PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Grazielle Jenske

A Teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática: um estudo de caso

Porto Alegre

2011

Grazielle Jenske

A Teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática: um estudo de caso

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof°. Dr. João Batista Siqueira Harres

PORTO ALEGRE
2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

J53t Jenske, Grazielle

A Teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática: um estudo de caso / Grazielle Jenske. Porto Alegre, 2011.
86 f.

Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS, 2011.

Orientador: Prof. Dr. João Batista Siqueira Harres.

1. Educação - Matemática. 2. Teoria dos Campos Conceituais. 3. Teoria da Aprendizagem Significativa. 4. Ensino de Matemática. 5. Campo Conceitual Aditivo. 6. Campo Conceitual Multiplicativo. I. Harres, João Batista Siqueira . II. Título.

CDD 372.7

Bibliotecária Responsável
Isabel Merlo Crespo
CRB 10/1201

GRAZIELLE JENSKE

A TEORIA DE GÉRARD VERGNAUD COMO APORTE PARA A SUPERAÇÃO DA DEFASAGEM DE APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS BÁSICOS DA MATEMÁTICA: UM ESTUDO DE CASO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em 31 de março de 2011, pela Banca Examinadora.

BANCA EXAMINADORA:

Dr. João Batista Siqueira Harres (Orientador - PUCRS)

Dra. Ieda Maria Giongo (UNIVATES)

Dra. Maria Salett Biembengut Hein (PUCRS)

“Menor que meu sonho não posso ser.”

Lindolfo Bell

AGRADECIMENTOS

Até o mais seguro dos homens e a mais confiante das mulheres já passaram por momentos de hesitação e de muitas dúvidas e, são nesses períodos que precisamos de mãos amigas. Porém, passado a tormenta é preciso agradecer.

Agradecer é ter a humildade de reconhecer o quanto somos insignificantes sozinhos, é dizer o quanto aquela pessoa foi fundamental num determinado momento e que de alguma forma ela ajudou a conquistar os objetivos traçados, indicando caminhos, enxugando as lágrimas quando tudo parecia mais difícil, auxiliando na superação dos obstáculos, motivando quando a energia parecia acabar e, acima de tudo, confiando nos meus sonhos.

Considerando esta pesquisa como fruto de um percurso que não começou apenas em 2009, quando iniciei o mestrado, agradecer pode não ser tarefa fácil, nem justa. Para não correr o risco da injustiça, agradeço de antemão a todos que de alguma forma passaram pela minha vida e contribuíram para a construção de quem sou hoje.

Tenho muito a agradecer. Em primeiro lugar, agradeço a Deus por sempre me conduzir e por me fazer sentir uma filha privilegiada. Aos meus pais pelo incentivo à cultura. À minha querida irmã, Grace, pela colaboração, pelas leituras e sugestões durante a elaboração da dissertação. Ao professor Dr. João Batista Siqueira Harres, meu orientador, pelos momentos de convivência, de trocas, e, sobretudo, pela confiança e pelo respeito a minha produção. À amiga e professora Dra. Sayonara S. C. da Costa a quem admiro e respeito, pela amizade, paciência e carinho que sempre me demonstrou e, principalmente, pela orientação da primeira etapa deste trabalho. À minha eterna amiga, Araceli, que divide esta caminha de luta por uma educação com mais qualidade desde a graduação, nossas discussões contribuíram muito em minha formação. A diretora Marcia pelo apoio dispensado para realização de minha pesquisa no âmbito de sua escola. Agradeço a todos os participantes dessa pesquisa, que sem eles não existiria. Quero agradecer meus amigos que souberam compreender meus momentos de desabafo ou de afastamento. Aos colegas, professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da PUCRS, pelo agradável e produtivo convívio durante esse período, pelos muitos momentos extraclasse que se eternizaram em minha memória e, especialmente, por me ajudarem a crescer, já sinto saudades. Enfim, ao meu querido, Ricardo, agradeço, não apenas pela paciência de

saber ouvir e compreender o choro de desabafo ou alegria, por compartilhar cada conquista e amparar-me em cada desilusão, por tolerar minha ausência, mas, principalmente, por tornar esse sonho possível.

RESUMO

Inserida na perspectiva de que o aluno avança em sua trajetória escolar à medida que compreende e interioriza os conceitos, esta pesquisa analisou uma proposta de intervenção com cinco alunos de 8º. ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior do Estado de Santa Catarina que apresentavam defasagens de conteúdos matemáticos, ou seja, o desempenho na disciplina de Matemática apresentava-se aquém do esperado para o nível de escolaridade em que se encontravam. Este trabalho guiou-se à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e teve como finalidade por em prática os estudos de Gerard Vergnaud acerca da Teoria dos Campos Conceituais na tentativa de compreender como ocorre a aprendizagem e, ao mesmo tempo, como alternativa de superação para a defasagem de aprendizagem de conteúdos escolares, de modo a reduzir os obstáculos conceituais que estes alunos possuem em relação às operações fundamentais da matemática. Os dados coletados foram analisados de maneira quantitativa e qualitativa para fomentar as análises. Como um dos resultados da intervenção realizada, verificou-se que houve uma significativa aprendizagem dos conceitos que envolvem o campo conceitual aditivo e o campo conceitual multiplicativo, pois os alunos ao construírem os significados destas operações buscaram esquemas cada vez mais avançados apresentando progresso, principalmente no campo conceitual aditivo.

Palavras-chave: Teoria dos campos conceituais; Teoria da Aprendizagem Significativa; Ensino de matemática; Campo conceitual Aditivo; Campo Conceitual Multiplicativo.

ABSTRACT

Into the perspective of the student progresses in their school as they understand and internalize the concepts, this study examined a proposal for intervention with five students from 8th years of elementary level to a public school in the state of Santa Catarina that had gaps of mathematical content, or whose performance in Mathematics is presented below expectations for the level of schooling in which they were. This work led to the Theory of Meaningful Learning of David Ausubel aimed to put into practice the Gerard Vergnaud studies concerning the Theory of Conceptual Fields in an attempt to understand how learning occurs and at the same time as alternative to overcome the lag in learning school subjects in order to reduce the conceptual obstacles that these students have in relation to the fundamental mathematics operations. The data collected were analized to promote quantitative and qualitative analysis. As one result of the intervention, it was found that there was a significant learning of the concepts of the conceptual field additive and multiplicative conceptual field, for students to construct the meanings of these operations have sought ever more advanced schemes showing progress, particularly in the field conceptual additive.

Keywords: Theory of Conceptual Fields, Theory of Meaningful Learning, Teaching of Mathematics; Field Conceptual Additive, Field Conceptual Multiplicative.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

C - Conceitos
CC - Campo Conceitual
CCA – Campo Conceitual das Estruturas Aditivas
CCM – Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas
CCI – Campo Conceitual Inicial
IDEB - Índice de desenvolvimento de Educação Básica
IO - Invariantes Operatórios
MEC - Ministério da Educação
NCC – Novo Campo Conceitual
PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais
PUCRS - Pontifica Universidade Católica do Rio Grande do Sul
R - Representações
S - Situações
TAS - Teoria da Aprendizagem Significativa
TCC - Teoria dos Campos Conceituais
ZDP - Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Questões acerca da defasagem de conteúdos na escola vêm sendo discutidas há muitas décadas (MARKARIAN, 1998; DRUCK, 2004; SAMPAIO, 2009). Motivos e sugestões para possíveis soluções não faltam, porém é sabido que a defasagem continua sendo um grande empecilho à aprendizagem significativa do aluno. Segundo Ausubel (MOREIRA, 1999b), a inexistência de conceitos subsunçores (âncoras) na estrutura cognitiva de um indivíduo constitui-se em um forte obstáculo à aprendizagem que tenha significado e sentido para ele.

No dicionário Aurélio (2004, p. 222) defasagem significa diferença ou atraso. Portanto, a defasagem a que se refere este trabalho, é a diferença ou atraso de conteúdos quando relacionamos conhecimentos, competências e habilidades com o ano ou nível de escolaridade, baseados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997).

Inserida na perspectiva de que o aluno avança em sua trajetória escolar à medida que compreende e interioriza os conceitos, esta pesquisa guia-se à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel e tem como alicerce a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gerard Vergnaud.

Estes subsídios emergem na tentativa de compreender como ocorre a aprendizagem e, ao mesmo tempo, como alternativa de superação para a defasagem de aprendizagem de conteúdos escolares, mais especificamente de Matemática.

É importante ressaltar que a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) não é um pré-requisito para a Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Na verdade alguns afirmariam que há uma incompatibilidade de teorias aqui discutidas, devido Vergnaud ser discípulo de Piaget. Porém, a TAS vem contribuir nesta pesquisa por ser uma teoria de aprendizagem, no sentido de que orienta como uma nova informação deve ser apresentada de modo a aumentar significativamente a chance de esse novo conhecimento ser realmente compreendido pelo sujeito. E a TCC, por sua vez, complementa a base desta pesquisa pelo olhar incisivo no conteúdo matemático a ser ensinado/aprendido.

Além disto, o próprio Vergnaud (1993b) admite que os estudos de Vigotsky foram significativos para os avanços da psicologia educacional quando escreveu para a revista do Geempa: "*Serei muito crítico em relação a algumas ideias de Vigotsky, mas é preciso reconhecer que elas são muito importantes.*" (p. 76).

É válido enfatizar, que apesar de acreditar na TAS e na TCC como teorias iluminadoras no processo da aprendizagem, também é reconhecido a importância da afetividade como âncora motivadora.

1.1 Contextualização e Justificativa

A pesquisadora deste trabalho exerce a função de professora de matemática na rede municipal de ensino uma cidade no interior do Estado de Santa Catarina, lecionando em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental.

Na escola onde se efetivou, o sistema de ensino adotado era o de ciclos, no qual as turmas são organizadas pela idade dos alunos, sendo a promoção automática. Esse sistema ficou em funcionamento entre o início do ano de 2000 até o fim de 2008.

Quando começou o ano letivo em 2008, a pesquisadora teve muitas expectativas em relação aos alunos e em poder colaborar com a aprendizagem deles, fornecendo os suportes necessários para que pudessem compreender melhor a matemática no mundo em que vivemos. Porém, quando ela realizou o levantamento dos conhecimentos matemáticos prévios dos alunos, percebeu que o caminho seria árduo, pois muitos deles apresentaram dificuldades conceituais básicas, desde a concepção do número.

Como sujeito ativo desse sistema, a pesquisadora pode observar pontos positivos como: trabalhar com alunos que possuem a mesma faixa etária, redução significativa de problemas com indisciplina e não ter alunos repetentes. Mas observou também pontos negativos: grande defasagem de conhecimento e principalmente acomodação por parte dos alunos, visto que sabiam da promoção automática.

A partir de 2009, o sistema de ensino voltou a ser seriado, com cobrança de conteúdos e atividades mínimas exigidas. Com a nova gestão na escola, abriu-se espaço para o diagnóstico da defasagem de aprendizagem.

No mês de março daquele ano (2009) foi realizada, pelos orientadores da escola, uma avaliação escrita nas Séries Finais do Ensino Fundamental, que visou o diagnóstico dos conhecimentos dos alunos nas disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa. Nas turmas em que a pesquisadora trabalhava (6º e 7º anos) verificou-se que dos 92 alunos: 5 apresentaram erros na escrita do próprio nome, 13 alunos estavam alfabetizados, mas, apresentando forte dificuldade na escrita e leitura; 47 não escreveu corretamente ou não compreendia números por extenso; 7 não compreendiam o algoritmo da adição; 35 não compreendiam o algoritmo da subtração; 46 apresentaram erros conceituais na realização de multiplicações; 82 alunos não compreendiam o algoritmo da divisão. E, de modo geral, todos os alunos apresentaram erros ou não fizeram a questão que envolvia interpretação de problemas matemáticos.

Diante desses resultados, a escola solicitou professores de apoio à Secretaria de Educação do Município. Foram disponibilizados dois profissionais: uma professora, com carga horária de 20 horas semanais, para a disciplina de Matemática e outra alfabetizadora com a mesma carga horária.

Com o objetivo de melhor acompanhar o trabalho realizado pelos professores das escolas municipais, a Secretaria de Educação do Município solicitou que cada professor deixasse, no setor de orientação da escola, uma cópia de todas as atividades avaliativas realizadas com as turmas trabalhadas.

Ao término do primeiro semestre de 2009, foi aplicado novamente pela Secretaria Municipal de Educação, uma avaliação escrita, novamente com o objetivo de diagnóstico. Essa avaliação envolveu conteúdos de todas as disciplinas, do 2º ano ao 9º ano. Cada série/ano teve sua avaliação composta por 40 questões objetivas de múltipla escolha (a, b, c, d), sendo 7 de Matemática, 7 de Língua Portuguesa, 5 de História, 5 de Geografia, 5 de Ciências, 5 de Inglês, 3 de Artes e 3 de Educação Física, elaboradas com base no conteúdo programático de cada série/ano. Na disciplina de matemática, mais especificamente nas turmas em que a pesquisadora leciona, constatou-se uma média de acerto de 2,33 por aluno, isso corresponde a um acerto de 33,32%.

O IDEB (Índice de Desenvolvimento Escolar Brasileiro) dessa escola em 2007 foi de 4,4 nos anos iniciais e 4,0 nos anos finais. Apesar de esses índices estarem acima da média nacional, 4,2 e 3,8 respectivamente, é possível observar por meio das avaliações realizadas, que o grupo escolar dessa unidade apresentava vários problemas de aprendizagem do conteúdo em diversas disciplinas, inclusive na matemática. Essa situação é justificada pelo fato de que o IDEB é calculado a partir da nota da “Prova Brasil” e do Índice de Aprovação da Unidade de Ensino. Logo, mesmo que a nota da Prova Brasil seja baixa, mas o Índice de Aprovação for alto ou de 100%, a média que resulta no IDEB será razoável.

Nesta investigação, a pesquisadora busca alcançar a união de dois desafios: um é a vontade incondicional de auxiliar seus alunos na compreensão dos conteúdos matemáticos e o outro, a oportunidade de saber melhor como ocorre essa compreensão.

1.2 Direcionamentos da Pesquisa

O anseio por esta pesquisa reflete na vivência profissional da pesquisadora, ou seja, com muitos momentos em sala de aula repletos de preocupação e inquietação por não ver progresso em alguns alunos com relação a conteúdos, competências e habilidades. A partir dessa insatisfação, surgiu o seguinte problema de pesquisa:

- É possível superar as dificuldades conceituais básicas da matemática, com alunos do 8º ano, utilizando a Teoria dos Campos Conceituais como subsídio?

Dada à amplitude do problema, foram necessárias questões mais específicas, que contribuíssem para a compreensão do foco da pesquisa. São as questões de pesquisa:

- Quais os conhecimentos prévios, dos alunos em estudo, sobre os Campos Conceituais Aditivos e Multiplicativos?
- Que situações favorecem a construção do conhecimento dos alunos e respondem aos objetivos da pesquisa e dos conhecimentos prévios dos mesmos?
- Como os alunos utilizam os conhecimentos matemáticos durante o desenvolvimento das atividades (explicitação dos conhecimentos-em-ação)?

A partir deste delineamento, apresenta-se os objetivos desta pesquisa.

Objetivo Geral

Compreender como a Teoria dos Campos Conceituais pode contribuir para a (re)construção do conhecimento sobre os conteúdos básicos da matemática dos alunos com defasagem escolar.

Objetivos Específicos:

- Identificar os conhecimentos prévios dos alunos frente a situações que exigem em suas soluções conceitos dos Campos Conceituais Aditivos e Multiplicativos;
- Comparar o conhecimento prévio dos alunos com aquele previsto pelos PCN's, de modo a identificar a defasagem;
- Avaliar situações que favoreçam a (re)construção do conhecimento dos alunos;

- Analisar como evoluem os conhecimentos matemáticos dos alunos explicitados durante o desenvolvimento das atividades.

1.3 Estrutura da Dissertação

Nesta Introdução foi definido os pressupostos dessa pesquisa, alinhavados a partir do problema: É possível superar as dificuldades conceituais básicas da matemática, com alunos do 8º ano, utilizando a teoria dos Campos Conceituais como subsídio?

No capítulo a seguir, discorre-se sobre a importância de se buscar uma aprendizagem mais efetiva, voltando o olhar sobre as dificuldades e necessidades de cada aluno. Para tanto, esta pesquisa guia-se na perspectiva da Teoria de Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel e na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud. Neste item também se encontra uma concisa revisão bibliográfica realizada em livros, periódicos, web, dissertações e teses da área de Educação Matemática, referentes a outros trabalhos que apresentam um estudo referente aos problemas de aprendizagem escolar e/ou buscaram a Teoria dos Campos Conceituais como subsídio teórico para o ensino.

Na metodologia de pesquisa, terceiro capítulo, apresenta-se o percurso da pesquisa: a abordagem assumida, os participantes, os instrumentos de coleta de dados, bem como a descrição da metodologia desenvolvida nas aulas e a análise dos dados obtidos durante o processo, juntamente com a avaliação da proposta.

No quarto capítulo, destinado às considerações finais, faz-se uma reflexão referente aos conhecimentos construídos, levando em conta o objeto estudado, as informações coletadas e a análise dos resultados ao longo do trabalho realizado e às contribuições que esses conhecimentos podem trazer para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

2. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Historicamente a escola é vista como um ambiente onde o professor ensina e o aluno aprende, porém a relação de ensino/aprendizagem não é tão simples. E, com o número crescente de crianças e adolescente nas escolas, devido à lei n^{o} 8.069, de 13 de julho de 1990, art. 55, a sociedade escolar vem vivenciando diversos impasses em relação à aprendizagem de seus educandos.

Para ensinar é preciso entender como as pessoas aprendem, ou seja, quais os mecanismos que elas desenvolvem quando constroem o conhecimento. Questões acerca do tema aprendizagem têm sido discutidas desde muito tempo. Teóricos como Jean William Fritz Piaget (Neuchâtel, 9 de agosto de 1896 - Genebra, 16 de setembro de 1980), Lev Semenovitch Vygotsky (Orsha, 17 de Novembro de 1896 - Moscou, 11 de Junho de 1934) e David Paul Ausubel (Nova Iorque, 25 de outubro 1918, - 9 de julho de 2008), dedicaram parte de suas vidas tentando decifrar as variáveis referentes a este tema, indo além do foco de behaviorismo ou comportamentalismo de Burrhus Frederic Skinner (Pensilvânia, 20 de Março de 1904 - Cambridge, 18 de Agosto de 1990), que focalizava em seus estudos estímulos e respostas, além de reforço positivo e negativo.

Neste capítulo, são apresentadas as teorias que alicerçam esta pesquisa. De um lado, David Paul Ausubel, que nasceu na cidade de Nova Iorque nos Estados Unidos. Estudou medicina e psicologia na Universidade da Pensilvânia e de Middlesex. Após sua formação acadêmica, resolveu dedicar-se à Educação no intuito de buscar as melhorias necessárias ao verdadeiro aprendizado, visto que cresceu insatisfeito com a educação que recebera, devido aos castigos e humilhações pelos quais passara na escola. Durante essa busca, torna-se um representante do cognitivismo e propõe uma aprendizagem significativa, processo no qual onde as informações armazenadas integram-se ao âmbito mental do indivíduo, podendo ser manipuladas e utilizadas no futuro.

Integrando-se ao o estudo da tentativa de compreensão das dificuldades na construção de uma aprendizagem, encontra-se uma nova teoria que busca propiciar uma estrutura às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, com abordagem nas aprendizagens científicas e técnicas, a teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (França, 1933). Esta surge como fruto de um trabalho realizado na década de 1970, com professores, grupo de matemática e direção da Escola Ativa Bilíngue. Vergnaud, atualmente, exerce a função de diretor emérito de estudos no Centro

Nacional de Pesquisas Científicas (CNRS) em Paris. Com formação inicial em psicologia, foi orientando de doutorado e discípulo de Jean Piaget, o que lhe permitiu ampliar o foco piagetiano das operações lógicas gerais, para o estudo do funcionamento cognitivo do sujeito. Vergnaud tem seu foco no que se passa na sala de aula, principalmente pelos conteúdos do conhecimento.

Com o intuito de conhecer outros trabalhos em Educação Matemática que trataram das dificuldades de aprendizagem, apresenta-se a seguir a revisão bibliográfica realizada durante a pesquisa.

2.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica "(...) *consiste na análise e síntese das informações, visando definir as linhas de ação para abordar o assunto ou problema e gerar ideias novas e úteis*." (BOAVENTURA, 2007, p.46). Aqui acontece a fundamentação através de trabalhos publicados na área, que auxiliaram na construção de pressupostos que forneceram parâmetros para a coleta e análise de dados, nos munindo de elementos já validados pela comunidade acadêmica, e indicando lacunas que poderão ser preenchidas pela pesquisa proposta.

Nesta revisão, foram pesquisados livros e pesquisas divulgadas em periódicos, dissertações, teses e artigos da *web*, que apresentaram um estudo referente aos problemas de aprendizagem escolar e/ou buscaram a Teoria dos Campos Conceituais como subsídio teórico para o ensino.

Existem diversos livros que discutem o tema "Dificuldades de Aprendizagem", todas eles com raízes na psicologia, voltando o olhar para as causas e identificação das dificuldades, propondo algumas possibilidades de tratamento, que na maioria das vezes exige um envolvimento do aluno, dos pais e da escola.

Os periódicos analisados foram: Bolema (Boletim de Educação Matemática), entre os anos de 1999 até 2008; Revista do Professor de Matemática, desde 1999 até 2009 e Zetetiké, entre 1998 até 2007.

Na revista Bolema foi encontrado um artigo, intitulado "Analisando o Rendimento de alunos das Séries Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio em Atividades Envolvendo Frações e Ideias Associadas", (MACIEL; CÂMARA, 2007) no qual os autores buscam identificar como se comporta o rendimento dos alunos em atividades de resolução de problemas que envolvem frações, em séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Este trabalho relaciona a maneira com que os conceitos pertinentes a esse conteúdo (frações) é trabalhado nas escolas, e os estudos de Kieren, Piaget e Vergnaud, apontando os pontos de vista destes autores em relação ao tema abordado.

Os dados foram derivados da aplicação de um questionário, composto por 10 questões, com enfoque nas ideias de fração, buscando variar o tipo de quantidade (contínua ou discreta), o registro de quantidade (figuras ou linguagem natural) e significado das frações (operador, parte-todo ou quociente). Os resultados apontaram para as concepções de frações que os alunos possuem e que os erros conceituais cometidos são causados pela concepção que possuem. Esse artigo contribui este estudo, no sentido de os sujeitos pesquisados apresentam dificuldades semelhantes.

Na Zetetiké, revista semestral da Faculdade de Educação da Unicamp, foram encontrados dois artigos. Um deles na primeira edição de 1998, intitulado "Professores que explicitam a utilização de formas de pensamento flexível podem estar contribuindo para o sucesso em matemática de alguns de seus alunos" (DAVID; LOPES, 1998, p. 31). As autoras oferecem uma análise das características do aluno de sucesso ou de fracasso em matemática, considerando fatores psicológicos e cognitivos. Essa pesquisa envolveu 35 licenciandos do curso de Matemática, com o objetivo de definir aluno sucesso e aluno fracasso, e 21 alunos da 5ª, 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental de uma escola pública.

Os resultados desse estudo apontam que a chave do sucesso está na maneira de que o professor conduz suas aulas, reforçando a necessidade de proporcionar a autonomia de pensamento, "*se o professor intencionalmente realizar um trabalho no sentido de desenvolver aquelas habilidades, ele poderá atingir um número mais significativo de alunos*" (op. cit., p.54).

O outro artigo encontrado, denominado "Metacognição em testes de respostas múltiplas" (PEQUENO, 1999), discursa sobre a experiência de introduzir itens de metacognição em um teste de múltipla escolha realizado com 257 alunos da 3ª série do Ensino Médio, com objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes em relação a algumas habilidades básicas da matemática.

Esse estudo, ao cruzar os itens de conteúdo com os de metacognição, permitiu identificar os motivos que levaram aos baixos resultados. Neste caso, observou-se que o motivo predominante é o fato dos alunos apenas memorizarem fórmulas, apresentando dificuldades de contextualizar.

Ambos os artigos, alertam para o fato do foco exclusivo de regras e fórmulas, nas aulas de matemática, influenciam no desempenho do aluno, ou seja, sugerem que seja o fator de fracasso escolar. O estudo aqui relatado compartilha desta concepção, priorizando atividades que desenvolvam o pensamento autônomo do aluno e não apenas regras e modelos a serem seguidos.

Na Revista do Professor de Matemática também foram encontrados dois artigos. Um deles, publicado no terceiro quadrimestre de 1998 e intitulado "A matemática na escola: alguns problemas e suas causas", (MARKARIAN, 1998, p.23), apresenta problemas e situações específicas da aprendizagem matemática no final do ciclo escolar.

O autor dedica-se a explicar e exemplificar os vários fatores que levam aos problemas da aprendizagem matemática, entre eles: abstração, linguagem, símbolos, padrões, sistema educacional, prestígio do saber matemático e os temores que gera, memorização, uso de lógica, conceitos e caráter cumulativo. Esta pesquisa vem contribuir com esse estudo, no sentido de alertar sobre os diversos problemas da aprendizagem matemática, facilitando a identificação de cada um deles para então buscar superá-los.

O outro artigo intitula-se "A crise no ensino de Matemática no Brasil", (DRUCK, 2004). A autora, que é presidente da Sociedade Brasileira de Matemática, divulga os resultados de uma análise sobre o ensino da matemática realizada pela SBM (Sociedade Brasileira de Matemática).

Segundo a autora, "*A questão principal a ser enfrentada é a baixíssima qualidade do ensino básico, principalmente das escolas públicas, onde estuda a maioria dos brasileiros*." (op. cit., p. 1), acrescenta ainda, que esses dados são consequências da má formação e das condições "perversas e desmotivantes" (op. cit., p. 2) de trabalho dos professores, principalmente da rede pública. Essa pesquisa expõe que os problemas do ensino da matemática não são apenas da cidadezinha do interior de Santa Catarina, mas é sim um problema nacional, compartilhado por inúmeros alunos/professores/escolas.

Na *Web*, foi encontrado um trabalho interessantíssimo de Gabriela dos Santos Barbosa e de Tânia Campos, denominado "Jogos dos retângulos para a construção dos conceitos de número primo e composto", apresentado no IX ENEM. As atividades propostas pela dupla foram elaboradas e analisadas de acordo com a TCC e aplicadas com alunos de uma turma de 5ª série de uma escola particular do Rio de Janeiro. Esse trabalho contribuiu com a sugestão de atividade e como referencial para a análise dos dados.

Foram consultadas dissertações de mestrado e teses de doutorado, relativas à Educação Matemática. Foram analisadas as que foram produzidas/defendidas entre 1976 e 2002 na Faculdade de Educação da UNICAMP, todas as produzidas no Brasil entre 2002 até 2006 e todas as dissertações produzidas pelo Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da PUC-RS. Das diversas dissertações e teses analisadas, seis discutem o tema em questão.

Três dissertações trazem a linguagem matemática como a grande vilã das dificuldades de aprendizagem nesta disciplina. Uma dela, intitulada “Dificuldades de ensino e de aprendizagem do conhecimento matemático: analisando a linguagem empregada por professores e alunos” (MAZZEI, 2004), analisa respostas de um questionário de múltipla escolha, aplicados em alunos do 1º ano do Ensino Médio, envolvendo questões de interpretação da linguagem matemática. Os resultados obtidos levam a uma reflexão a respeito da compreensão dos alunos sobre a linguagem adotada na prática docente e os cuidados que os professores devem ter com o uso da linguagem.

Outro estudo, denominado “Dificuldades de alunos com a Simbologia Matemática” (MODEL, 2005), também aborda a questão da linguagem matemática, mais especificamente na representação, ou seja, na simbologia. Os sujeitos da pesquisa foram alunos de aproximadamente 15 anos que estudam em uma turma com 37 alunos do Ensino Médio. A autora assistiu às aulas de matemática, acompanhou o resultado do teste e realizou entrevistas. Esse estudo sugere que as dificuldades de aprendizagem apresentada pelos alunos do Ensino Médio são oriundas dos conceitos do Ensino Fundamental não satisfatoriamente compreendidos.

A terceira dissertação que traz a linguagem como dificuldade na aprendizagem da matemática, intitula-se “Dificuldades de alunos do Ensino Médio em questões de Matemática do Ensino Fundamental” (SILVA, 2006). A pesquisa foi realizada com 150 alunos do 2º e 3º anos do Ensino Médio, selecionados aleatoriamente. Esse estudo discute as possíveis causas do erro em Matemática, relacionando com fatores como: a linguagem matemática, aprendizagem mecânica e ensino descontextualizado. Para a autora, a Matemática é repleta de símbolos e regras e se apresenta com uma linguagem própria, que apenas adquirem significados diante de um contexto. Os alunos demonstram domínio dessa linguagem quando conseguem ler, escrever e se comunicar por meio dela.

Essas pesquisas contribuem com o estudo aqui presente, no sentido de fornecerem subsídios teóricos que auxiliaram a prática desse estudo. A linguagem é fundamental para proporcionar uma aprendizagem significativa num determinado campo conceitual.

Outras duas dissertações utilizaram a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud como fundamento à unidade de aprendizagem que aplicaram. A primeira (JUSTO, 2004) se intitula "Mais... ou Menos? A construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas". Esta pesquisa tem como objetivo compreender os esquemas que os alunos utilizam na construção da subtração no campo conceitual das estruturas aditivas.

Participaram do estudo 22 alunos da 2ª e 3ª série do Ensino Fundamental. Os sujeitos foram confrontados com situações-problemas do campo conceitual aditivo e, verificou-se que ao construírem os significados dessas operações, as crianças foram elaborando esquemas mais avançados, o que aponta uma evolução na compreensão dos conceitos, principalmente da subtração.

A segunda pesquisa que buscou suporte na TCC é intitulada "Atividades interativas como geradoras de situações no campo conceitual da matemática" (BINI, 2008). Nesta pesquisa buscou-se analisar como uma metodologia de ensino, fundamentada na teoria de Vergnaud, pode contribuir para uma construção significativa do conhecimento em alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, no conteúdo de números inteiros.

Dando continuidade a revisão bibliográfica, verifica-se uma tese defendida em 2006, intitulada "Obstáculos na Aprendizagem Matemática: identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais" (GOMES, 2006). Essa pesquisa buscou identificar os obstáculos epistemológicos e didáticos que permearam a aprendizagem matemática em estudantes do curso de pedagogia, através de pré-teste, intervenção de 30 horas e pós-testes sobre conteúdos básicos da matemática.

Esta última pesquisa traz implicações importantes para o trabalho aqui descrito, pois compartilha da mesma concepção de que o professor exerce papel fundamental na sala de aula.

2.1 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA (TAS)

A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel é uma teoria cognitivista assim como os estudos de Piaget e Vigotsky. Preocupa-se em estudar os mecanismos internos da mente humana, tendo como conceitos-chave *aprendizagem significativa e mudança conceitual*.

O cognitivismo de Ausubel se propõe a estudar o ato da cognição, ou seja, estudar como ocorre o desenvolvimento intelectual, por meio dos processos de aprendizagem e de aquisição de conhecimento. De maneira mais simples, a cognição pode ser entendida como a forma que o cérebro percebe, aprende, recorda e reflete sobre toda informação captada através dos cinco sentidos humanos (olfato, paladar, tato, visão e audição).

> Quando se fala em aprendizagem segundo o *construto cognitivista*, está se encarando a aprendizagem como um processo de armazenamento de informação, condensação em classes mais genéricas de conhecimentos, que são incorporados a uma estrutura na mente do indivíduo, de modo que esta possa ser manipulada e utilizada no futuro (MOREIRA; MASINI, 2009, p.13, grafo do autor).

Dessa forma, é possível entender a aprendizagem como uma habilidade de organização de informações na estrutura cognitiva do indivíduo e é este processo que precisa ser desenvolvido. A teoria da aprendizagem de Ausubel se propõe a compreender como o ser humano constrói significados, permitindo assim, apontar caminhos para a criação de estratégias de ensino que contribuam para uma aprendizagem significativa.

2.2.1 Aprendizagem Significativa

A Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 1980) é o processo pelo qual há uma incorporação de um novo conhecimento à estrutura cognitiva do sujeito, de modo não arbitrário e não literal, constituindo-se em um esforço deliberado para ligar o novo conhecimento a conceitos de ordem superior, mais inclusivos, já presentes na estrutura cognitiva.

Para que ocorra uma aprendizagem significativa é necessário que a nova informação se relacione com uma estrutura de conhecimento, definida por Ausubel como “subsunçor”. Segundo Moreira e Masini (2009, p. 17) “*A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em subsunçores relevantes pré-existentes na estrutura cognitiva de quem aprende.*”. Um subsunçor pode ser um conceito, proposição ou símbolo, armazenado de acordo com as experiências prévias do aprendiz.

O indivíduo aprende quando consegue relacionar a nova informação aos conceitos que já estão guardados em sua estrutura cognitiva. Esse conhecimento anterior resultará em um "ponto de ancoragem" onde as novas informações irão encontrar um modo de se integrar a aquilo que o indivíduo já conhece. E, quanto mais “pontes” ele estabelecer entre um conceito pré-existente e o “novo”, mais relevante e inclusivo o conceito se torna. Consequentemente, esse subsunçor se torna mais elaborado e mais capaz de ancorar novas informações.

> Novas ideias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem para novas ideais e conceitos. (MOREIRA e MASINI, 2009, p.14).

Essa experiência cognitiva não influencia apenas a forma que a nova informação será recebida. Apesar da estrutura prévia, orientar o modo de assimilação das novas informações, ela também influencia os conceitos já armazenados na estrutura cognitiva, resultando numa interação evolutiva entre significados preexistentes e novos.

Esse mecanismo é muito presente na aprendizagem matemática. Por exemplo, na aprendizagem da subtração, o indivíduo somente compreende o processo desta operação quando a relaciona com a estrutura cognitiva onde estão armazenados os conceitos da adição. O mesmo ocorre posteriormente com a multiplicação e com os demais conceitos matemáticos.

Assim, o desenvolvimento cognitivo é um processo dinâmico, pois há interação constante entre novos e velhos significados, e ordenado, visto que proporciona uma estrutura cognitiva cada vez mais organizada hierarquicamente, na qual conceitos e proposições mais gerais são seguidos de conceitos menos inclusivos (MOREIRA, 2006, p. 40; MOREIRA e MASSINI, 2009, p.17-18). Esse processo de associação de informações inter-relacionadas denomina-se Aprendizagem Significativa.

2.2.2 Aprendizagem Mecânica

Para compreender a teoria da aprendizagem significativa, é vital definir sob o olhar ausubeliano o que é a aprendizagem mecânica.

A Aprendizagem Mecânica é a aprendizagem na qual uma nova informação relaciona-se pouco ou nada com os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, sendo então armazenada de maneira arbitrária. Este tipo de aprendizagem se faz necessária quando, por exemplo, a aprendizagem envolve um conceito totalmente novo para o aprendiz. Mas no momento em que é mecanicamente assimilada, ela passa a se integrar ou criar novas estruturas cognitivas.

Para Ausubel a aprendizagem mecânica não é contrária da aprendizagem significativa, e sim, uma continuidade (MOREIRA e MASINI, 2009). O mesmo ocorre com a aprendizagem por recepção (o que deve ser aprendido é apresentado ao aprendiz em sua forma final) e a aprendizagem por descoberta (onde conteúdo deve ser descoberto pelo aprendiz). Ausubel (1980) defende que ambas as aprendizagens podem ser significativas ou não.

2.2.3 Práticas que auxiliam na formação de conceitos

Com o intuito de facilitar ao indivíduo a criação de significados Ausubel propõe algumas alternativas. A primeira delas é buscar questões e problemas que sejam novidade para o aprendiz e exijam transformação das estruturas cognitivas pré-existentes. Neste caso, é indicado dispor do uso de organizadores prévios, que tem como função principal servir de ponte entre o que o indivíduo já sabe e o que ele deve saber, denominados por Moreira e Masini (2009) de “pontes cognitivas”. Ou seja, são elementos usados para “ativar” os subsunçores relevantes à nova informação, facilitando a aprendizagem (Figura 1). Porém, é importante salientar que de acordo com a Teoria de Ausubel (MOREIRA e MASINI, 2009, p. 23) “(...) *não se pode esperar que os organizadores facilitem a aprendizagem de informações “sem significado”, e sim de materiais potencialmente significativos.*”.

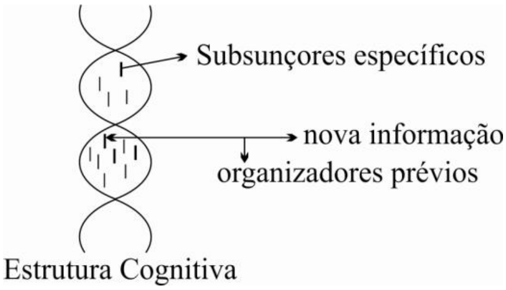


Figura 1 – Estrutura Cognitiva

Outra alternativa, é solicitar ao aprendiz que identifique os elementos dos conceitos e proposições envolvidas em ideias distintas porém relacionadas. Por exemplo, na matemática, solicitar que o aprendiz diferencie 3x4 de 4x3. É muito comum ouvir educandos e em alguns casos até mesmo de educadores dizerem que 3x4 e 4x3 são a mesma coisa; resposta que indica falta de compreensão do significado desta operação e da própria simbologia. Segundo a definição de Caraça (2000, p. 17-18), 3x4=3+3+3+3, onde o algarismo 3 denomina-se multiplicando e o algarismo 4 denomina-se multiplicador. Na operação seguinte, os algarismos trocam de papéis e, portanto 4x3 = 4+4+4. O resultado final tem o mesmo valor, mas os conjuntos aos quais representam são diferentes.

Ausubel, também, sugere que se proponha ao aprendiz atividades sequencialmente dependentes, isto é, para desenvolver a atividade seguinte é necessário que o aprendiz tenha domínio dos conceitos e proposições da atividade anterior.

2.2.4 Condições para que ocorra uma Aprendizagem Significativa

Para que ocorra uma Aprendizagem Significativa é preciso haver um conteúdo mínimo na estrutura cognitiva do indivíduo, isto é, subsunçores específicos que possam suprir as necessidades relacionais da nova informação. Esta é a ideia principal da teoria de Ausubel. Para ele, o fator mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o indivíduo já sabe, isto é, aquilo que já está gravado em sua estrutura cognitiva, os conceitos pré-existentes.

> Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influência a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigúe isso e ensine-o de acordo. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 8).

Em segundo lugar, é fundamental que o aprendiz apresente uma disposição para relacionar a nova informação e não para simplesmente memorizá-la mecanicamente, muitas vezes até simulando uma associação. Ou seja, o aprendiz tem que se propor a aprender.

> A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação é adquirida através do esforço deliberado por parte do aluno de relacionar a nova informação com os conceitos ou proposições relevantes preexistentes na estrutura cognitiva. (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1980, p. 133).

Em terceiro lugar, o material a ser aprendido deve ser potencialmente significativo, não arbitrário e não literal em si. Desta forma, as novas aprendizagens poderão buscar significados adicionais aos signos e símbolos preexistentes, bem como novas relações entre os novos conceitos adquiridos com os preexistentes (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

2.2.5 Estágios e Tipos da Aprendizagem Significativa

A aprendizagem significativa pode ser dividida em três estágios: aprendizagem representacional, aprendizagem conceitual e a aprendizagem proposicional.

A aprendizagem representacional é uma associação básica de símbolos (como por exemplo, a atribuição de um som para um caractere linguístico). Na aprendizagem de conceitos, mais abrangente que a representacional, é possível a formulação de conceitos como, por exemplo, de um algarismo. E, a aprendizagem proposicional promove a integração de diversos conceitos e símbolos para auxiliar na compreensão de uma ou mais ideias.

Exemplo disso na matemática ocorre na compreensão do significado e na aplicação da operação adição, para isto é necessário que o indivíduo tenha em sua estrutura cognitiva conceitos pré-existentes, como: o sistema de numeração, as classes numéricas (unidade, dezena e centena), a igualdade, compreenda os conceitos de parte e de todo.

Os novos conhecimentos que são adquiridos por um indivíduo serão assimilados aos que ele já tem em sua estrutura cognitiva, por um processo conhecido por Assimilação. Podemos observar um exemplo disso no ensino da operação da subtração. Para aprender o novo conceito, é necessário ter os conhecimentos prévios da operação adição, para que assim a nova informação potencialmente significativa possa ser assimilada pelo conceito (subsunçor) presente na estrutura cognitiva do aprendiz. A partir de então, se tem um resultado que também altera os conceitos prévios do indivíduo. Portanto, é na integração mental ordenada de ambos que irá acontecer, efetivamente, a Aprendizagem Significativa.

Uma vez que ocorra a Assimilação, os dois conceitos não podem mais serem desassociados, pois passam a se integrar definitivamente como subsunçor. Por exemplo, uma vez que um indivíduo incorpore o conceito de potenciação ao de multiplicação, ele irá sempre relacioná-los. Desde modo, as informações são integradas na estrutura cognitiva de uma forma simples e mais fácil do que se cada informação fosse armazenada separadamente.

A aprendizagem significativa pode ser também: subordinada, superordenada e combinatória. Aprendizagem significativa subordinada ocorre quando a nova informação incorporada ao subsunçor o modifica.

Aprendizagem significativa superordenada, ocorre quando a nova informação é extensa demais para ser assimilada por um subsunçor que já existe. Então, a nova informação incorpora-se a estrutura cognitiva, tornando-se um subsunçor mais elaborado e, este por sua vez, passa a assimilar aquele subsunçor já existente. Por exemplo, a radiciação é um conceito mais complexo que o de soma e de multiplicação. Porém, algumas vezes o aprendiz pode incorporar mecanicamente o conceito de potenciação e, posteriormente, vir a assimilar os outros dois.

Aprendizagem significativa combinatória ocorre quando a nova informação não é satisfatoriamente ampla para absorver os subsunçores, como ocorre na superordenada, mas, em compensação, é extremamente abrangente para ser absorvida por eles. Desta maneira, ela passa a se associar de modo independente aos conceitos já existentes. Um exemplo é o estudo da trigonometria, pois este tema envolve diversos conceitos, desde equações, retas, figuras planas, triângulos, ângulos, medidas, até razões e proporções. A nova informação (trigonometria) não é incorporada aos conceitos citados e, tão pouco, os absorve, mas relacionam-se entre si de modo independente.

A aprendizagem representacional possui geralmente assimilação subordinada. A conceitual pode ser subordinada, tem uma tendência maior a ser superordenada e com menor frequência combinatória. Já uma aprendizagem proposicional tende a ser mais combinatória ou superordenada.

Quando a aprendizagem representacional é predominantemente subordinada, ocorre a Diferenciação Progressiva. Onde uma informação original vai sendo pouco a pouco detalhada e aprofundada, crescendo conforme são feitas as assimilações subordinadas, resultando em um processo de análise.

Em uma aprendizagem de característica combinatória ou superordenada os conceitos originais formam associações entre eles, ligando-se de um modo que permite sua expansão em síntese, ou seja, ocorre uma Reconciliação Integrativa.

A Aprendizagem Significativa traz ao universo dos educadores outra visão além daquela de que os alunos são máquinas que devem ser preenchidos com o máximo de conteúdos, muitas vezes supérfluos. O seu ponto principal está em transmitir a necessidade de se utilizar ferramentas que acelerem o processo criativo de aprendizagem, isto é, que consiga transformar os conceitos que toda pessoa é portadora, em conhecimento.

2.2.6 Papel pedagógico do Professor

Ausubel (1980) sugere que a estrutura cognitiva deve ser instigada substantivamente por meio de materiais educativos e estratégias de ensino que auxiliem na conexão e na unificação de conceitos. Dessa forma, o papel pedagógico do educador envolve no mínimo quatro partes:

1. Apresentar os conteúdos por meio da organização sequencial. Ou seja, organizar as informações de determinado assunto levando em consideração o grau de dificuldade, para que possam apresentar uma maior chance de assimilação com os conceitos prévios.

2. A identificação dos subsunçores. Por exemplo, identificar os subsunçores dos conhecimentos que o indivíduo já possui sobre as ideias relacionadas à adição.

3. O reconhecimento do potencial significante do indivíduo, ou seja, o quanto suas estruturas cognitivas já estão consolidadas e o quanto o aluno pode aprender.

4. E, a aplicação de um processo de ensino que tenha como principal prioridade a integração dos conceitos de determinada matéria com os subsunçores prévios do aluno, de uma maneira que se obtenha uma Aprendizagem Significativa, e assim, criar um leque de opções de assimilação de informações que resulte na aprendizagem concreta.

Podemos aprender somente em base do que já sabemos. Por isso, David Ausubel, em sua teoria, defende a valorização da Estrutura Cognitiva do aluno através de métodos de ensino criativos que instiguem seu raciocínio para que haja a possibilidade de uma assimilação eficaz.

A figura 2 apresenta uma organização dos conceitos mais gerais da Teoria da Aprendizagem Significativa em um Mapa Conceitual.

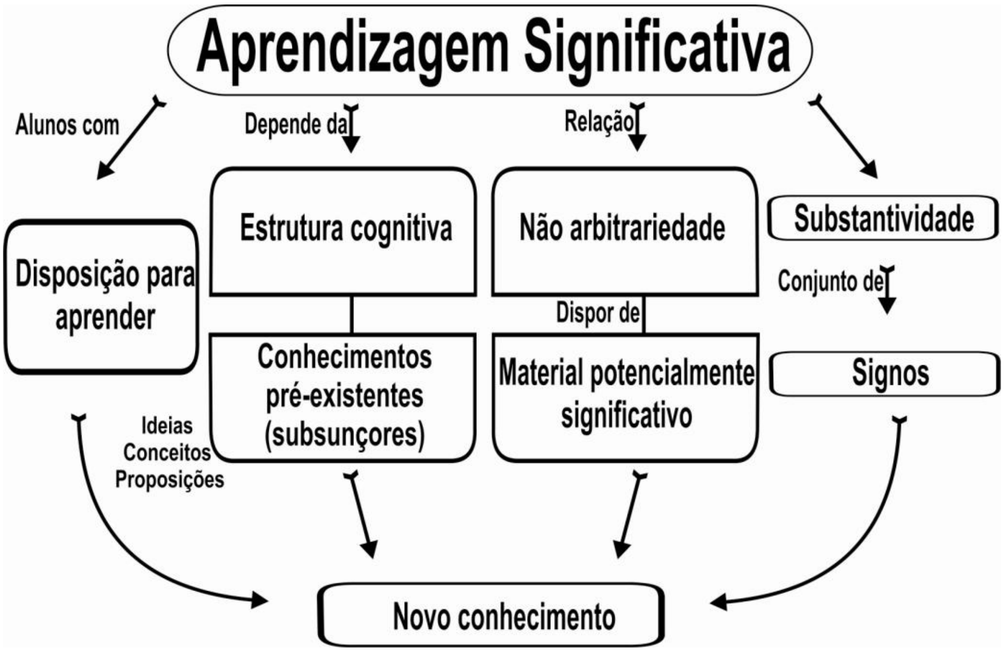


Figura 2 – Mapa Conceitual da AS de Ausubel
Fonte – A autora

2.3 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS (TCC)

Segundo Vergnaud (1993a) o objetivo da teoria dos Campos Conceituais é propiciar uma estrutura às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, com uma abordagem especial nas aprendizagens científicas e técnicas. Para ele, a conceitualização é a base, a estrutura do desenvolvimento cognitivo. Nesse sentido, Moreira (2002) aponta a importância de a escola voltar a sua atenção para este foco, propondo situações de ensino que permita a análise conceitual dos esquemas empregados pelos estudantes.

A partir de estudos, Vergnaud acredita que o conhecimento está organizado em "gavetas" que ele define como campos conceituais. Vergnaud (1993a, p. 9) considera um campo conceitual como um conjunto de situações, problemas, relações, estruturas, conceitos e teoremas inter-relacionados.

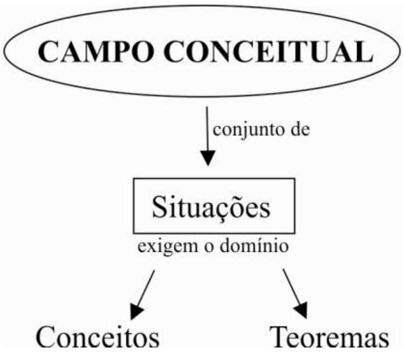


Figura 3 – Representação gráfica do conceito de Campo Conceitual

Por exemplo, para o campo conceitual das estruturas aditivas, um conjunto das situações poderia requerer uma adição, uma subtração, ou uma combinação dessas operações. O mesmo ocorre para as estruturas multiplicativas, cujo conjunto das situações pode requerer uma multiplicação, uma divisão, ou uma combinação dessas operações.

Vergnaud (ibid) toma como premissa que uma das vantagens dessa abordagem "(...) *é permitir a produção de uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser adotados em cada um deles.".*

Para que o indivíduo domine o conhecimento de um campo conceitual, é necessário tempo, experiência, maturidade e aprendizagem. As dificuldades conceituais são superadas na medida em que são encontradas e enfrentadas, portanto não acontece de uma só vez.

Desta maneira, Vergnaud em sua Teoria dos Campos Conceituais, amplia o foco piagetiano no desenvolvimento cognitivo em duas direções: 1) tem como referência o próprio conteúdo matemático; 2) desloca o interesse das estruturas cognitivas gerais do pensamento para o "sujeito em situação".

Neste contexto, são apresentados, a seguir, os conceitos ou palavras-chave da Teoria dos Campos Conceituais (TCC).

2.3.1 Conceitos

Para Vergnaud um conceito não pode ser reduzido à sua definição quando a prioridade é o ensino e a aprendizagem significativa. Um conceito somente adquire significado para o aluno, através da linguagem e dos símbolos envolvidos. Por exemplo, segundo Imenes e Lellis (2007, p.8), adição é uma "*Operação matemática que corresponde às ideias de juntar quantidades e de acrescentar uma quantidade a outra. A sentença 2 + 3 = 5 indica uma adição cujas parcelas são 2 e 3 e cujo resultado ou soma é 5.*". O aluno pode saber a definição de adição, mas não compreender seu significado ou ainda não conseguir transferi-lo para uma situação diferente daquela em que aprendeu.

Para tanto, Vergnaud (VERGNAUD, 1993a, p. 8) define conceito (C) como uma combinação de três conjuntos: 1) conjunto de situações (S) que dão sentido ao conceito (referência); 2) conjunto de invariantes operatórios (I) que são utilizadas para analisar e dominar as situações (o significado) e 3) conjunto de representações simbólicas (R) que são utilizadas para representar os invariantes (o significante).

$$\mathbf{C = (S, I, R)}$$

Um conjunto de situações do campo conceitual das operações aditivas poderia ser composto de diversas atividades propostas aos estudantes, todas exigindo que ele soubesse somar, mas cada uma utilizando uma característica diferente.

Por exemplo, nos problemas abaixo:

1) Na Páscoa, João recebeu a visita de três amigos. Todos combinaram se encontrar novamente na ceia de Natal. Para quantas pessoas será servida essa ceia?
2) Maria pretende viajar nas férias de fevereiro, pois recebeu um bônus de R$200,00 no seu ordenado de dezembro, que era de R$500,00. Quanto recebeu Maria pelo seu trabalho no mês de dezembro?

os invariantes operatórios são os conhecimentos-em-ação que os estudantes irão utilizar para dar sentido ao conceito de soma, em cada situação. A representação simbólica seria o sinal + para indicar, respectivamente, para as situações 1 e a 2, a operação soma e os números 3+1 = 4 e 200+500 = 700.

Moreira (2002, p. 10) acrescenta que *"(...) para estudar o desenvolvimento e uso de um conceito, ao longo da aprendizagem ou de sua utilização, é necessário* *considerar esses três conjuntos simultaneamente.".* Não é possível reduzir essa definição aos significantes nem às situações.

Segundo Vergnaud (1993) *"(...) é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança (...)"* (p. 1) e que esse processo é fundamental do ponto de vista psicológico, didático e da história das ciências.

2.3.2 Situações

O conceito de situação, tomado por Vergnaud (1993a), refere-se aos processos cognitivos e as respostas do sujeito que variam em função das "situações" com que ele se confronta, ou seja, tarefas ou atividades propostas ao sujeito. Dessa afirmação, ele extrai duas ideias:

1) a da variedade: um campo conceitual apresenta várias situações;
2) a da história: os conhecimentos dos alunos são construídos por situações que eles enfrentaram e dominaram (o que chamamos de conhecimento prévio).

As situações são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito, pois é através de uma variedade de situações que um conceito torna-se significativo. Porém, o sentido não está nas palavras nem nos símbolos, mas nas relações que fazemos com a nossa história. Os exemplos anteriores reforçam esta ideia.

O sujeito não se desenvolve aprendendo uma solução para cada situação, mas pela formação de conceitos operatórios que lhe permitem tratar diversas situações, inclusive situações diferentes daquelas já vistas.

2.3.3 Esquemas

Segundo Vergnaud (1993a, p. 2) *"(...) esquema é a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada.".* Para ele, é nos esquemas que se devem focar as pesquisas dos conhecimentos-em-ação do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória, o que ele denomina também de "invariantes operatórios". Muitos esquemas são evocados sucessivamente e até simultaneamente em uma nova situação para o sujeito.

Franchi (1999, p. 164) resume o conceito de esquema como, “(...) *a forma estrutural da atividade, à organização invariante da atividade do sujeito sobre uma classe de situações dadas.”*.

Segundo Vergnaud (1993a, p. 1-2), o conhecimento racional divide-se em duas classes. Na primeira classe temos o Conhecimento Operatório, assim denominado por haver competências necessárias ao tratamento imediato da situação, é um conhecimento amplamente automatizado, sendo dirigido por apenas um esquema.

Figura 4 – Representação gráfica do conceito de situação diante de um conhecimento operatório

Na segunda classe encontra-se o Conhecimento Não-operatório, onde o aluno não dispõe das competências necessárias para tratar a situação, necessitando de um tempo de reflexão e exploração, erros e acertos, para então, levá-lo ao sucesso ou fracasso. Para chegar à solução da situação, faz-se necessário a utilização de diversos esquemas, que podem ser combinados, descombinados e recombinados e, que geram descobertas.

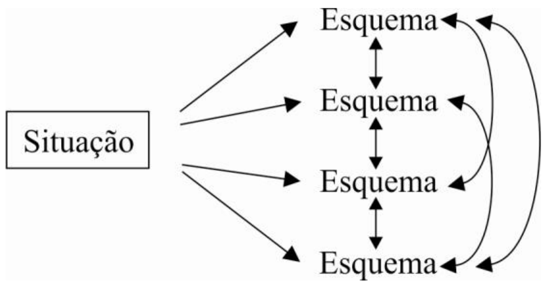


Figura 5 – Representação gráfica do conceito de situação diante de um conhecimento não-operatório

Os esquemas podem ser algoritmos ou um procedimento heurístico, este último pode não ser efetivo e nem sempre eficaz. Na aprendizagem da matemática existem diversos exemplos de esquemas, como o algoritmo da adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros.

Para Vergnaud (VERGNAUD, 1996) o conceito de esquemas agrega alguns ingredientes como: metas e antecipações, regras de ação, invariantes operatórias e possibilidades de inferência. A confiabilidade de um esquema faz com que o sujeito o automatize, porém não impede que o sujeito preserve o controle das condições sob as quais tal operação é ou não apropriada. Em resumo, todas as nossas ações são formadas por parte de automatismo e parte de decisão consciente.

Os esquemas são formados por “invariantes operatórios”, que constituem a base conceitual, isto permite obter informações conexas e, a partir delas e da meta a atingir, inferir as regras de ação mais pertinentes para abordar numa determinada situação. Os invariantes operatórios designam-se pelas expressões “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação”. O reconhecimento dos invariantes operatórios é a chave que permite ao sujeito generalizar o esquema.

2.3.4 Invariantes Operatórios

Os invariantes operatórios determinam as diferenças entre um esquema e outro, pois são seus constituintes essenciais, passando a ser o principal objeto de estudo nesta pesquisa. Eles representam as atitudes, as escolhas estratégicas que o sujeito utiliza diante de uma situação e variam de acordo com os conhecimentos prévios que o sujeito possui. Desta forma, as expressões “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação” são componentes dos invariantes operatórios e constituem os conhecimentos que fazem parte dos esquemas.

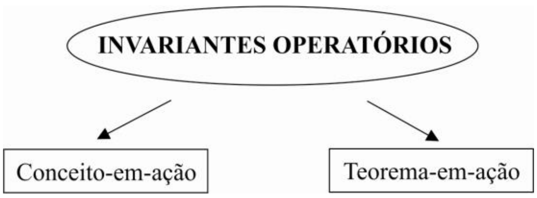


Figura 6 – Representação gráfica do conceito de Invariantes Operatórios

Teorema-em-ação designa-se a uma proposição dita como verdadeira sobre o real. Conceito-em-ação é um objeto, um predicado ou uma categoria de pensamento tida como pertinente que possuem validade em várias situações, são eles que formam os teoremas-em-ação, porém dificilmente consegue ser explicitada pelo aprendiz (VERGNAUD, 1993a).

Figura 7 – Representação gráfica do conceito de Invariantes Operatórios

Um exemplo de teorema-em-ação ocorre quando o aluno é confrontado com uma situação como a seguinte: O consumo de arroz é, em média, 5kg por semana para 15 pessoas. Qual a quantidade de arroz necessária para 60 pessoas durante 14 dias? Resposta de um aluno: 4 vezes mais pessoas, 2 vezes mais dias, 8 vezes mais arroz; logo, 5 x 8 = 40kg.

Segundo Vergnaud há um teorema implícito na cabeça do aluno que entra em ação quando busca a solução de problemas, neste caso, 4 vezes mais pessoas, 2 vezes mais dias, 8 vezes mais arroz; logo, 5 x 8 = 40kg. O mesmo aplica-se a conceitos-em–ação, neste caso, ainda que o aluno pode não reconhecer, ele possui o conceito proporcionalidade, que pode assumir outro "conceito" para ele. Portanto, os invariantes operatórios direcionam o reconhecimento pelo sujeito dos elementos pertinentes da situação e a apreensão da informação sobre a situação em questão.

2.3.5 Papel do Professor na Teoria dos Campos Conceituais

O papel do adulto na educação das crianças não está somente em criar contextos que estimulem e propiciem a aprendizagem efetiva, mas está, também, em seu comportamento servir como exemplo a ser seguido pelos mais novos. É nos gestos, palavras, hábitos e atitudes dos pais que vai se formando o caráter do filho. Os pais ao chamarem a atenção de seu filho a um objeto, ao o estimularem a realizar uma determinada ação ou ao lhe fazerem comentários verbais, mesmo que estes ainda não compreendam, estão ajudando-lhes em seu desenvolvimento.

A função do educador é exatamente semelhante a dos pais: mediar, fornecer desafios que instiguem o raciocínio, zelar para que as informações sejam compatíveis ao nível intelectual das crianças e dos jovens e fornecer ferramentas que auxiliem na aprendizagem.

Vergnaud faz um olhar mais incisivo e esclarece ao mundo científico qual a real função dos educadores. Segundo ele, é função do professor identificar quais conhecimentos explícitos dos alunos e quais os que eles usam corretamente, mas não conseguem explicitar. Vergnaud reforça que é a análise das situações matemáticas e o estudo da conduta do aluno, quando confrontado com essas situações, que nos permitem analisar sua competência.

Segundo a TCC, deve-se primeiramente identificar os conhecimentos prévios do aluno e detectar quais as suas dificuldades na assimilação do conteúdo. Para depois analisar em três aspectos a competência do mesmo.

O primeiro aspecto refere-se à análise do acerto e erro, sendo considerado competente aquele que acerta. O segundo, é analisar o tipo de estratégia utilizada, podendo alguém ser mais competente que outro, devido sua resolução ser mais econômica, mais rápida ou mais elegante. Por fim, análise da capacidade de escolher o melhor método para resolver um problema dentro de uma situação particular.

Deste modo, muitas vezes é de fundamental importância desestabilizar os conhecimentos prévios do aluno para que ele possa compreender novos conceitos e assim, formar novas concepções a partir do que lhe é determinado pelo professor.

Também é papel do professor despertar o interesse do aluno. E, para se interessar, o aluno precisa encontrar sentido no conteúdo que lhe é ensinado. Vergnaud (S.D., p. 14-15) acredita que a questão do sentido se distingue em três planos:

1) Atividades significativas, tais como: concretas e tecnológicas, de exploração e experimentos científicos ou ainda atividades sócio-econômicas do dia-a-dia.
2) Propor ao aluno uma questão verdadeira, mediando o grau de dificuldade (nem muito difícil, nem muito fácil).
3) Inserir o conteúdo num projeto. Isto é, trabalhar de forma global, tanto do ponto de vista cultural, como do ponto de vista profissional.

Desta forma, o mediador deve fornecer suporte de diversos aspectos para que o indivíduo possa adquirir os conhecimentos essenciais para desempenhar seu papel na sociedade.

2.3.6 A Importância da Linguagem para o Pensamento

A linguagem e seus componentes são de vital importância para o desenvolvimento de conhecimentos, pois é a partir dela que assimilamos tudo o que nos cerca. Para as crianças tudo o que ouvem e veem colabora para o desenvolvimento de seu intelecto, sejam sons ou gráficos, diagramas, esquemas, símbolos, entre outros. Enfim, são diversas as maneiras como a linguagem propicia a formação do pensamento.

São diversas as formas que o professor pode estimular seus alunos a recordarem um assunto valioso para a realização de uma atividade. Seja por meio de imagens, perguntas, ressaltando o significado de uma palavra ou discursando sobre um fato, enfim, ao estarem fazendo comentários que ativem o raciocínio e que o auxiliem o aluno a organizar seu pensamento, selecionando as informações necessárias e transformando-as para que possam simplificar a atividade proposta pelo professor.

A atividade lingüística do professor serve para que o aluno organize suas competências em sua estrutura cognitiva e assim possa assimilar novos conhecimentos. A principal relação entre linguagem e pensamento está na interatividade entre ambos. Por exemplo, em enunciados científicos existem diversos objetos que se ligam a outras informações em nosso intelecto e desta forma são criados esquemas que ativam nossa memória, esclarecendo a informação chave pra a resolução de um problema.

Na teoria dos campos conceituais (Vergnaud, 1993a) a linguagem possui função empírica e teórica, sendo vital para a identificação dos invariantes operatórios (objetos, propriedades, relações e teoremas), para o raciocínio, à inferência, na antecipação das metas e no controle da ação.

2.3.7 Campos Conceituais (CC)

Vergnaud (2009) sugere para a matemática dois principais campos conceituais: o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas, que são de fundamental importância por alicerçarem todos os demais conceitos matemáticos.

2.3.7.1 Campo Conceitual das Estruturas Aditivas (CCA)

O campo conceitual das estruturas aditivas compreende o conjunto de situações que requerem para sua resolução uma ou mais adições ou subtrações ou ainda uma combinação dessas operações e, o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar matematicamente tais situações.

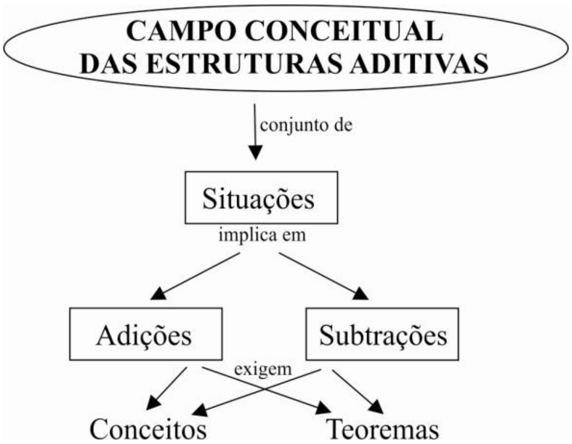


Figura 8 – Mapa do campo conceitual das Estruturas Aditivas

Quando Vergnaud propõe estudar um campo conceitual ao invés de um conceito, ele está afirmando isso em uma situação, um problema qualquer, logo um conceito nunca aparece isoladamente.

Desta forma, o campo conceitual aditivo envolve vários conceitos, como: número, medida, transformação temporal (ganhar/perder), comparação quantificada, composição binária de medidas (total), composição de transformações e relações, operação unitária, inversão, número natural e relativo, abcissa, deslocamento orientado e quantificado, entre outros (VERGNAUD, 1993a, p. 9-10).

Neste momento é importante fazer a distinção entre o que Vergnaud (2009) chamou de cálculo numérico (referente às operações ordinárias de adição, subtração, multiplicação e divisão) e o cálculo relacional (referente às operações de pensamento necessárias para reconhecer as relações envolvidas em uma situação). Estes cálculos são explicitados pelas crianças por meio dos invariantes operatórios.

Segundo Vergnaud (2009, p. 199-206) existem vários tipos de relações aditivas e é fundamental estudá-las, pois envolvem níveis distintos de dificuldades. Em seus estudos, ele constatou que crianças na faixa etária de 5 e 6 anos compreendem a relação de duas parte em um todo. Um exemplo disto é a situação “Na turma de dona Ana há 5 meninas e 4 meninos. Quantos alunos dona Ana possui?”. Porém, somente num período de aproximadamente dois anos, irão entender a situação “A turma de dona Ana tem 9 aluno, 5 são meninas. Quantos meninos há nessa turma?”

Na TCC, o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas está dividido em seis grandes categorias, são elas:

- Primeira categoria – duas medidas se compõem para resultar em uma terceira.
- Segunda categoria – uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.
- Terceira categoria – uma relação liga duas medidas.
- Quarta categoria – duas transformações se compõem para resultar em uma transformação.
- Quinta categoria – uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.
- Sexta categoria – dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.

A seguir elucida-se cada categoria (domínio de referência) por meio de seu correspondente esquema relacional, que segundo Vergnaud corresponde a analisar as equações numéricas equivalentes a esse esquema. Para isso, vamos utilizar do mesmo código utilizado por Vergnaud (2009, p. 201) nos diversos esquemas.

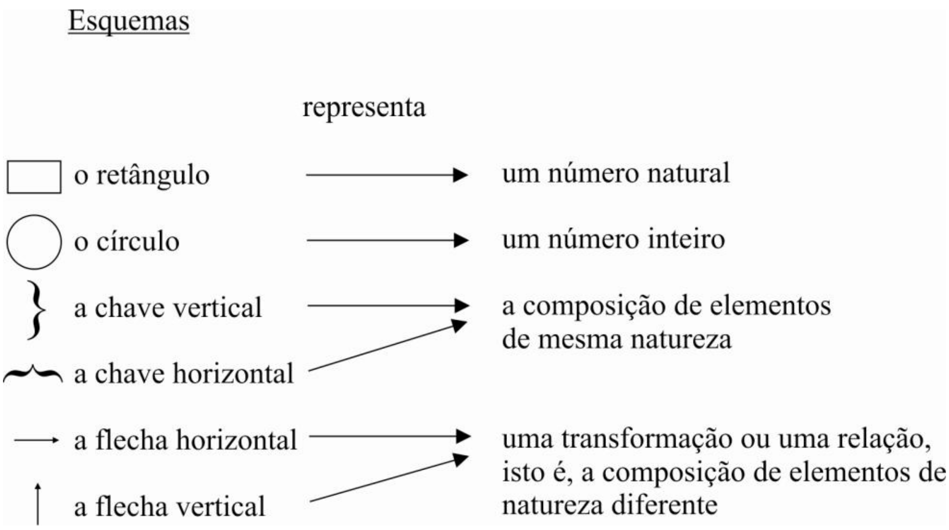
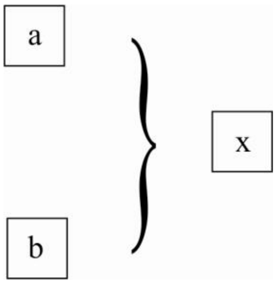


Figura 9 – Representação dos códigos utilizados para os Esquemas
Fonte: Vergnaud, 2009, p. 201

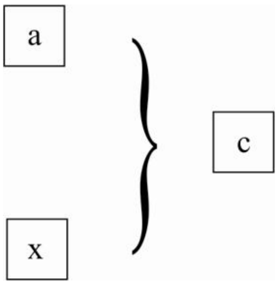
<u>Primeira categoria:</u> duas medidas se compõem para resultar em uma terceira.

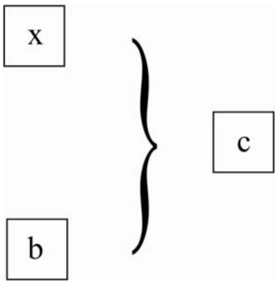
De maneira geral, esta categoria possui duas grandes classes de problemas:

1. Conhecendo-se duas medidas elementares, encontrar a composta.



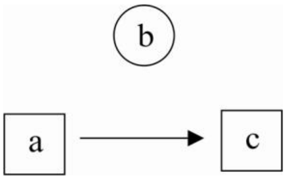
2. Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra.





<u>Segunda categoria</u>: uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.

Esquema:



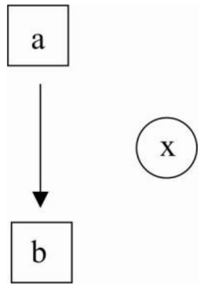
Podendo ser distinguido por seis grandes classes de problemas:

- conforme seja a transformação (b) positiva ou negativa;
- conforme seja a pergunta:
  - ao estado final c (conhecendo-se a e b)
  - à transformação b (conhecendo-se a e c)
  - ao estado inicial a (conhecendo-se b e c)

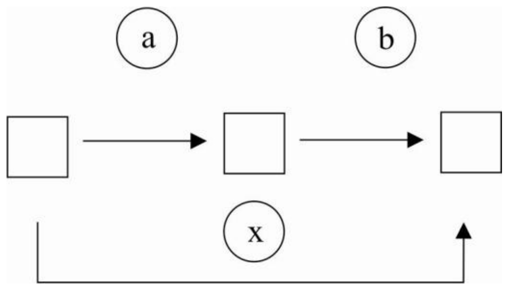
Estas classes ainda podem ter maior ou menor grau de dificuldade considerando a grandeza dos números, caráter decimal, ordem e apresentação das informações, tipo de conteúdo entre outras.

<u>Terceira categoria</u>: uma relação liga duas medidas.

Esquema:



<u>Quarta categoria</u>: duas transformações se compõem para resultar em uma transformação.



Assim como na primeira categoria, existem duas classes de problemas.

1. Conhecendo-se as duas transformações elementares, encontrar a composta.
2. Conhecendo-se a composta e uma das transformações elementares, encontrar a outra.

Porém, como se trata da composição de transformações, as quais podem ser positivas ou negativas, obtemos diversos casos possíveis.

Vergnaud (2009, p. 217-218) resume os casos possíveis em dois quadros (1 e 2), representados a seguir. Onde T_1 e T_2 são respectivamente, a primeira e a segunda transformação elementar e T_3 é a transformação composta.

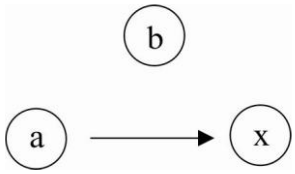
	$T_1 > 0$	$T_1 < 0$	$T_1 > 0$	$T_1 < 0$
	$T_2 > 0$	$T_2 < 0$	$T_2 < 0$	$T_2 > 0$
$\vert T_1\vert > \vert T_2\vert$	$T_3 > 0$	$T_3 < 0$	$T_3 > 0$	$T_3 < 0$
$\vert T_1\vert < \vert T_2\vert$	$T_3 > 0$	$T_3 < 0$	$T_3 < 0$	$T_3 > 0$

Quadro 1: Resumo dos casos possíveis para a primeira classe de problemas.
Fonte: VERGNAUD, 2009, p. 217.

	$T_1 > 0$	$T_1 < 0$	$T_1 > 0$	$T_1 < 0$
	$T_3 > 0$	$T_3 < 0$	$T_3 < 0$	$T_3 > 0$
$\lvert T_1\rvert > \lvert T_3\rvert$	$T_2 > 0$	$T_2 < 0$	$T_2 > 0$	$T_2 < 0$
$\lvert T_1\rvert < \lvert T_3\rvert$	$T_2 > 0$	$T_2 < 0$	$T_2 < 0$	$T_2 > 0$

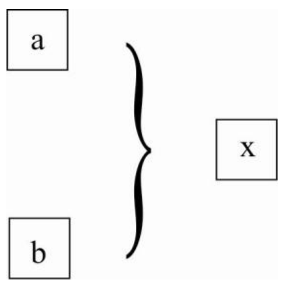
Quadro 2: Resumo dos casos possíveis para a segunda classe de problemas.
Fonte: VERGNAUD, 2009, p. 218.

<ins>Quinta categoria</ins>: uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.



Aqui são reencontradas as classes da segunda categoria, porém com subclasses mais numerosas, devido às várias possibilidades que existem para o sinal e o valor absoluto.

<ins>Sexta categoria</ins>: dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.



Esta categoria se assemelha a primeira categoria. Porém, em lugar de transformações, temos as relações-estado, que diferentemente das transformações, não possuem ordem temporal, justificando porque são categorias distintas.

É possível perceber quantas situações são necessárias para que o aluno tenha domínio deste campo conceitual, bem como orienta de que forma deve-se analisar os dados coletados nesta pesquisa. Apesar da importância aqui atribuída ao simbolismo, algumas vezes a ação do sujeito em situação pode constituir a fonte e o critério da conceitualização.

2.3.7.2 Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas (CCM)

O Campo Conceitual das Estruturas compreende o conjunto de situações que requerem para sua resolução uma ou mais multiplicações ou divisões ou ainda uma combinação dessas operações e, o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar matematicamente tais situações.

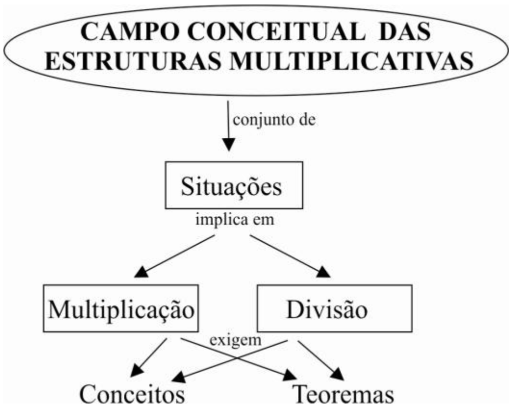


Figura 10 – Mapa do campo conceitual das Estruturas Multiplicativas

Desta forma, o CCM envolve vários conceitos, como: proporção simples e múltipla, função linear e n-linear, relação escalar, produto e quociente de dimensões, combinação e aplicação linear, entre outros.

Vergnaud (2009) distingue os problemas que envolvem multiplicação e divisão em duas grandes categorias: Isomorfismo de medidas e Produto de medidas. Estes grupos são descritos a seguir, explicitados ao máximo, com o intuito de compreendê-los da melhor maneira possível.

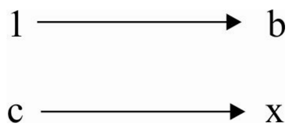
1) Isomorfismo de medida

É uma relação quartenária entre quatro quantidades, onde duas são de certo tipo e as outras duas de outro. Em síntese, consiste em uma proporção direta entre duas grandezas (quantidade e custo, pessoas e produtos). Em problemas mais simples (nosso foco) uma dessas quantidades é igual a um.

Esta categoria divide em três classes[1], de acordo com as operações solicitadas.

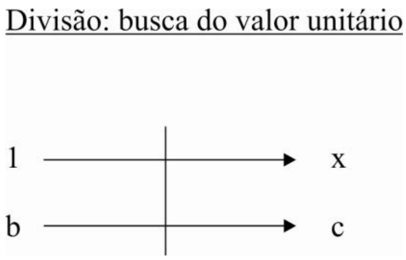
<u>Primeira Classe:</u> Multiplicação

Consiste em situações problemas que envolvem quatro termos. Assim como no Campo Conceitual das Estruturas Aditivas, esta classe subdivide-se em numerosas subclasses, que evidenciam os níveis de dificuldades (números naturais ou inteiros, pequenos ou grande, decimais, etc.).



<u>Segunda Classe:</u> Divisão: determinar o valor unitário.

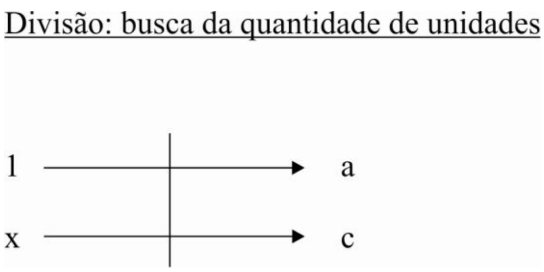
Podemos ilustrar o esquema desta classe da seguinte forma:



Da mesma forma, esta classe subdivide-se em numerosas subclasses, que evidenciam os níveis de dificuldades, conforme detalhamos na classe anterior.

<u>Terceira Classe:</u> Divisão: Encontrar a quantidade de unidades

Fazendo um esquema genérico desta classe, temos:



[1] Nesta publicação, Vergnaud (2009) considera a regra de três como um problema aritmético complexo, tratando-o em outro nível.

2) Produto de medida

Refere-se à composição cartesiana de duas grandezas para encontrar uma terceira. São elementos dessa categoria os conceitos relativos à área, volume, superfície, produto cartesiano, conceitos físicos, entre outros.

Esta categoria divide-se em duas classes de problemas:

Primeira Classe: Multiplicação – encontrar o produto da medida, conhecendo-se as medidas elementares.

Segunda Classe: Divisão – encontrar as medidas elementares, dado o valor do produto de grandezas e o valor da outra grandeza elementar.

Em ambas as classes apresentadas, podemos encontrar também numerosas subclasses, conforme as propriedades de números empregados (natural, inteiro, decimal, números grandes, etc).

As ideias aqui discutidas foram apresentadas com o intuito de facilitar a leitura e a compreensão da coleta de dados que será apresentada no capítulo seguinte. A análise dos dados será realizada com base nestas categorias e subsidiadas, também, pela Teoria da Aprendizagem significativa, apresentada anteriormente.

2.2.8 Últimas Considerações sobre a TCC

Um dos pressupostos dessa teoria é que o conhecimento se constitui e se desenvolve no tempo em interação e de adaptação do sujeito com suas experiências. E os processos cognitivos, por sua vez, organizam a percepção, a representação, a conduta, o desenvolvimento de competências e a formação de concepções de um indivíduo de acordo com suas experiências.

Segundo Franchi (1999, p. 164) *"A teoria dos Campos Conceituais visa à construção de princípios que permitem articular competências e concepções constituídas em situação, e os problemas práticos e teóricos em que essas competências e concepções se constituem."*. Esta autora salienta que essa relação é impregnada de conhecimentos locais e domínio de validade restrito, que altera com a experiência e o desenvolvimento cognitivo do sujeito.

A figura 11, a seguir, mostra uma organização dos principais conceitos da Teoria dos Campos Conceituais em um Mapa Conceitual.

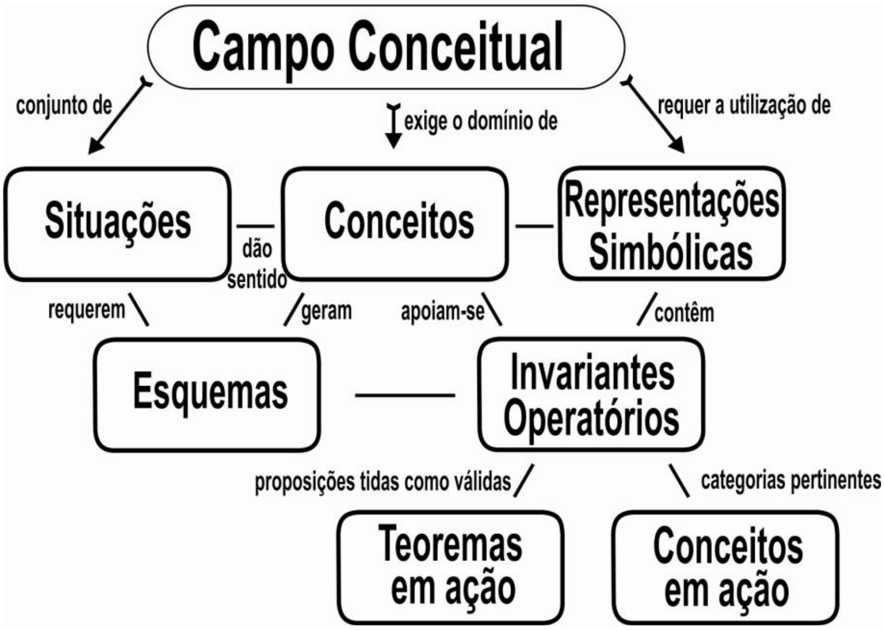


Figura 11 – Mapa Conceitual da TCC de Vergnaud
Fonte: A autora

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E ANÁLISE DOS DADOS

Seguindo a definição de Gil (2009), a amostragem desta pesquisa pode ser caracterizada como proposital, do tipo amostragem por critério, onde os casos são selecionados com base em algum critério prévio. Neste estudo, os sujeitos da pesquisa foram 5 (cinco) alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola do interior de Santa Catarina, que apresentam defasagens de conteúdos matemáticos, ou seja, cujo desempenho na disciplina de Matemática apresenta-se aquém do esperado para aquele nível de escolaridade.

O atendimento aos participantes foi realizado em horário extraclasse. Para tanto, foi entregue um documento de consentimento para participação no estudo aos responsáveis pelos alunos e para a direção da escola (Anexo 1).

Na realização desta pesquisa adotou-se uma metodologia de abordagem qualitativa, do tipo naturalístico-construtiva, justificado pelo fato de o pesquisador ser o professor que atuou na pesquisa, com a intenção de tentar compreender os processos que ocorrem no contexto da sala de aula e envolvendo variáveis como: comunicação professor/aluno e obstáculos de aprendizagem na construção de conceitos matemáticos.

Considera-se que a escolha desta abordagem identifica-se com o objetivo do trabalho, referendado na visão de Moraes (2007), uma vez que visa à investigação e compreensão dos fenômenos e problemáticas dentro do contexto no qual ocorrem as relações entre as diversas variáveis do contexto escolar e admite o pesquisador como principal instrumento de coleta de informações.

Este estudo tem como delineamento, o estudo de caso, pois a pesquisa está centrada em um grupo específico de alunos, com o qual se trabalhou num período determinado de tempo, dentro do qual se analisa o desenvolvimento desse grupo na área da matemática (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

3.1 Instrumentos de Pesquisa

> As ideias centrais que orientam a pesquisa qualitativa diferem daquelas da pesquisa quantitativa. Os aspectos essenciais da pesquisa qualitativa consistem na escolha de métodos e teorias convenientes; no reconhecimento e na análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção de conhecimento; e na variedade de abordagem e métodos (FLICK, 2009, p. 23).

O delineamento desta pesquisa requer a utilização de diversos procedimentos de coleta de dados, com o objetivo de garantir a qualidade das informações obtidas (GIL, 2009).

Foram utilizados como instrumentos de coleta de dados: questionários escritos (Apêndice A); entrevistas semiestruturadas; desempenhos (escritos, orais e atitudinais dos sujeitos, individuais e grupais) de observações da professora-pesquisadora, devidamente registrados em um diário de aula.

A escolha desses instrumentos foi realizada de modo que os dados obtidos contemplassem as diversas habilidades matemáticas dos alunos e que possam servir de subsídios para que esta pesquisa fosse mais fidedigna possível com a realidade do contexto em que será inserida. Portanto, cada instrumento apresenta um tipo de característica.

Segundo Zabalda (2004, p.13), os diários de aula "(...) *são documentos em que professores e professoras anotam suas impressões sobre o que vai acontecendo em suas aulas (...)*". O autor reforça que este instrumento tem o objetivo de fornecer informações para a pesquisa e para a avaliação dos processos didáticos, num sentido de revisão e análise da própria prática profissional.

No que diz respeito à utilização da entrevista, ela permite "(...) *recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma idéia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo (...)*" (BOGDAN e BIKLEN, 2004, p. 134). Nesta pesquisa a entrevista teve o intuito de, em um primeiro momento, investigar o perfil dos sujeitos de pesquisa. Nos demais momentos ela foi utilizada como instrumento para identificar e analisar os conhecimentos-matemáticos-em-ação durante as atividades propostas.

As atividades produzidas pelos alunos são documentos oficiais significantes, pois oferecem informações precisas acerca da criança, conforme Bogdan e Biklen (2004). Esse instrumento serviu de diagnóstico em diversos momentos, auxiliando na elaboração das atividades seguintes.

Esta multiplicidade de instrumentos de coleta de dados permitiu a realização da triangulação das informações, que parte do pressuposto que é impossível conceber a existência isolada de um fenômeno, motivo o qual dispõe de diversos instrumentos, e visa à máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do foco em estudo (TRIVIÑOS, 2008). Os dados coletados foram analisados tendo como pano de fundo a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. Cada atividade foi construída e avaliada para dar seguimento à seguinte, de forma a gerar um documento que revele os aspectos investigados.

3.2 Os conhecimentos prévios

O questionário inicial (Apêndice A) teve o intuito de diagnosticar alunos com defasagem de conteúdos matemáticos básicos no 8º ano do Ensino Fundamental e identificar seus conhecimentos prévios. Para isso, seguiu-se as orientações do Ministério da Educação e da Cultura (MEC), através dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Os conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos nesta fase devem contemplar as competências relacionadas aos conteúdos Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais; Operações com Números Naturais e Racionais; Espaço e Forma (Anexo 2).

Apesar de já lecionar há dois anos com os alunos selecionados para esta pesquisa e de conhecer suas dificuldades e potencialidades, havia um questionamento: será que são os alunos que possuem defasagem ou os métodos de ensino utilizados eram ineficaz para este grupo?

Com o intuito de sanar esta dúvida, além dos 6 (seis) alunos pré-escolhidos para a participação da pesquisa (1º grupo), a aplicação das questões contou com a participação de 9 (nove) alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental (2º grupo), considerados alunos bons e medianos em matemática, em média dois alunos por turma. Esta estratégia possibilitou confirmar a defasagem dos alunos em estudo.

Desta forma, foi proposto 20 (vinte) questões aos 15 (quinze) alunos, que dispuseram de 2 (duas) horas para a realização. A aplicação deste questionário deu-se em horário de aula, com a autorização dos devidos professores e da direção da escola.

É importante salientar que neste primeiro momento não houve nenhum tipo de intervenção da professora nas respostas dos alunos. E, para preservar a identidade dos alunos participantes deste diagnóstico, os nomes verdadeiros foram substituídos por letras do alfabeto. Os alunos A, B, C, D, E e F pertencem ao primeiro grupo e os alunos G, H, I, J, K, L, M, N e O pertencem ao segundo grupo.

- **Resultados**

Primeira questão: Identificar as informações numéricas do texto e escrevê-las por extenso.

- Erros de ortografia – Todos os alunos do primeiro grupo e seis alunos do segundo grupo apresentaram pelo menos um erro de ortografia.

Aluno A: 660 – seisentos e sesenta
411 – quatrossentos e onze
Aluno B: 411 – quatrosentos e onze
Aluno C: 5.662 – cinco mil seicentos e secenta e dois
660 – seicentos e secenta
333 – tresentos e trinta e três
332 – tresentos e trinta e dois
Aluno D: seissentos e sessenta
Aluno E: 2007 – dois miu e cete
5.665 – cinco mil e seicentos e cinco
660 – cincententos e cetenta é ceis
333 – terzento e tirta e tr̂ es (colocou o acento circunflexo na letra r)
332 – terzento e trinta e dois
Aluno F: 5.662 – cinco mil seiscento e cecenta e dois
660 – seiscentos e cecenta
1.076 – mil cetenta e seis
411 - quatroscento e onze
Aluno G: 5.662 – cinco mil ceicentos e cecenta e dois
Aluno J: 5.662 – cinco mil, seissentos e sesenta e dois
660 – ceicentos e sessenta
Aluno K: 5.662 – cinco mil, seiscentos e sescenta e dois
660 – seiscentos e sescenta
333 – trezentos e trinta e trêz
Aluno M: 5.662 – cinco mil seissentos e sesenta e dois
660 – seissentos e sesenta
333 – tresentos e trinta e três
332 – tresentos e trinta e dois

Aluno N: 5.662 cinco mil seisentos e sesenta e dois
660 – seisentos e sesenta
Aluno O: 5.662 – cinco mil sencentos e secenta e dois
660 – sencentos e secenta

- Classe numérica (unidade, dezena, centena)

Aluno A: 1.076 – mil setecentos e seis (Trocou a centena com a dezena)
Aluno E: 42 – vinte e quatro (Trocou a unidade com a dezena)

- Não identificou todas as informações numéricas.

Aluno B: Identificou apenas sete dos oito números. Porém todos eles escritos corretamente, logo o esquecimento de um dos números representa a falta de concentração na realização das questões.
O aluno F teve o mesmo equívoco, esquecendo o mesmo número do aluno B. Quando questionados posteriormente, alegaram que parecia ser o mesmo número, pois primeiramente estava o número 333 e, logo em seguida, o número 332. Ambos esqueceram o número 332. O aluno F também esqueceu o primeiro número, 2007.
Aluno G: Faltou o número 660.
Aluno O: também esqueceu o número 332.

Todos os grupos de alunos apresentaram muitos erros de ortografia, alguns alunos chegaram a escrever de maneira diferente o mesmo número, o que reforça a ideia de que a dificuldade dos alunos não é somente na disciplina de matemática. Porém, quando se trata de concentração (esquecer algum número) e de conhecimento das classes numéricas (trocar unidade, dezena e centena), apenas o primeiro grupo cometeu algum desses erros.

<u>Segunda questão</u>: Relógio analógico (horas e minutos)

- Todos os alunos responderam corretamente esta questão, mostrando que compreendem adequadamente o funcionamento do relógio analógico.

<u>Terceira questão</u>: Transformar milhas em quilômetros, sabendo que uma milha equivale a dois quilômetros
Erraram a questão, pois:

- Não entendeu as informações do problema, deixando a questão em branco. Aluno C.
- Somou todas as informações numéricas do problema. Alunos A e D.
- Dividiu a quantidade de milhas por dois. Alunos B, E, G, J e K.
- Multiplicou corretamente, porém descartou os zeros após o ponto que separa as classes numéricas: alunos L e O. Este fato também ocorreu com os alunos que dividiram por dois: alunos G e K.

Acertaram a questão, pois:

- Somou milhas com milhas, transformando a multiplicação em soma. Aluno F.
- Multiplicou a quantidade de milhas por dois. Alunos H, I, M e N.

Dos cinco alunos que acertaram esta questão, apenas um aluno era do primeiro grupo. E, como podemos observar foi no primeiro grupo que concentraram-se os erros mais primários (não conseguir interpretar as informações do problema e não identificar qual operação deve fazer).

<u>Quarta questão</u>: Conceito de dobro e metade

Erros:

- Respondeu errado e não apresentou cálculo. Alunos A, E, F e J.

Acertos:

- Acertou, mas não apresentou o raciocínio. Alunos C, G, K e M.
- Encontrou a resposta mentalmente e somou para verificar. Alunos B e D.
- Identificou e realizou a operação corretamente, ou seja, dividiu por dois. Alunos H, I, L, N e O.

<u>Quinta questão</u>: Combinação de números

Erros:

- Deixou a questão em branco. Alunos A, E e O.
- Compreendeu a questão, porém não identificou todas as combinações possíveis. C, D, F, H, J, K, L, M e N.
- Usou algarismos diferentes dos que foram dados. B e I.

Acertos:

- Visualizou todas as possibilidades. Aluno G.

O único aluno que visualizou todas as possibilidades pertence ao segundo grupo de alunos. É interessante o grande número de alunos que entenderam a questão, mas que não persistiram até esgotarem todas as possibilidades.

Sexta questão: Localizar um ponto na reta numérica

- Erraram a questão: os alunos C, D, E e G.
- Acertaram a questão: os alunos A, B, F, H, I, J, K, L, M, N e O.

Como essa questão era objetiva, não foi possível identificar o motivo do erro, o que serve de alerta para o desenvolvimento das atividades a seguir. Porém, é possível prever que os erros derivaram de três principais motivos: (1) o aluno não entendeu o enunciado do problema; (2) confundiu com a régua que aumenta de um em um centímetro ou (3) somou errado a distância entre os pontos.

Sétima questão: Trabalhando com dinheiro

a) Identificando a quantia

- Erraram: os alunos A, B, E, M e O.

O aluno B confundiu a nota de R$1 com a de R$2. O aluno E contou três notas de R$5 ao invés de duas. O aluno O esqueceu de somar a nota de R$1. Nos alunos A e M não foi possível identificar o tipo de erro.

- Acertaram: os Alunos C, D, F, G, H, I, J, K, L e N.

b) Indo às compras

Erraram a questão, pois:

- Não sabia que operação fazer. Aluno E.
- Errou na soma dos itens. Nenhum aluno.
- Errou no cálculo do troco. Alunos A, B, D, M e O.

Acertaram:

- Acertaram os alunos C, F, G, H, I, J, K, L e N.

Oitava questão: Porcentagem

Erraram a questão, pois:

- Deixou a questão em branco. Os alunos B, C, D e J.

- Colocou um valor errado e não efetuou nenhuma operação. Alunos A e E.
- Considerou a porcentagem como o valor do desconto. Os alunos F, G, I, L, M e N.

Acertaram a questão:

- Os alunos H, K e O.

A maioria dos alunos tem dificuldade em compreender o processo da porcentagem, por envolver dois caçulos: dividir e multiplicar.

<u>Nona questão</u>: Sequência numérica

- As sequências pares, as ímpares e as que aumentam um número constante (alternativas b, c, e) foram facilmente compreendidas. Apenas os alunos A, D, E e F erraram a alternativa c.
- Já a alternativa a que diminui um número constante teve mais alunos que apresentaram erros, são eles: A, C, D, E, F e M. Com exceção do aluno D, todos os demais perceberam que a sequência diminuía, porém não sabiam de quanto em quanto.
- As sequência que aumentavam geometricamente (f) ou que somavam com o número anterior (d) tiveram o maior número de erros. Quatro alunos não responderam a estas alternativas (alunos C, E, F e J). Dez alunos (A, B, D, G, H, I, L, M, N e O) erraram a sequência da letra d e cinco alunos (A, D, G, N e O) erraram a sequência da letra f.

<u>Décima questão</u>: Transformando centímetros em metros

- Erraram a questão: os alunos A, B, D, F, J e K.
- Acertaram a questão: os alunos C, E, G, H, I, L, M, N e O.

Novamente, observa-se que quando a questão é objetiva os alunos não realizam o cálculo, apenas assinalam o resultado que lhes parece mais correto.

Décima primeira questão: Perímetro

No enunciado da questão, estava definido o conceito de perímetro. Portanto somente dois alunos não conseguiram realizar esta questão adequadamente. Um deles do primeiro grupo (aluno E) que deixou a questão em branco e, o outro é o aluno K do segundo grupo que na primeira figura (um quadrado) calculou a área e na segunda figura (um hexágono) multiplicou três dos lados, o que seria o volume de um cubo ou de um paralelepípedo.

Décima segunda questão: Colocar as frases de um problema em uma sequência lógica

- Não entendeu a questão: aluno D.
- Acertou o início do problema, mas errou o fim: alunos E, H, J, K, L, N e O.
- Errou o início do problema, mas acertou o fim: nenhum aluno.
- Trocou a ordem da sequência, mas apresentou certa lógica: alunos A, B, C, G, I e M.
- Não apresentou ordem lógica na organização das frases dos problemas: aluno F.
- Apresentou lógica e coerência na ordem das frases: nenhum aluno.

Apenas dois alunos não conseguiram realizar a atividade, todos os demais reconheceram a frase inicial do problema, porém mesmo a última frase apresentando o ponto de interrogação, muitos alunos erraram a frase final do problema. Nenhum aluno realizou corretamente esta atividade, talvez pelo motivo de não ter tentado resolver o problema após a organização das frases.

Décima terceira questão: Problema de divisão

Errou a questão, pois:

- Multiplicou as informações numéricas da questão: aluno A.
- Somou as informações numéricas da questão: aluno D.
- Identificou a operação, porém errou no algoritmo: nenhum aluno.
- Não resolveu a questão: alunos E e J.
- Respondeu um valor errado e não efetuou nenhuma operação: aluno F.

Acertou a questão:

- Respondeu corretamente, mas não realizou nenhum cálculo no papel: aluno G, N e O.
- Somou os passageiros de cada ônibus até chegar a 140: alunos B, C e L.
- Multiplicou os espaços de cada ônibus até chegar ao número total de passageiros: aluno I.
- Realizou a divisão corretamente: alunos H, K e M.

Décima quarta questão: Problema do camelô – multiplicando e dividindo

Erros:

- Colocou um valor, mas não realizou o cálculo no papel: alunos C, D, E, F, G, I, J, K, L e O.
- Não resolveu a questão: alunos B e H.
- Tentou fazer a questão, mas não identificou que operação fazer: aluno A.
- Identificou as operações, porém errou o algoritmo: aluno M.
- Realizou a operação corretamente, mas confundiu os dados: alunos M e N.

Acertos:

- Acertou apenas a primeira pergunta: alunos H, K, L e N.
- Acertou apenas a segunda pergunta: nenhum aluno.
- Acertou toda a questão: nenhum aluno.

Décima quinta questão: Desenhando figuras geométricas – quadrado e cone

- Apenas o aluno D não respondeu a esta questão.
- Todos os alunos que responderam a esta questão, desenharam corretamente o quadrado.
- Os alunos B, C, D, E, I, J, K e L desenharam um triângulo ao invés do cone, isso mostra a dificuldade que os alunos tem ao desenhar a profundidade.
- O aluno M desenhou um cilindro no lugar do cone.
- Os alunos A, F, G, H, N e O desenharam ambas as figuras corretamente.

Décima sexta questão: Diferença entre as idades

Erros:

- Não respondeu a questão: alunos D e E.
- Respondeu, mas não realizou nenhum cálculo no papel: alunos A e B.

- Respondeu a idade do pai, mas não encontrou a diferença entre as idades: alunos C, J e M.
- Encontrou a idade do pai, associou a operação corretamente, mas errou no algoritmo: aluno F.

Acertos:

- Associou diferença à subtração: alunos G,H, I, K, L, N e O.

Décima sétima questão: Localizando o livro de música na estante

- Acertou, apresenta sentido de localização: alunos B, C, H, I, K, L, N e O.
- Errou a questão, troca direita com esquerda: alunos A, D, E, F, G, J e M.

Décima oitava questão: Transformando fração em número decimal

- Acertou a questão e apresentou o cálculo: aluno K.
- Acertou a questão, mas não apresentou o cálculo: alunos B, C, D, F, G, L, N e O.
- Errou a questão e não apresentou o cálculo: alunos A, E, H, I, J e M.

Apesar das frações serem grandes vilãs na matemática, o primeiro grupo teve menos erros que o segundo grupo de alunos.

Décima nova questão: Representando em forma fracionária

- Associaram os 24 pedaços da pizza ao denominador, mas não conferiram o numerador: alunos A, B, C, E, G, K, N e O.
- Erraram a questão e não apresentaram o raciocínio: alunos D, J e L.
- Acertaram a questão: alunos F, H, I e M.

Vigésima questão: Interpretando gráfico de barras

- Na primeira pergunta, qual o local menos escolhido pelos alunos para passar as férias, apenas o aluno K errou, respondendo o local mais escolhido.
- Já na segunda pergunta, quantos alunos tem dona Célia, oito alunos (A, C, D, G, H, I, K e O) somaram errado ou não localizaram corretamente o número de alunos no gráfico.

3.3 Descrição e análise das atividades

As atividades foram aplicadas em 16 (dezesseis) sessões que ocorreram nas sextas-feiras entre os dias de 06 de agosto a 03 de dezembro de 2010, no período vespertino das 14h até as 17h, com 5 (cinco) dos 6 (seis) alunos pré-selecionados para participar desse estudo, correspondem ao alunos A, B, D, E e F já citados no diagnóstico.

Conforme já exposto na introdução, reconhecemos a importância da afetividade como âncora motivadora do processo de aprendizagem. Dessa forma, em todos os encontros a sala da biblioteca era disponibilizada para a realização deste trabalho. Sempre havia lanches e guloseimas, a fim de recebê-los em um ambiente acolhedor e criar um momento de estudo sim, mas também de alegria. Acreditamos que esse foi o motivo de haver apenas uma falta do aluno F, pois foi viajar com os pais.

É válido salientar que as atividades foram aplicadas na mesma ordem com que aqui estão descritas.

3.3.1 Material Dourado

- Descrição da Atividade

O Material Dourado foi idealizado pela médica e educadora italiana Maria Montessori para o trabalho com matemática. Ele destina-se a atividades que auxiliam o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional e dos métodos para efetuar as operações fundamentais, ou seja, os algoritmos. Trata-se de cubinhos, barras e placas confeccionadas em madeira, que simbolizam, respectivamente, a unidade, a dezena e a centena.

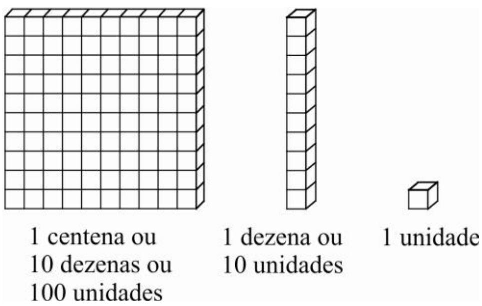


Figura 12 – Representação do Material Dourado

Observe que o cubo é formado por 10 placas, que a placa é formada por 10 barras e a barra é formada por 10 cubinhos. Este material baseia-se em regras do nosso sistema de numeração.

Este material possibilita o desenvolvimento de diversas atividades, conforme orienta o próprio manual que o acompanha, descritas a seguir.

- Manipular o material

Tomar contato com o material, de maneira livre e sem regras, muitas vezes possibilita às crianças descobrirem sozinhas relações entre as peças.

Não foi necessário aguardar muito para ouvir:

- *A barra é formada por 10 cubinhos.* (Aluno A)

- *E a placa é formada por 10 barras.* (Aluno F)

- *E com 10 placas podemos montar um cubo grande*. (Aluno C indicando a unidade de milhar)

- Montagem

Esta etapa pretende possibilitar ao aluno perceber as relações que há entre as peças, para isto, foi sugerido às seguintes montagens:

- uma barra;
- uma placa feita de barras;
- uma placa feita de cubinhos;
- um bloco feito de barras;
- um bloco feito de placas;

As montagens foram permeadas com as seguintes perguntas:

Professora: Quantos cubinhos vão formar uma barra?

Coro:*10.*

Professora: E quantos cubinhos formaram uma placa?

Aluno B: *100.*

Professora: Quantas barras precisamos para formar uma placa?

Aluno E: *10.*

- Ditado

Esta atividade pretende possibilitar ao aluno relacionar cada grupo de peças ao seu valor numérico, mostrando cartões com a inscrição de números diversos e solicitando aos alunos que montem as peças correspondentes utilizando a menos quantidade de peças possível.

- Fazendo Trocas

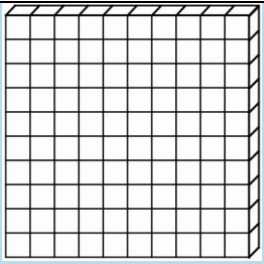
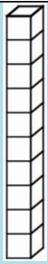
Esta atividade visa possibilitar ao aluno compreender as características do sistema decimal, fazendo agrupamentos de 10 em 10, fazendo reagrupamentos, fazendo trocas e estimulando o cálculo mental.

Para a realização desta, fizemos uma dupla e um grupo de três alunos que receberam um dado. Cada aluno do grupo, na sua vez de jogar, lança o dado e retira para si a quantidade de cubinhos correspondente ao número que sair no dado. Veja bem: o número que sai no dado dá direito a retirar somente cubinhos. Toda vez que um aluno juntar 10 cubinhos, ele deve trocá-los por uma barra, tendo então, o direito de jogar novamente. Da mesma forma, quando tiver 10 barrinhas, pode trocar as 10 barrinhas por uma placa e então jogar novamente. O jogo termina, quando algum aluno conseguir formar três placas.

Este jogo de trocas possibilita a compreensão dos agrupamentos de dez em dez (dez unidades formam uma dezena, dez dezenas formam uma centena, assim sucessivamente), que é característico do sistema decimal. A compreensão dos agrupamentos na base 10 é importante para o real entendimento das técnicas operatórias das operações fundamentais.

O fato de a troca ser premiada com o direito de jogar novamente aumentou a atenção do aluno no jogo e estimulou seu cálculo mental, pois eles começaram a calcular mentalmente quanto faltava para juntar 10, ou seja, quanto faltava para que eles conseguissem fazer uma nova troca.

Ao término da atividade cada aluno indicou suas conquistas, no Quadro 3, a seguir.

			
Aluno A	1	8	5
Aluno B	3	0	4
Aluno C	3	0	8
Aluno E	2	3	8
Aluno F	2	7	6

Quadro 3 – Conquistas dos alunos na atividade com Material Dourado

Observando a tabela, os alunos já foram respondendo aos questionamentos que iria-se fazer.

Aluno C: *Eu ganhei de todo mundo.*

Professora: Por que você diz isso?

Aluno C: *Porque eu fiz mais pontos no total. Só eu e o Aluno B trocamos as 3 placas e eu fiquei com mais cubinhos que ele, então eu ganhei.*

Professora: Quem conseguiu a peça de maior valor?

Coro: *Todos.*

Professora: E de menor valor?

Coro: *Todos*

Professora: Quantas barras o aluno F tem a mais que o aluno E?

Aluno B: *4, porque 7 – 3 é 4.*

Professora: E, quantos cubinhos o aluno o aluno C tem a mais que o aluno B?

Aluno A: *4 também, mas agora é 8 – 4.*

Professora: Quem foi o segundo ganhador?

Aluno B: *Eu.*

Professora: Quem foi o terceiro ganhador?

Aluno C: *O aluno F.*

Professora: Quem foi o quarto ganhador?

Aluno E: *Fui eu.*

Professora: Quem foi o quinto ganhador?

Aluno A: *Eu.*

Aluno B: *Ganhador não, perdedor.*

Professora: Hoje todos são ganhadores, pois todos conseguiram fazer a atividade e responderam às perguntas.

Instintivamente, a ordenação e as operações foram surgindo na linguagem dos alunos. De acordo com Vergnaud, a linguagem exerce um papel fundamental para que os alunos possam ampliar progressivamente um determinado campo conceitual.

3.3.2 Cartões das Ordens Numéricas

- Descrição da Atividade

Trata-se de cartões inscritos com os números 1, 10 e 100, utilizados para a decomposição de números naturais em unidades, dezenas e centenas.

Esta atividade foi composta por duas etapas. Na primeira etapa foi solicitado aos alunos que realizassem a decomposição de 10 números. Por exemplo, decompor o número 758, onde deveriam utilizar de 7 cartões com a impressão 100, 5 cartões de 10 e 8 cartões de 1, semelhante a atividade com o material dourado.

Na próxima etapa, foi solicitado aos alunos que realizassem 10 operações de adição e 10 operações de subtração utilizando os cartões. Para esta atividade, os alunos foram orientados de que os cartões poderiam ser trocados conforme a necessidade de cada operação. Por exemplo, 347 adicionado à 24, temos na unidade 11 cartões de 1, então podemos trocar 10 destes cartões por um único cartão de 10 e assim sucessivamente. Outro exemplo é 125 menos 78, se tenho 5 cartões de 1, não consigo tirar 8, então tenho que transformar um cartão de 10 em 10 cartões de 1.

- Objetivos

Por meio desta atividade, pretende-se criar condições que favoreçam ao aluno:

- compreender a composição de um número natural, através das classes numéricas, principalmente da unidade, centena e dezena;

- relacionar o processo de decomposição aos mecanismos utilizados para a resolução da adição e subtração através dos algoritmos.

- Material Didático

Cada aluno recebeu para a realização da atividade:

- 20 cartões com a inscrição 100;
- 40 cartões com a inscrição 10;
- 40 cartões com a inscrição 1;
- fichas de registro como as que seguem abaixo.

1ª Etapa

Número	Decomposição

2ª Etapa

Operação	Decomposição

- Análise da Atividade

Todos os alunos compreenderam facilmente a 1ª etapa da atividade, não apresentando dúvidas ou erros no processo da decomposição.

Na segunda etapa, surgiram algumas dificuldades. Uma delas foi lembrar-se de trocar os cartões nos resultados da adição. Por exemplo, o aluno F, na soma de 234 e 166, que apresentou a solução a seguir.

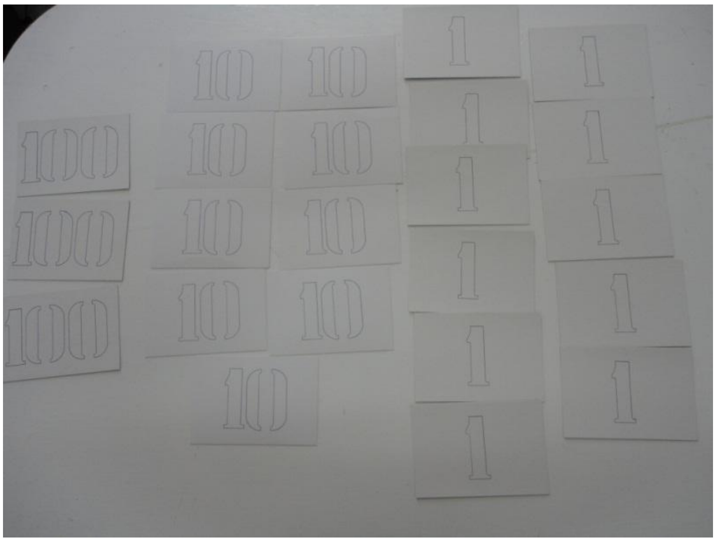


Figura 13 – Foto 1 da atividade Cartões das Ordens Numéricas

Somente quando estimulado a ler o resultado que ele percebeu ser necessário realizar a troca dos cartões.

Também houve troca de minuendo e subtraendo, quando o subtraendo era um número maior que o minuendo. Na subtração, 103 – 84, o aluno E fez 4 – 3 ao invés de trocar o cartão de 100 unidades por 10 de 10 unidades, para então poder trocar um de 10 por 10 de 1 unidade. Quando solicitado para repetir o raciocínio, indagou:

- *Tá errado? Não pode tirar do maior?*

Respondi com outra situação. Vamos supor que eu tenho 50 reais e quero lhe dar 28 reais, com quanto dinheiro vou ficar?

- *22*, respondeu o aluno B.

É você, aluno F.

- *22*

Você pensou?

- *Pensei.*

Então, que conta você fez?

- *50 menos 28.*

Ok. Se você fizer como na outra conta (103 – 84) e tirar 8 de 0, vais encontrar o 22 como resultado?

- *Não, porque o final tem que ser 2, para ter 22.*

Então, pode trocar?

- *Não*

Como você pode resolver?

- *Tem que trocar o cartão de 100, né?*

Outra dificuldade foi no momento de fazer a anotação na folha de registro. Os alunos A, E e F precisaram que eu fizesse com eles a primeira anotação para que pudessem entender de que forma fazer o registro.

Nos momentos posteriores às dúvidas, começaram a surgir as descobertas. Após as operações de adição, quando estava na terceira das 10 operações de subtração, o aluno F soltou a afirmação:

- *Ah! É por isso que tem que pegar emprestado do número da frente quando não dá para tirar, na verdade estamos trocando os cartões.*

Outro indício da compreensão dos objetivos da atividade foi que todos os alunos quando chegavam na 4 ou 5 conta de cada operação, já não precisavam dos cartões para fazerem os registros. Conseguiram de certa forma, automatizar o processo. Segundo Vergnaud o aprendiz somente consegue abandonar o concreto quando compreende e interioriza o conceito.

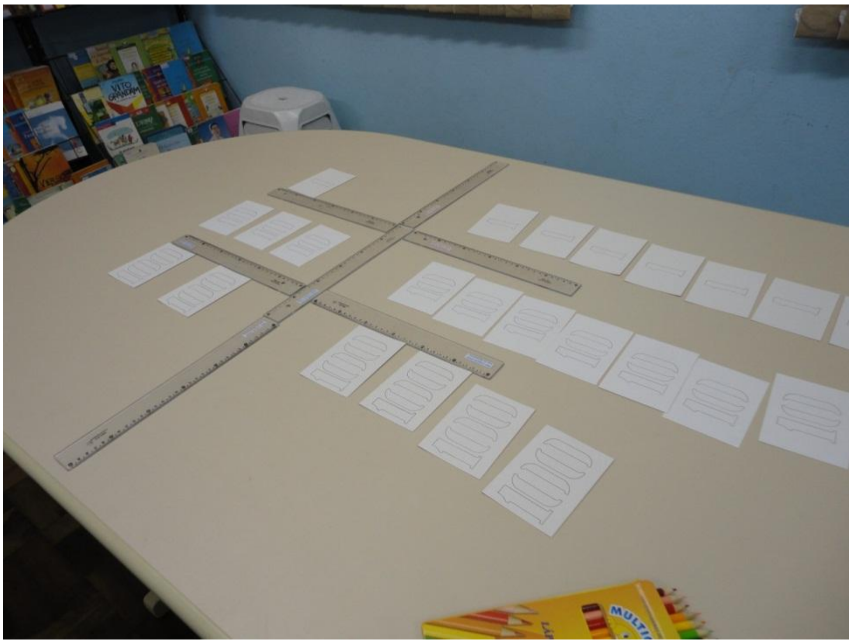


Figura 14 – Foto 2 da atividade Cartões das Ordens Numéricas

Figura 15 – Foto 3 da atividade Cartões das Ordens Numéricas

3.3.3 Soma Dez

- Descrição da atividade

Consiste em um jogo com 36 cartas de um baralho normal, sem as cartas com o número 10 e as cartas com figuras, ou seja, cartas de ás a 9. Os alunos inicialmente foram organizados em duplas, para que isso fosse possível, também participei do jogo. Posteriormente, os cinco alunos jogaram juntos, somando-se dois baralhos.

- Regras do jogo

- todas as cartas são dividas entre os jogadores, caso sobre uma carta, esta deverá ficar na mesa, virada para cima;

- cada jogador deverá organizar suas cartas em uma pilha, viradas para baixo;

- o jogador que iniciar o jogo, vira a primeira carta do seu monte, em seguida um segundo jogador, vira outra carta do seu monte, se ele conseguir deverá completar 10 com as duas cartas;

- caso não consiga, o jogador apenas deixa sua carta sobre a mesa, e o terceiro jogador vira a carta do seu monte, com o mesmo objetivo de completar dez com as cartas que já estão viradas;

- ou seja, quando chega a sua vez, o jogador vira a carta superior de sua pilha sobre a mesa e tenta completar um total de 10, com uma ou mais cartas que estiverem viradas sobre a mesa;

- as cartas que somarem 10 são retiradas da mesa e permanecem com o jogador que conseguiu a soma;

- o jogo termina quando não for mais possível formar 10 com as cartas viradas;

- o jogador com o maior número de cartas no final é o vencedor.

- Objetivo:

Esse jogo busca favorecer a compreensão da contagem, noções de adição e, principalmente, o cálculo mental.

- Material Didático:

- 36 cartas de baralho – 1 a 9;

- folha de registro, conforme o modelo a seguir.

SOMA DEZ – DESCRIÇÃO DAS ADIÇÕES	
1.	(...)
2.	18.
3.	19.
(...)	20.

- Análise da Atividade

O jogo foi recebido com bastante entusiasmo pelos alunos, que não prestaram muita atenção às orientações sobre as regras, foram logo jogar.

Assim que distribuíram as cartas, surgiu a primeira dúvida.

- *Não sobrou carta na mesa para começar.* (Aluno C)

- *Quem começa deixa uma carta na mesa e só começa mesmo com o outro jogador.* (Aluno B)

- *Então, eu não quero começar. Porque o primeiro já começa perdendo.* (Aluno A)

Passada três rodadas, outra dúvida.

- *Pode somar mais de duas cartas?* (aluno B)

Dessa forma, na primeira partida, eles estavam concentrados em aprender a jogar, deixando as estratégias de jogo para as demais partidas.

Figura 16 – Foto 1 da atividade Soma Dez

O aluno E realizou todas as adições da primeira partida com o auxílio dos dedos, chamou a atenção por querer esconder os dedos embaixo da mesa, e, mesmo assim cometeu erros de soma. Também observei que ele contava os dois números para somar, por exemplo, 7 + 3, contava nos dedos de 1 a 7 e somava 3, continuando a contar 8,9 e 10. Nesse momento fiz uma intervenção, mostrando que ele poderia pensar de outra forma. Por exemplo, nesta mesma operação 7 + 3, 7 você já tem, então é só continuar 8, 9 e 10. Percebi os olhares atentos dos alunos A e F, mas nenhum deles fez algum comentário.

Durante as demais partidas, o mesmo aluno (F), mostrou-se mais confiante e foi memorizando as duplas que formavam 10.

Ao todo, foram duas partidas em duplas e 4 partidas com o grupo.

Figura 17 – Foto 2 da atividade Soma Dez , aluno F

Figura 18 – Foto 3 da atividade Soma Dez

Este jogo foi pensado de modo a fornecer aos alunos uma continuidade à aula anterior, pois a soma dez facilita na troca de unidade para dezena. Da mesma forma, foram estimulados, durante a entrevista, a transferir esta ideia para o soma cem.

Ao término da atividade, foi realizada uma “entrevista coletiva”, uma estratégia de não coagi-los diante do gravador.

Professora: O que vocês acharam da atividade de hoje?
Aluno B: *Legal.*
Aluno F: *Gostei, pois a gente aprendeu brincando.*
Aluno E: *É.*

Professora: E vocês, alunos A e C? Gostaram da atividade?
Aluno A: *Sim.*
Aluno C: *Gostei.*

Professora: Vocês tiveram alguma dificuldade durante o jogo?
Aluno B: *Não, foi facinho.*
Aluno F: *Achei difícil quando tinha que somar três números pra dar 10.*
Aluno E: *É, eu também.*

Professora: E com dois números, foi fácil?
Coro: *Sim!*

Professora: Então me digam quais são as duplas de números que somam 10?
Aluno B: *5 e 5.*
Aluno C: *1 e 9, 9 e 1.*
Aluno F: *6 e 4, 4 e 6.*

Professora: Muito bem, quais mais?
Falaram todos ao mesmo tempo

Professora: Calma. Vamos começar pelo 1. 1 e 9, 9 e 1, e?
Aluno E: *2 e 8, 8 e 2.*
Aluno A: *3 e 7, 7 e 3.*

Aluno B: *4 e 6, 6 e 4.*

Aluno C: *5 e 5 e 5 e 5* (risos).

Professora: Ok! E com três números, quais trincas formam 10?

Aluno B: *2 mais 3 mais 5.*

Professora: Ótimo. Quais outros?

Aluno F: *1 mais 4 mais 5.*

Aluno A: *4 mais 4 mais 2.*

Aluno F: *3 mais 3 mais 4.*

Aluno E: *5 mais 2 mais 3.*

Aluno C: *2 mais 5 mais 3.*

Eles estavam preocupados com a ordem das parcelas e, portanto não encontrariam todas as opções. Foi preciso intervir.

Professora: Vocês me disseram a pouco que 1 + 9 é 10 e que 9 + 1 também é 10. O que nós podemos perceber?

Aluno B: *Que a ordem dos números não muda o resultado.*

Professora: Isso mesmo. Então se nós temos 2 + 3 + 5 = 10, 3 + 5 + 2 também é igual a 10 e 5 + 2 + 3 também. Então vamos pensar na soma dos números que formam 10, sem importar a ordem.

Aluno C: *1, 4 e 5.*

Aluno B: *2, 3 e 5.*

Aluno F: *2, 4 e 4.*

Aluno A: *3, 3 e 4.*

Aluno E: *2, 2 e 6.*

Professora: Tem mais.

Momento de reflexão.

Aluno C: *1, 3 e 6.*

Aluno B: *1, 2 e 7.*

Aluno A: *1, 1 e 8.*

Professora: Muito bem. E se fosse soma cem, com as dezenas 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 e 90, quais as duplas de números somariam cem?

Aluno E: *10 e 90.*

Aluno B: *20 e 80, 30 e 70.*

Aluno A: *40 e 60.*

Aluno F: *50 e 50.*

Professora: Qual a diferença do soma dez para o soma cem?

Aluno B: *É quase a mesma coisa, é só colocar um zero atrás do número.*

Através desta entrevista é possível perceber que apesar das dificuldades iniciais, principalmente dos alunos A, E e F, todos alcançaram os objetivos da atividade e todos conseguiram transportar os teoremas-em-ação utilizados no soma dez para o soma cem.

3.3.4 Tabuleiro com Operações

- Descrição da Atividade

Jogo que envolve tabuleiro, dados e operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão). Para esta atividade os alunos foram organizados em duplas.

- Regras do Jogo:

- escolhe-se um aluno para iniciar a jogada, este lança os dois dados;

- o jogador pode utilizar as quatro operações para combinar o resultado das jogadas e marcar o resultado final no tabuleiro. Por exemplo: o primeiro jogador joga os dois dados, os valores das faces viradas para cima são: 5 e 2, o jogador deve utilizar uma das operações matemáticas para combinar esses dois números, tendo o cuidado para que o resultado seja possível de marcar no tabuleiro no seu lado;

- logo pode ser, 5 + 2 = 10, ou 5 x 2 = 10, ou 5 – 2 = 3, lembrando que o jogador deverá escolher uma única operação e marcar um único número;

- ao final, o vencedor será aquele que cobrir mais números no tabuleiro.

- Objetivo

Oportunizar ao aluno explorar as operações básicas com números de 1 a 6 e de resultados de 1 a 15, de modo que podem ser facilmente verificadas.

- Material Didático

- inicialmente dois dados para cada dupla, posteriormente foram disponibilizados três dados;
- um tabuleiro para cada dupla, contendo duas fileiras de números de 1 a 15, conforme a foto a seguir;

Figura 19 – Foto 1 da atividade Tabuleiro com Operações

- fichas de e.v.a. para marcação do número no tabuleiro;
- folha de registro, conforme exemplo a seguir.

Dado 1	Dado 2	Operação	Número Marcado no Tabuleiro

- Análise da Atividade

A atividade foi bem compreendida pelos alunos e iniciou sem nenhuma dificuldade. Nas primeiras jogadas as operações mais escolhidas foram de adição e de subtração, porém logo as opções de marcação foram se esgotando e foi necessário utilizar a multiplicação. A divisão foi a operação menos lembrada.

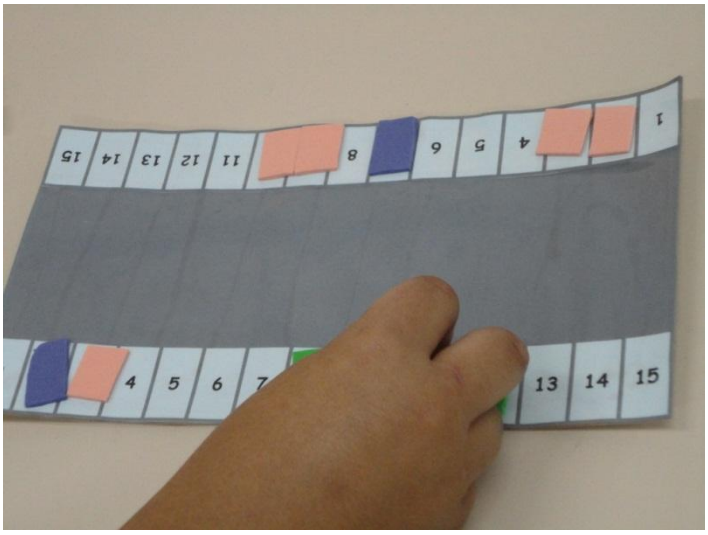


Figura 20 – Foto 2 da atividade Tabuleiro com Operações

Após jogarem os dados exaustivamente e faltar marcar os números 13 e 14, o aluno B afirmou:

- *Professora, nunca vai dar de marcar os números 13 e 14.*

Indaguei o porquê.

- *Ah! Porque somando não dá, nem fazendo menos e vezes, dividindo também não.*

- *É.* (disse o aluno F)

- Muito bem. E se eu fornecer mais um dado, vocês conseguirão completar estes números?

- *Me deixe pensar.* (Aluno B)

Sim, porque se sair 2, 6 e 2, posso fazer 2 vezes 6 mais 2 que dá 14. E, se sai 2, 6 e 1, dá 12 mais 1, vai dá 13.

- *Ou também 4 mais 4 mais 5, também dá 13.* (Aluno C)

- Isso aí, mãos a obra.

Pelo método da tentativa, os alunos descobriram que com dois dados marcados de 1 a 6 e utilizando as quatro operações elementares da matemática, não era possível obter os números 13 e 14 como resultado. Quando oferecido um terceiro dado, eles conseguiram buscar mentalmente os números que deveriam sair nos dados, bem como a operação que deveriam realizar, conforme verificamos no registro do aluno B.

Dado 1	Dado 2	Operação	Número Marcado
3	5	3x5	15
5	1	5+1	6
4+4	5	4+4+5	13
6+5	3	6+5+3	14

Figura 21 – Registro da atividade Tabuleiro com Operações, aluno B

3.3.5 Jogo da Antecipação

- Descrição da Atividade

O Jogo da Antecipação consiste de um Software on-line matemático, encontrado no site da revista Nova Escola. Para esta atividade, reservamos a sala de informática da escola, onde cada aluno pode ocupar-se de um computador.

Inicialmente escolhemos o tipo de operação: adição/subtração ou multiplicação/divisão. Neste momento escolhemos a primeira opção. Então, escolhe-se o nível: fácil ou difícil, todos escolheram inicialmente o nível fácil.

Se começa o jogo. A primeira operação aparece na tela.

Figura 22 – Imagem 1 do Jogo da Antecipação

Caso o aluno acerte a estimativa, aparece uma tela de parabenização e dicas de teoremas-em-ação.

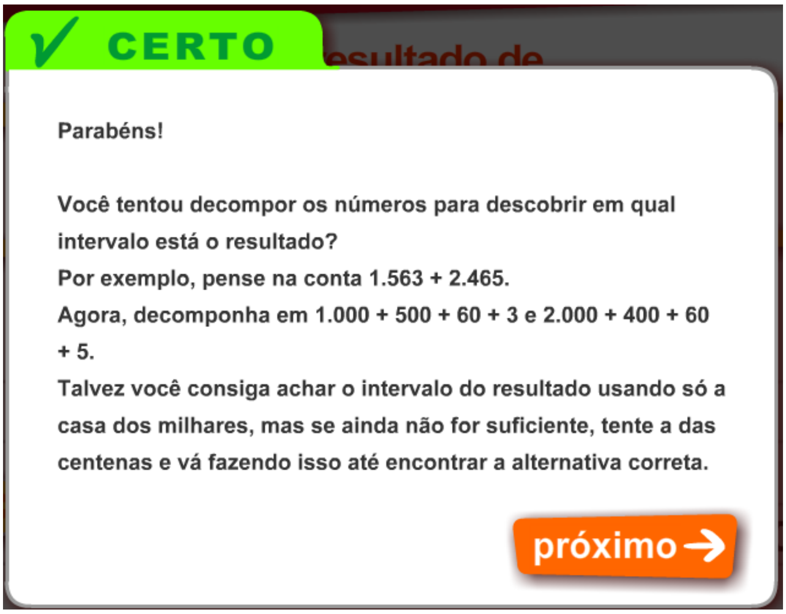


Figura 23 – Imagem 2 do Jogo da Antecipação

Caso o aluno erre a aproximação, aparece uma tela alertando o erro e fornencendo dicas de teoremas-em-ação.

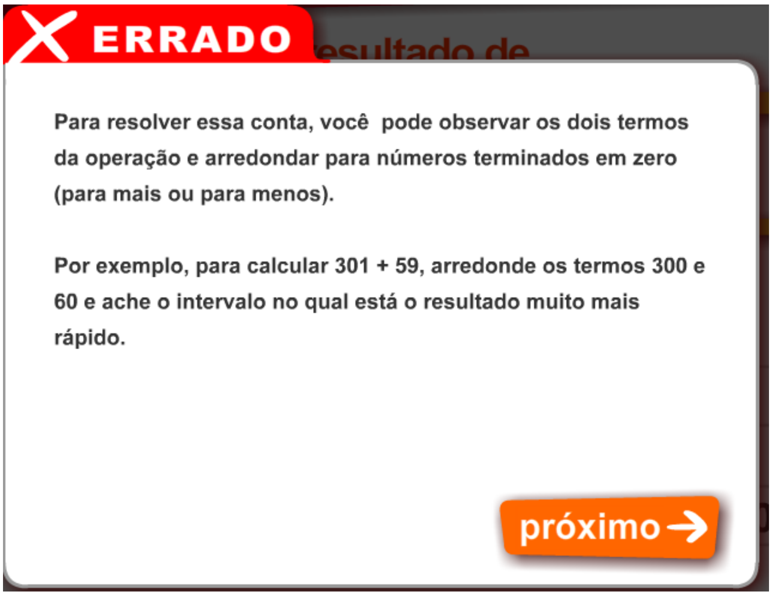


Figura 24 – Imagem 3 do Jogo da Antecipação

Ao término de 10 antecipações, o software apresenta um relatório sobre a performance do aluno.

Figura 25 – Imagem 4 do Jogo da Antecipação

- Objetivo

Este software matemático permite ao aluno estimar e antecipar os resultados de operações fundamentais da matemática.

- Material Didático

- um computador com acesso a internet para cada aluno;
- folha de registro, conforme modelo a seguir.

Operação	Estimativa Assinalada
Total de acertos nesta rodada	

- Análise da atividade

Houve muita empolgação para utilizar a sala informatizada e curiosidade para saber como seria o “jogo”. Quando chegamos à sala, expliquei a atividade exemplificando e relacionando às atividades com o material dourado e com os cartões. Inicialmente não fiz nenhuma interferência, mas como o software não fornece um relatório informando qual questão o aluno errou, solicitei que anotassem as operações na folha de registro, para posterior conferência.

Superada as fases do jogo (fácil e difícil) nas operações de adição e subtração, retornamos ao nosso espaço na biblioteca, para discutir os resultados. Com papel e lápis na mão, todos refizeram os cálculos, mas desta vez, armando as operações.

Desta forma, foi possível observar que apesar de alguns erros nas estimativas, todas as contas foram armadas e resolvidas corretamente. Quando questionados sobre os erros nas estimativas, responderam que em algumas questões eles estavam com “preguiça de pensar” e “chutaram” qualquer valor.

Esta atividade serve de alerta, pois apesar de o software ter criado uma motivação inicial, tornou-se cansativo e como não registrava os invariantes operatórios dos alunos.

3.3.6 Quadrado Mágico

- Descrição da Atividade

Trata-se de uma atividade para estimular o cálculo mental na resolução e, posteriormente a construção de quadrados mágicos.

Um quadrado mágico é uma tabela de números dispostos na forma de um quadrado, de tal modo que a soma dos elementos de uma linha, coluna ou diagonal seja uma constante. Estes números devem ser inteiros e consecutivos. Nesta atividade, trabalhou-se apenas com quadrados 3x3.

No primeiro momento os alunos receberam uma espécie de tabuleiro onde deveriam preencher com números de 1 a 9 de forma que a soma na linha, coluna ou diagonal fosse sempre a mesma.

Em outra situação, foram distribuídos quadrados mágicos com números faltando e os alunos deveriam encontrar estes números.

8		6
	5	
4		

	9	
	7	
6	5	

E, por fim, foi solicitado que cada aluno criasse um quadrado mágico.

- Objetivo

Propiciar ao aluno desenvolver o cálculo mental usando as operações do CCA.

- Material Didático

- folhas impressas com os quadrados mágicos;
- lápis e borracha.

- Análise da Atividade

Ao iniciar a explicação da atividade, os alunos disseram que já haviam resolvido quadrados mágicos e sabiam como resolver. Apesar dos alunos A e E lembrarem a atividade, foi necessário explicá-la.

Os alunos julgaram o processo seguinte mais “fácil”, pois já havia números fixos no tabuleiro. Essa informação é importante para que num próximo trabalho inverta-se a ordem do primeiro e do segundo processo, respeitando a ordem de dificuldade.

No primeiro momento, os alunos B e C foram os primeiros a terminar a atividade, em aproximadamente cinco minutos. Já o aluno E precisou de trinta minutos para realizá-la, mas a fez com sucesso, utilizando o esquema de tentativa/erro/acerto. Todos resolveram ambas as situações com sucesso, a diferença esteve no tempo em que cada aluno levou para solucioná-las.

No terceiro momento, os alunos buscaram os esquemas anteriores (somar as linhas, colunas ou diagonais para descobrir o “segredo”, depois somar os números que já tem e ver o quanto falta para chegar ao “segredo”) para solucionar a situação. Mas, inicialmente não funcionou, pois não havia nenhuma informação para começar, necessitando aprimorar os esquemas anteriores. De modo a facilitar esta construção, formou-se dois, um deles com dois alunos e o outro com três.

3.3.7 Situações problemas do Campo Conceitual Aditivo

- Descrição da Atividade

Os alunos receberam seis problemas em cada encontro. Em cada um, tiveram o tempo que precisaram para resolvê-los, sempre apresentando os invariantes operatórios utilizados. Após esse momento individual, nos reuníamos e todos explicavam como tinha “pensado” para resolver a situação. Desta forma, o aluno tinha que argumentar sua escolha de resolução e convencer seus colegas que sua estratégia estava correta.

Durante a explicação do aluno, ninguém interferia. Depois que todos apresentassem sua estratégia para a mesma situação, cada um retornava e dizia se tinha acertado ou errado a questão e por quê.

- Objetivo

Esta atividade pretende analisar os invariantes operatórios utilizados pelos alunos diante das situações propostas.

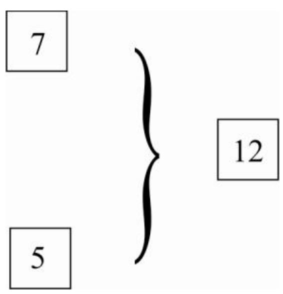
- Material didático

- folhas impressas com as situações;
- lápis e borracha.

- Análise da atividade

Apresenta-se as situações propostas aos alunos, bem como os esquemas e categorias correspondentes segundo Vergnaud (2009). As categorias quatro, cinco e seis, descritas na fundamentação teórica, não foram abordadas por envolverem números inteiros.

<u>Primeira categoria:</u> duas medidas se compõem para resultar em uma terceira.
Situação 1: Maria tem 7 balas de morango e 5 balas de uva. No total, ela possui 12 balas.

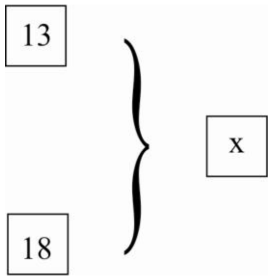


Onde 5, 7 e 12 são números naturais. E, a equação correspondente: 7+5 = 12. O símbolo + é a lei de composição que corresponde à adição de duas medidas, neste caso, de dois números naturais.

Esta categoria possui duas grandes classes de problemas:

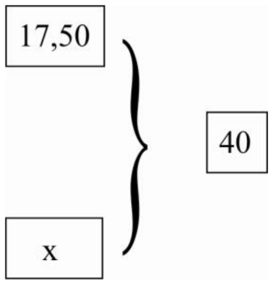
- Conhecendo-se duas medidas elementares, encontrar a composta.

Situação 2: Na quinta série há 13 meninas e 18 meninos. Quantos alunos tem nesta turma?



- Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra.

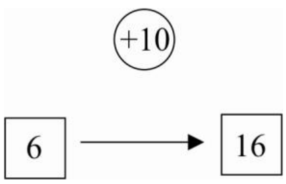
Situação 3: Maria e José possuem juntos R$40. Sabendo que Maria tem R$17,50, quanto tem José?



<u>Segunda categoria</u>: uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.

Situação 4: Pedro tinha 6 reais. Ganhou 10 reais de sua madrinha. Agora ele tem 16 reais.

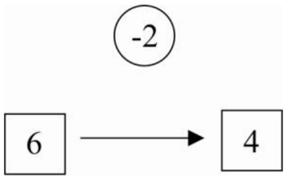
Onde 6 e 16 são números naturais e +10 é um número inteiro. Observe o esquema correspondente:



E, a equação correspondente: 6+(+10) = 16. O símbolo + é a lei de composição que corresponde à aplicação de uma transformação sobre uma medida, neste caso, a adição de um número natural (6) a um número inteiro (+10).

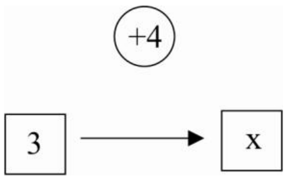
Situação 5: Pedro tinha 6 reais. Perdeu 2 reais na rua. Agora ele tem 4 reais.

Onde 6 e 4 são números naturais e -2 é um número inteiro. Observe o esquema correspondente:

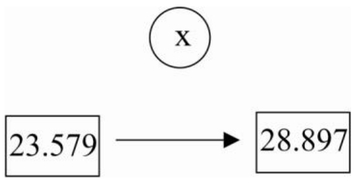


E, a equação correspondente: 6+(-2) = 4. O símbolo + é a lei de composição que corresponde à aplicação de uma transformação sobre uma medida, neste caso, a adição de um número natural (6) a um número inteiro (-2).

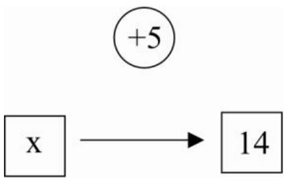
Situação 6: Os alunos de dona Ana se organizaram para fazer um trabalho. Na casa de Maria havia 3 alunos, chegam 4. Quantos alunos estavam na casa de Maria fazendo o trabalho?



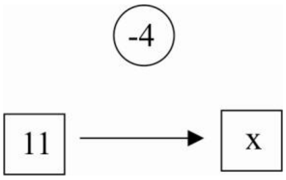
Situação 7: João iniciou uma nova fase do seu jogo favorito com 23.579 pontos. Ao terminar a fase, estava com 28.897 pontos. Quantos pontos ele ganhou nesta fase do jogo?



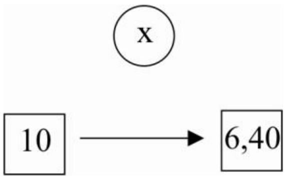
Situação 8: Maria ganhou 5 balas de Pedro. Agora ela tem 14 balas. Quantas balas ela tinha antes de ser presenteada por Pedro?



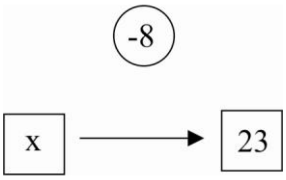
Situação 9: José tinha 11 carrinhos, deu 3 para seu irmão. Com quantos carrinhos José ficou?



Situação 10: A mãe de Maria lhe deu R$10,00 para comprar um caderno. Maria devolveu R$6,40 para sua mãe. Quanto custou o caderno?



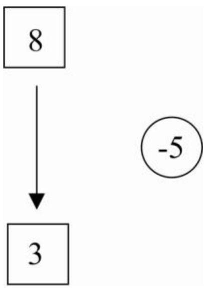
Situação 11: Pedro deu 8 balas para Maria e agora tem 23 balas. Quantas balas ele tinha antes de dividi-las com Maria?



<u>Terceira categoria</u>: uma relação liga duas medidas.

Situação 12: Pedro tem 8 jogos de Playstation. Maria tem 5 jogos menos que Pedro. Então, Maria tem 3 jogos.

Onde 8 e 3 são números naturais e -5 é um número inteiro. Observe o esquema correspondente:



A equação correspondente é: 8+(-5) = 3. Neste exemplo temos uma relação estática, onde dois precedentes correspondem a transformações.

Na maioria das questões, os alunos conseguiram identificar as operações que deveriam ser realizadas. Nas questões 7, 8, 11 e 12 precisei ler com entonação o enunciado para os alunos A, E e F.

Nas questões que envolviam números menores, o aluno B resolveu-as mentalmente, na hora de explicitar mostrou-se convicto, operando a adição através da decomposição. Por exemplo, na primeira questão ele somou 7 + 5, da seguinte maneira:

Ou seja, decompôs o número 7 em 5 + 2, somou 5 + 5 = 10, com o 2 que falta, são 12.

Já o aluno E, tem muita dificuldade em resolver as operações mentalmente, necessitando dos dedos ou de riscos pequenos para contar. Podemos observar, também na primeira questão.

Figura 26 – Teorema-em-ação do Aluno E, diante da situação problema 1.

E na situação nove.

Figura 27 – Teorema-em-ação do Aluno E, diante da situação problema 9.

Nas questões que envolviam números grandes ou números decimais, necessitou de ajuda tanto para interpretar, como para resolver. Na questão 7, precisei exemplificar a mesma situação com números menores que 10, então ele conseguiu prosseguir.

O aluno A, na questão 10, utilizou o esquema a seguir:

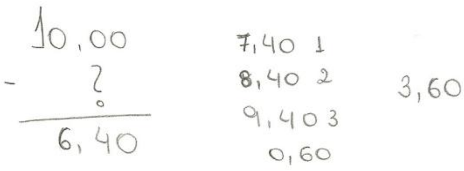


Figura 28 – Teorema-em-ação do Aluno A, diante da situação problema 10.

Ele não conseguiu identificar com que operação iria entrar o resultado, então foi aumentando 6,40 até chegar a 10,00.

Nesta mesma questão, o aluno F resolver da seguinte maneira:

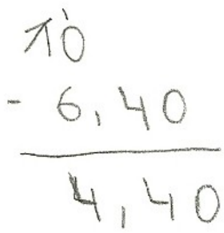


Figura 29 – Teorema-em-ação do Aluno F, diante da situação problema 10.

Apesar de ter tirado os zeros após a vírgula do número 10 e mantido as casas após a vírgula do subtraendo, ele reconheceu que eram 10 inteiros e não 0,10.

Na questão 7, o aluno A, somou as informações numéricas do enunciado.

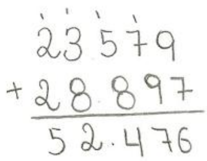


Figura 30 – Teorema-em-ação do Aluno A, diante da situação problema 7.

E na questão 11, o aluno C dividiu ao invés de subtrair, pois tinha a palavra dividir no enunciado.

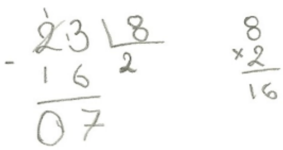


Figura 31 – Teorema-em-ação do Aluno C, diante da situação problema 11.

O momento da explicitação foi muito significativo, pois aprenderam outras formas de esquematizar a mesma situação. Após as atividades, os alunos deram seu depoimento.

Aluno E: *No começo eu fiquei com vergonha de mostrar, porque erro muito. Mas, depois vi que os outros também erram.*

Aluno A: *É eu também estava com vergonha, mas agora não tenho mais.*

Aluno F: *Eu gostei, porque aprendi outras formas de resolver os problemas.*

3.3.8 Dominó das Operações do Campo Conceitual Aditivo

- Descrição da atividade

Dominó composto de 21 peças, um modelo contendo operações de adição (Apêndice B) e outro modelo contendo operações de subtração (Apêndice C).

Para jogar os alunos foram divididos em grupos de dois e três alunos. Seguem-se as regras do dominó comum, embaralha-se as cartas viradas para baixo, cada jogador escolhe sete cartas o que sobrar fica para "comprar". O grupo pode decidir através do "par ou ímpar" ou "um ou nada" quem iria começar. O próximo a jogar é o participante imediatamente à direita daquele que inicia a partida, caso este não tenha a peça, pode "comprar" se tiver peças disponíveis ou "passará a vez" ao próximo e, assim, sucessivamente. É o vencedor aquele que primeiro conseguir encaixar, no dominó exposto à mesa, todas as suas peças.

- Objetivo

Propiciar ao aluno desenvolver o cálculo mental usando as operações do CCA.

- Material Didático

Dominó confeccionado com papel cartão, folha impressa com as operações e papel *contact* para oferecer uma durabilidade ao jogo.

- Análise da Atividade

Todos os materiais manipuláveis foram recebidos com muito entusiasmo por parte dos alunos. Mas, quando tratava-se de jogos a empolgação era maior.

Como este jogo apoia-se nas regras e objetivos do dominó comum, todos os alunos já sabiam como jogar e não apresentaram nenhuma dificuldade em compreendê-las.

Porém, apesar das inúmeras atividades realizadas com o intuito de "despertar" o cálculo mental neste grupo de alunos, eles ainda apresentam deficiências ao tratar números maiores do que 10. Pelos esquemas apresentados por eles durante as atividades, podemos observar que a atividade Soma Dez, foi associada a atividade com a Material Dourados e com os Cartões, bem como transferiram corretamente estes conceitos ao Soma Cem. Mas, quando trata-se da operação 18 + 12, apenas dois dos cinco alunos conseguem decompor em 10 + 8 + 2 + 10 = 10 + 10 + 10 + 30 ou 18 + 2 + 10 = 20 + 10 = 30.

Com o intuito de auxiliar os alunos na construção destes esquemas, foi lhes apresentado uma série de adições deste tipo, que se mostrou eficaz durante o desenvolvimento do jogo.

Diferentemente do dominó comum, resolvemos mostrar as cartas de cada participante, de modo que todos pudessem auxiliar os colegas nas operações.

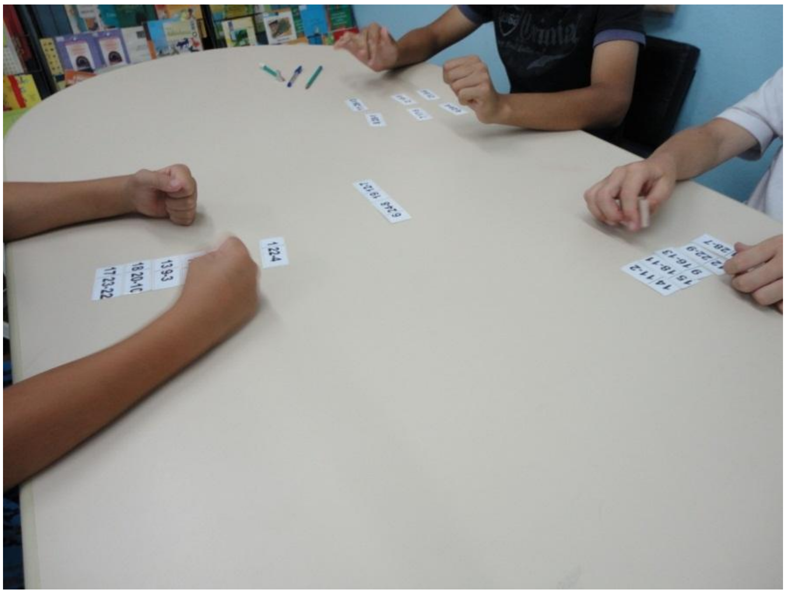


Figura 32 – Foto 1 da atividade Dominó das Operações

O desenvolvimento da atividade com o dominó da subtração fluiu melhor, indicando que o grupo estava conseguindo progredir nos seus esquemas.

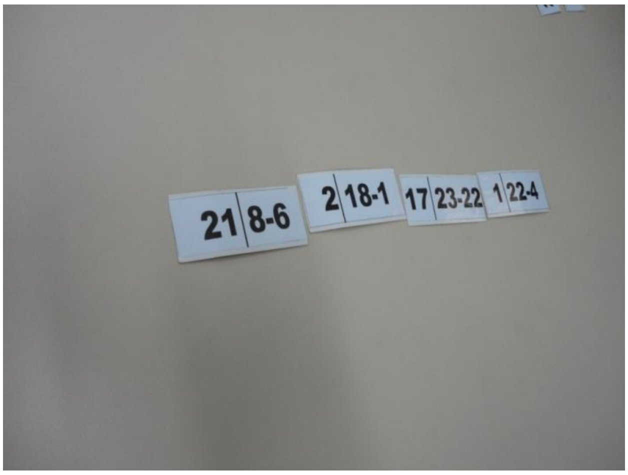


Figura 33 – Foto 2 da atividade Dominó das Operações

3.3.9 Situações problemas do Campo Conceitual Multiplicativo

- Descrição da Atividade

Os alunos receberam seis problemas em cada encontro. Eles tiveram o tempo que precisaram para resolvê-los, sempre apresentando os invariantes operatórios utilizados. Após esse momento individual, nos reuníamos e todos explicavam como tinha “pensado” para resolver a situação. Desta forma, o aluno tinha que argumentar sua escolha de resolução e convencer seus colegas que sua estratégia estava correta.

Durante a explicação do aluno, ninguém interferia. Depois que todos apresentassem sua estratégia para a mesma situação, cada um retornava e dizia se tinha acertado ou errado a questão e por quê.

- Objetivo

Esta atividade pretende analisar os invariantes operatórios utilizados pelos alunos diante das situações propostas.

- Material didático

 - folhas impressas com as situações;
 - lápis e borracha.

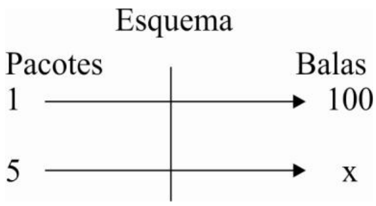
- Análise da atividade

Apresenta-se as situações propostas aos alunos, bem como os esquemas e categorias correspondentes segundo Vergnaud (2009).

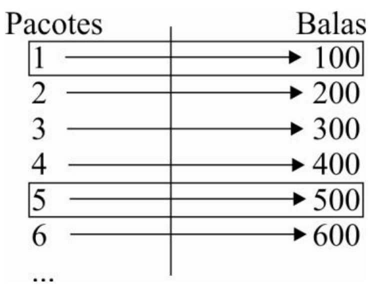
1) Isomorfismo de medida

Primeira Classe: Multiplicação. Consiste em situações problemas que envolvem quatro termos. Por exemplo:

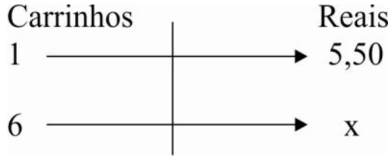
Situação 1: Maria tem 5 pacotes de balas. Há 100 balas em cada pacote. Quantas balas Maria tem?



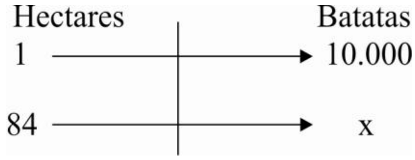
O esquema acima é um quadro reduzido da correspondência entre duas espécies de quantidades.



Situação 2: José comprou 6 carrinhos. Pagou R$5,50 por cada carrinho. Quanto José pagou por todos os carrinhos?

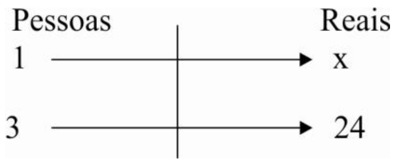


Situação3: Uma fazenda de 84 hectares produz 10.000kg de batatas por hectare. Qual a sua produção total?

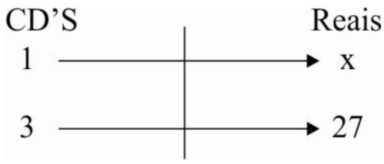


<u>Segunda Classe:</u> Divisão: determinar o valor unitário.

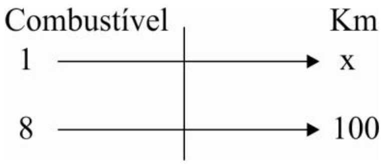
Situação 4: Maria ganhou 24 reais de sua avó. Ela quer dividir igualmente com seus dois irmãos, João e José. Quantos reais cada um deverá receber?



Situação 5: Comprei 3 *Cd's* por R$27,00. Quanto custou cada *CD*?

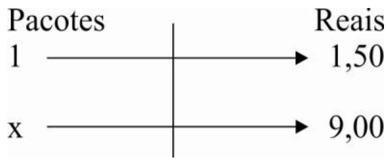


Situação 6: Um carro *totalflex* gasta 8 litros de combustível para percorrer 100 km. Quantos quilômetros o mesmo carro percorre com 1 litro de combustível?

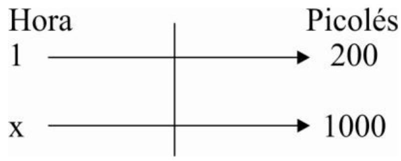


<u>Terceira Classe:</u> Divisão: Encontrar a quantidade de unidades

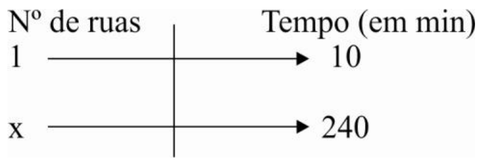
Situação 7: Maria tem R$9,00 e quer comprar pacotes de figurinhas que custam R$1,50. Quantos pacotes ela pode comprar?



Situação 8: Uma fábrica de sorvete produz em uma hora 200 picolés. Quanto tempo levará para que sejam produzidos 1000 picolés?



Situação 9: Um entregador de jornais percorre uma rua em aproximadamente 10 minutos. Quantas ruas ele poderá percorrer em 4 horas (ou 240 minutos)?



2) Produto de medida

<u>Primeira Classe:</u> Multiplicação – encontrar o produto da medida, conhecendo-se as medidas elementares

Situação 10: Qual a área de um terreno que possui 13,5m de comprimento e 21,7m de largura?

Situação 11: Ao usar uma régua de 20 cm para medir uma mesa, Henrique observou que ela coube 27 vezes no comprimento da mesa. Qual o comprimento da mesa?

Vergnaud (2009) explica, na categoria Isomorfismo de medida, a dificuldade dos alunos de séries iniciais em compreender porque ao multiplicar, por exemplo, o preço de um *CD* pela quantidade destes, o resultado é dado em reais e não em *CD´S*.

Isto se diferencia da categoria Produtos de Medida, na qual se multiplica, por exemplo, centímetros por centímetros resultando em centímetros quadrados. Ou seja, para esta categoria é dado o valor de duas grandezas elementares para que seja encontrado o valor de outra grandeza que se constitui uma relação.

<u>Segunda Classe:</u> Divisão – encontrar as medidas elementares, dado o valor do produto de grandezas e o valor da outra grandeza elementar,
Situação 12: Um terreno tem a superfície de 456 metros quadrados e um comprimento de 19 metros. Qual a largura desse terreno?

Nesta atividade houveram várias dificuldades, entre elas:
- não identificar a operação a ser realizada;
- dificuldade no algoritmo;
- não encontrar uma estratégia de resolução sem dispor do algoritmo;
- multiplicar e dividir quando o número possui muitos zeros;
- não relacionam a noção de quanto cabe com a divisão.

Poucas situações foram resolvidas com sucesso, mas foi possível identificar os invariantes operatórios utilizados.

O esquema do aluno C, na primeira situação.

Figura 34 – Teorema-em-ação do Aluno C, diante da situação problema 1.

O aluno E, na questão de número quatro.

Figura 35 – Teorema-em-ação do Aluno E, diante da situação problema 4.

Os invariantes operatórios apresentados serviram de suporte para a construção dos esquemas nas situações que os alunos não conseguiram resolver.

Observou-se que algumas destas situações mostraram-se complexas para este grupo de alunos, desta forma foi preciso intervir e recomeçar com situações mais simples em que não envolvessem números decimais, tão pouco números grandes.

3.3.10 Dominó das Operações do Campo Conceitual Multiplicativo

- Descrição da atividade

Dominó, um modelo de 28 peças contendo operações de multiplicação (Apêndice C) e outro modelo de 21 peças contendo operações de divisão (Apêndice D).

Para jogar os alunos foram divididos em grupos de dois e três alunos. Segue-se as regras do dominó comum, embaralha-se as cartas viradas para baixo, cada jogador escolhe sete cartas o que sobrar fica para "comprar". Pode tirar no par ou ímpar ou no um ou nada quem irá começar. O próximo a jogar é o participante imediatamente à direita daquele que inicia a partida, caso este não tenha a peça, poderá "comprar" se tiver peças disponíveis ou "passará a vez" ao próximo e, assim, sucessivamente. Será vencedor aquele que primeiro conseguir encaixar, no dominó exposto à mesa, todas as suas peças.

- Objetivo

Propiciar ao aluno desenvolver o cálculo mental usando as operações do CCA.

- Material Didático

Dominó confeccionado com papel cartão, folha impressa com as operações e papel *contact* para oferecer uma durabilidade ao jogo.

- Análise da Atividade

No dominó da multiplicação, as operações que envolveram números maiores que 6, foram recebidas com dificuldade pelos alunos. Dessa forma, foi preciso um (re)pensar sobre esta operação, exemplificando seu conceito.

Já prevendo os obstáculos desta atividade em relação à operação, foi distribuído palitos de sorvete para auxiliá-los nas divisões. Esta decisão foi fundamental para o funcionamento da atividade.

3.3.11 Ligando os pontos

- Descrição da Atividade

Cada aluno recebeu uma folha que continha pontinhos dispostos conforme o plano cartesiano (Anexo F) e algumas operações para serem realizadas, nesta atividade operações de multiplicação e de divisão.

O aluno tem a "dica" da figura a formar com os resultados das operações, que devem ser marcados com um ponto no plano, que por sua vez, deverá ser ligado ao ponto do resultado seguinte. Logo, caso erre a operação, irá perceber uma "falha" no desenho.

- Objetivo

Estimular o aluno a desenvolver a automação do cálculo mental através das operações de multiplicação e divisão, bem como a orientação espacial no papel.

- Material didático

- folha com a atividade impressa;
- folha para o registro dos esquemas;
- palitos de sorvete para auxílio no algoritmo.

- Análise da Atividade

Nesta atividade os alunos resolveram diversas operações de multiplicação e de divisão “brincando”. Pois, estavam curiosos para ver que figura iria formar. Caso errassem alguma operação, perceberiam na hora de ligar os pontos e fazer o desenho, visto que o mesmo apresentaria erros de formação.

Assim como em atividades anteriores, foi disponibilizado palitos de sorvete, de modo que os alunos pudessem construir seus esquemas inicialmente com o concreto e depois na folha de registro, onde foi possível verificar uma “evolução conceitual”.

Segundo Vergnaud o aluno já possui um campo conceitual quando se depara com novas situações, denominado de campo conceitual inicial. Diante dessas situações, entram em cena os invariantes operatórios, formados pelos conceitos-em-ação e teoremas-em-ação que expressam a compreensão dos alunos. Quando se trata de um novo conceito, muitas vezes o aluno não possui capacidade imediata de desenvolver esquemas e necessitando de meios que contribuam à reflexão e à ações na busca de soluções, possibilitando assim o desenvolvimento do seu campo conceitual, denominado de novo campo conceitual.

Desta forma, analisando o esquema seguinte, pode-se afirmar que este aluno modificou seu campo conceitual inicial e, agora, possui um novo campo conceitual.

Figura 36 – Foto do Aluno A durante a atividade Ligando os Pontos

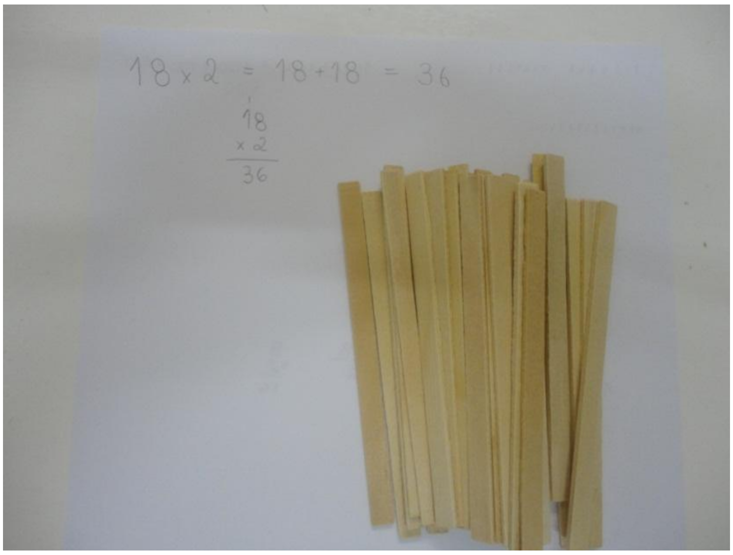


Figura 37 – Foto 2 do Aluno A durante a atividade Ligando os Pontos

3.3.12 Feche a caixa

- Descrição da Atividade

Jogo no computador, que tem por objetivo fechar o maior número de caixas, perdendo o mínimo de pontos, tornando-se uma excelente atividade para estimular o cálculo mental.

- Como jogar

- Digitar o nome dos participantes, no máximo 3.
- Cada jogador inicia com 45 vidas, que é diminuído a cada jogada.
- Para lançar os dados, basta clicar sobre eles.
- O jogador deve fechar uma ou duas casas a qual o total de pontos seja o mesmo número conseguido nos dados.

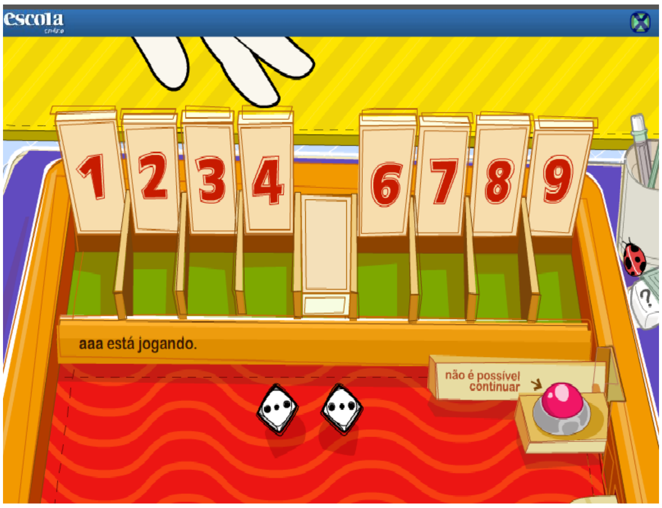


Figura 38 – Imagem 1 do Jogo Feche a Caixa

- Repete-se o procedimento até não conseguir formar mais nenhuma combinação, clicando no botão "não é possível continuar".

- O jogador deve somar os valores das casas que permaneceram abertas e diminuir das 45 vidas que recebeu no inicio do jogo.

- Inicia-se o mesmo processo para o próximo jogador.

Observações:

- Quando o número de pontos de uma rodada for maior do que o número de vidas, o participante é eliminado

- Quando as casas 7, 8 e 9 estiverem fechadas, o jogador pode escolher se quer jogar com 1 ou 2 dados.

- Objetivo

Estimular o aluno a formar estratégias com uso das quatro operações básicas, através do cálculo mental.

- Material Didático

- um computador com acesso à internet para cada aluno.

- Análise da Atividade

As atividades propostas no computador foram além dos objetivos previstos, pois o interesse dos alunos foi tanto que solicitaram como encontrar o jogo na web para que pudessem jogar em casa também. É interessante como tudo que vai para a tela do computador tem maior motivação.

Quanto ao desenvolvimento da atividade, observou-se que as operações com os números da caixa, foram efetuadas mentalmente com sucesso, visto que as operações envolviam números de 1 a 6 e com resultados entre 1 e 9, mas a soma/diferença dos pontos necessitou de registro.

3.3.13 Jogo dos retângulos

Atividade retirada do artigo intitulado "Jogos dos retângulos para a construção dos conceitos de número primo e composto", já comentado durante a descrição da revisão bibliográfica.

- Descrição da Atividade

Cada aluno deve construir retângulos utilizando números diferentes de unidades quadradas, onde as dimensões dos retângulos (comprimento e largura) correspondem aos divisores do número de unidades quadradas utilizadas pelo aluno para a construção do retângulo.

Primeiramente foi solicitado aos alunos que formassem os retângulos a partir da medida de área mencionada. Por exemplo, construir todos os retângulos possíveis com 24 quadrados, ou seja, com 24 unidades de área.

Em seguida, os alunos tinham que identificar a menor quantidade de unidades quadradas que deveriam tomar para construir retângulos de mesma área e diferentes dimensões.

- Objetivo

Oportunizar ao aluno construir um repertório de produtos possíveis para construir um mesmo número e diferenciar números primos de números compostos.

- Material Didático

- uma centena de quadrados idênticos feitos de cartolina e revestidos de papel *contact*;

- folhas para caçulo;

- lápis, borracha, régua;

- folhas de registro, conforme o modelo a seguir.

Número de unidades quadradas	Desenho dos retângulos construídos	Descrição dos produtos

- Análise da Atividade

A atividade ocorreu individualmente, com o intuito de todos participarem do processo de montagem dos retângulos e posteriormente do registro e do cálculo mental. Houve uma dificuldade inicial para compreender a atividade, que foi rapidamente sanada após um exemplo.

Nas fotos a seguir, pode se observar alguns momentos da atividade.

Figura 39 – Foto 1 da atividade Jogo dos retângulos

Figura 40 – Foto 2 da atividade Jogo dos retângulos

Analisando os registros dos alunos, é possível verificar que houve entendimento da atividade. E segundo o esquema apresentado pelo aluno E, afirmar que houve evolução conceitual do CCM.

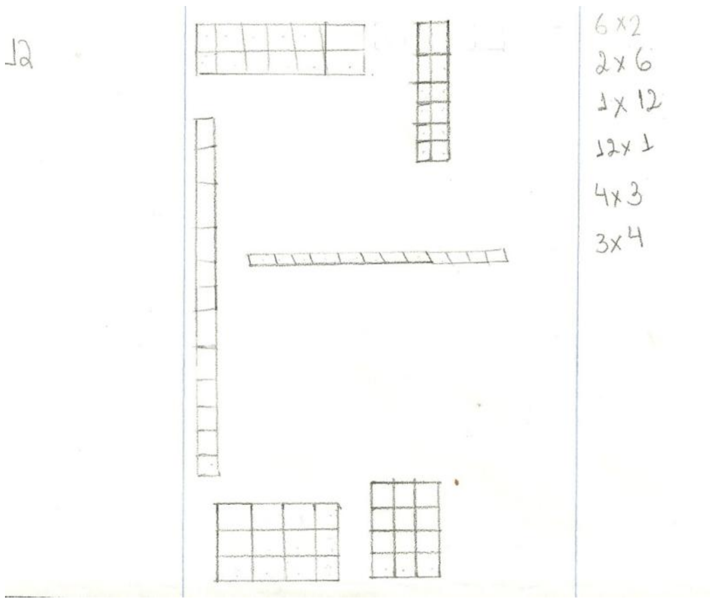


Figura 41 – Registro da Atividade Jogo dos retângulos, Aluno E

Após os alunos terem mecanizado seus esquemas, deixaram de utilizar as unidades quadradas, exceto o aluno E.

3.3.14 Labirinto dos Múltiplos e divisores

- Descrição da Atividade

Atividade individual, onde os alunos devem encontrar a saída do labirinto, para isto devem andar para a direita ou para esquerda e para cima ou para baixo, mas não pode andar nas diagonais. Além disso, a próxima casa a pisar tem que ser obrigatoriamente, múltiplo ou divisor da casa em que se encontra.

As unidades quadradas da aula passada ficaram disponíveis para os alunos, ficando a critério de cada um utilizá-las ou não.

- Objetivo

Esta atividade foi apresentada aos alunos com a finalidade de reforçar os conceitos trabalhados na aula anterior (múltiplos e divisores).

- Material Didático

- folha para rascunho;
- lápis de cor;
- unidades quadradas;
- tabuleiro do labirinto, conforme modelo a seguir.

ENTRADA

3	6	9	27	54	108	4	16	32	64
9	12	24	12	6	60	16	32	64	218
18	24	26	24	9	18	54	5	25	128
36	8	4	5	3	32	27	10	125	512
12	6	20	16	6	16	81	20	250	500
4	3	5	15	30	8	9	40	57	19
7	21	7	14	56	4	63	80	3	95
14	104	26	21	42	14	7	8	51	5
28	52	2	3	41	3	6	24	17	25
56	26	13	39	13	52	4	68	34	**75**

SAÍDA

Quadro 4 – Atividade do Labirinto

- Análise da Atividade

Inicialmente os alunos estavam inseguros, pois não sabiam como formar os retângulos com as unidades quadradas. Somente desenvolveram a atividade com autonomia, depois que fizemos três passos juntos.

Gradativamente, os alunos foram recordando a atividade anterior e deixando de utilizar os retângulos.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A escola, no decorrer do tempo, se transformou na instituição responsável por garantir às gerações mais jovens os conhecimentos e os valores legitimados pelas gerações mais antigas que os produziram e os consolidaram. Portanto, a função social da escola vem sendo a de ensinar às novas gerações a lógica sob a qual esta mesma sociedade foi estruturada.

A matemática originou-se a partir da necessidade humana material. Neste contexto cabe à escola buscar estratégias para que o aluno abstraia estas ideias a fim de transformá-las em conceitos. É nesta etapa do processo de ensino aprendizagem que a Matemática passou a ser para muitos, difícil e chata, pois a linguagem matemática tornou-se formal, precisa e rigorosa.

Atualmente, o "ensino mecânico" já não supre as necessidades básicas para a formação de um cidadão ativo na sociedade, visto que vivemos num mundo moderno com um fantástico avanço tecnológico que se move com o auxílio de pessoas dinâmicas, criativas, sociáveis, coerentes e que saibam buscar informações.

Este panorama exige uma nova postura frente ao ensino que se ministra. É necessário repensar constantemente a prática docente para poder acompanhar as mudanças que ocorrem rapidamente à nossa volta. Como mediador e não apenas transmissor de conhecimentos, é importante fazer que o aluno possa também participar de seu aprendizado, se tornando um ser ativo, pensante e agente.

Nesse sentido, é necessário lembrar que a apropriação do conhecimento matemático se dá por um trabalho gradativo, interativo e reflexivo. Portanto, o professor precisa perceber a forma de raciocinar, elaborar e resolver determinados problemas e assim ser o mediador entre o conhecimento historicamente produzido e sistematizado e aquele adquirido socialmente pelo aluno (VERGNAUD, 2009).

O estudo dos elementos educacionais não pode ser encarado numa visão simplista que busque apenas identificar causas quantificáveis para justificar os diversos fracassos escolares, principalmente em relação à defasagem de conteúdo. A complexidade que envolve esses elementos não permite que lhes seja oferecido um trato independente, como se seus eventos pertencessem a um contexto em específico, pois correríamos o risco de acabar em classificações e rotulações constituintes de alguns mitos que ainda rondam o contexto educacional.

Na tentativa de avançar no estudo nos fenômenos relacionados às situações de defasagem na aprendizagem em matemática, este trabalho propôs-se compreender como a Teoria dos Campos Conceituais pode contribuir para a (re)construção do conhecimento dos alunos sobre os conteúdos básicos da matemática.

É consensual a importância da Matemática na contemporaneidade, principalmente das quatro operações básica, que fundamentam diversos conteúdos. Assim, a experimentação de diferentes métodos de ensino é oportunidade de desenvolvimento, pois desta forma professor e aluno permitem-se experimentar, descobrir, inventar, aprender e conferir habilidades.

Nesse sentido, a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria da Aprendizagem Significativa, que embasaram esta pesquisa, mostraram-se adequadas para o estudo de procedimentos e invariantes operatórios utilizados pelos alunos na resolução das atividades desenvolvidas. No desenrolar dessas, verificou-se que os alunos aceitaram-nas como suas e partiram para busca de soluções, criaram estratégias e procedimentos que evidenciaram os invariantes operatórios utilizados.

Desta forma, a análise das produções dos alunos, para as atividades propostas, permitiu estudar o procedimento por eles utilizado e identificar os invariantes operatórios implícitos nesses. Este espaço foi importante no sentido de exercitar a relação afetiva do aluno com o mundo, com as pessoas e com os objetos, que possibilitou um ensino significativo, de acordo com realidade dos alunos.

Quanto à defasagem de conteúdo, é complexo mensurar a evolução conceitual, visto que os conceitos trabalhados nesta pesquisa irão interferir não somente nos campos conceituais aditivos e multiplicativos, como em todos os subsequentes. Pela descrição e análise das atividades, podemos observar que todas as crianças trataram com sucesso as situações do campo conceitual aditivo, porém ainda apresentam dificuldades em relação ao campo conceitual multiplicativo, principalmente na interpretação dos enunciados e na operação de divisão.

Segundo Vergnaud (SD, p.14) o principal motivo para este obstáculo é o tempo. "*As estruturas aditivas e multiplicativas da aritmética elementar se constroem, por exemplo, num período mais longo que os programas não conhecem (...)*", isto é, o conhecimento não se constrói em blocos, mas pedaço por pedaço e esse processo é longo.

Durante o desenvolvimento deste estudo, descobriu-se que o tempo passa muito rápido e que a aprendizagem não deve, nem pode ser programada pelas horas do relógio.

Descobriu-se, também, que na cognição das crianças, o Campo Conceitual Aditivo e o Campo Conceitual Multiplicativo são muito mais complexos do que a forma que foi descrito na fundamentação teórica, simplesmente porque necessitam se apoiar em subsunçores que talvez ainda não existissem.

Foi possível observar que em diversas situações os alunos nem chegavam a construir um esquema, seja por dificuldade seja por medo do erro. Isto nos leva a acreditar, que seus erros nunca foram usados para ensinar, somente para reprimir.

Nas atividades iniciais, logo que algum aluno percebia que havia erros em seu esquema, apagava o que havia feito, sem refletir, sem questionar. Muitos momentos foram necessários até que eles criassem o habito de "estudar seu erro", nas palavras de Vergnaud, seus esquemas, seus invariantes operatórios. Desta forma, estes alunos, (re)aprenderam a aprender.

Apesar da pesquisa no contra turno abordar operações básicas da matemática e não ter trabalhado questões diretamente relacionadas ao conteúdo correspondentes à turma que se encontram. Uma surpresa agradável ocorreu ao fechar a média do último bimestre de 2010. Todos os alunos tiveram melhorias notáveis (entre 15% e 40%) na nota da média final do bimestre.

Esse resultado talvez seja mais fidedigno que a própria pesquisa apresentada, pois nos mostra que todos os alunos (uns mais outros menos, mas todos) conseguiram transferir os esquemas criados durantes a resolução das situações propostas para outras situações, mais elaboras, de maneira eficaz.

Desta forma, esta pesquisa se difere das demais que abordam o mesmo tema, pela oportunidade de observar os sujeitos desta pesquisa não somente durante as situações estrategicamente pensadas, mas também durante o curso normal da sala de aula.

Não foi possível analisar em profundidade todas as temáticas envolvidas neste estudo, como por exemplo, o processo avaliativo, a formação dos professores, a importância das atividades iterativas, a motivação, entre outras. Entretanto esta percepção só é possível pelo fato da realização deste.

A finalização desta pesquisa é um ato formal. No suscitar destas questões, tantas outras podem ser enumeradas e, com certeza, cada uma delas implica em uma nova pesquisa, uma nova investigação, uma nova abordagem. Essas são questões que poderão ser objeto de uma investigação futura, integrada a um curso de doutorado.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. e HANESIAN, H. *Psicologia Educacional.* Tradução de: Eva Nick et al.Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BINI, M.B. *Atividades interativas como geradoras de situações no campo conceitual da matemática*. 134f. Dissertação. Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS, Porto Alegre, 2008.

BOAVENTURA, E. M. *Metodologia da pesquisa: monografia, dissertação, tese*. São Paulo: Atlas, 2007.

BOGDAN, R. C. & BIKLEN, S.K. *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Editora Porto, 1994.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais*. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARAÇA, B.J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Portugal: Gradiva, 2000.

Coletânea de atividades, *Matemática: sala de apoio à aprendizagem* / Paraná. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. Departamento de Ensino Fundamental. Curitiba: SEEDPR, 2005. 71p.

DAVID, M.M.M.S. & LOPES, M.P. Professores que explicitam a utilização de formas de pensamento flexível podem estar contribuindo para o sucesso em matemática de alguns de seus alunos. *Zetetiké,* Campinas, v.6, n. 9, p. 31-55, 1998.

DRUCK, S. A crise no ensino de Matemática no Brasil. *Revista do Professor de Matemática*. São Paulo, v. 53, p. 1-5, 2004.

FERREIRA, A.B.H. *Mini Aurélio século XXI:* o dicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2004.

FLICK, U. *Introdução à Pesquisa Qualitativa*. 3ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FRANCHI, A. *Considerações sobre a teoria dos campos conceituais*. In Alcântara, 1999.

GIL, A.C. *Estudo de Caso*. São Paulo: Editora Atlas, 2009.

GOMES, M.G. *Obstáculos na Aprendizagem Matemática:* identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais. 161f. Tese. Doutorado em Educação Científica e Tecnológica, UFSC, Florianópolis, 2006.

BRASIL. Ministério da educação. Consulta ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB. 2007. Disponível em: < http://ideb.inep.gov.br/Site/ >. Acesso em: 10 de novembro de 2009.

JUSTO, C.R.J. *Mais ... ou Menos? A construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas*. 135f. Dissertação. Faculdade de Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2004.

MACHADO, S.D. et al. *Educação Matemática*: uma introdução. São Paulo. EDUC, 1999.

MACIEL, A. & CÂMARA, M. Analisando o Rendimento de alunos das Séries Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio em Atividades Envolvendo Frações e Ideias Associadas. *Boletim de Matemática,* Rio Claro, v.20, n. 28, p. 163-177, 2007.

MARKARIAN, R. A matemática na escola: alguns problemas e suas causas. *Revista do Professor de Matemática*. São Paulo, v. 38, p. 23-32, 1998.

MAZZEI, L.D. *Dificuldades de ensino e de aprendizagem do conhecimento matemático:* analisando a linguagem empregada por professores e alunos. 102f. Dissertação. Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS, Porto Alegre, 2004.

MODEL, S.L. *Dificuldades de alunos com a Simbologia Matemática*. 175f. Dissertação, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS, Porto Alegre, 2005.

MORAES, R. *Da Noite para o Dia*: tomada de consciência de pressupostos assumidos dentro das pesquisas sociais. Porto Alegre: s.ed. (mimeo), 2007.

MOREIRA, M.A. *A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula*. Brasília: Editora UnB, 2006.

MOREIRA, M.A. *Teorias de aprendizagem*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999a.

MOREIRA, M.A. *Aprendizagem significativa*. Brasília: Editora da UnB, 1999b.

MOREIRA, M.A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. Porto Alegre: *Investigações em Ensino de Ciências,* Porto Alegre, v. 7, n. 1, p.7-29, 2002.

PEQUENO, M.I. Metacognição em testes de respostas múltiplas. *ZETETIKÉ*. São Paulo: Unicamp. v. 7, n. 12, p. 119-133, 1999.

SAMPAIO, S. *Dificuldades de Aprendizagem*: A Psicopedagogia na relação sujeito, família e escola. Rio de Janeiro: WAK Editora,2009.

SILVA, M.M. *Dificuldades de alunos do Ensino Médio em questões de Matemática do Ensino Fundamental*. 200f. Dissertação, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS, Porto Alegre: 2006.

TRIVIÑOS, A.N.S. Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais. São Paulo: Atlas, 2008.

VERGNAUD, G. *Atividade e Conhecimento Operatório*. Tradução Maria Florisbella Barbieri Nunes. Conferência, S.D.

VERGNAUD, G. *Teoria dos Campos Conceituais*. In Nasser, L. (ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1993a. p.1-26.

VERGNAUD, G. *Piaget e Vygotsky: Convergências e controvérsias*. Revista Geempa, Porto Alegre, RS, n.2, p. 76-83, nov. 1993b.

VERGNAUD, G. Algunas ideas fundamentales de Piaget em torno a la didáctica. *Perpectivas,* v. 26, n. 1, p. 195-207, 1996.

VERGNAUD, G. & PLAISANCE, E. *As ciências da Educação*. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

VERGNAUD, G. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

ZABALZA, M.A. *Diários de Aula*: um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional. Porto Alegre: Artmed, 2004.

<www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao.../CC05246478793R.rtf> acessado em 03 de julho de 2010.

<http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos> acessado em 14 de agosto de 2010.

ANEXO 1

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

A Teoria de Gérard Vergnaud como ferramenta para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática: um estudo de caso

Pesquisa em desenvolvimento na Dissertação, de conclusão do curso de pós-graduação da PUCRS, pela graduanda Grazielle Jenske.

I. Justificativa e objetivos da pesquisa

É sabido que a promoção automática dos alunos, na vida escolar, acarretam em diversos fatores que prejudicam sua aprendizagem, e um deles é a defasagem de conteúdos. Com o intuito de preencher as lacunas deixadas ao longo de seis/sete anos de escola e de compreender como ocorre a reconstrução do conhecimento dos alunos sobre os conhecimentos básicos da matemática por meio da Teoria dos Campos Conceituais, é que surge o anseio por esta pesquisa.

II. Procedimentos (Metodologia)

Esta pesquisa contará com a participação de um grupo de alunos dos 8º anos do Ensino Fundamental, de uma escola municipal de Indaial – Santa Catarina, que apresentam grande defasagem escolar em função das turmas que se encontram.

Esta pesquisa tem uma abordagem qualitativa, empregando testes escritos, entrevistas semi-estruturadas gravadas e registros pessoais, analisados à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

III. Garantia de conhecimento do conteúdo da pesquisa.

Os alunos entrevistados, bem como seus responsáveis terão livre acesso ao material de pesquisa e conhecimento do conteúdo.

IV. Autorização relativa ao uso da entrevista

Pretende-se a autorização do entrevistado para que este participe como sujeito desta pesquisa para fins de compreensão do fenômeno investigado e enriquecimento da mesma.

O entrevistado poderá concordar ou não com os seguintes itens referentes à sua participação como sujeito da pesquisa:

Gravação da entrevista; transcrição da entrevista; revisão e aval pelo entrevistado do texto da entrevista; utilização de citações com trechos retirados das entrevistas.

Fica estabelecido que o entrevistado terá liberdade de, a qualquer momento, discordar da sua participação nesta pesquisa sem prejuízos para si.

V. Compromisso com a informação atualizada do estudo.

A qualquer momento, o entrevistado poderá obter informações quanto ao andamento da pesquisa, a partir de contatos estabelecidos com:

- o(a) pós-graduando (a), Grazielle Jenske Fone: (47) 3333-8606
- o(a) professor(a) orientador(a) Prof.(a) Dr.(a) Sayonara Salvador Cabral da Costa Fone: (51) 3320-3650
- O Comitê de Ética em Pesquisa da PUCRS – Fone: (51)33203345

Declaro que recebi cópia do presente Termo de Consentimento.

____

Assinatura do Responsável pelo Entrevistado

Nome :
Data:

____

Assinatura do Pesquisador

Nome : Grazielle Jenske
Data:

ANEXO 2

Competências a serem desenvolvidas na disciplina de Matemática do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, segundo os PCN's.

Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais
• Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário.
• Compreensão e utilização das regras do sistema de numeração decimal, para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de qualquer ordem de grandeza.
• Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional.
• Extensão das regras do sistema de numeração decimal para compreensão, leitura e representação dos números racionais na forma decimal.
• Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal.
• Localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal.
• Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente.
• Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.
• Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.
• Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão.
• Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.
• Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
• Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário.

Operações com Números Naturais e Racionais
• Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais.
• Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
• Resolução das operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do uso de técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos.
• Ampliação do repertório básico das operações com números naturais para o desenvolvimento do cálculo mental e escrito.
• Cálculo de adição e subtração de números racionais na forma decimal, por meio de estratégias pessoais e pelo uso de técnicas operatórias convencionais.
• Desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de resultados pelo uso do cálculo mental e da calculadora.
• Decisão sobre a adequação do uso do cálculo mental — exato ou aproximado — ou da técnica operatória, em função do problema, dos números e das operações envolvidas.
• Cálculo simples de porcentagens.

Espaço e Forma
• Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço, de diferentes pontos de vista.
• Utilização de malhas ou redes para representar, no plano, a posição de uma pessoa ou objeto.

• Descrição, interpretação e representação da movimentação de uma pessoa ou objeto no espaço e construção de itinerários.
• Representação do espaço por meio de maquetes.
• Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos, como a esfera, o cone, o cilindro e outros.
• Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas.
• Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.
• Identificação da simetria em figuras tridimensionais.
• Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais.
• Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.
• Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc.
• Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc.
• Composição e decomposição de figuras planas e identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares.
• Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas.
• Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas.
• Representação de figuras geométricas.

Grandezas e Medidas
• Comparação de grandezas de mesma natureza, com escolha de uma unidade de medida da mesma espécie do atributo a ser mensurado.
• Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário: comprimento, massa, capacidade, superfície, etc.
• Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida como metro, centímetro, quilômetro, grama, miligrama, quilograma, litro, mililitro, metro quadrado, alqueire, etc.
• Reconhecimento e utilização de unidades usuais de tempo e de temperatura.
• Estabelecimento das relações entre unidades usuais de medida de uma mesma grandeza.
• Reconhecimento dos sistemas de medida que são decimais e conversões usuais, utilizando-as nas regras desse sistema.
• Reconhecimento e utilização das medidas de tempo e realização de conversões simples.
• Utilização de procedimentos e instrumentos de medida, em função do problema e da precisão do resultado.
• Utilização do sistema monetário brasileiro em situações-problema.
• Cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas.

Tratamento da Informação
• Coleta, organização e descrição de dados.
• Leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada (por meio de listas, tabelas, diagramas e gráficos) e construção dessas representações.
• Interpretação de dados apresentados por meio de tabelas e gráficos, para identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos.

• Produção de textos escritos, a partir da interpretação de gráficos e tabelas, construção de gráficos e tabelas com base em informações contidas em textos jornalísticos, científicos ou outros.
• Obtenção e interpretação de média aritmética.
• Exploração da idéia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”.
• Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.
• Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997, p.85-91

APÊNDICE A

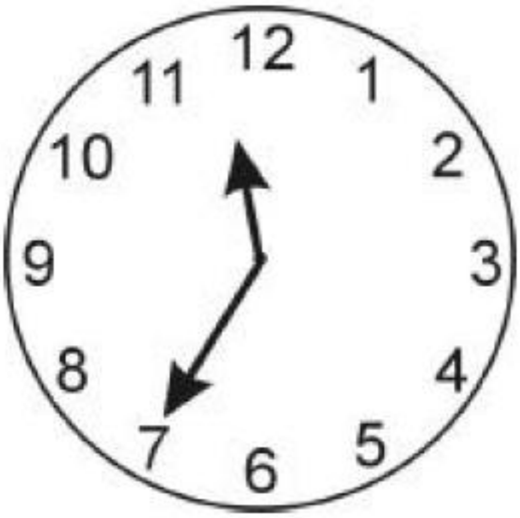
Questionário avaliativo sobre conhecimentos matemáticos básicos

Professora: Grazielle Jenske
Aluno (a): ____
Turma: _________
Indaial, ____/____/2010.

Prezado aluno (a)
Este questionário é parte de um estudo para analisar seus conhecimentos matemáticos, visando identificar sua compreensão a respeito dos conceitos exigidos em cada situação.

1) (Projeto Pitanguá, matemática, 5º ano, p.12). Em 2007, o estado do Rio de Janeiro sediou os jogos Pan-Americanos. Participaram dos jogos 5 662 atletas representando 42 países da América do sul, da América Central e da América do Norte. Desses atletas, 660 eram brasileiros. No total, foram distribuídas 1 076 medalhas, sendo 333 de ouro, 332 de prata e 411 de bronze.
Escreva como se lê cada uma das informações numéricas desse texto.

2) (Preparatório Prova Brasil, 2009) Quando Maria colocou o bolo para assar, o relógio marcava:



O bolo ficou pronto em 30 minutos. Que horário o relógio estava marcando quando o bolo ficou pronto?
a) 11 horas e 50 minutos
b) 12 horas
c) 12 horas e 5 minutos
d) 12 horas e 10 minutos

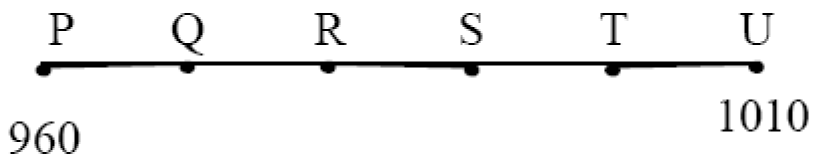
3) (Projeto Pitanguá, matemática, 5º ano, p.49) Em 31 de dezembro de 1989, Amyr Klink partiu de Parati, no litoral do estado do Rio de Janeiro, para uma viagem pelo mar com

destino à Antártida. Ele navegou com o barco "Parati" mais de 16 000 milhas marítimas. A viagem demorou 22 meses.
Considerando que uma milha marítima equivale a, aproximadamente, 2 quilômetros, quantos quilômetros Amyr Klink percorreu?

4) Maria tem R$70,00, que é o dobro da quantia que tem Carla. Quantos reais Carla tem?

5) Quais os números, com três algarismos, você pode escrever usando os algarismos 3, 7 e 8?

6) (Preparatório Prova Brasil, 2009) Na reta numérica a seguir, o ponto P representa o número 960 e o ponto U representa o número 1010.



Em qual ponto está localizado o número 990, sabendo que a diferença entre o valor de um ponto e o valor de outro ponto consecutivo é de 10 unidades?

a) T
b) S
c) R
d) Q

7) Observe o dinheiro que Joana Possui:

a) Quantos reais ela possui?____________________________
b) Com essa quantia é possível comprar uma bolsa que custa R$38,90 e uma boneca que custa R$ 24,55?__________________________

Quantos reais vão sobrar ou faltar?_____________________

8) Marcelo aproveitou as promoções de fim de inverno para comprar algumas roupas. Em uma loja ele comprou R$ 300,00 em calças e casacos. Sabendo que as mercadorias dessa loja estavam com 30% de desconto, quanto Marcelo pagou pelas calças e casacos?

9) Descubra como começou cada seqüência e continue cada uma delas.

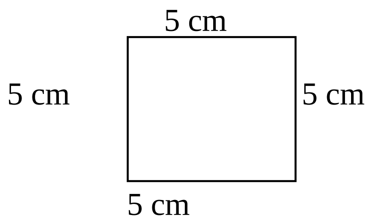
a) 37, 34, 31, 28, 25, _____, _____, _____.
b) 0, 2, 4, 6, 8, _____, _____, _____, _____, _____.
c) 1, 6, 11, 16, _____, _____.
d) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, _____, _____, _____, _____.
e) 1, 3, 5, 7, 9, _____, _____, _____, _____, _____.
f) 1, 2, 4, 7, 11, 16, _____, _____, _____.

10) (Preparatório Prova Brasil, 2009) Ao usar uma régua de 20 cm para medir uma mesa, Henrique observou que ela cabia 27 vezes no comprimento da mesa. Ele multiplicou esses valores e encontrou 540 cm. Em metros, o comprimento da mesa é de:

a) 0,54 m.
b) 5,4 m.
c) 54 m.
d) 540 m.

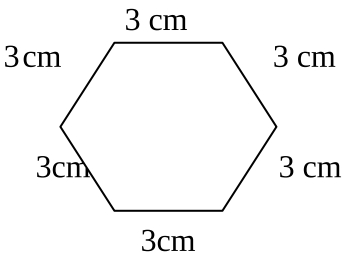
11) Em geometria, denomina-se perímetro a soma das medidas dos lados ou contorno de uma figura plana. Determine o perímetro de cada figura plana a seguir, conforme as medidas indicadas:

a)



Perímetro_________

b)



Perímetro __________

12) Enumere as frases, com números de 1 até 6, de modo que o problema abaixo fique ordem lógica:

(   ) Ele já colou 58 figurinhas.
(   ) Seu irmão deu a ele 12.
(   ) Quantas figurinhas ele ainda precisa comprar para completar seu álbum?
(   ) João coleciona figurinhas de futebol.
(   ) O álbum para estar completo deve ter 85 figurinhas.
(   ) Ele resolveu comprar todas as figurinhas que faltam na sua coleção.

13) Em cada ônibus cabem 35 pessoas. Para transportar 140 pessoas, quantos ônibus são necessários?

14) Marcos é camelô e logo cedo armou a barraca na feira. Ele levou para vender 384 lenços, que organizou em pacotes de 8, e vendeu a 10 reais cada pacote. No fim da feira ele tinha vendido 15 pacotes.

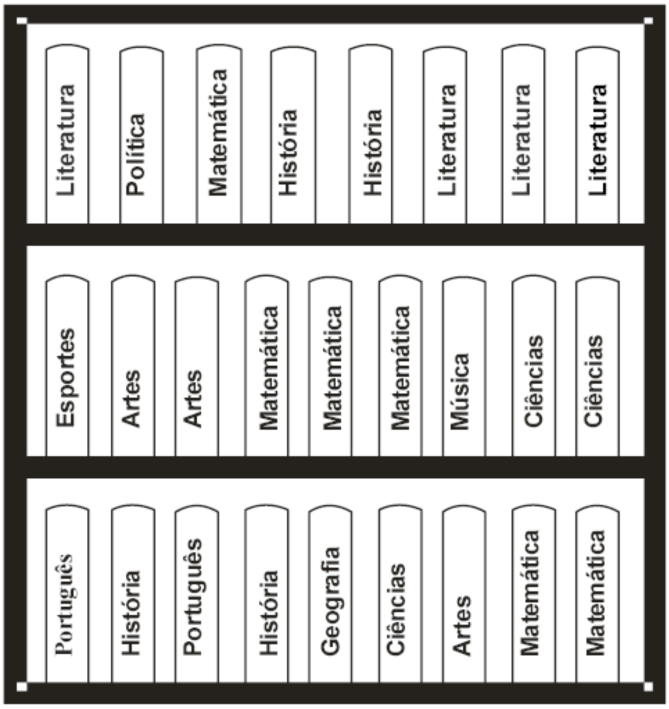
a) Quantos lenços ele vendeu? ____

b) Quantos pacotes Marcos tinha para vender? __________________________________

15) Desenhe um quadrado e um cone, utilizando instrumentos geométricos (régua):

16) Joaquim tem 13 anos de idade, enquanto seu pai tem o número em anos correspondente a Joaquim, mas com os algarismos invertidos. Calcule a diferença entre suas idades.

17) (Adaptado, preparatório Prova Brasil, 2009) Considere, no desenho abaixo, as posições dos livros numa estante:



Você está de frente para essa estante. O livro de música é:

(a) o terceiro da esquerda para a direita, na prateleira do meio.
(b) o sétimo da direita para a esquerda, na prateleira de cima.
(c) o sétimo da esquerda para a direita, na prateleira de cima.
(d) o terceiro da direita para a esquerda, na prateleira do meio.

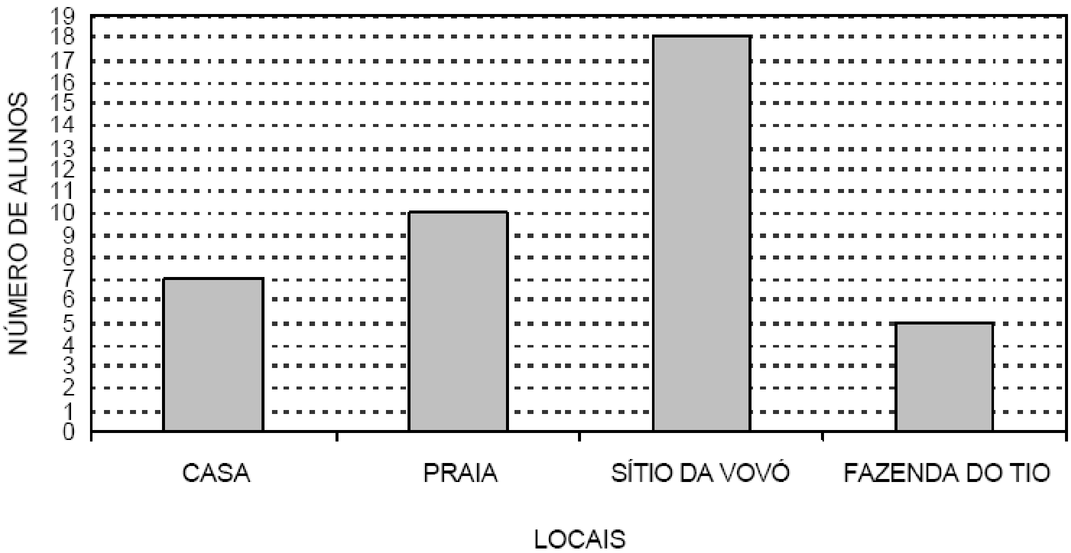
18) Em um simulado, Pedro acertou $^4/_{10}$ das questões. De que outra forma poderia representar essa fração?

a) 0,04
b) 0,20
c) 0,4
d) 4,20

19) Daniela comprou uma pizza e repartiu com seus quatro filhos. João comeu 3 pedaços, Pedro comeu 4, Nathália comeu 5 e Jorge não comeu nenhum. Sabendo-se que a pizza foi dividida em 24 pedaços iguais, que fração corresponde a parte consumida da pizza?

a) $^1/_2$
b) $^1/_3$
c) $^1/_4$
d) $^1/_{24}$

20) (Preparatório Prova Brasil, 2009) No final do ano, os alunos de Dona Célia fizeram uma pesquisa na sala de aula para saber onde cada um ia passar as férias. Cada aluno podia escolher um só lugar. Este gráfico mostra o resultado da pesquisa:



Qual dos locais foi o MENOS escolhido pelos alunos para passarem as férias?

a) casa
b) fazenda do tio
c) praia
d) sítio da vovó

Quantos são os alunos de dona Célia?

APÊNDICE B

Dominó da Adição

8	13 + 6	18	6 + 4
5	18 + 4	23	15 + 3
20	9 + 2	21	15 + 8
24	18 + 2	25	19 + 2
10	3 + 4	9	14 + 11
7	7 + 5	14	5 + 4
17	7 + 7	6	8 + 8
22	11 + 6	16	5 + 3
13	2 + 4	19	2 + 3
11	13 + 2	15	7 + 6
12	17 + 7		

APÊNDICE C

Dominó da Subtração

8	20 - 1	18	20 - 10
19	12 - 7	10	10 - 6
5	19 - 5	4	24 - 4
14	11 - 2	20	13 - 2
9	16 - 13	6	24 - 8
3	28 - 7	13	9 - 3
1	8 - 6	12	22 - 9
2	18 - 1	16	9 - 1
17	23 - 22	7	17 - 5
1	22 - 4	15	18 - 11
11	28 - 13		

APÊNDICE D

Dominó da Multiplicação

49	2 x 3	42	3 x 5
48	4 x 7	20	3 x 7
9	6 x 9	21	5 x 5
30	6 x 8	32	7 x 7
25	5 x 7	45	**2 x 8** **4 x 4**
28	7 x 8	16	**2 x 9** **3 x 6**
56	2 x 7	35	3 x 3
14	5 x 8	12	5 x 9
40	2 x 4	6	5 x 6
4	6 x 7	10	**2 x 6** **3 x 4**

8	3 x 9	18	**4 x 9** **6 x 6**
24	4 x 8	36	**3 x 8** **4 x 6**
54	2 x 5	27	2 x 2
15	4 x 5		

APÊNDICE E

Dominó da Divisão

15	14 : 2	12	39 : 3
21	18 : 9	14	27 : 3
0	33 : 3	5	28 : 2
16	16 : 2	3	42 : 2
19	25 : 5	17	1 : 1
8	38 : 2	2	34 : 2
18	30 : 3	9	21 : 7
1	36 : 2	4	40 : 2
11	45 : 3	10	28 : 7
7	36 : 3	6	48 : 3
13	36 : 6		

APÊNDICE F

Ligando os Pontos

Preciso ser soprado e apertado para funcionar.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
11	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
21	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
31	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
41	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
51	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
61	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
71	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
81	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
91	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

1) 62 ÷ 2 =	9) 210 ÷ 3 =
2) 54 ÷ 4 =	10) 194 ÷ 2 =
3) 70 ÷ 5 =	11) 32 x 3 =
4) 18 x 2 =	12) 17 x 5 =
5) 43 x 2 =	13) 105 ÷ 3 =
6) 174 ÷ 2 =	14) 96 ÷ 4 =
7) 6 x 13 =	15) 69 ÷ 3 =
8) 134 ÷ 2 =	16) 93 ÷ 3 =