respeitados. Em vários momentos percebe-se a preocupação dos autores

em orientar os professores na relação entre teoria e prática, valorizando o exercício da cidadania.

As instruções metodológicas encerram com orientações sobre as avaliações. Os autores apontam a avaliação como uma etapa do processo de ensino e aprendizagem, visto que fornece informações que vêm a aperfeiçoar o mesmo. No entanto, para que isso seja possível, é necessário que seja contínua e aperfeiçoada. Desta forma, os autores sugerem alguns instrumentos de avaliação, tais como seminários, artigos, atividades em grupo, elaboração de relatórios, gráficos e tabelas, relatórios, atividades interdisciplinares que envolvam a comunidade escolar, laboratórios de Matemática e exposição de trabalhos.

A geometria plana, nesta obra, está inserida no capítulo destinado à geometria espacial. A mesma encontra-se no volume 2 da obra. Este é dividido em nove partes, sendo a última destinada à geometria. A geometria plana é apresentada nos capítulos 1 a 5, que são apresentados da seguinte forma: Tópicos de geometria plana; postulados; posições relativas entre duas retas no espaço; posições relativas de uma reta e um plano; posições relativas de dois planos no espaço.

O capítulo inicia, assim como todos os outros, com um texto sobre a origem da geometria. Tal capítulo, denominado “a história conta”, diz que é difícil definir a origem da geometria, visto que é anterior à escrita. A importante obra, *Os Elementos*, de Euclides, é citada, enfatizando que os axiomas e postulados presentes nos treze livros são essenciais para a estruturação do estudo da geometria.

Encerrando essa parte, e com o incentivo de que “é tão importante desenvolver a sensibilidade para a beleza que há nas formas geométricas quanto conhecer a origem e a evolução do conhecimento sobre geometria” (BARRETO FILHO E SILVA, 2005, p. 301), os autores sugerem uma pesquisa sobre a harmonia geométrica que pode ser revelada nas obras de arte e, com isso, a construção de um painel com o tema. Na página 329, é apresentada a obra “Mamoeiro”, de Tarsila do Amaral. Enfatizando a beleza de sua arte e a utilização de figuras geométricas na mesma, os autores utilizam um dos elementos da obra para explorar a definição de retas paralelas, concorrentes, ortogonais e reversas.

A seguir, iniciam-se os conteúdos de geometria plana apresentados, segundo os autores, como resumo de alguns conceitos, para que o aluno possa recordá-los e

aplicá-los. Mais uma vez, percebe-se que os autores têm a convicção de que a geometria plana já foi estudada no Ensino Fundamental.

Nível 0 – Visual

A obra não auxilia significativamente no nível visual, visto que as figuras não são definidas. As figuras geométricas planas são pouco exploradas. É perceptível a preocupação maior dos autores com postulados e definições, visto que o livro destina-se a alunos do ensino médio, cujo pensamento geométrico deve estar entre os níveis 2 e 4.

Não há muitas relações de figuras com objetos comuns presentes no cotidiano do aluno. Pode-se apontar, por exemplo, o exercício resolvido da página 313, que apresenta uma secção transversal dos alvéolos dos favos que as abelhas constroem, relacionando com hexágonos regulares; e também o exercício resolvido da página 322, com uma figura que representa uma mesa de três pés em equilíbrio, identificando que os pontos nas extremidades dos pés determinam um plano.

Há apenas um exercício presente nesses capítulos que pode ser resolvido por contagem, que é o exercício 26, da página 316, que apresenta um triângulo representado numa malha pontilhada com quadrados de lados iguais a 1 cm, solicitando a área do mesmo. Mesmo assim, é necessário saber, no mínimo, como calcular a área do quadrado.

Não são apresentados exercícios ou sugestões de utilização de régua, compasso e transferidor, ferramentas básicas nas aulas de geometria.

Nível 1 - Analítico

As figuras de alguns polígonos, como os quadriláteros, são apenas apresentadas como auxiliares quando as fórmulas são dadas (p. 311). No entanto, não são apresentadas as propriedades básicas dessas figuras. Mesmo sem apresentar a definição de ângulo, os ângulos são classificados conforme sua medida e são apresentados exemplos de ângulos complementares e ângulos suplementares (p. 302-3).

Modelos de triângulos são apresentados e comparados, identificando características que servem para classificá-los quanto aos lados, em equilátero, isósceles e escaleno (p. 305-6), e quanto aos ângulos, em acutângulo, obtusângulo e retângulo (p. 306-7).

Não existem exemplos ou exercícios que questionem sobre a possibilidade de agrupar ou não figuras conforme suas propriedades, tampouco exemplos ou exercícios que permitam identificar propriedades diferenciais das figuras.

No entanto, percebe-se a freqüência de exercícios que solicitam respostas sobre propriedades das figuras e, especialmente, relacionam figuras. É o caso de exercícios como o de número 30, da página 316, que trabalha com um hexágono regular inscrito num círculo, e de número 31, da página 317, cujo hexágono está circunscrito a uma circunferência. Vale, contudo, ressaltar que, em momento nenhum, apesar de o livro apresentar a relação entre apótemas e lados de polígonos regulares e o raio da circunferência (p. 312), os termos “inscrito” e “circunscrito” são citados, a não ser nos exercícios.

Nível 2 - Dedução Informal

Também nesta obra há alguns exercícios relacionados à dedução informal, fazendo uso de definições para resolução de problemas. Embora também não se tenha encontrado atividades que utilizem propriedades de figuras para descrevê-las, há exercícios que abordam definições. Por exemplo, os exercícios de números 1 e 2, na página 313, que abordam suplemento e complemento de ângulos, respectivamente. Ou, ainda, o exercício 14, da página 315, que trabalha com definição de triângulo equilátero, ponto médio e perímetro: “Considere um triângulo equilátero de lado l . Unindo-se os pontos médios de seus lados obtemos quatro novos triângulos equiláteros. Qual o perímetro de qualquer um desses quatro triângulos?”.

Em nenhum momento dos capítulos analisados as propriedades apresentam demonstrações. As fórmulas de áreas de polígonos e do círculo, por exemplo, foram apenas apresentadas aos alunos, sem justificativa alguma dos autores (p. 311-2). As fórmulas da área e da altura do triângulo equilátero também aparecem prontas, sem observação alguma (p. 308), assim como as relações métricas num triângulo

retângulo (p. 308) que, inclusive, são apresentadas antes da semelhança de triângulos (p. 309-10). Um equívoco no nosso entender, visto que as relações são obtidas através da semelhança entre os triângulos retângulos obtidos quando traçada a altura do triângulo retângulo em relação à hipotenusa. Em nenhum momento também os autores sugerem a demonstração de alguma propriedade, tampouco são encontradas atividades que estimulem o aluno à autonomia, na tentativa de explicar alguma característica, mesmo que informalmente.

Porém, observamos que os capítulos em questão têm preocupação maior com postulados sobre pontos, retas, planos e relações entre esses entes. Dessa forma, existem várias atividades que solicitam a construção de figuras associadas a figuras fornecidas. É o caso do exercício resolvido na página 327, em que um cubo é apresentado aos alunos e os mesmos devem identificar pares de retas concorrentes, paralelas não-coincidentes, coplanares e reversas.

Também encontramos um exercício no qual são apresentadas situações de inclusão de uma classe de figuras em outra classe. O mesmo aparece na página 315, com o número 16. Trata-se de um exercício de vestibular, em que as seguintes proposições devem ser analisadas: “todo quadrado é um losango”, “todo quadrado é um retângulo”, “todo retângulo é um paralelogramo”, “todo triângulo equilátero é isósceles”. Embora o livro não apresente, em nenhum momento, a inclusão de classes de polígonos, tampouco a definição de cada polígono em questão, o professor, como mediador do processo de ensino e aprendizagem, tem em mãos uma grande ferramenta para esse trabalho. Usando questionamentos simples, interagindo com os alunos, o professor mais uma vez incentiva o aluno no desenvolvimento de sua autonomia.

Nível 3 - Dedução Formal

Muitas foram as atividades encontradas que possibilitam a dedução de informações a partir de informações dadas, auxiliando o aluno no nível da dedução formal. Podemos citar, por exemplo, o exercício 45, da página 329, que faz classificar em verdadeiro ou falso as seguintes proposições: “a) Duas retas concorrentes são perpendiculares. b) Duas retas perpendiculares são coplanares. c) Duas retas reversas são ortogonais. d) Duas retas ortogonais não são coplanares.”.

A obra não apresenta textos, exemplos e exercícios que possibilitem diferenciar definições, axiomas e teoremas. Apenas apresenta a definição de axioma e conceitos primitivos, dizendo que “axiomas ou postulados são conceitos básicos, aceitos sem comprovação.” (p. 320) e que “conceitos primitivos, como ponto, reta e plano, não têm definição” (p. 320). Os autores citam, mais uma vez, a geometria euclidiana, citando que Euclides foi o primeiro a organizar a geometria de forma axiomática.

O exercício de número 23, da página 315, remete o aluno à atividade de diferenciar as informações dadas em um problema do que é solicitado a encontrar. Mais um exercício de vestibular, o mesmo diz que “A área de um triângulo retângulo é 12 dm^2 . Se um dos catetos é $\frac{2}{3}$ do outro, calcule a medida da hipotenusa desse triângulo.”.

O exercício de número 36, também de vestibular, estimula o aluno a usar elementos auxiliares na resolução do problema. “Qual o perímetro do quadrado que tem a diagonal igual a $3\sqrt{6}$ m?” (p. 317). Neste exemplo, o aluno acaba desenhando o quadrado e sua diagonal, percebendo, assim, o triângulo retângulo que o auxiliará no desenvolvimento da resolução.

Não foram encontradas atividades que solicitam a demonstração de propriedades. No entanto, o exercício a seguir aborda a dedução de propriedades a partir de dados disponíveis:

“Relacione cada hipótese (I, II e III) com uma só conclusão (A, B e C) e cada conclusão com uma só hipótese.

- I. Se uma reta não está contida num plano e é paralela a uma reta do plano, então...
- II. Se uma reta tem um único ponto em comum com o plano, então...
- III. Se em um plano há apenas retas ortogonais ou perpendiculares a uma certa reta, então...
 - A. ... ela é perpendicular ao plano.
 - B. ... ela é paralela ao plano.
 - C. ... ela é concorrente com o plano.” (p. 332).

Nível 4 – Rigor

Como já citado anteriormente e, inclusive, apontado por alguns autores, o rigor é o nível mais complexo da teoria van Hiele, sendo que muitos alunos não chegam a atingir esse nível. Mesmo assim, a obra em questão não apresenta atividades ou textos que auxiliem o aluno nesse nível. Ainda que nenhuma propriedade tenha sido demonstrada, o livro não aponta que figuras não podem justificar propriedades, tampouco exemplos e exercícios que contribuam para a compreensão dos limites e possibilidades de hipóteses e axiomas.

Porém, o exercício de número 10, também extraído de vestibular, envolve a formulação da extensão de resultados já conhecidos, já que solicita o recíproco do teorema “Num triângulo isósceles os ângulos da base são iguais” (p. 314).

Embora os autores inicialmente sugiram a atividade matemática relacionando teoria e prática, percebemos que essa relação não é alcançada nos capítulos estudados. Os exercícios não têm relação com a realidade do aluno. A geometria é apresentada de maneira extremamente teórica, sem ligação com o cotidiano dos alunos. Não são apresentadas demonstrações ou questionamentos aos alunos. Conceitos solicitados nos exercícios não aparecem anteriormente no texto. Os exercícios não apresentam aplicação.

5.1.3 Análise do Livro 3: Matemática Completa - Giovanni e Bonjorno

Os autores orientam para a participação do aluno como construtor de seu conhecimento, apontando o professor como orientador da aprendizagem, trabalhando com erros e acertos dos alunos. Para tanto, cada capítulo inicia com uma situação-problema, cujo objetivo é estimular a efetiva participação do aluno na formulação do conhecimento a ser apresentado. Os autores orientam o professor como mediador entre o saber do aluno e o saber matemático.

Apontam, ainda, que para um aprendizado significativo, a aprendizagem seja relevante; que o professor estimule o aluno a pensar, criar e estabelecer relações, valorizando os seus conhecimentos.

Os autores sugerem o apoio em alguns recursos didáticos, como: calculadoras e computadores, justificando que o aluno pode se concentrar mais nas estratégias de resolução de um problema, que favorece a criatividade; nos jogos

para o aprofundamento da compreensão de um conceito, na contextualização da resolução de problemas e na organização de um trabalho em grupo; na história da Matemática para a tomada de consciência de que essa área surgiu a partir da busca de solução de problemas do cotidiano.

Há sugestão para trabalhos em grupo, no intuito de incentivar as relações sociais, bem como a troca de ideias. O livro do professor ainda faz uma reflexão sobre a avaliação, apontado como processo qualitativo do processo de ensino e aprendizagem. Segundo os autores,

[...] a avaliação não deve se reduzir à atribuição de notas, mas sim verificar em que medida os alunos estão alcançando os objetivos propostos no processo ensino-aprendizagem, assumindo um sentido orientador e cooperativo que só se concretiza pela mediação do professor – o facilitador e orientador da aprendizagem. (GIOVANNI E BONJORNIO, 2005, p. 8 – Livro do professor)

Na análise da obra, percebe-se que alguns dos recursos propostos no Livro do Professor, tais como jogos, atividades de grupo e avaliação, efetivamente não são considerados ao longo da obra. Cabe, portanto, ao professor, o trabalho de efetivação desses procedimentos. Além disso, o Livro do professor transcreve as respostas dos exercícios, mas sem indicar suas resoluções.

A geometria plana encontra-se, diferente dos livros anteriormente analisados, distribuída nos volumes 1 e 2 da coleção. O volume 1 inicia com geometria métrica plana, o que demonstra a inclinação dos autores ao assunto. Destacamos isso, pois muitos estudos apontam para o fato de a geometria aparecer sempre no final dos livros didáticos como um dos motivos para ser pouco trabalhada na escola (MENESES, 2007).

No volume 1, a unidade “geometria métrica plana” é dividida em cinco capítulos: segmentos proporcionais, semelhança, relações métricas no triângulo retângulo, circunferência, coordenadas de um ponto. Este último, inclusive, inicia o aluno na geometria analítica, por trabalhar com o sistema cartesiano e a distância entre dois pontos.

Iniciando com dois problemas aplicados à geometria, justificando a aplicabilidade da mesma ao cotidiano, os autores informam que o aluno aprenderá a resolução dos mesmos nesta unidade. Nas páginas seguintes, encontra-se um breve histórico sobre a matemática surgida no Egito Antigo, passando pelos gregos, incluindo informações sobre o matemático Euclides e sobre a importância de sua

obra, “Os Elementos”. O livro mostra que a Matemática surgiu a partir da necessidade de resolver problemas cotidianos.

No volume 2, a geometria plana encontra-se nos capítulos 1 e 2, em seção específica destinada à geometria. Os tópicos citados são: retas e planos no espaço, e tópicos de geometria plana. A geometria é introduzida com duas situações-problemas, ambas sobre geometria espacial.

O primeiro capítulo também inicia com uma breve história sobre o surgimento da geometria. É importante essa observação, pois as obras anteriormente analisadas iniciam com definições, postulados e teoremas, justificando que a geometria já foi anteriormente estudada no Ensino Fundamental.

A seguir, apresenta-se a análise a partir dos indicadores fundamentados em van Hiele (1986).

Nível 0 – Visual

Na análise dos volumes 1 e 2 da obra, cujo conteúdo de geometria é abordado, percebe-se que os autores, como na outras obras anteriormente analisadas, acreditam que a geometria plana já tenha sido tratada no Ensino Fundamental.

Não se encontraram exemplos de figuras que auxiliem o aluno no aprendizado de vocabulário geométrico ou na identificação de formas específicas. Também são poucos os exercícios que podem ser resolvidos por meio de medições e contagens. Apontam-se exemplos como esses apenas no volume 1 da obra, como o exercício de número 19, na página 18, cujo objetivo é fazer uma figura semelhante à figura fornecida em uma folha de papel quadriculado, que apresenta um hexágono representado numa grade quadriculada.

A obra faz algumas relações de figuras com formas geométricas presentes no cotidiano da faixa etária em questão. São feitas relações como a planta da sala de aula, em forma retangular, na página 22, para trabalhar com figuras semelhantes; uma cesta de basquete, na página 26, que trabalha com triângulos semelhantes, ambas do volume 1. No volume 2 pode-se citar a relação entre o canto da sala de aula, na página 224, que trabalha a noção de retas paralelas e perpendiculares; e uma bola de futebol, na página 248, que tem como objetivo o estudo de hexágonos e pentágonos.

Nível 1 – Analítico

Não se encontraram propriedades básicas sobre as figuras no volume 1. No volume 2, no entanto, foram encontradas descrições de entes geométricos, como as retas, na página 219, e os planos, na página 220. As figuras geométricas não são definidas, tampouco são enunciadas suas propriedades. Na página 241, uma tabela apresenta apenas as fórmulas das áreas das principais figuras planas.

Além disso, não há em nenhum momento dos capítulos destinados à geometria plana uma comparação entre as classes de figuras, nem exemplos ou exercícios que questionem sobre a possibilidade de agrupar ou não figuras conforme suas propriedades.

A obra não apresenta classificação de figuras, nem exercícios que abordam as propriedades dos polígonos para sua classificação. Triângulos, por exemplo, não são classificados, nem quanto aos lados, nem quanto aos ângulos.

O ponto forte da coleção está nos problemas que relacionam propriedades das figuras, especialmente, assim como nas outras obras analisadas, nas relações métricas de polígonos regulares inscritos e circunscritos, do volume 2 (p. 246).

Nível 2 - Dedução Informal

Apontam-se algumas atividades que contribuem para o nível da dedução informal, fazendo uso de definições para resolução de problemas. Embora não se tenham encontrado atividades que utilizem propriedades de figuras para descrevê-las, há exercícios que abordam definições de figuras geométricas, bem como relação entre elas. Por exemplo, o exercício 27, na página 243 do volume 2, que solicita a área de um retângulo, fornecendo a diagonal e o perímetro do mesmo. Várias propriedades apresentam demonstrações, embora muitas outras tenham sido apenas apresentadas aos alunos. Com exemplo, pode-se citar a demonstração do teorema de Pitágoras, na página 30 do volume 1, e a obtenção da área da fórmula da altura de um triângulo equilátero, na página 243 do volume 2.

Apontam-se exercícios em que o aluno tem a possibilidade de apresentar argumentos informais, auxiliando-o na dedução de propriedades sobre as figuras. É o caso do exercício de número 21, na página 22 do volume 1. Nele, são dadas as figuras de dois paralelogramos, com a seguinte pergunta: “Como você justifica a

afirmação de que os paralelogramos ABCD e A'B'C'D', das figuras seguintes são polígonos semelhantes?". (GIOVANNI e BONJORNIO, 2005, p. 22).

No entanto, não encontramos atividades que solicitem a construção de figuras associadas a figuras fornecidas, tampouco exemplos ou exercícios nos quais são apresentadas situações de inclusão de uma classe de figuras em outra classe.

Nível 3 - Dedução Formal

Auxiliando o aluno no nível da dedução formal, foram identificadas atividades que possibilitam o uso de informações sobre uma figura para deduzir mais informações. É o caso do exercício 28, página 23 do volume 1, que, por meio de dois retângulos já apresentados como semelhantes, o aluno deve mostrar que a razão entre as áreas é igual ao quadrado da razão de semelhança entre eles.

Não aparecem na obra, textos exemplos ou exercícios que possibilitem diferenciar definições, axiomas e teoremas. Apenas o axioma, também apresentado como postulado, é definido na página 214, do volume 2. Logo a seguir, são apresentados postulados sobre a reta e o plano.

Embora não se tenham encontrado atividades que possibilitem diferenciar os dados fornecidos e os solicitados, foram identificadas situações-problemas que estimulam a utilizar elementos auxiliares na resolução de problemas. Por exemplo, o exercício 33, encontrado na página 244 do volume 2, cuja resolução necessita do desenho, de definições básicas de geometria, como as diagonais do losango, o diâmetro da circunferência e conhecimentos trigonométricos. Segue enunciado do exercício em questão: "Um losango é interno a uma circunferência de 6 cm de raio, de maneira que a diagonal maior do losango coincide com o diâmetro da circunferência. Sabendo que um dos ângulos internos do losango tem 60° , calcule a área desse losango." (GIOVANNI e BONJORNIO, 2005, p. 244).

Nível 4 – Rigor

Não foram encontradas atividades que auxiliam significativamente para o nível mais complexo na teoria van Hiele, o rigor. Os autores reconhecem que figuras, embora úteis para o estudo da geometria, apenas "representam de modo grosseiro

as imagens que idealizamos do *ponto*, da *reta* e do *plano*.” (GIOVANNI e BONJORNO, 2005, p. 214 [grifo dos autores]).

Também não foram identificadas atividades que envolvem a formulação de outras demonstrações com base em resultados conhecidos, Exemplos ou exercícios que contribuam para a compreensão dos limites e possibilidades de hipóteses e axiomas, ou atividades que utilizam a modelagem matemática.

5.2 Análise comparativa das obras

A pesquisa abrangeu três das oito obras distribuídas pelo PNLD. Apesar de não terem sido analisados todas as obras constituintes do programa, consideramos uma amostra representativa, visto que representam as três obras mais solicitadas pelas escolas para o período 2009 a 2011. As obras em questão são: Matemática: Volume Único, de Luiz Roberto Dante (LD1); Matemática: Aula por Aula, de Cláudio Xavier da Silva e Benigno Barreto Filho (LD2) e Matemática Completa, de José Ruy Giovanni e José Roberto Bonjorno (LD3).

Em relação ao nível visual do modelo van Hiele, as obras não auxiliam significativamente o aluno a aprender um vocabulário geométrico, a identificar formas e a reproduzir figuras. Como já citado anteriormente, espera-se que alunos no ensino médio já conheçam e identifiquem figuras geométricas, como triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos, por exemplo. Mesmo assim, acredita-se que é necessária uma melhor apresentação dessas figuras, mesmo que seja apenas para identificar a sua nomenclatura. Em apenas uma das obras analisadas, nos capítulos destinados à geometria plana, as figuras são apresentadas e definidas. O LD1 é o único que define os quadriláteros, enquanto nas obras LD2 e LD3, as figuras servem apenas como ilustração para as fórmulas de áreas.

O LD1 também apresenta vantagens enquanto problemas que possam ser resolvidos através de medições e contagens. Foram encontrados doze exemplos durante a análise da obra, contra apenas um exemplo do LD2 e três do LD3, todos eles no primeiro volume. Ou seja, os autores dos LD2 e LD3 esperam que o aluno já tenha trabalhado com esse tipo de problema no Ensino Fundamental.

Mesmo que muitos dos objetos encontrados no nosso cotidiano apresentem formas geométricas clássicas, já estudadas e conhecidas por nós, poucas são as relações que as obras fazem com objetos comuns no cotidiano dos alunos. Não são apresentadas sugestões para que os alunos identifiquem polígonos em objetos da sala de aula, por exemplo. Exemplos bem simples e escassos aparecem como uma cesta de lixo (DANTE, 2005, p. 184), para exemplificar um trapézio; um banco de três pés (XAVIER e BARRETO, 2005, v. 2, p. 322), para justificar a presença de um plano; e uma bola de futebol (GIOVANNI e BONJORNO, 2005, v. 2, p. 248), para exemplificar hexágonos. Acreditamos, no entanto, que muitas outras formas poderiam ter sido apresentadas, justificando a importância do estudo da geometria para a resolução de problemas cotidianos.

Em relação ao nível 1 de van Hiele, a análise permite perceber a maior ênfase dos autores com problemas geométricos que requeiram o conhecimento de relações geométricas entre polígonos. São nove exemplos no LD1, nove exemplos no LD2 e quatorze exemplos no LD3. Essas relações são, em sua grande maioria, de polígonos regulares inscritos e circunscritos.

Os alunos não têm, em nenhuma das obras, oportunidade para descrever classes de figuras por suas propriedades. Os exemplos apontados durante a análise são apenas de descrições feitas pelos autores, nas quais o aluno pode apenas acompanhar tal descrição. É o caso dos quadriláteros, que são descritos no LD1; dos ângulos, das retas e dos triângulos, que são classificados no LD2; e das retas, que são classificadas no LD3.

Os livros didáticos pouco apresentaram comparações entre as figuras, a fim de identificar suas propriedades características. Os quadriláteros, quando definidos, já aparecem agrupados ou simplesmente, como citado, aparecem como elementos ilustrativos na seção de fórmulas. Os livros não questionam sobre a possibilidade de agrupamento de figuras, com o objetivo de compreender que figuras podem ser classificadas em diferentes tipos.

No LD1, os alunos têm, em um exercício, a possibilidade de nomear os tipos de triângulos quanto aos ângulos; no LD2 os alunos apenas acompanham a classificação dos triângulos quanto aos lados e aos ângulos; e no LD3 não há classificação dos triângulos. Ainda, em nenhuma das obras há comparação das figuras quanto ao número de lados, ângulos retos, lados paralelos, lados congruentes com vistas ao seu agrupamento por características comuns.

Para atingir o objetivo de identificar e desenhar figuras, dadas uma descrição ou a escrita de suas propriedades, não se identificaram exemplos em qualquer das obras analisadas, de modo que os exercícios já citam o polígono em questão.

Sabe-se que figuras podem ser classificadas em diferentes tipos. Um quadrado, por exemplo, pode ser classificado como retângulo, paralelogramo ou losango. Embora essa classificação seja de grande importância, por relacionar propriedades e trabalhar o conceito de inclusão, apenas o LD1, em uma única citação, anuncia o quadrado como losango. Não existem, no entanto, exemplos ou exercícios que questionem sobre a possibilidade de agrupar ou não figuras conforme suas propriedades. Nenhuma das obras analisadas apresenta algum tipo de diagrama com relação dos quadriláteros.

Também não são apresentados exemplos ou exercícios que permitem identificar propriedades diferenciais das figuras. Dessa forma, os livros não auxiliam o aluno a reconhecer que as propriedades podem ser usadas para diferenciar figuras.

No que diz respeito ao nível de dedução informal, em que o aluno estabelece relações e implicações entre as figuras, classificando-as em relação a suas propriedades, as obras analisadas apresentam bastante discrepância em relação aos textos, exemplos e atividades.

Nenhuma delas sugere atividades que se utilizem das propriedades das figuras para descrevê-las, com o objetivo de identificar conjuntos mínimos de propriedades para descrever uma figura, e também não são muitos os exercícios em que o aluno precisa fazer uso de definições. Identificaram-se, sim, exercícios em que os alunos precisam conhecer definições, tais como *perímetro*, *diagonal*, *suplemento*, *complemento*, *inscrito*, *circunscrito* e *apótema*. Eles estão presentes com a mesma frequência nas três obras, mas não da maneira esperada. Em nenhum momento são apresentados exercícios em que os alunos precisam abordar definições geométricas.

As obras também solicitam pouco os argumentos informais. O LD2, por exemplo, não apresenta nenhum exercício em que o aluno seja incentivado, mesmo que utilizando seu vocabulário, a demonstrar algum teorema. No LD1, por exemplo, há exercícios em que o autor incentiva o aluno, provocando sua autonomia, com frases como: “explique sua resposta” (p. 169) e “justifique sua escolha” (p. 170). Os

autores do LD3, por sua vez, sugerem ao aluno a utilização de figuras como justificativa de afirmativas (p. 234, v. 2).

Um dos objetivos a serem alcançados por alunos no nível de dedução informal é o de acompanhar argumentos dedutivos, eventualmente fornecendo algumas etapas omitidas. Para tal, espera-se que os livros didáticos apresentem exemplos que apresentem ou solicitem argumentos dedutivos acerca da geometria. Mais uma vez, o LD2 não auxilia nesse objetivo. Enquanto nos LD1 e LD3 acompanharam-se várias demonstrações, o LD2 apresenta fórmulas prontas, sem deduções ou sugestão para que o aluno as faça. No LD1, por exemplo, o autor utiliza o conhecimento acerca de triângulos semelhantes para demonstrar as relações métricas no triângulo retângulo (p. 171). No LD3, as relações não são demonstradas, mas os autores fazem menção que estas podem ser demonstradas a partir da semelhança de triângulos (p. 37, v. 1). No LD2, no entanto, as relações não são enunciadas, tampouco demonstradas. Apenas estão presentes como fórmulas (p. 308), antes mesmo do tema “semelhança de triângulos”. Enquanto no LD1 foram identificados quatro exemplos de deduções, e no LD3 foram dezesseis, o LD2 não apresenta nenhuma demonstração geométrica. Assim, a geometria aparece como uma ciência de fórmulas prontas, sem dedução alguma.

No entanto, é apenas no LD2 que se encontraram atividades que solicitam a construção de figuras associadas a figuras fornecidas. São cinco os exemplos identificados. Pode-se citar, como exemplo, o exercício resolvido da página 327, que solicita a identificação, em um cubo, retas paralelas, coplanares, concorrentes e reversas, sugerindo ao aluno a utilização de desenhos. Logo após, exemplos desse tipo aparecem nos exercícios destinados aos alunos. Os LD1 e LD3, por sua vez, não apresentam esse tipo de atividade.

Como já citado anteriormente, as obras não apresentam estudos sobre a inclusão de classes de figuras. O LD2, no entanto, apresenta um único exercício, retirado de um concurso vestibular, cujas preposições apresentam afirmações sobre inclusões de classes de figuras. Foi o único exercício que apresentou essa inclusão, nas obras analisadas.

Conclui-se, portanto, que não é valorizada nas obras analisadas a necessidade de incentivar os alunos na busca de deduções, ainda que informais. Percebe-se em cada obra que os autores apontam para diferentes direções. Enquanto no LD1 há a aposta em argumentos informais apoiados em figuras, no

LD2 não há nenhum tipo de demonstração ou sugestão em relação às mesmas. Talvez pela crença de que os alunos tenham realizado tais demonstrações no Ensino Fundamental ou pela concepção de que isso ficaria a cargo do professor. Considerando que as demonstrações poderiam ter sido realizadas anteriormente ou que o professor pode não querer realizá-las em aula, entende-se que a geometria não pode ser apresentada como uma ciência de fórmulas, como faz o LD2. Mesmo assim, o LD2 apresenta grande número de atividades que possibilitam a dedução de informações a partir de informações conhecidas, auxiliando, no desenvolvimento do pensamento geométrico, no nível de dedução formal. Nesse nível, o aluno apresenta domínio do processo dedutivo e de demonstrações, realizando demonstrações formais das propriedades já compreendidas e ainda descobrindo novas propriedades.

Foram identificados treze exercícios, entre propostos e resolvidos, no LD2, dezesseis exemplos no LD3 e apenas dois exemplos no LD1, sendo apenas um deles atividade proposta ao aluno. Com muitas atividades utilizando a verificação de afirmações, o LD2 apresenta muitas atividades, especialmente no conteúdo de “posições relativas”, que possibilitam ao aluno a dedução de informações. Da mesma maneira faz o LD3.

As obras não auxiliam no objetivo de compreender as diferenças entre definições, axiomas e teoremas. A única das obras que apresenta realmente um texto que possibilita nessa diferenciação é o LD1, afirmando que “Há uma grande diferença entre *constatar* empiricamente uma propriedade geométrica medindo, recortando, justapondo, etc., e *demonstrar* ou *provar* logicamente essa propriedade.” (p. 156, [grifo do autor]). Já nos LD2 e LD3 os autores apresentam a definição de axiomas, apresentando-os como postulados.

Um dos objetivos a serem atingidos nesse nível é o de reconhecer como e quando usar elementos auxiliares no problema. Dessa forma, procuraram-se nos livros situações-problemas que estimulem a utilizar elementos auxiliares na resolução de problemas. O LD3 foi o que apresentou maior número de atividades e exemplos dessa natureza. Na maioria dos casos, os elementos auxiliares são as figuras representativas dos problemas. Como, por exemplo, no LD2, em que um exercício questiona sobre o perímetro de um quadrado, fornecendo a medida de sua diagonal (p. 317). Utilizando a figura, o problema pode ser facilmente resolvido através da relação de Pitágoras.

Exemplos ou exercícios que abordam a dedução de propriedades com base em dados de figuras geométricas, a fim de auxiliar o aluno na dedução de propriedades de objetos a partir de informações dadas ou obtidas, foram pouco encontrados também. Foram dois exemplos no LD1, um exemplo no LD1 e um exemplo no LD3.

Embora os livros analisados tenham apresentado algumas atividades vinculadas à dedução formal, acreditamos que estas aparecem em número pouco expressivo, não contribuindo para que o aluno domine esse nível e, conseqüentemente, atinja o nível seguinte, pela teoria de van Hiele.

No rigor, último e mais complexo nível na teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico, o aluno estabelece e compara teoremas. Segundo van Hiele (1986), poucos alunos atingem esse nível. No entanto, acreditamos que os livros deveriam auxiliar nessa trajetória.

Poucas são as ocorrências de atividades que auxiliam nesse nível. Exemplos ou exercícios que permitam ao aluno reconhecer que figuras não justificam propriedades quase não são encontrados. Aponta-se um exemplo significativo no LD1, em que o autor inicia um exercício, que solicita a demonstração de que em todo triângulo isósceles os ângulos opostos aos lados congruentes também são congruentes, com a seguinte citação:

Você já deve ter percebido que podemos chegar às propriedades geométricas sem a necessidade de usar medições. Chamamos a esse método de raciocínio de demonstração. Vimos que para demonstrar uma propriedade geométrica devemos seguir alguns passos. (DANTE, 2005, p. 161)

Essa citação é muito importante e, mesmo que tenha surgido apenas uma vez, auxilia o aluno a compreender que figuras são diferentes de demonstrações. No LD3, por sua vez, quando os autores apresentam *ponto*, *reta* e *plano* como noções intuitivas, desenhos representativos são apresentados, apontando que os mesmos são úteis para a geometria. Porém, segundo os autores, “vale lembrar que eles representam de modo grosseiro as imagens que idealizamos do *ponto*, *reta* e do *plano*.” (p. 214). O LD2, por sua vez, não faz nenhum comentário sobre o fato de figuras não servirem como demonstrações.

Formular extensões de resultados conhecidos também é um dos objetivos a ser atingido nesse nível. Assim, procuraram-se atividades que envolvam a formulação de outras demonstrações com base em resultados conhecidos. No LD1,

podem-se apontar como exemplo o exercício proposto, cujo enunciado diz: “Use o que você já aprendeu para demonstrar essa propriedade: ‘Em todo triângulo, a medida de um ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não-adjacentes a ele’”. (p. 157). Em seguida, o autor demonstra a soma dos ângulos internos de um quadrilátero utilizando o conhecimento sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo. Uma atividade interessante foi encontrada no LD2, solicitando o recíproco de um teorema (p. 314). No LD3 não foram encontradas atividades semelhantes.

Os livros em questão não contribuem para a compreensão de limites e possibilidades de hipóteses e axiomas. Tampouco, contém atividades que motivem a modelagem matemática, forte tendência da Educação Matemática atual. É importante salientar que o autor do LD1, em suas orientações aos professores, sugere a utilização dessa tendência em aula. O que há, mas em número escasso, são exercícios nos quais se tenta uma contextualização, como o trajeto de um motorista entre três cidades, resultado em um triângulo retângulo (p. 173), no LD1; uma figura, no LD2, que representa um rio cujas margens são paralelas (p. 314) e um exercício em que círculos são tomados como pizzas, no LD3 (p. 244). Excluindo essa última, parece estranho que, com tantas aplicações da geometria à realidade, exemplos frágeis e sem fundamentos como esses sejam utilizados. Ora, dificilmente um rio apresentará margens paralelas, tampouco um trajeto entre duas cidades será feito de modo retilíneo. Destaca-se como significativa a explicação dada pelos autores no volume 1 do LD3, apontando que “os egípcios usavam cordas com 12 nós para construir triângulos retângulos particulares e, assim, obter “cantos” em ângulos retos” (p. 28). Através dela é construída a demonstração do teorema de Pitágoras. Embora não seja um exercício proposto ao aluno, mostra que a Matemática surge de fenômenos sociais e de problemas reais.

O quadro 4, apresentado a seguir, apresenta, como síntese, os exemplos encontrados que contribuem com os objetivos a serem alcançados em cada nível, indicando a página em que estão localizados. Os números entre parênteses identificam a frequência de exemplos encontrados em cada página. A visualização no quadro fornece uma perspectiva de densidade em relação à frequência dos exemplos nas obras analisadas.

Nível	Objetivos	O que se espera dos LD	LD1	LD2	LD3	
					v. 1	v. 2
Nível 0: Visualização	0.1	Vários exemplos de figuras, a fim de que o aluno possa fazer comparações e nomeá-las de acordo com sua aparência global.	174	320		
	0.2	Problemas simples, cuja resolução baseie-se no manejo e reprodução de figuras, com medidas e contagens.	155 158 160 (3) 161 169 170 (2) 176 183 185	316	17 19 15	
	0.3	Relação de figuras com objetos comuns presentes no cotidiano da faixa etária em estudo.	164 181 (2) 184	313 322	10 13 22 (3) 26 (2) 27	217 224 248
Nível 1: Análise	1.1	Exercícios ou similares que permitam ao aluno fazer a descrição de figuras conforme suas propriedades básicas.	176 177 178 179 (2)	302 303 304 305 306 311 312		214 219 220
	1.2	Apresentar modelos de figuras, que serão comparados, identificando características semelhantes ou diferentes.				
	1.3	Comparação das figuras quanto ao número de lados, ângulos retos, lados paralelos, lados congruentes com vistas ao seu agrupamento por características comuns.	157	305		
	1.4	Exercícios que solicitem a identificação e desenhos de figuras a partir de sua descrição.				
	1.5	Exemplos ou exercícios que questionem sobre a possibilidade de agrupar ou não figuras conforme suas propriedades.	180			
	1.6	Exemplos e exercícios que permitam identificar propriedades diferenciais das figuras.				
	1.7	Problemas que solicitem respostas sobre propriedades das figuras e relação entre elas.	167 175 (6) 184 (6) 185	314 316 (5) 325 330	30	224 242 242 243

				333		244 245 (3) 246 247 (4)
Nível 2: Dedução Informal	2.1	Atividades que utilizem propriedades de figuras para descrevê-la.				
	2.2.	Textos, exemplos e exercícios que abordem definições de figuras geométricas.	175	313 (2) 315		243 244 (2)
	2.3	Exemplos e exercícios que solicitem argumentos informais sobre figuras geométricas.	169 170		22 (2)	234
	2.4	Exemplos e exercícios que apresentem ou solicitem argumentos dedutivos sobre figuras geométricas.	171 172 (2) 181		30 45	221 224 225 226 227 232 233 (3) 236 (2) 237 (2) 238 243
	2.5	Atividades que solicitem a construção de figuras associadas a figuras fornecidas.		327 328 329 (2) 335		
	2.6	Exemplos ou exercícios nos quais são apresentadas situações de inclusão de uma classe de figuras em outra classe.		315		
	Nível 3: Dedução Formal	3.1	Atividades que possibilitem a dedução de informações a partir de informações dadas.	155 162	316 (3) 321 322 324 328 329 (2) 332 (3) 334	23 31 32
3.2		Apresentar textos, exemplos e exercícios que possibilitem diferenciar definições, axiomas e teoremas.	156	320		214

	3.3	Situações-problemas que estimulem a utilizar elementos auxiliares na resolução de problemas.	165	317		230 (2) 239 244
	3.4	Exemplos ou exercícios que abordem a dedução de propriedades com base em dados de figuras geométricas.	162 (2)	332		244
Nível 4: Rigor	4.1	Exemplos e exercícios que contribuam para diferenciar figuras de suas propriedades.	161			214
	4.2	Atividades que envolvam a formulação de outras demonstrações com base em resultados conhecidos.	157 (2)	314		
	4.3	Exemplos e exercícios que contribuam para a compreensão dos limites e possibilidades de hipóteses e axiomas.				
	4.4	Atividades, exemplos e exercícios que utilizem a modelagem matemática.				

Figura 5: Frequência de exemplos nas obras, que auxiliam no desenvolvimento do pensamento geométrico

Para contribuir na visualização do Quadro 4, o gráfico a seguir apresenta a distribuição de exemplos significativos para cada nível em relação aos LD1, LD2 e LD3.

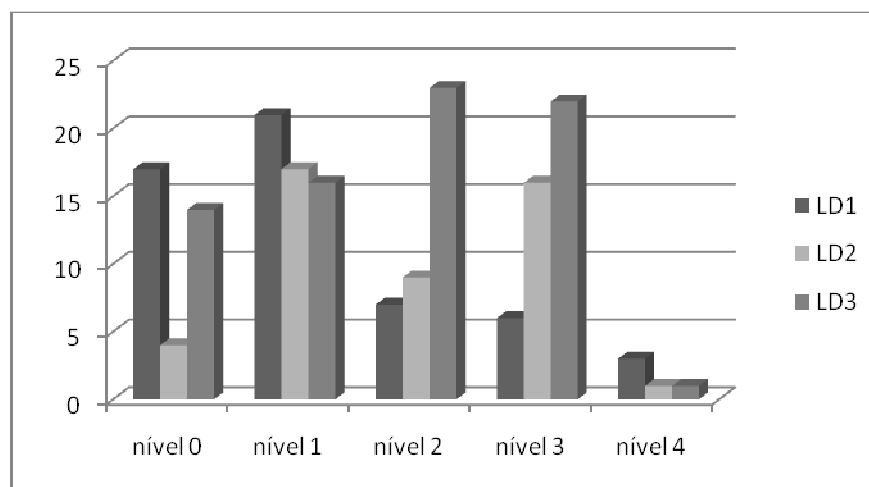


Figura 6: Gráfico da distribuição de exemplos significativos em relação a cada nível, encontrados nas obras.

A figura 6 mostra que as obras não apresentam um modelo linear no que diz respeito a auxiliar o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno. Pode-se verificar que o LD2 pouco auxilia no nível da visualização, se comparado às outras duas obras. Embora nenhuma das obras analisadas tenha apresentado figuras, de tal forma que os alunos pudessem compará-las e nomeá-las, o LD1 apresentou vários exercícios cuja solução pudesse ser encontrada através de contagem e o LD3, por sua vez, apresentou maior frequência de figuras relacionadas com o cotidiano.

No nível da análise, os LD2 e LD3 aparecem com praticamente o mesmo número de exemplos para auxiliar o aluno nessa fase. O LD2 apresenta vários exercícios ou similares que permitem ao aluno fazer a descrição de figuras conforme suas propriedades básicas. Já os LD1 e LD3 destacam-se, especialmente, em atividades que relacionam elementos entre figuras.

O LD3 apresenta muitos exemplos que auxiliam o aluno no nível de dedução informal. Ganha evidência em relação às outras obras, por apresentar exercícios que solicitam argumentos dedutivos sobre figuras geométricas. O LD2, embora não apresente nenhuma dedução ou demonstração, é o único que apresenta atividades que solicitam a construção de figuras associadas a figuras fornecidas, e também um exercício nos qual são apresentadas situações de inclusão de uma classe de figuras em outra classe. Já no LD1, a maior frequência foi de exemplos e exercícios que apresentam argumentos dedutivos sobre figuras geométricas, ainda que em menor número, se comparado ao LD3.

Destacou-se também o LD3, no auxílio do nível da dedução formal, com atividades que possibilitam a dedução de informações a partir de informações dadas e situações-problemas que estimulam a utilizar elementos auxiliares na resolução de problemas. O LD2 também apresenta um número significativo de exercícios que usam informações de uma figura para deduzir mais informações. O LD1 apresentou exemplos abrangentes para todos os objetivos do nível 3, mas em pequena quantidade.

Pode-se ainda perceber, pelo gráfico, que a quantidade de atividades que auxiliam o aluno no nível do rigor é pequena, especialmente comparada à quantidade de textos, atividades e exercícios que contribuem para os demais níveis. Sabe-se que esse é o nível mais complexo do modelo van Hiele e o mais difícil de ser alcançado pelos alunos. No entanto, acredita-se que seria importante a

realização de atividades relacionadas à geometria, que utilizassem a modelagem matemática.

As obras analisadas, indiferentemente de sua contribuição ao desenvolvimento do pensamento geométrico, apresentam uma linguagem clara e de fácil entendimento, favorecendo, assim, o entendimento e o aprendizado da geometria plana. Além disso, apenas uma das coleções apresentou textos que abordam a cultura geral, que o caso do LD3. Em meio aos textos e exercícios, aparecem textos que vão desde *eclipses* (p. 27, v. 1) a *origamis* (p. 33, v. 1).

Acreditamos que os exemplos apresentados pelos livros didáticos poderiam ser mais significativos e interdisciplinares. Além disso, nas atividades propostas aos alunos, poucas fazem referência a situações cotidianas, em problemas de relevância para os alunos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa procurou mostrar como os livros de Matemática distribuídos pelo Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – PNLDM contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo critérios e indicadores organizados com base na teoria van Hiele. Para isso, foram selecionadas as três obras com maior distribuição às escolas públicas do país que, segundo o FNDE, representam cerca de 83% dos livros solicitados pelos professores em 2009.

O estudo teve como objetivo responder à seguinte questão: Qual a contribuição da abordagem da geometria plana nos livros aprovados e distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – 2009 para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos?

O ensino da geometria não pode ser realizado de maneira mecânica. É preciso que o trabalho do professor favoreça o avanço dos alunos de um nível de pensamento a outro superior por meio de atividades orientadas. Sendo o livro didático importante suporte para o trabalho docente, foram analisados livros distribuídos pelo programa do Governo Federal às escolas públicas para identificar de que forma eles auxiliam no processo desenvolvimento do pensamento geométrico.

Assim, foram selecionados livros didáticos distribuídos pelo PNLDM 2009 e realizada a análise, tendo como pano de fundo a teoria de van Hiele, com o objetivo principal de identificar de que forma os alunos podem desenvolver o pensamento geométrico por meio desses recursos. A teoria de van Hiele, de desenvolvimento do pensamento geométrico, aponta para uma sequência de cinco níveis de compreensão, variando de 0 a 4, sendo, respectivamente, visual, descritivo/analítico, dedução informal, dedução formal e rigor. Com base nessa teoria foram estruturados indicadores de análise a fim de permitir a avaliação fundamentada da geometria plana presente nos livros didáticos selecionados para análise e, com base nesses indicadores, foram analisadas as obras mais escolhidas pelos professores para compreender como os livros que compõem as coleções se posicionam em relação a tais indicadores.

O livro didático, para muitos alunos e professores, consiste na principal e, quem sabe, única fonte de consulta. Por ser de grande importância para a

aprendizagem e para a emancipação social, precisa ser uma fonte clara e precisa de pesquisa aos professores e alunos, de modo a proporcionar segurança aos mesmos no processo de ensino e aprendizagem.

Devido à variedade de coleções disponíveis no Guia disponibilizado pelo MEC, a escolha da obra pelos professores das escolas deve ser feita de forma criteriosa, considerando os diferentes aspectos relacionados à sua abordagem didática.

A pesquisa proporcionou o aprofundamento de conhecimentos na busca de novos saberes, pois é necessário que os professores se apropriem das teorias de ensino e aprendizagem para a melhor compreensão do que fazem. No entanto, constatou-se que, apesar de os livros didáticos de Matemática destinados a alunos de Ensino Médio analisados, e mais consumidos pelos professores, apresentarem o conteúdo de geometria plana, este é apresentado de forma mecânica, pronta, sem demonstrações, e com pouca relação ao cotidiano dos alunos, o que contraria todos os objetivos da educação matemática. Além disso, contribuem pouco para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos na perspectiva de van Hiele.

Embora as obras apresentem poucos exemplos correspondentes aos níveis 0 e 1, acreditamos que esses devem aparecer mesmo como revisão do conteúdo estudado no ensino fundamental. Apesar de algumas pesquisas terem demonstrado que a geometria fica relegada ao segundo plano no ensino fundamental, os autores estão corretos em acreditar no plano de ensino, focando mais nos níveis seguintes.

Os autores, portanto, poderiam avançar mais nas questões relacionadas aos níveis 2, 3 e 4, pois são os níveis correspondentes aos alunos que se encontram no Ensino Médio. No LD1 esses níveis são menos frequentes, o que demonstra pouca contribuição para o desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo van Hiele. O LD3, nas obras analisadas, é o que contribui de maneira mais significativa para esse desenvolvimento.

Como os níveis correspondentes ao Ensino Médio são menos frequentes, o desenvolvimento do pensamento, conforme a teoria van Hiele, fica comprometida. É esperado que os alunos, ao encerrarem o Ensino Médio, saibam expressar-se matematicamente, sendo capazes de fazer deduções e demonstrações. Os livros didáticos analisados não contribuem para isso.

No entanto, livro didático não deve ser a palavra final em sala de aula. O professor é um mediador do processo de ensino e aprendizagem, devendo contribuir para a superação do conteúdo proposto pelos livros didáticos.

Sugere-se que outras pesquisas sejam realizadas, tanto pela análise de outras obras, quanto pela busca de alternativas metodológicas e de recursos voltados a aprendizagens mais significativas e ao desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

REFERÊNCIAS

- ABRANTES, Paulo. Investigações em geometria na sala de aula. In: VELOSO, E.; FONSECA, H.; PONTE, J.; ABRANTES, P. (Org.). **Ensino da Geometria no virar do milênio**. Lisboa: DEFCUL, 1999. p. 51-62.
- ARBACH, Nelson. **O Ensino da Geometria Plana: O Saber do Aluno e o Saber Escolar**. São Paulo: PUCSP, 2002. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- BARRETO FILHO, Benigno; SILVA, Cláudio Xavier. **Matemática Aula por Aula**. Volumes 1, 2 e 3. 2. ed. São Paulo: FTD, 2005.
- BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI, José Ruy. **Matemática Completa**. Volumes 1, 2 e 3. 2. ed. São Paulo: FTD, 2005.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Matemática: Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio: PNLEM/2009**. Brasília, 2008a. (mimeo)
- _____. **O Livro Didático na História da Educação Brasileira**. Brasília, 2008b. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb>>. Acesso em: 11 out. 2008b.
- _____. **Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLEM**. Brasília, 2008c. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb>>. Acesso em: 13 out. 2008c.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Guia do Livro Didático 2007: Matemática: Séries/Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2006.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 2002.
- CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994. p. 1-20.
- DANTE, Luiz Roberto. Livro Didático de Matemática: uso ou abuso? **Em aberto**. Brasília, v. 16, n 69, p. 3-9, jan./mar. 1996. (mimeo).
- _____. **Matemática**. Volume único. São Paulo: Ática, 2005.
- ETCHEVERRIA, Teresa Cristina. **Educação Continuada em grupos de estudos: Possibilidades com focos no estudo da Geometria**. Porto Alegre: PUCRS, 2008. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
- FREITAG, Bárbara; COSTA, Wandely F. da; MOTTA, Valéria R. **O Livro Didático em Questão**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1997.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

_____. O Ensino de Geometria no 1º e 2º Graus. In: **Educação Matemática em revista** – SBEM 4, 1995.

GÉRARD, F. M; ROEGIERS, X. **Conceber e avaliar manuais escolares.** Porto: Porto Ed. 1998.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2006.

GOULART, Marcio Cintra. **Matemática no Ensino Médio.** Volumes 1, 2 e 3. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2005.

ICMI STUDY. Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century. In: MAMMANA, C.; VILLANI, V. (Org.). **Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century.** Londres: Kluwer, 1998.

JAIME, Adela. **Aportaciones a la Interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele.** Universidade de Valência: 1993. (Tese de doutorado). Universidade de Valência

KALEFF, Ana Maria M. R. **Vendo e Entendendo Poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos.** 2. ed. Niterói: EDUFF, 2003.

_____. Do fazer concreto ao desenho em geometria. In: LORENZATO, Sérgio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.

KUETHE, James L. **O processo ensino-aprendizagem.** Porto Alegre: Ed. Globo, 1978.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber: Manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

LIMA, Elon Lages. **Exame de Textos: Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio.** Rio de Janeiro: SBEM, 2001.

LORENZATO, Sérgio. **Para Aprender Matemática.** 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua.** 4. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

MEDALHA, Vera L. L. **A visualização no estudo da Geometria Espacial.** Rio de Janeiro: USU, 1997. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Universidade Santa Úrsula.

MENESES, Ricardo Soares de. **Uma História da Geometria Escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino.** São Paulo: PUCSP, 1997. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva.** Ijuí: Editora UNIJUÍ, 2007.

OLIVEIRA, Alaíde Lisboa. **O Livro Didático.** 3. ed. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1986.

- PAIVA, Manoel. **Matemática**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2005.
- PAVANELO, R. O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil. **Zetetiké**, n. 01, UNICAMP: Campinas, 1993.
- PEREIRA, M. R. **A Geometria Escolar: Uma Análise dos Estudos Sobre o Abandono do seu Ensino**. São Paulo, PUCSP: 2001. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- PEREZ, G. Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa. Tese de Doutorado. Campinas/SP: UNICAMP, 1991.
- PIMENTEL, Jorge Roberto. Livros didáticos de ciências: a Física e alguns problemas. **Cadernos Catarinenses de Ensino de Física**. Porto Alegre, v. 15, n. 3, p. 308-318, Dez 1998. Disponível em: <<http://www.fsc.ufsc.br/cbef/port/15-3/artpdf/a5.pdf>>. Acesso em: 13 set. 2008.
- PIAGET, Jean. **A noção do tempo na criança**. Rio de Janeiro: Record. 2002.
- PIRES, Magda N. M.; GOMES, Marilda T.; KOCK, Nancy T. A. **Prática Educativa do Pensamento Matemático**. Curitiba: IESDE, 2004.
- PIRES, Célia M. C.; CURI, Edda; CAMPOS, Tânia M. M.. **Espaço e Forma: A Construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo: PROEM, 2000.
- PORTANOVA, Ruth (Org.). **Um currículo de matemática em movimento**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2005.
- POSSANI, Rosemary A. R. **Apreensões de representações planas de objetos espaciais em um ambiente de geometria dinâmica**. São Paulo: USP, 2002. (Dissertação de Mestrado). Universidade de São Paulo.
- ROMMEVAUX, M. P. Le discernement des plans dans une situation tridimensionnelle. **Educação Matemática Pesquisa**, Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, n. 1, pp. 13-65, março/1999.
- RUBIÓ Angel Pandés; FREITAS Luciana Maria Ternuta de. **Matemática e suas tecnologias**. Volumes 1, 2 e 3. São Paulo: IBEP, 2005.
- SCHUBRING, G. **Análise histórica de livros de Matemática**: notas de aula. Campinas, SP: Ed. Autores Associados, 2003.
- SILVA, Joyce Paula da; CANDIDO, Claudia Cueva. **O PNLD e sua relação com o Modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. São Paulo: USP, [2008]. (mimeo).
- SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática: Ensino Médio**. Volumes 1, 2 e 3. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2005.
- TOZONI-REIS, Marília Freitas de Campos. **Metodologia de pesquisa**. Curitiba: IESDE Brasil S.A, 2006.
- VALENTE, W. R. **Uma história da Matemática escolar no Brasil: 1730 - 1930**. São Paulo: Annablume: FAPESP, 1999.
- VAN HIELE, P. **Structure and Insight: a Theory of Mathematics Education**. Orlando: Academic Press, 1986.

YOSSEF, Antônio Nicolau; SOARES, Elizabeth; FERNANDEZ, Vicente Paz.
Matemática. Volume único. São Paulo: Scipione, 2005.