

Renan Caron Viero

**ESTUDO DA MODELAGEM DINÂMICA DE PEQUENOS SINAIS DO
CONVERSOR ZETA NO MCD ALIMENTADO A PARTIR DE PAINÉIS
FOTOVOLTAICOS PARA CONEXÃO À REDE ELÉTRICA**

Dissertação de Mestrado submetida à Pontifícia
Universidade Católica do Rio Grande do Sul como
parte dos requisitos para a obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica.

**FERNANDO SOARES DOS REIS
(ORIENTADOR)**

Porto Alegre, 2011.

Renan Caron Viero

**ESTUDO DA MODELAGEM DINÂMICA DE PEQUENOS SINAIS DO
CONVERSOR ZETA NO MCD ALIMENTADO A PARTIR DE PAINÉIS
FOTOVOLTAICOS PARA CONEXÃO À REDE ELÉTRICA**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

Prof. Dr. Fernando Soares dos Reis

Prof. Dr. Vicente Mariano Canalli

Prof. Dr. Aurelio Tergolina Salton

Porto Alegre, Novembro de 2011.

Ao meu Pai, Reno Duvilio Viero.

AGRADECIMENTOS

Agradeço...

...ao professor Fernando Soares dos Reis, meu orientador, pelo companheirismo demonstrado, pela dedicação durante toda a orientação. Pelas justas cobranças que acabaram por me fazer uma pessoa um pouco mais responsável. Sem elas, provavelmente não teria chegado até aqui. Muito obrigado por tudo.

...ao professor Júlio César Marques de Lima, pela amizade e cumplicidade. Por nunca deixar uma pergunta sem resposta. Por acreditar em mim e permitir que eu trabalhasse ao seu lado. Fica aqui meus agradecimentos.

...aos colegas e ex-colegas de Laboratório Henrique, César, Lucas, Lucas “alemão”, Gustavo, Guilherme e Fernando, por proporcionar um ambiente de trabalho saudável, pela amizade e por toda a ajuda.

...aos funcionários do LEP, Thiago, Carlos, Edson e Liangrid, pela inestimável troca de experiências e pela amizade. Muito obrigado.

...a todos os professores que contribuíram de alguma maneira em minha formação acadêmica, em especial ao professor Luís Fernando Alves Pereira.

...aos funcionários do PPGEE, em especial a Maria Helena de Almeida, sempre me tranquilizando nos momentos de desespero.

...a PUCRS e a CAPES, que financiaram este trabalho.

...a toda a minha família, especialmente a Renata, que esteve presente em todo o meu desenvolvimento como profissional, sempre me apoiando nos momentos difíceis e comemorando ao meu lado minhas conquistas.

...a minha companheira e amiga Thaís, pelo alento e pelo amor.

...a todas as pessoas que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

*If the future's looking dark, we're the ones who have to shine
If there's no one in control, we're the ones who draw the line
Though we live in trying times, we're the ones who have to try
Though we know that time has wings, we're the ones who have to fly...*

(Neil Peart – Rush)

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo e o desenvolvimento da modelagem dinâmica de pequenos do conversor ZETA operando no modo de condução descontínuo, alimentado a partir de painéis solares fotovoltaicos, para conexão à rede elétrica. Inicialmente, é apresentado um estudo das principais características das células solares. Uma análise profunda sobre o conversor ZETA operando em regime permanente é realizada, considerando que o mesmo sintetiza uma onda senoidal retificada de baixa frequência. O conversor é analisado tanto na frequência de comutação como na frequência da rede elétrica. Esta característica transforma este conversor em uma peça fundamental na implementação do inversor módulo integrado para sistemas fotovoltaicos. Um exame detalhado do comportamento dinâmico do conversor é realizado através da abordagem do modelo médio no espaço de estados, resultando em um modelo linear analítico descrito em variáveis de estado. Em todas as análises se assume a rede elétrica comercial como uma carga com comportamento resistivo (variável). Por fim, o modelo dinâmico analítico obtido é validado através de simulações computacionais e através de ensaios laboratoriais em um protótipo especialmente elaborado para este fim.

ABSTRACT

This work presents the study and development of the small-signal dynamic modeling of the ZETA converter operating in discontinuous conduction mode, powered from photovoltaic solar panels in order to connect them to the power grid. Initially, it is presented a study of the main characteristics of solar cells. A deep analysis of the ZETA converter working in steady state is performed, considering that the Zeta converter synthesizes a rectified sine wave current with the same frequency as the power grid. This feature makes this converter a key part in implementing the module integrated inverter for photovoltaic systems. The converter is analyzed in the switching frequency and in the power grid frequency. A detailed examination of the dynamic behavior of the Zeta converter is achieved by the state-space averaging modeling approach, resulting in a linear analytical model described in state variables. In all tests it was assumed that the commercial power grid presents a resistive load behavior (variable value). Finally, the analytical dynamic model obtained is validated through computer simulations and by laboratory tests on a prototype specially designed for this purpose.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1	Divisão do suprimento de energia primária no Brasil referente a 2008. Adaptado de [3].	15
Figura 1.2	Divisão da produção de energia elétrica no Brasil referente a 2008. Adaptado de [3].	15
Figura 1.3	Refrigerador alimentado através de energia solar utilizado como clínica de saúde móvel.	16
Figura 1.4	Parque Solar Finsterwalde, com 42 MW instalados.	16
Figura 1.5	World Games Stadium.	17
Figura 1.6	Funcionamento de uma célula fotovoltaica.	18
Figura 1.7	Curva I-V típica de uma célula solar.	19
Figura 1.8	Efeito da irradiância na característica I-V de uma célula solar.	21
Figura 1.9	Efeito da temperatura na característica I-V de uma célula solar.	22
Figura 1.10	Curva I-V e potência do painel fotovoltaico Siemens® SR50 em STC.	23
Figura 1.11	Tipos de arranjos e topologias de instalação de sistemas fotovoltaicos conectados a rede.	25
Figura 1.13	Sistema de conversão de energia baseado no conversor ZETA.	28
Figura 2.1	Circuito equivalente em alta frequência referido ao primário.	30
Figura 2.2	Etapas de funcionamento do conversor ZETA no MCD.	31
Figura 2.3	Principais formas de onda do conversor ZETA no MCD em um período de alta frequência.	33
Figura 2.4	Modulação PWM imposta ao conversor ZETA.	34
Figura 2.5	Corrente no indutor de magnetização (a) e no indutor de saída (b) em baixa frequência.	35
Figura 2.6	Inversor em ponte completa estudado.	36
Figura 2.7	Tempos de comutação dos interruptores do inversor de corrente.	36
Figura 2.8	Etapas de operação do Inversor.	36
Figura 2.9	Principais formas de onda do conversor ZETA no MCD em baixa frequência.	37
Figura 2.10	Esquema utilizado no equacionamento do conversor ZETA no MCD.	38
Figura 2.11	Tensão no indutor de saída e no indutor de magnetização.	40
Figura 2.12	Corrente no interruptor em um período de alta frequência.	41
Figura 2.13	Corrente no diodo em um período de alta frequência.	43
Figura 2.14	Corrente no indutor de magnetização em um período de alta frequência.	43
Figura 2.15	Corrente no indutor de saída em um período de alta frequência.	44
Figura 2.16	Corrente no capacitor de acoplamento em um período de alta frequência.	46
Figura 2.17	Relação entre o ganho estático e o ciclo de trabalho do diodo.	49
Figura 2.18	Conversor ZETA conectado a rede. Devido ao inversor, $v_o = V_{o,max} sen(ωt) $.	51
Figura 2.19	Corrente de entrada do conversor ZETA considerando um período de baixa frequência.	51
Figura 2.20	Corrente no indutor de magnetização em um período de baixa frequência.	53
Figura 2.21	Corrente no indutor de saída em um período de baixa frequência.	54
Figura 2.22	Corrente de comutação.	57
Figura 2.23	Corrente de comutação no MCCri.	58
Figura 2.24	Limites de condução do conversor em função de K_{cri} e da razão cíclica.	59
Figura 3.1	Comportamento dinâmico da corrente em um indutor.	61
Figura 3.2	Simbologia utilizada na análise dinâmica.	63
Figura 3.3	Circuito equivalente do conversor ZETA utilizado na análise dinâmica.	63
Figura 3.4	Diagrama de Blocos do modelo no MCD.	64
Figura 3.5	Rede de comutação.	65
Figura 3.6	Formas de onda na rede de comutação.	65
Figura 3.7	Rede de Comutação: (a) Esquema e (b) Modelo equivalente do resistor sem perdas.	68
Figura 3.8	Comportamento I-V da fonte controlada de potência.	68
Figura 3.9	Modelo do resistor sem perdas inserido no circuito do conversor ZETA.	69

Figura 3.10 Diagrama de blocos do modelo do conversor em pequenos sinais no MCD.....	78
Figura 3.11 Primeira (a) e segunda (b) etapa de operação do conversor ZETA.....	83
Figura 4.1 Arranjo dos painéis fotovoltaicos presentes no laboratório.....	95
Figura 4.2 Circuito equivalente com transformador ideal.....	99
Figura 5.2 Resposta ao Degrau: $D=0,3 / R=170 \Omega / C_o=1,57 \mu F$	108
Figura 5.3 Resposta ao Degrau: $D=0,5 / R=170 \Omega / C_o=1,57 \mu F$	109
Figura 5.4 Resposta ao Degrau: $D=0,7 / R=170 \Omega / C_o=1,57 \mu F$	109
Figura 5.5 Resposta ao Degrau: $D=0,3 / R=510 \Omega / C_o=1,57 \mu F$	109
Figura 5.6 Resposta ao Degrau: $D=0,5 / R=510 \Omega / C_o=1,57 \mu F$	110
Figura 5.7 Resposta ao Degrau: $D=0,7 / R=255 \Omega / C_o=1,57 \mu F$	110
Figura 5.8 Resposta ao Degrau: $D=0,3 / R=170 \Omega / C_o=660 nF$	110
Figura 5.9 Resposta ao Degrau: $D=0,5 / R=170 \Omega / C_o=660 nF$	111
Figura 5.10 Resposta ao Degrau: $D=0,7 / R=170 \Omega / C_o=660 nF$	111
Figura 5.11 Resposta ao Degrau: $D=0,3 / R=510 \Omega / C_o=660 nF$	111
Figura 5.12 Resposta ao Degrau: $D=0,5 / R=510 \Omega / C_o=660 nF$	112
Figura 5.13 Resposta ao Degrau: $D=0,7 / R=255 \Omega / C_o=660 nF$	112
Figura 5.14 Resposta ao Degrau de todas as variáveis do sistema. (a) i_{Lm} (b) i_{Lo} (c) v_C (d) v_{Co}	113
Figura 5.15 Diagrama de Bode da função $G_{vd}(s)$ do Conversor ZETA.....	114
Figura 5.16 Resposta em frequência do conversor ZETA. (a) 100 Hz (b) 500 Hz (c) 1 kHz (d) 2 kHz.....	115
Figura 5.17 Diagrama de pólos e zeros para $G_{vd}(s)$	116
Figura 5.18 Diagrama de Bode (a) e diagrama de pólos e zeros (b) de $G_{iLmd}(s)$	116
Figura 5.19 Diagrama de Bode (a) e diagrama de pólos e zeros (b) de $G_{iLod}(s)$	116
Figura 5.20 Diagrama de Bode (a) e diagrama de pólos e zeros (b) de $G_{vcd}(s)$	117
Figura 5.21 Modificação no diagrama de pólos e zeros de $G_{iLmd}(s)$ em função de D	118
Figura 5.22 Modificação no diagrama de pólos e zeros de $G_{iLod}(s)$ em função de D	118
Figura 5.23 Modificação no diagrama de pólos e zeros de $G_{vcd}(s)$ em função de D	119
Figura 5.24 Modificação no diagrama de pólos e zeros de $G_{vd}(s)$ em função de D	119
Figura 5.25 Diagrama de blocos compilado na placa DSP.....	120
Figura 5.26 Modelo de simulação utilizado para conexão com carga.....	121
Figura 5.27 Saída do Inversor de Corrente conectado a uma carga.....	121
Figura 5.29 Modelo de simulação utilizado para conexão com a rede.....	123
Figura 5.30 Simulação da corrente injetada na rede no ponto STC.....	123
Figura 5.31 Simulação da corrente injetada na rede no ponto T60.....	123
Figura 5.32 Corrente injetada na rede pelo protótipo no ponto STC.....	124
Figura A.1 Esquemático do conversor ZETA.....	132
Figura A.2 Layout do Conversor ZETA.....	132
Figura A.3 Esquemático do Inversor em Ponte Completa.....	133
Figura A.4 Layout do Inversor em Ponte Completa.....	133
Figura A.5 Fotografia do Conversor ZETA desenvolvido.....	134
Figura A.6 Fotografia do Inversor de Corrente desenvolvido.....	134

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 Ranking Mundial de Investimentos em relação ao PIB (2010). Adaptado de [2].	14
Tabela 1.2 Principais características do painel fotovoltaico SC50. Adaptado de [26].....	23
Tabela 4.1 Pontos de Operação do Painel Solar.....	96
Tabela 4.2 Correntes e tensões no MPP nos pontos de operação do painel fotovoltaico SR50.	96
Tabela 4.3 Valores dos Componentes do Conversor ZETA.....	103
Tabela 5.1 Valores de componentes e variáveis utilizados.....	108
Tabela 5.2 Valores utilizados na análise de todas as variáveis de estado.....	113

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
MCD	Modo de Condução Descontínuo
MCCrit	Modo de Condução Crítico
MCC	Modo de Condução Contínuo
MPP	Ponto de Máxima Potência (do inglês <i>Maximum Power Point</i>)
STC	Condições Padrão de Testes (do inglês <i>Standard Test Conditions</i>)
RMS	Valor quadrático médio / Valor Eficaz (do inglês <i>Root Mean Square</i>)
PWM	Modulação por largura de pulso (do inglês <i>Pulse Width Modulation</i>)
FER	Fonte(s) de Energia Renovável
LMI	Desigualdades Matriciais Lineares (do inglês <i>Linear Matrix Inequalities</i>)
SSAMA	Modelo Médio no Espaço de Estados (do inglês <i>State-Space Averaging Modeling Approach</i>)

SUMÁRIO

1 Introdução	14
1.1 Panorama Energético Brasileiro e Potencial das Fontes de Energia Renovável.....	14
1.2 Energia Solar Fotovoltaica.....	17
1.2.1 O Efeito Fotovoltaico e a Célula Fotovoltaica	17
1.2.2 Características Elétricas das Células Fotovoltaicas	19
1.2.2.1 Efeito da Densidade de Fluxo de Energia da Radiação Solar	20
1.2.2.2 Efeito da Temperatura.....	21
1.2.3 Painéis Solares Fotovoltaicos	22
1.3 Sistemas Solares Fotovoltaicos Conectados a Rede Elétrica	24
1.4 Modelagem de Conversores CC-CC	26
1.5 Sistema Estudado	28
1.6 Organização da Dissertação	29
2 Análise do Conversor ZETA no MCD em Regime Permanente	30
2.1 Análise Qualitativa	31
2.1.1 Análise Qualitativa em um Período de Alta Freqüência	31
2.1.2 Análise Qualitativa em um Período de Baixa Freqüência	34
2.2 Análise Quantitativa.....	37
2.2.1 Análise Quantitativa em um Período de Alta Freqüência.....	40
2.2.1.1 Ganho Estático.....	40
2.2.1.2 Corrente no Interruptor.....	41
2.2.1.3 Corrente no Diodo	42
2.2.1.4 Corrente no Indutor de Magnetização	43
2.2.1.5 Corrente no Indutor de Saída	44
2.2.1.6 Corrente inicial nos indutores	45
2.2.1.7 Balanço de Energia e Definição do Parâmetro D_1	47
2.2.1.8 Relação Entre Correntes	49
2.2.2 Análise Quantitativa em um Período de Baixa Freqüência.....	50
2.2.2.1 Ganho Estático.....	51
2.2.2.2 Corrente Máxima e Média no Interruptor	51
2.2.2.3 Corrente Média no Diodo.....	52
2.2.2.4 Corrente Máxima e Média no Indutor de Magnetização.....	53
2.2.2.5 Corrente Média no Indutor de Saída.....	54
2.2.2.6 Balanço de Energia	55
2.2.2.7 Relação Entre Correntes	56
2.2.3 Análise do Modo de Condução Crítico	57
2.3 Conclusões	60
3 Análise Dinâmica do Conversor ZETA no MCD	61
3.1 Introdução	61
3.2 Generalização do Modelo Médio do Interruptor	63
3.2.1 Modelo do Resistor sem Perdas.....	65
3.2.1.1 Obtenção do modelo	65
3.2.1.2 Obtenção da Razão de Conversão do Interruptor	69
3.2.1.3 Linearização da Razão de Conversão do Interruptor	71
3.2.2 O Modelo Médio no Espaço de Estados	72

3.2.2.1	Obtenção do Modelo.....	72
3.2.2.2	Linearização do Modelo	74
3.2.3	Obtenção do Modelo no MCD	77
3.3	Modelagem Dinâmica do Conversor ZETA Operando no MCD	79
3.3.1	Ganhos da Rede de Comutação	80
3.3.2	Descrição do Sistema Segundo o Modelo Médio no Espaço de Estados.....	82
3.3.3	Funções de Transferência	92
3.4	Conclusões	93
4	Projeto do Conversor ZETA.....	95
4.1	Condições de Operação do Painel Fotovoltaico e Capacitor C_{PV}	95
4.2	Razão Cíclica Crítica.....	97
4.3	Relação de Transformação do Transformador	98
4.4	Indutância Equivalente	99
4.5	Indutância e Capacitância de Saída.....	100
4.6	Indutância de Magnetização	102
4.7	Capacitância de Acoplamento	102
4.8	Cálculo de Correntes e Impedância Teóricas.....	103
4.9	Conclusões	105
5	Resultados	106
5.1	Validação da Resposta Dinâmica	106
5.1.1	Respostas ao Degrau	107
5.1.2	Resposta em Freqüência do Conversor.....	114
5.1.2.1	Modificação do Posicionamento de Pólos e Zeros em Função de D.....	118
5.2	Conexão a Rede Elétrica.....	120
5.2.1	Inversor Conectado a uma Carga Fixa.....	121
5.2.2	Inversor Conectado a Rede Elétrica	122
5.3	Conclusões	124
6	Conclusões Gerais	125
7	Futuros Trabalhos	128
	Referências.....	129
	Apêndice A: Protótipo.....	132
	Apêndice B: Algoritmo para obtenção do modelo de pequenos sinais no MCD	135

1 Introdução

1.1 Panorama Energético Brasileiro e Potencial das Fontes de Energia Renovável

A sociedade contemporânea está se esforçando cada vez mais para que a palavra “energia” deixe de ser uma palavra que remeta a poluição e desperdício. O desenvolvimento tecnológico deixou de ser alheio aos acontecimentos ambientais, e hoje em dia, o termo mais utilizado tornou-se desenvolvimento sustentável. O crescente número de acordos mundiais a isso relacionados apóia este fato[1].

A demanda energética mundial tem aumentado muito nos últimos anos, impulsionada pelo aumento vertiginoso da população. Esta necessidade de aliar geração de energia e desenvolvimento sustentável impele a criação de produtos e serviços mais eficazes e menos prejudiciais ao meio ambiente. Como resultado, bens de consumo cada vez mais eficientes são desenvolvidos, além do aprimoramento de tecnologias na área da geração de energia através de fontes de energia renovável (FER). O Brasil, neste contexto, é exemplo para o mundo, e ocupa a quarta colocação no ranking de investimentos na área em relação ao PIB[2], como se observa na Tabela 1.

Tabela 1.1 Ranking Mundial de Investimentos em relação ao PIB (2010). Adaptado de [2].

País/Região	% de investimento
Espanha	0.74%
Reino Unido	0.51%
China	0.39%
Brasil	0.37%
Resto da UE	0.26%
Canadá	0.25%
Turquia	0.19%
Alemanha	0.15%
Itália	0.14%
México	0.14%

A boa colocação do Brasil se deve principalmente ao fato de que a matriz elétrica brasileira se baseia em hidroeletricidade, além dos pesados investimentos no

desenvolvimento de biocombustíveis tais como o biodiesel e o etanol. Na Figura 1.1 a divisão do suprimento de energia primária no Brasil é apresentada.

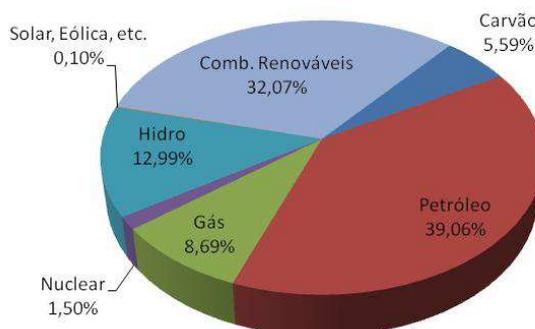


Figura 1.1 Divisão do suprimento de energia primária no Brasil referente a 2008. Adaptado de [3].

O Brasil apresenta resultados ainda melhores nos dados relacionados à produção de energia elétrica, pois praticamente 80% da energia elétrica produzida no país provém de usinas hidrelétricas, conforme é observado na Figura 1.2.

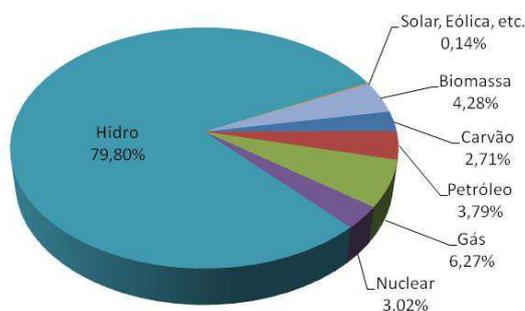


Figura 1.2 Divisão da produção de energia elétrica no Brasil referente a 2008. Adaptado de [3].

Porém, estudos apontam alguns problemas ecológicos conexos a essa fonte renovável (hídrica), entre eles a geração de CO₂ ocasionada pela decomposição dos compostos orgânicos que ficam submersos na área onde a represa é formada[4].

Assim, é necessário impulsionar a diversificação da matriz energética Brasileira, incentivando a utilização de FER que causem menor impacto ambiental. O Brasil ainda carece muito de tecnologias na área da geração através de painéis solares fotovoltaicos, por exemplo. Isto é evidenciado pelo reduzido número de patentes na área[5], mesmo com um programa dedicado para o fim, o Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (PROINFA).

Várias documentações comprovam que a energia solar fotovoltaica tem se tornado cada vez mais competitiva no mercado energético frente às alternativas tradicionais de geração. Isso se deve principalmente pela redução do custo de fabricação dos painéis fotovoltaicos, além do progressivo esgotamento das reservas de combustíveis fósseis[6].

Notavelmente, os módulos fotovoltaicos possuem uma taxa de retorno energético de cerca de dois anos[7], além de apresentarem baixo custo de manutenção e uma excelente vida útil. Por se tratar de um sistema modular, sistemas fotovoltaicos são empregados nas mais diversas faixas de potência, desde sistemas isolados de poucos watts como na Figura 1.3 até enormes usinas fotovoltaicas que geram milhões de kWh por ano, como o Parque Solar Finsterwalde, na Alemanha, como pode ser observado na Figura 1.4.



Figura 1.3 Refrigerador alimentado através de energia solar utilizado como clínica de saúde móvel.



Figura 1.4 Parque Solar Finsterwalde, com 42 MW instalados.

Um ótimo exemplo de utilização da energia solar fotovoltaica caracterizando geração distribuída[8] pode ser observado na Figura 1.5. Localizado na cidade taiwanesa de Kaohsiung, o World Games Stadium é recoberto com mais de oito mil e oitocentos painéis solares fotovoltaicos, com uma capacidade máxima de 1 kW, produzindo em média 1,14 MWh por ano[9]. A possibilidade de estádios com tecnologia semelhante é estudada para a copa de 2014 no Brasil[10].



Figura 1.5 World Games Stadium.

Neste trabalho estuda-se um sistema alimentado a partir de painéis solares fotovoltaicos, portanto, uma breve discussão sobre esse tipo de FER deve ser realizada.

1.2 Energia Solar Fotovoltaica

O Sol é a fonte de energia primária de todo o planeta. Com o desenvolvimento tecnológico e avanço científico, hoje é possível gerar tensão e corrente elétrica diretamente a partir de radiação eletromagnética incidente em um cristal semiconductor. A esse efeito deu-se o nome de efeito fotovoltaico.

1.2.1 O Efeito Fotovoltaico e a Célula Fotovoltaica

Quem primeiro se deparou com esse efeito, em 1839, foi o físico francês Alexandre Edmond Becquerel (1820 – 1891), porém, a física da época ainda não possuía as teorias com as quais fosse possível formular uma explicação para o fenômeno. Com o avanço dos modelos atômicos e da física quântica, e mais tarde com o advento da teoria das bandas de energia e da física dos semicondutores, foi possível uma explicação para o efeito fotovoltaico[11].

A primeira célula fotovoltaica de silício (também chamada de célula solar), como hoje é conhecida, surgiu nos *Bell Laboratories* em 1953. Basicamente, uma célula fotovoltaica é uma junção-p-n com a camada de depleção formada nas proximidades da superfície do material semiconductor, conforme se observa na Figura 1.6. Essa construção possibilita que a radiação solar alcance facilmente a junção.

Conforme explicado por Albert Einstein (1879 – 1955) em 1905, a luz possui também uma natureza corpuscular, podendo ser caracterizada como um feixe de partículas chamadas fótons. Quando os fótons colidem com outras partículas, como elétrons, cedem sua energia para esta partícula. Eventualmente, um fóton com a energia necessária para

deslocar um elétron da banda de valência para a banda de condução atinge um elétron no cristal. Este elétron torna-se momentaneamente um elétron livre, e o espaço o qual ocupava torna-se uma lacuna. Quando fortuitamente esta colisão ocorre na camada de depleção do cristal, a barreira de potencial tende a forçar os elétrons livres para a camada n, enquanto as lacunas são levadas para a camada p, conforme pode ser observado na Figura 1.6.

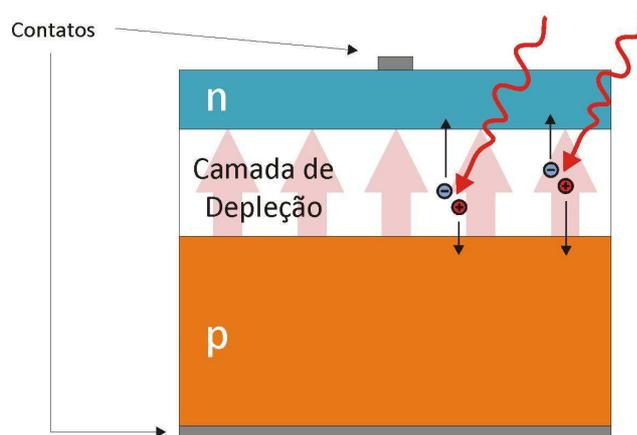


Figura 1.6 Funcionamento de uma célula fotovoltaica.

Assim, quando o cristal é exposto à luz, uma concentração elevada de portadores majoritários nas correspondentes camadas (elétrons na camada n e lacunas na camada p) é obtida, criando uma diferença de potencial entre os contatos da célula. Quando um circuito é fechado entre os terminais da célula, os elétrons fluem da camada n para a camada p, recombinando-se com as lacunas logo que penetram o cristal pelo contato inferior, estabelecendo assim uma corrente elétrica contínua proporcional a densidade de fluxo de energia da radiação solar que atinge a superfície da célula.

Basicamente, as células solares distinguem-se de acordo com o material utilizado e seu processo de fabricação. Comumente, é utilizado o silício, porém, outros materiais semicondutores são utilizados, como o arseneto de gálio e o telureto de cádmio. Quanto ao processo de fabricação, as células solares podem ser confeccionadas com estrutura atômica monocristalina (formada por um único cristal), policristalina (formadas por vários cristais) ou amorfa. Células com estrutura monocristalina possuem elevada eficiência e elevados custos de fabricação. Células solares amorfas, apesar de serem as mais ineficientes, proporcionam a fabricação de filmes finos, uma característica que amplia a capacidade de aplicação e reduz significativamente os custos de fabricação. As células solares com estrutura policristalina, por sua vez, possuem rendimento e custos de fabricação intermediários[12]. Atualmente, o

recorde de laboratório para uma célula com uma única junção-p-n é de 27,6%[13]. Células multijunção têm obtido resultados superiores a 40% em testes de laboratório[14].

1.2.2 Características Elétricas das Células Fotovoltaicas

Usualmente, as características elétricas de uma célula fotovoltaica são representadas através de uma curva corrente-tensão (curva I-V). Na Figura 1.7 é apresentada uma curva I-V típica de uma célula solar hipotética.

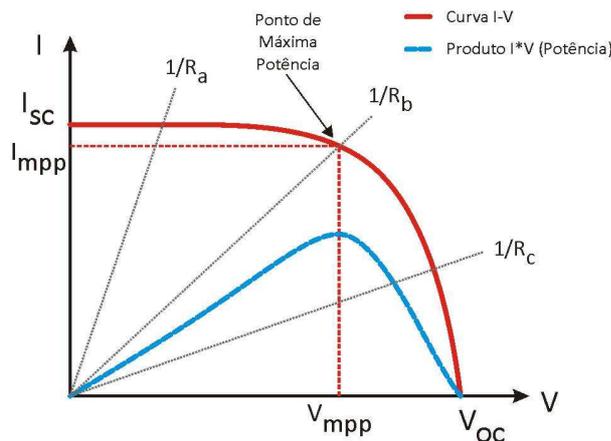


Figura 1.7 Curva I-V típica de uma célula solar.

Quando uma célula solar tem seus terminais postos em curto-circuito, a corrente que a célula fornece é chamada de corrente de curto-circuito (I_{sc}). Quando os terminais da célula estão abertos, a tensão fornecida pela célula é chamada de tensão de circuito aberto (V_{oc}).

Como é possível observar na Figura 1.7, a característica corrente-tensão de uma célula solar não é linear. Através das curvas que representam a característica de carga imposta à célula ($1/R_a$, $1/R_b$ e $1/R_c$) é possível notar que a célula apresenta característica de fonte de corrente ideal quando se conecta cargas elevadas em seus terminais, fornecendo uma corrente cujo valor equivale a I_{sc} . Quando cargas reduzidas são utilizadas, a célula apresenta característica semelhante a uma fonte de tensão ideal cujo valor se aproxima de V_{oc} . Em nenhuma dessas condições, porém, a célula consegue fornecer a máxima potência disponível. Para tanto, valores intermediários de carga devem ser impostos a célula, de modo que a tensão e corrente se aproximem do ponto de máxima potência (MPP). Nesse ponto, V_{mpp} e I_{mpp} fornecem à carga a máxima potência possível. Esse comportamento não linear se origina das próprias características da junção-p-n. Modelos equivalentes podem ser construídos a fim de estudar mais detalhadamente este comportamento[15],[16].

Além de possuir uma característica I-V não linear, a célula solar está sujeita a alterações em sua curva corrente-tensão devido a fatores externos. Tais fatores modificam substancialmente a corrente e a tensão no ponto de máxima potência. As condições externas que influenciam o comportamento de uma célula solar são a densidade de fluxo de energia da radiação que atinge a célula e a temperatura a qual a célula está exposta, predominantemente. Assim, é necessário o emprego de algoritmos que busquem o ponto de máxima potência. Esses algoritmos recebem o nome de seguidores do ponto de máxima potência (MPPT)[17],[18].

Os fatores que influenciam a característica I-V das células solares, e de que modo eles modificam essas características, serão brevemente estudados nos tópicos seguintes.

Segundo [19], os dados contidos nas características elétricas devem ser “*determinados segundo norma de ensaios elétricos para as condições de $(25 \pm 2)^\circ\text{C}$ e 1000 W/m^2* ”. Essas condições são conhecidas como condições padrão de teste (STC), e equivalem, aproximadamente, às condições de temperatura e densidade de fluxo de energia da radiação solar na superfície da terra em um dia normal ensolarado ao meio dia[15].

1.2.2.1 Efeito da Densidade de Fluxo de Energia da Radiação Solar

A densidade de fluxo de energia da radiação solar, assim denominada em [20] e doravante chamada de irradiância, é a medida do fluxo de energia por unidade de área que atinge a célula. Como discutido anteriormente, em primeira análise, a corrente de curto-circuito de uma célula solar é diretamente proporcional a irradiância. Já a tensão de circuito aberto é uma função logarítmica da irradiância[16],[21]. As relações matemáticas (1.1) e (1.2) descrevem respectivamente o efeito da irradiância na corrente de curto-circuito e na tensão de circuito aberto.

$$I_{sc} = I_{sc\ STC} \frac{\Psi}{\Psi_{STC}} \quad (1.1)$$

$$V_{oc} = V_{oc\ STC} - (I_{sc} - I_{sc\ STC}) R_s \quad (1.2)$$

Onde:

- Ψ irradiância a qual a célula está submetida;
- Ψ_{STC} irradiância nas condições padrão de testes;
- $V_{oc\ STC}$ Tensão de circuito aberto da célula nas condições padrão de testes;
- $I_{sc\ STC}$ Corrente de curto circuito da célula nas condições padrão de testes;
- R_s Resistência série da célula solar.

A resistência série representa a queda de tensão que ocorre quando os elétrons migram do cristal para os contatos metálicos, sendo da ordem de miliohms[15].

Nota-se que (1.1) e (1.2) estão normalizadas em relação às condições padrão de testes.

Na Figura 1.8(a) é possível observar curvas I-V de uma célula hipotética para vários valores de irradiância, cada curva tendo destacado seu MPP. Considera-se a temperatura constante. A Figura 1.8(b) apresenta a representação gráfica de (1.1) e (1.2).

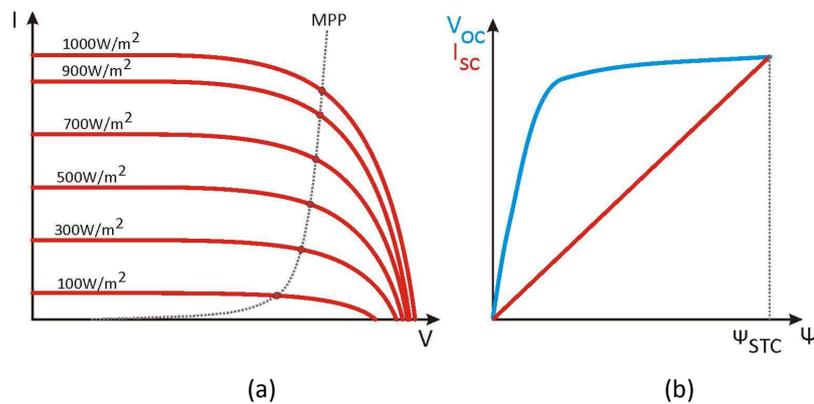


Figura 1.8 Efeito da irradiância na característica I-V de uma célula solar.

1.2.2.2 Efeito da Temperatura

O aumento de temperatura em uma junção-p-n tende a diminuir a barreira de potencial na camada de depleção devido ao aumento do número de portadores minoritários criados pela energia térmica[23], isso faz com que um número menor de portadores majoritários criados pela radiação solar na junção alcance suas respectivas camadas. Assim, observa-se uma redução linear na tensão de circuito aberto com o aumento da temperatura[22]. Porém, o aumento de temperatura não influencia significativamente o número de portadores majoritários extras criados na junção pela radiação solar, sendo este número dependente prioritariamente da irradiância. Desse modo, a corrente de curto-circuito sofre pouca influência da temperatura, sendo considerada constante na maioria das análises[15],[24]. A Figura 1.9(a) apresenta as curvas I-V de uma célula solar sujeita a diversas temperaturas. A irradiância é considerada constante nesta análise. As equações (1.3) e (1.4) descrevem o efeito da temperatura na característica I-V da célula solar.

$$I_{sc} = I_{sc\ STC} + \alpha(T - T_{STC}) \quad (1.3)$$

$$V_{oc} = V_{oc\ STC} + \beta(T - T_{STC}) - (I_{sc} - I_{sc\ STC})R_s \quad (1.4)$$

Onde:

- T Temperatura a qual a célula solar está submetida;
- T_{STC} Temperatura nas condições padrão de testes;
- α Coeficiente da variação da corrente I_{sc} em função da temperatura;
- β Coeficiente da variação da tensão V_{oc} em função da temperatura.

Em uma célula de silício monocristalino, o valor absoluto do coeficiente β é substancialmente maior do que o valor absoluto do coeficiente α [25]. Na Figura 1.9(b) a influência da temperatura na tensão de circuito aberto e na corrente de curto-circuito é representada graficamente.

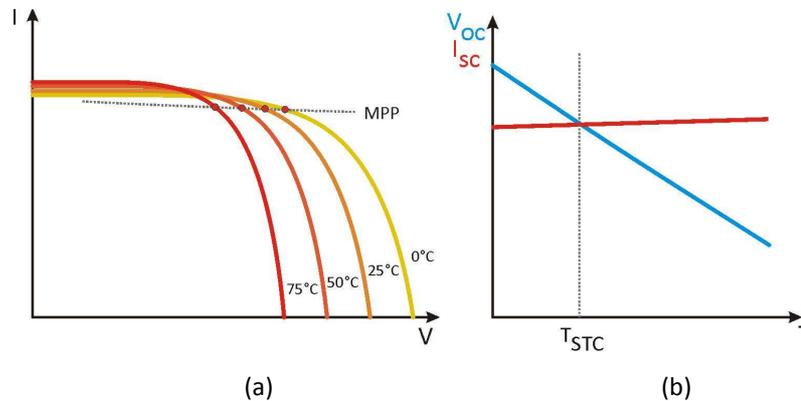


Figura 1.9 Efeito da temperatura na característica I-V de uma célula solar.

É possível agora obter relações que delineiam ambos os efeitos sobre o painel. As equações descrevem o comportamento da tensão de circuito aberto e da corrente de curto circuito em função das condições padrão de testes, da temperatura e da irradiância.

$$I_{sc} = I_{sc\ STC} \frac{\Psi}{\Psi_{STC}} + \alpha(T - T_{STC}) \quad (1.5)$$

$$V_{oc} = V_{oc\ STC} + \beta(T - T_{STC}) - (I_{sc} - I_{sc\ STC})R_s \quad (1.6)$$

1.2.3 Painéis Solares Fotovoltaicos

Células fotovoltaicas geralmente possuem correntes de curto-circuito da ordem de poucos ampères, enquanto possuem uma tensão de circuito aberto da ordem de centenas de milivolts. A reduzida tensão de circuito aberto, na maioria das vezes, inviabiliza a aplicação direta de células solares. Porém, é possível associar células solares, de modo a formar um módulo fotovoltaico, também chamado de painel fotovoltaico.

A maioria dos módulos fotovoltaicos comerciais é confeccionada associando-se de 30 a 36 células em série. Um exemplo é o modelo SC50, da Siemens®. A Tabela 1.2 relaciona as principais características desse painel fotovoltaico.

Tabela 1.2 Principais características do painel fotovoltaico SC50. Adaptado de [26]

Siemens® SC50	
Nº de Células	36
Tipo da Célula	Silício Monocristalino
Configuração	Série
Potência Máxima	50 W
I_{mpp}	2,95 A
V_{mpp}	17,0 V
I_{sc}	3,2 A
V_{oc}	21,6 V
α	2,1 mA / °C
β	-79 mV / °C

Com esses dados, e utilizando ferramentas dedicadas para o fim, as curvas aproximadas das características do painel para vários valores de irradiância solar e de temperatura podem ser obtidas. Um exemplo dessas ferramentas é o *Crearray*[27], software desenvolvido pela UFRGS. Com este software é possível a obtenção das curvas aproximadas I-V do painel solar[28]. Na Figura 1.10 é apresentada a característica I-V do painel SR50 da Siemens® para as condições padrão de testes.

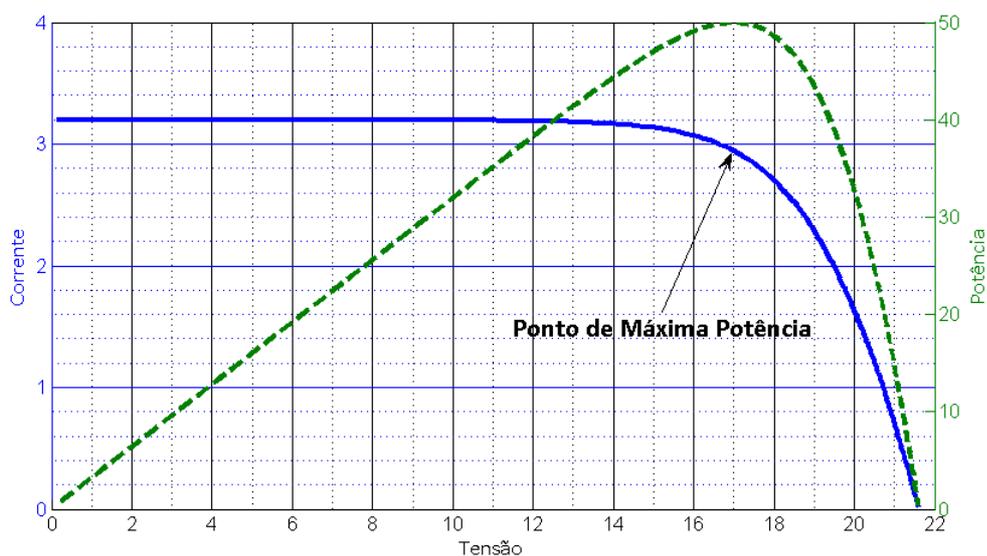


Figura 1.10 Curva I-V e potência do painel fotovoltaico Siemens® SR50 em STC.

Como discutido anteriormente, pode-se associar painéis de modo a obter tensões e/ou correntes superiores às observadas na Figura 1.10. Essas associações formam os chamados arranjos fotovoltaicos, e variam conforme a aplicação desejada.

Sistemas conectados a rede elétrica, e.g., geralmente fazem uso de arranjos de painéis em série, uma vez que o valor de pico da tensão da rede elétrica é, normalmente, muito superior a tensão gerada por um único painel solar. Esses arranjos, bem como os conversores de potência utilizados na conexão de sistemas fotovoltaicos a rede elétrica, serão estudados na próxima seção deste trabalho.

1.3 Sistemas Solares Fotovoltaicos Conectados a Rede Elétrica

As FER sozinhas muitas vezes não produzem níveis de tensão e corrente imediatamente utilizáveis para certos fins. Além disso, muitas FER como a solar não possuem uma característica linear corrente-tensão, como estudado nos tópicos anteriores. Assim, a eletrônica de potência apresenta-se como parte importante em sistemas fotovoltaicos, adaptando os níveis de tensão e corrente e permitindo, também, um melhor aproveitamento da energia fornecida pelos módulos fotovoltaicos.

As células solares, estudadas na seção anterior, produzem níveis contínuos de corrente elétrica. Porém, a rede elétrica opera em níveis alternados de corrente elétrica. Assim, o emprego de conversores CC-CA (inversores) é essencial para a conexão de módulos fotovoltaicos a rede elétrica. Dependendo do arranjo de painéis solares, o emprego de conversores CC-CC pode ser também necessário. Nota-se, portanto, que as interfaces de potência utilizadas dependem da natureza e das configurações de instalação do sistema fotovoltaico.

Os arranjos utilizados em sistemas fotovoltaicos podem ser divididos em quatro grupos básicos, segundo [29], dependendo de como são conectados a rede através de inversores.

A configuração central (ou centralizada) conecta arranjos de painéis em série e/ou paralelo diretamente a um inversor. Os arranjos de painéis em série formam uma fila (ou *string* em inglês). Quando cada fila é conectada a um inversor independente, a configuração é chamada *String*. Quando as filas são conectadas a um único inversor por meio de um conversor CC-CC independente para cada fila, obtém-se o arranjo *Multi-String*. Finalmente, quando cada painel é conectado a rede separadamente por meio de um inversor, tal inversor é conhecido como inversor módulo-integrado, devido ao fato de geralmente estar fisicamente integrado ao módulo fotovoltaico, podendo ser conectado de forma independente a rede elétrica. A Figura 1.11 sumariza esses conceitos.

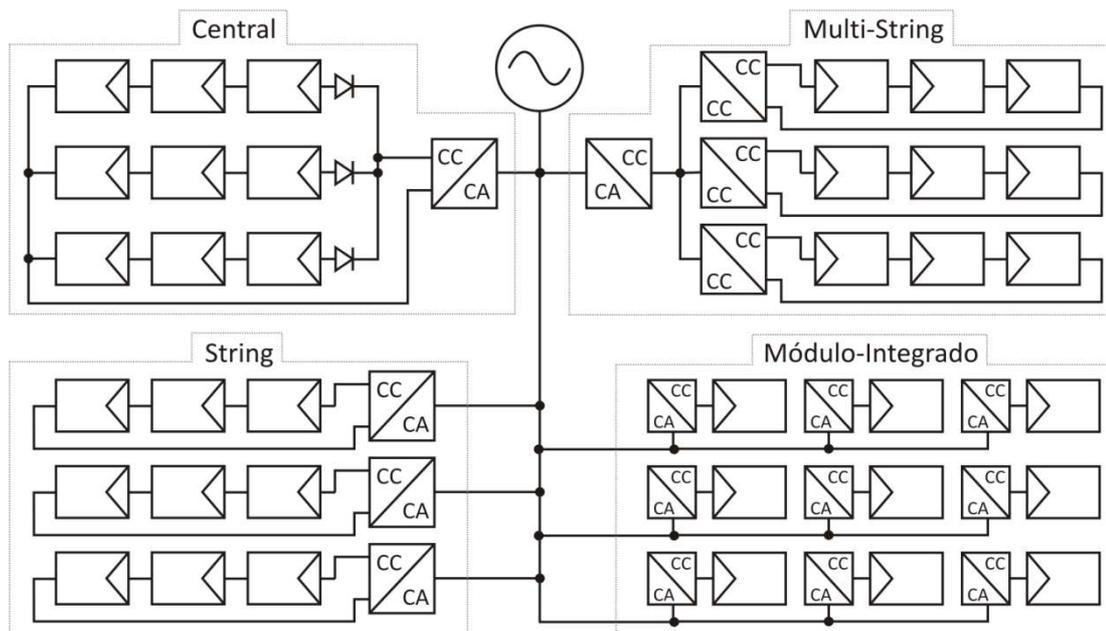


Figura 1.11 Tipos de arranjos e topologias de instalação de sistemas fotovoltaicos conectados a rede.

Central Inversora: É fácil observar que este é o arranjo mais simples em termos de construção, uma vez que somente um conversor de potência é utilizado. Porém, os diodos de bloqueio necessários nessa configuração diminuem sua eficiência. Além disso, o sistema torna-se pouco robusto, uma vez que vários painéis são conectados a somente um inversor[25].

Inversor String: Semelhante ao arranjo da Central Inversora, essa configuração aumenta a confiabilidade do sistema, por possuir um inversor dedicado a cada fila de painéis fotovoltaicos. Este arranjo dispensa a utilização de diodos de bloqueio.

Inversor Multi-String: Nessa configuração, o uso de conversores CC-CC dedicados a cada fila de painéis aumenta a eficiência energética do sistema com uso de algoritmos MPPT.

Inversor Módulo-Integrado: Nesse tipo de configuração, cada painel possui seu próprio conversor de potência, o que torna o sistema extremamente robusto. Além disso, tais sistemas apresentam menores perdas por dispersão entre módulos[30]. Porém, esses sistemas necessitam de conversores que elevem a tensão a níveis mais altos, o que aumenta as perdas globais do sistema e o custo de produção.

Como é possível notar, sistemas fotovoltaicos mais eficazes dependem de conversores CC-CC que possuam controle MPPT. Especificamente, inversores módulo-integrados geralmente necessitam de um estágio CC-CC elevador de tensão, uma vez que módulos dedicados de alta tensão são raramente encontrados[25].

1.4 Modelagem de Conversores CC-CC

A descrição matemática de sistemas de conversão de energia é de suma importância para o correto projeto dos mesmos. Assim, a fim de estudar o comportamento desses sistemas, devem-se estudar também os conversores que o compõem. Notavelmente, no presente trabalho, o estudo de conversores CC-CC é fundamental.

Conversores comutados estão sujeitos a diversas não-linearidades[31]. A principal delas é chamada não-linearidade estrutural e se deve ao fato de que conversores comutados possuem diversas etapas de operação. Outra não-linearidade é quanto à descontinuidade de corrente que caracteriza o modo de condução desses conversores, uma vez que o mesmo conversor possui comportamento distinto dependendo do modo de condução em que opera. Essas não-linearidades tornam a modelagem desses conversores dependente do nível de comprometimento do modelo para com o comportamento real do sistema. Assim, segundo [31] podem-se definir três tipos básicos de modelagem de conversores:

- **Análise em Regime Permanente:** A modelagem é realizada pontualmente, considerando-se o ponto de operação do conversor CC-CC;
- **Análise de Pequenos Sinais:** É realizada considerando-se pequenas perturbações em torno de um ponto de operação;
- **Análise de Grandes Sinais:** Ocorre quando se consideram grandes perturbações em torno do ponto de operação. Nesse caso, o modelo se aproxima do comportamento real do sistema não-linear.

A Figura 1.12 ilustra o comportamento não-linear de um conversor CC-CC.

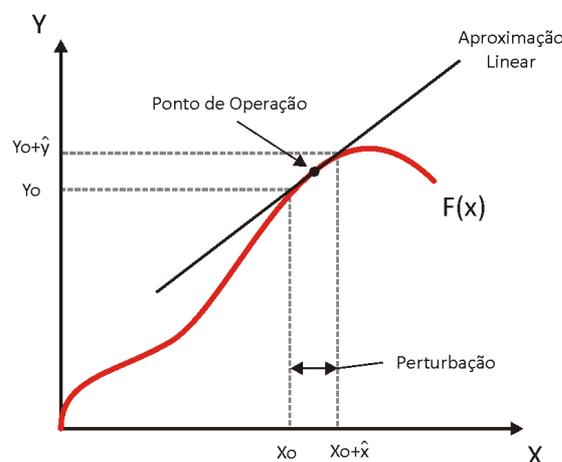


Figura 1.12 Comportamento não-linear dos conversores. Adaptado de [31].

Pode-se observar na Figura 1.12 a indicação de um ponto de operação e a aproximação linear do comportamento não-linear realizada em torno desse ponto. Nota-se que a aproximação apenas é válida no entorno do ponto de operação.

A modelagem em regime permanente dos conversores, usualmente, baseia-se no transformador de corrente contínua e no interruptor PWM, propostos por Middlebrook (1929 – 2010) e Vorperian, respectivamente[32],[33]. Os modelos obtidos através da análise em regime permanente, embora válidos para o projeto dos conversores, apresentam-se como uma solução insatisfatória na análise do controle em malha fechada, uma vez que não consideram regimes transitórios de operação[31].

A análise de pequenos sinais, por sua vez, apresenta-se como uma boa alternativa para projetar o comportamento dinâmico dos conversores, uma vez que proporciona o exame do regime transitório por meio de perturbação e linearização. Porém, por se tratar de uma aproximação, possui resultados limitados a pequenas perturbações. Segundo [31], são diversas os modelos e técnicas utilizadas na análise de pequenos sinais, porém destaca-se no tocante deste trabalho o Modelo Médio no Espaço de Estados[32],[34] (do inglês State-Space Averaging Modeling Approach – SSAMA).

A modelagem dinâmica de conversores no modo de condução descontínuo utilizando a técnica SSAMA, porém, apresenta algumas limitações[31], principalmente devido à característica de transferência estática dependente da carga[35] e das grandes ondulações de corrente nos indutores[36]. Isto torna o modelo impreciso ou limitado quando aplicado diretamente a conversores de ordem elevada, como o conversor SEPIC[37]. Porém, a técnica apresenta bons resultados na análise dinâmica de conversores de ordem elevada quando os mesmos operam no modo contínuo[38].

Visando a futura implementação de um controle específico em malha fechada para sistemas fotovoltaicos baseados no conversor ZETA, este trabalho estuda a modelagem dinâmica de pequenos sinais deste conversor quando o mesmo opera no modo de condução descontínuo, utilizando para tanto uma generalização da técnica SSAMA, descrita em [35], através do modelo do resistor sem perdas[40],[41], de modo a compensar as imprecisões observadas na aplicação direta da técnica. Esta generalização será discutida em detalhes no terceiro capítulo dessa dissertação.

1.5 Sistema Estudado

O sistema de conversão de energia fotovoltaica, neste trabalho estudado foi proposto e detalhadamente analisado em regime permanente em [25]. Trata-se de um inversor módulo integrado com pseudo-barramento CC. Em inversores com pseudo-barramento CC, o inversor opera na frequência da rede elétrica, o que reduz drasticamente as perdas globais por comutação[42], uma vez que somente o interruptor S do conversor CC-CC opera em alta frequência. O conversor CC-CC utilizado para elevar a tensão, no sistema estudado, é um conversor ZETA operando no modo de condução descontínuo (MCD). Esse conversor, a semelhança do conversor redutor-elevador, apresenta estrutura naturalmente isolada[43], o que dispensa o uso de transformadores de baixa frequência, reduzindo o tamanho, custo e complexidade do sistema. A Figura 1.13 apresenta o sistema de conversão de energia em estudo.

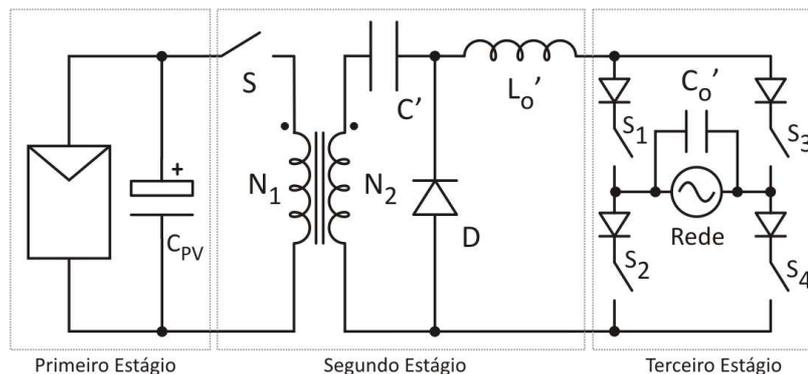


Figura 1.13 Sistema de conversão de energia baseado no conversor ZETA.

Como é possível observar, trata-se de um sistema com três estágios.

O primeiro estágio é composto pelo módulo – ou um arranjo – fotovoltaico associado em paralelo com um capacitor de elevado valor. Esse capacitor permite que a energia dos painéis seja armazenada nos períodos em que o interruptor S se mantém aberto.

O segundo estágio, por sua vez, é formado por um conversor ZETA operando no MCD e comutado a 20 kHz. Nesse estágio, através de modulação PWM senoidal, uma corrente senoidal em valor absoluto é sintetizada no indutor de saída do conversor. Esta corrente será sincronizada com a rede, possuindo, portanto, a mesma frequência. A indutância de saída, por ser de valor elevado, confere ao conversor ZETA característica de fonte de corrente.

Finalmente, a terceira etapa é constituída por um inversor de corrente em ponte completa. Como discutido anteriormente, este inversor opera a baixa frequência, invertendo

a corrente de saída do conversor ZETA a cada 180° . Um capacitor é conectado em paralelo com a rede elétrica, de modo a impedir que harmônicas de ordem elevada sejam injetadas na rede.

Ao final dos três estágios, espera-se que uma corrente senoidal com baixo teor harmônico seja injetada na rede elétrica.

1.6 Organização da Dissertação

No primeiro capítulo, que aqui finda, alguns conceitos básicos acerca da energia solar fotovoltaica foram discutidos, bem como breves elucidações sobre as características elétricas dessa FER. Uma breve noção sobre inversores em sistemas fotovoltaicos foi apresentada, bem como uma introdução a modelagem de conversores CC-CC. Finalmente, o sistema que doravante será estudado mais profundamente foi introduzido.

No segundo capítulo dessa dissertação, o estudo do conversor ZETA em regime permanente será abordado. Tanto a análise qualitativa quanto a análise quantitativa serão cuidadosamente discutidas.

O estudo dinâmico do conversor ZETA é apresentado no terceiro capítulo. A técnica utilizada será profundamente discutida e a modelagem dinâmica de pequenos sinais do conversor ZETA será efetuada.

O quarto capítulo traz a metodologia de projeto do conversor ZETA, de acordo com as condições de entrada e saída a qual o conversor será submetido.

Os resultados obtidos serão abordados no quinto capítulo da dissertação. Neste capítulo, a modelagem dinâmica do conversor será validada através de simulações e experimentos. Resultados do inversor conectado a uma carga e a rede elétrica também serão apresentados.

No sexto capítulo serão expostas as conclusões alcançadas após as reflexões.

Perspectivas para futuras aplicações e trabalhos serão abordadas no sétimo e último capítulo desta dissertação.

2 Análise do Conversor ZETA no MCD em Regime Permanente

O conversor ZETA é um conversor estático CC-CC com modelo de quarta ordem, ou seja, possui quatro elementos de armazenamento de energia, sendo dois indutores e dois capacitores. Em sua estrutura básica de potência, este conversor apresenta característica de fonte de corrente em sua saída, o que o torna uma interessante opção em sistemas que necessitem impor a corrente de saída à carga com pouco conteúdo harmônico. Além disso, este conversor é naturalmente isolado, não necessitando de acoplamentos para desmagnetização do transformador, como ocorre com o conversor forward, por exemplo. Além disso, a isolação intrínseca deste conversor permite funcionamento com múltiplas etapas de saída.

Neste capítulo será estudado o conversor ZETA utilizado como integrante do inversor do sistema fotovoltaico, operando no MCD e em regime permanente, conforme descrito em [25],[35],[43].

A operação em regime permanente permite que algumas aproximações sejam realizadas, de modo a facilitar a análise das etapas de funcionamento do conversor. Considera-se que a capacitância de entrada do conversor ZETA C_{PV} seja suficientemente elevada, de modo que se possam desconsiderar variações na tensão de entrada, sendo esta representada apenas por uma fonte de tensão ideal V_g . Em primeira análise, é possível considerar a fonte de saída como uma resistência equivalente R , sofrendo uma queda de tensão V_o . É possível obter o circuito equivalente não isolado da Figura 1.13, considerando-se um transformador ideal com relação N_2/N_1 , referindo-se os valores dos componentes conectados ao secundário para o primário, e representando o transformador através de sua indutância magnetizante. Em um período de alta frequência, o inversor em ponte completa pode ser desconsiderado, resultando o circuito da Figura 2.1.

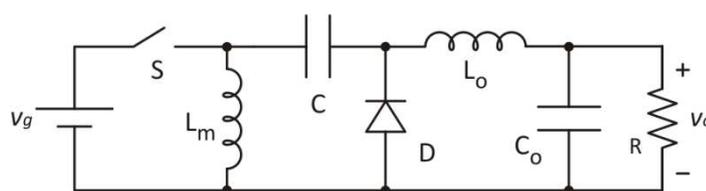


Figura 2.1 Circuito equivalente em alta frequência referido ao primário.

Onde:

$$V_o = \frac{N_1}{N_2} V_o', \quad C_o = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 C_o', \quad C = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 C', \quad L_o = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 L_o', \quad R = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R' \quad (2.1)$$

Vale lembrar que as reflexões de tensões e correntes são válidas para todas as variáveis do circuito.

2.1 Análise Qualitativa

A análise qualitativa do conversor será estudada levando-se em conta o comportamento do conversor em alta frequência e o comportamento do conversor em baixa frequência. Alta frequência, no tocante deste trabalho, é sinônimo da frequência de modulação PWM imposta ao conversor ZETA (20 kHz), equivalente a um período de 50 μ s. Um período de baixa frequência, por sua vez, equivale ao período de comutação dos interruptores do inversor em ponte completa, sendo equivalente ao período da rede elétrica comercial, i.e., aproximadamente 16,7 ms, ou 60 Hz.

2.1.1 Análise Qualitativa em um Período de Alta Frequência

O conversor ZETA no MCD apresenta três etapas de operação, representadas esquematicamente na Figura 2.2.

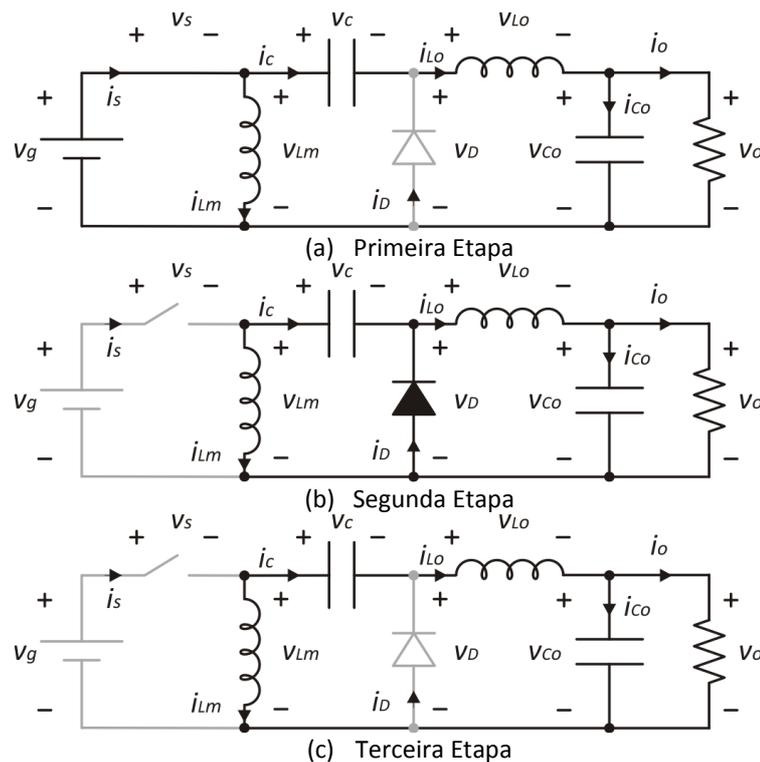


Figura 2.2 Etapas de funcionamento do conversor ZETA no MCD.

As etapas de operação deste conversor ocorrem em intervalos de tempo caracterizados pela condução ou não de seus dispositivos semicondutores, sendo esses tempos de condução assim definidos:

- a) t_c : Tempo de condução do interruptor S;
- b) t_D : Tempo em que o interruptor S permanece bloqueado e o diodo D conduz;
- c) t_d : Tempo em que o interruptor S permanece bloqueado e o diodo D continua também bloqueado.
- d) T_s : Período de comutação de alta frequência, sendo a soma de t_c , t_D e t_d .

As etapas de operação serão analisadas considerando-se as seguintes premissas:

- a) Os capacitores C e C_o possuem capacitância suficientemente elevada para que ondulações de tensão sejam desprezadas;
- b) Todos os dispositivos semicondutores são considerados ideais.

Deste modo, a tensão média nos indutores é nula, enquanto o valor da tensão média nos capacitores é igual ao valor da tensão de saída V_o .

Primeira etapa ($0 < t \leq t_c$): O interruptor S é fechado e a tensão V_g é aplicada aos indutores L_m e L_o . As correntes i_{Lm} e i_{Lo} crescem linearmente a taxas de V_g/L_m e V_g/L_o , respectivamente. Assim, a corrente no interruptor S, que é a soma das correntes i_{Lm} e i_{Lo} , cresce a uma taxa de V_g/L_{eq} , onde L_{eq} é a indutância equivalente do conversor, i.e.

$$L_{eq} = \frac{L_m L_o}{L_m + L_o} \quad (2.2)$$

O diodo é polarizado reversamente e permanece bloqueado em toda a etapa de operação. Nesta etapa, o capacitor de acoplamento C é descarregado, enquanto o capacitor de saída C_o é carregado.

Segunda etapa ($t_c < t \leq t_c + t_d$): O interruptor S é aberto, e a corrente encontra caminho pelo diodo D. A tensão $-V_o$ é aplicada aos indutores L_m e L_o . L_m transfere a energia armazenada na etapa anterior para o capacitor de acoplamento C. As correntes i_{Lm} e i_{Lo} diminuem de forma linear a taxas de $-V_o/L_m$ e $-V_o/L_o$, respectivamente. A corrente no diodo i_D , que analogamente a corrente no interruptor S na etapa anterior é a soma das correntes i_{Lm} e i_{Lo} , diminui de forma linear com inclinação $-V_o/L_{eq}$.

Terceira etapa ($t_c + t_d < t \leq T_s$): Esta etapa inicia quando a corrente no diodo decresce até zero. O interruptor S permanece bloqueado e o diodo também se encontra aberto devido à extinção de sua corrente. A corrente no capacitor de acoplamento i_C é constante e

igual à corrente do indutor de saída, que tem a direção oposta a corrente do indutor de magnetização, fazendo com que a tensão nos indutores seja igual a zero. O capacitor de saída mantém a tensão na saída do conversor.

As correntes nos indutores no terceiro estágio alcançam seu valor mínimo (dentro de um intervalo de alta frequência), sendo denominadas por [43] de correntes iniciais, simbolizadas por $i_{Lm(0)}$ e $i_{Lo(0)}$. Dependendo da relação entre as indutâncias, bem como da relação entre a corrente de entrada e de saída do conversor, pode-se ter dois casos distintos na terceira etapa de operação:

- $i_{Lm(0)} > 0$ e $i_{Lo(0)} < 0$
- $i_{Lm(0)} < 0$ e $i_{Lo(0)} > 0$

Apenas o segundo caso ocorre neste trabalho, portanto, as formas de onda serão apresentadas considerando-se que $i_{Lm(0)} < 0$ e $i_{Lo(0)} > 0$.

As principais formas de onda do conversor ZETA, operando no MCD, dentro de um período de alta frequência são mostradas na Figura 2.3.

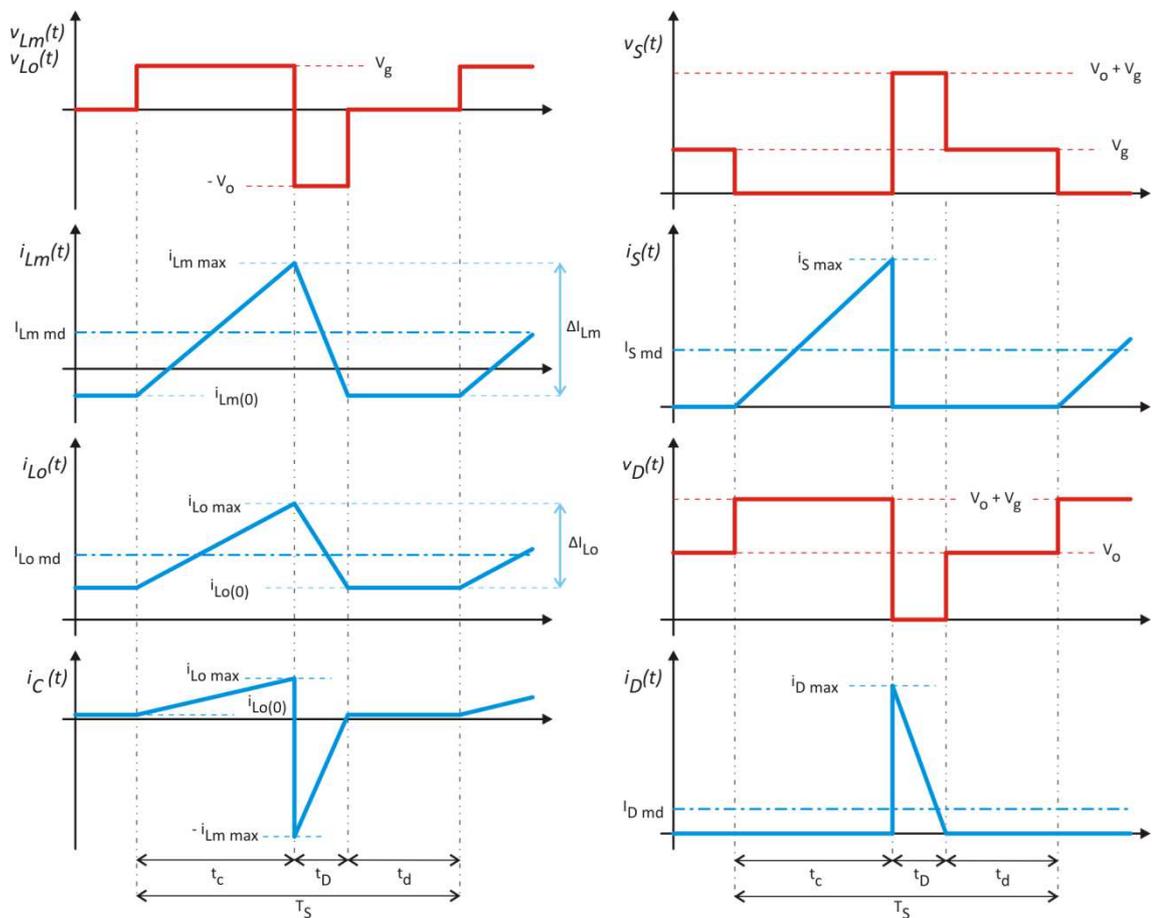


Figura 2.3 Principais formas de onda do conversor ZETA no MCD em um período de alta frequência.

2.1.2 Análise Qualitativa em um Período de Baixa Freqüência

O conversor ZETA opera com modulação PWM senoidal, no qual o sinal modulante é uma onda senoidal retificada com freqüência de 60 Hz $d(\omega t)$ e valor máximo D_{max} . Utiliza-se uma onda portadora com freqüência de 20 kHz. Assim, o tempo de condução do interruptor t_c variará em função de $d(\omega t)$, como se observa na Figura 2.4.

Como será explicado ainda neste capítulo, o conversor ZETA possui característica de transferência estática linear, assim, as formas de onda apresentadas na Figura 2.3 sofrerão influência direta do sinal modulante.

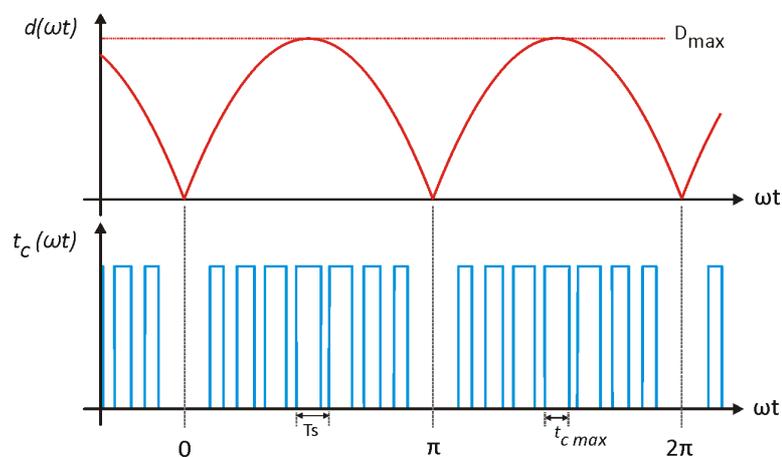


Figura 2.4 Modulação PWM imposta ao conversor ZETA

Resumidamente, as correntes terão seu valor médio inseridos em envoltórias de baixa freqüência. A Figura 2.5 apresenta as formas de onda da corrente no indutor de magnetização e no indutor de saída, observadas em um período de baixa freqüência, considerando-se também as ondulações provenientes da comutação em alta freqüência originadas pela onda portadora da modulação PWM.

Devido ao fenômeno do *quasi-estatismo*, as correntes médias instantâneas no indutor L_o e no indutor L_m são apenas dependentes do sinal modulante $d(\omega t)$ [25], sendo simbolizadas por $i_{Lomed}(\omega t)$ e $i_{Lmmed}(\omega t)$ respectivamente. Do mesmo modo, as correntes instantâneas máximas i_{Lomax} e i_{Lmmax} , bem como as correntes instantâneas iniciais $i_{Lo(0)}$ e $i_{Lm(0)}$, também dependem somente do sinal modulante, sendo convenientemente representadas por $i_{Lomax}(\omega t)$, $i_{Lmmax}(\omega t)$, $i_{Lo(0)}(\omega t)$ e $i_{Lm(0)}(\omega t)$, respectivamente. Finalmente, de maneira semelhante, as ondulações instantâneas no indutor de saída (Δ_{iLo}) e no indutor de magnetização (Δ_{iLm}) tornam-se $\Delta_{iLo}(\omega t)$ e $\Delta_{iLm}(\omega t)$ quando modulação PWM senoidal é utilizada.

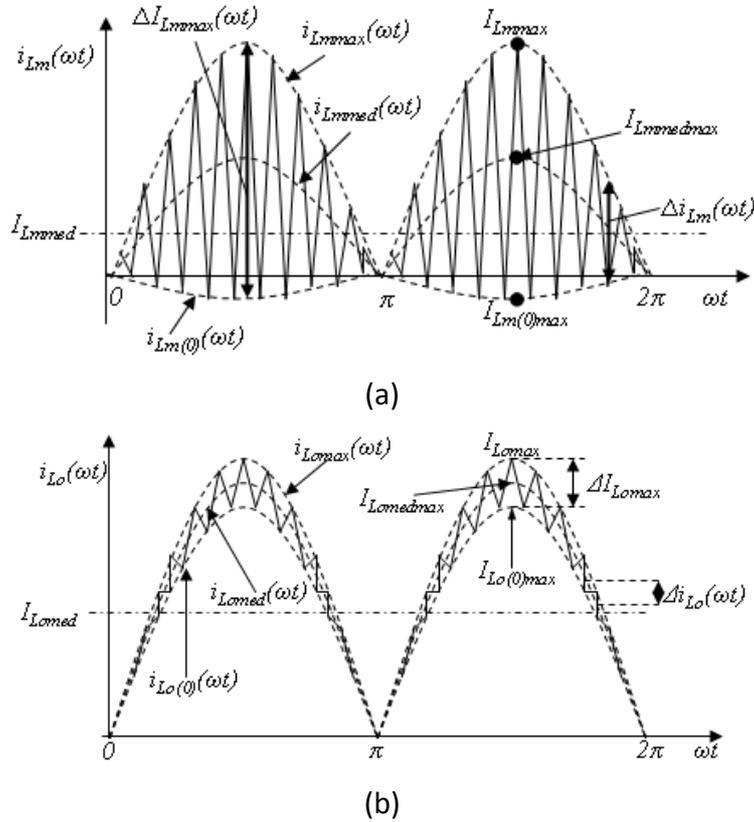


Figura 2.5 Corrente no indutor de magnetização (a) e no indutor de saída (b) em baixa frequência.

Como pode ser visto na Figura 2.5, quando o valor do sinal modulante for máximo, $i_{Lo\ med}(\omega t)$ e $i_{Lm\ med}(\omega t)$ também alcançam seus valores máximos, sendo denominados $I_{Lo\ med\ max}$ e $I_{Lm\ med\ max}$. É nesse ponto, também, que $i_{Lo\ max}(\omega t)$, $i_{Lm\ max}(\omega t)$, $i_{Lo(0)}(\omega t)$, $i_{Lm(0)}(\omega t)$, $\Delta i_{Lo}(\omega t)$ e $\Delta i_{Lm}(\omega t)$ alcançam seus valores máximos, sendo nesse trabalho representados por $I_{Lo\ max}$, $I_{Lm\ max}$, $I_{Lo(0)\ max}$, $I_{Lm(0)\ max}$, $\Delta i_{Lo\ max}$ e $\Delta i_{Lm\ max}$, respectivamente.

Os valores médios de corrente, portanto, dependem apenas de $i_{Lo\ med}(\omega t)$ e $i_{Lm\ med}(\omega t)$, sendo simbolizados por $I_{Lo\ med}$ e $I_{Lm\ med}$, respectivamente.

Observando-se novamente a Figura 1.13, nota-se que a corrente instantânea no indutor de saída $i_{Lo}(\omega t)$ será injetada na rede elétrica via um inversor de corrente. Lembrando que o conversor ZETA apresenta característica de fonte de corrente, pode-se representar o sistema de conversão de energia através da Figura 2.6.

Como apresentado na Figura 2.5(a), $i_{Lo}(\omega t)$ apresenta a forma de $|\text{sen}(\omega t)|$. Portanto, basta-se inverter $i_{Lo}(\omega t)$ a cada 180° para que uma onda senoidal seja formada. Este objetivo é alcançado acionando-se somente os interruptores S_1 e S_4 durante o intervalo de 0 a π , enquanto que durante o intervalo de π a 2π somente os interruptores S_2 e S_3 são acionados, conforme ilustra a Figura 2.7.

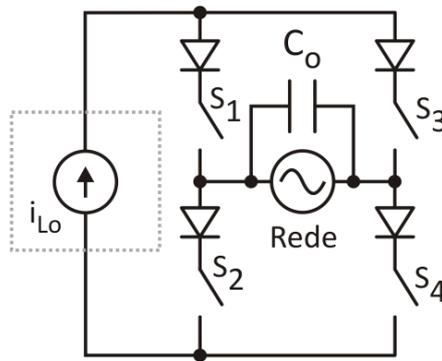


Figura 2.6 Inversor em ponte completa estudado.

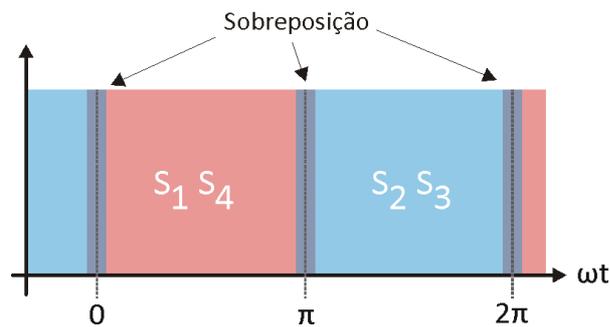


Figura 2.7 Tempos de comutação dos interruptores do inversor de corrente.

A sobreposição indicada na Figura 2.7 origina duas etapas de operação adicionais, conforme é possível observar na Figura 2.8.

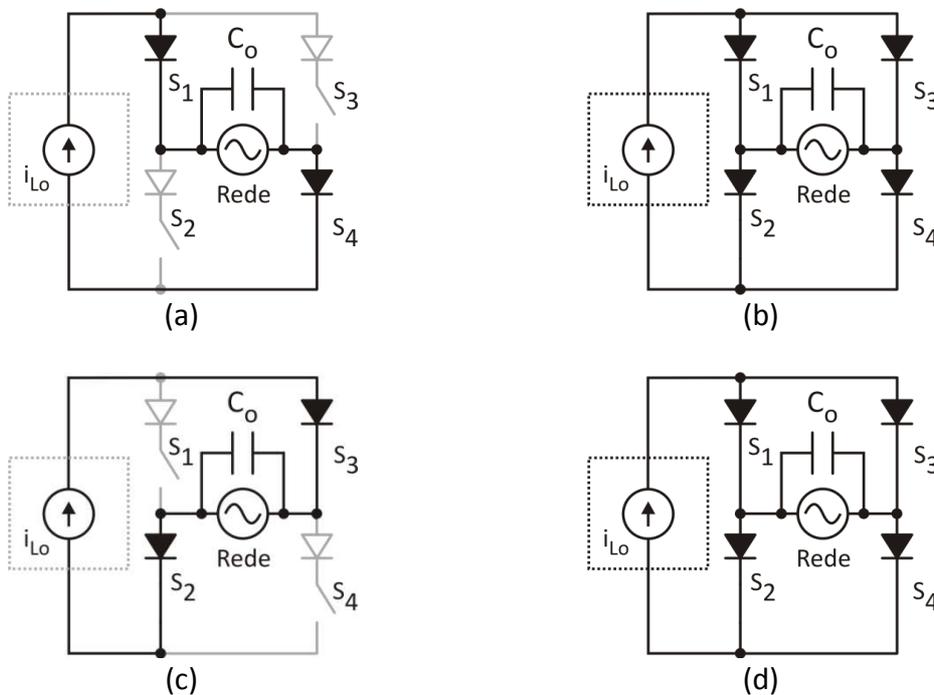


Figura 2.8 Etapas de operação do Inversor.

O período em que ocorre sobreposição dos interruptores S_1 , S_2 , S_3 e S_4 deve ser tão pequeno quanto possível, podendo ser desprezado em análises matemáticas. Porém, ele é deveras importante para o correto funcionamento do conversor, uma vez que a ocorrência

de tempo morto acarretaria a operação sem carga do conversor ZETA, gerando picos de tensão reversa de elevado valor sobre os dispositivos semicondutores, o que acarreta a falha dos mesmos devido ao efeito avalanche[23].

O inversor possibilita a conexão do conversor ZETA diretamente a rede, assim, os diodos em série com os interruptores S_1 , S_2 , S_3 e S_4 impedem o fluxo de potência da rede para o inversor. O capacitor de saída C_o realiza a filtragem das ondulações de alta frequência de $i_{Lo}(\omega t)$, resultando em uma corrente senoidal com baixo conteúdo harmônico injetada na rede. A Figura 2.9 apresenta as principais formas de onda do sistema de conversão de energia, em um período de baixa frequência.

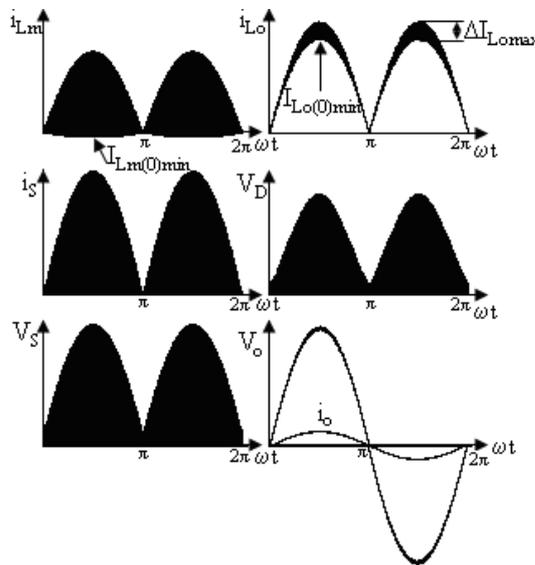


Figura 2.9 Principais formas de onda do conversor ZETA no MCD em baixa frequência.

2.2 Análise Quantitativa

Primeiramente é necessário definir matematicamente os tempos que caracterizam as etapas de operação do conversor. Assim, o tempo de condução do interruptor S se relaciona com o período de chaveamento de acordo com (2.3).

$$D = \frac{t_c}{T_s} \quad (2.3)$$

Onde D é a razão cíclica instantânea imposta ao conversor e T_s é o período de comutação do conversor ZETA.

Analogamente, o tempo de condução do diodo t_D é dado por (2.4).

$$D_1 = \frac{t_D}{T_s} \quad (2.4)$$

D_1 é chamada razão cíclica do diodo, e como será visto mais adiante, é de suma importância na análise matemática deste conversor.

Observando-se que o período de comutação T_s é a soma dos correspondentes tempos de cada etapa de operação, i.e.

$$T_s = t_c + t_D + t_d \quad (2.5)$$

obtem-se

$$(1 - D - D_1) = \frac{t_d}{T_s} \quad (2.6)$$

A análise quantitativa do conversor será levada a cabo segundo descrito em [25],[43] considerando-se as mesmas hipóteses simplificadoras utilizadas na análise qualitativa. Portanto, o conversor da Figura 2.1, apresentado novamente na Figura 2.10 por conveniência, será utilizado para nortear a obtenção das relações matemáticas essenciais ao trabalho.

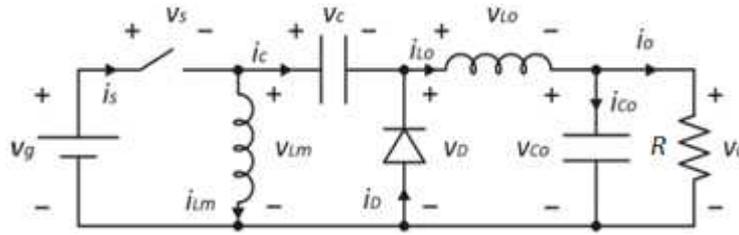


Figura 2.10 Esquema utilizado no equacionamento do conversor ZETA no MCD.

Ao se analisar as etapas de funcionamento deste conversor, as seguintes relações podem ser obtidas:

$$i_{L_m}(t) = \begin{cases} \frac{V_g}{L_m}t + I_{L_m(0)} & \forall t \mid 0 < t \leq DT_s \\ \frac{-V_o}{L_m}(t - DT_s) + I_{L_m(DT)} & \forall t \mid DT_s < t \leq (D + D_1)T_s \\ I_{L_m(D_1T)} = I_{L_m(0)} & \forall t \mid (D + D_1)T_s < t \leq T_s \end{cases} \quad (2.7)$$

$$i_{L_o}(t) = \begin{cases} \frac{V_g}{L_o}t + I_{L_o(0)} & \forall t \mid 0 < t \leq DT_s \\ \frac{-V_o}{L_o}(t - DT_s) + I_{L_o(DT)} & \forall t \mid DT_s < t \leq (D + D_1)T_s \\ I_{L_o(D_1T)} = I_{L_o(0)} & \forall t \mid (D + D_1)T_s < t \leq T_s \end{cases} \quad (2.8)$$

$$i_g(t) = i_s(t) = \begin{cases} \left(\frac{V_g}{L_m} + \frac{V_g}{L_o} \right) t + I_{L_m(0)} + I_{L_o(0)} & \forall t \mid 0 < t \leq DT_s \\ 0 & \forall t \mid DT_s < t \leq T_s \end{cases} \quad (2.9)$$

$$i_D(t) = \begin{cases} 0 & \forall t \mid 0 < t \leq DT_s \\ -\left(\frac{V_o}{L_m} + \frac{V_o}{L_o} \right) (t - DT_s) + I_{L_m(DT)} + I_{L_o(DT)} & \forall t \mid DT_s \leq t \leq (D + D_1)T_s \\ 0 & \forall t \mid (D + D_1)T_s < t \leq T_s \end{cases} \quad (2.10)$$

$$i_c(t) = \begin{cases} \frac{V_g}{L_o} t + I_{L_o(0)} & \forall t \mid 0 < t \leq DT_s \\ \frac{V_o}{L_m} (t - DT_s) - I_{L_m(DT)} & \forall t \mid DT_s < t \leq (D + D_1)T_s \\ I_{L_o(D_1T)} = I_{L_o(0)} & \forall t \mid (D + D_1)T_s < t \leq T_s \end{cases} \quad (2.11)$$

$$v_{L_m}(t) = v_{L_o}(t) = \begin{cases} V_g & \forall t \mid 0 < t \leq DT_s \\ -V_o & \forall t \mid DT_s \leq t \leq (D + D_1)T_s \\ 0 & \forall t \mid (D + D_1)T_s < t \leq T_s \end{cases} \quad (2.12)$$

$$v_s(t) = \begin{cases} 0 & \forall t \mid 0 < t \leq DT_s \\ V_g + V_o & \forall t \mid DT_s \leq t \leq (D + D_1)T_s \\ V_g & \forall t \mid (D + D_1)T_s < t \leq T_s \end{cases} \quad (2.13)$$

$$v_D(t) = \begin{cases} -(V_g + V_o) & \forall t \mid 0 < t \leq DT_s \\ 0 & \forall t \mid DT_s \leq t \leq (D + D_1)T_s \\ -V_o & \forall t \mid (D + D_1)T_s < t \leq T_s \end{cases} \quad (2.14)$$

Algumas observações são relevantes neste momento no que diz respeito à simbologia utilizada. Tomando como exemplo a corrente no indutor de magnetização, quando a mesma é referida como $i_{L_m}(t)$, trata-se da corrente instantânea sendo avaliada em um intervalo de comutação do conversor ZETA. Quando a mesma corrente é simbolizada por $i_{L_m}(\omega t)$, trata-se do valor instantâneo da corrente sendo analisada em um intervalo de comutação do inversor, i.e., em baixa frequência.

Algumas variáveis, por sua vez, não dependem do período de comutação de baixa frequência nesta análise. Assim, essas variáveis são usualmente representadas em letras maiúsculas, omitindo-se dependência temporal. A tensão de entrada do conversor, e.g., é representada somente por V_g .

É muito importante lembrar que a tensão de saída V_o na verdade é imposta ao conversor pela rede. A resistência de saída R na Figura 2.10, nesta análise, obedece à Lei de Ohm. Esta equivalência apresenta certas implicações na análise matemática do conversor, como será discutido nas próximas seções.

2.2.1 Análise Quantitativa em um Período de Alta Frequência

2.2.1.1 Ganho Estático

O ganho estático do conversor pode ser obtido avaliando-se a forma de onda da tensão imposta aos indutores na Figura 2.3, reproduzida em detalhes na Figura 2.11.

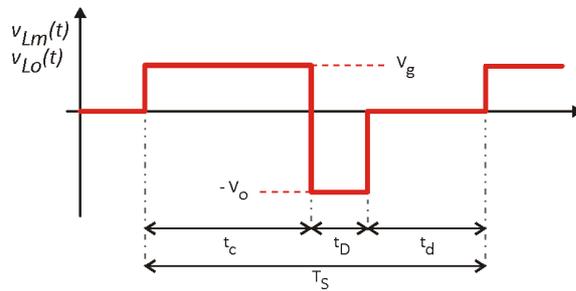


Figura 2.11 Tensão no indutor de saída e no indutor de magnetização.

Sabendo-se que o valor médio da tensão em uma indutância é nulo quando analisada em regime permanente, pode-se escrever

$$V_g t_c - v_o(\omega t) t_D + 0 t_d = 0 \quad (2.15)$$

A tensão de saída, por sofrer alterações em baixa frequência, é simbolizada por $v_o(\omega t)$. Rearranjando (2.15), chega-se a

$$\frac{v_o(\omega t)}{V_g} = \frac{t_c}{t_D} \quad (2.16)$$

O tempo de condução do interruptor t_c apresentado em (2.3) sofre as mesmas alterações temporais em baixa frequência discutidas na análise qualitativa, podendo ser redefinido por (2.17).

$$d(\omega t) = \frac{t_c(\omega t)}{T_s} \quad (2.17)$$

Substituindo (2.17) e (2.4) em (2.16), obtém-se a razão de transferência estática do conversor ZETA (2.18). O tempo de condução do diodo é considerado constante, conforme será explicado nas próximas seções deste trabalho.

$$g(\omega t) = \frac{v_o(\omega t)}{V_g} = \frac{d(\omega t)}{D_1} \quad (2.18)$$

O ganho estático máximo do conversor G_{max} ocorre quando $d(\omega t) = D_{max}$, sendo definido por (2.19).

$$G_{max} = \frac{V_{omax}}{V_g} = \frac{D_{max}}{D_1} \quad (2.19)$$

2.2.1.2 Corrente no Interruptor

A corrente instantânea no interruptor equivale à soma das correntes do indutor de magnetização e do indutor de saída durante a primeira etapa de operação, conforme (2.9), sendo apresentada em detalhes na Figura 2.12.

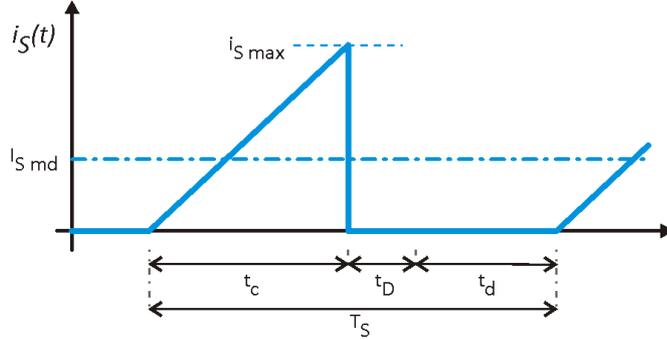


Figura 2.12 Corrente no interruptor em um período de alta frequência.

O valor instantâneo máximo dessa corrente $i_{Smax}(\omega t)$ é facilmente obtida avaliando-se (2.9) no correspondente tempo (t_c), i.e.:

$$i_{Smax}(\omega t) = \frac{V_g}{L_{eq}} t_c(\omega t) + i_{L_m(0)}(\omega t) + i_{L_o(0)}(\omega t) \quad (2.20)$$

Lembrando que as correntes iniciais são equivalentes, porém fluem em sentido oposto ao referenciado, tem-se que:

$$i_{L_m(0)}(\omega t) = -i_{L_o(0)}(\omega t) \quad (2.21)$$

Substituindo-se (2.17) em (2.20):

$$i_{Smax}(\omega t) = \frac{V_g}{L_{eq} f} d(\omega t) \quad (2.22)$$

Onde:

$$f = \frac{1}{T_s} \quad (2.23)$$

O valor médio instantâneo da corrente no interruptor $i_{S\text{med}}(\omega t)$ pode ser obtido através da definição do valor médio aplicado a um intervalo de comutação do conversor. Deste modo:

$$i_{S\text{med}}(\omega t) = \frac{1}{T_s} \int_0^{d(\omega t)T_s} \frac{V_g}{L_{eq}} t dt \quad (2.24)$$

Assim, desenvolvendo-se (2.24) tem-se:

$$i_{S\text{med}}(\omega t) = \frac{V_g}{2L_{eq}f} d(\omega t)^2 \quad (2.25)$$

Como o conversor ZETA possui o interruptor S em série com a fonte de entrada, a corrente instantânea de entrada do conversor $i_g(\omega t)$ é a mesma corrente que atravessa o interruptor S. Assim, pode-se deduzir que:

$$i_{g\text{max}}(\omega t) = i_{S\text{max}}(\omega t) = \frac{V_g}{L_{eq}f} d(\omega t) \quad (2.26)$$

$$i_{g\text{med}}(\omega t) = i_{S\text{med}}(\omega t) = \frac{V_g}{2L_{eq}f} d(\omega t)^2 \quad (2.27)$$

Pode-se reescrever (2.27) como em (2.28).

$$i_{g\text{med}}(\omega t) = \frac{V_g}{R_e(d)} \quad (2.28)$$

Onde $R_e(d)$ é chamada de resistência equivalente do interruptor[35], sendo definida em (2.29).

$$R_e(d) = \frac{d^2}{2L_{eq}f} \quad (2.29)$$

A relação (2.29) é de suma importância no estudo desse conversor, uma vez que está intimamente relacionada à potência instantânea absorvida pelo conversor. É bom salientar que a dependência temporal do ciclo de trabalho d foi omitida, porém continua válida. Esta relação será mais bem estudada no terceiro capítulo deste trabalho.

2.2.1.3 Corrente no Diodo

De modo similar a $i_s(\omega t)$, a corrente instantânea no diodo $i_D(\omega t)$ será doravante estudada. A Figura 2.13 apresenta a forma de onda dessa corrente.

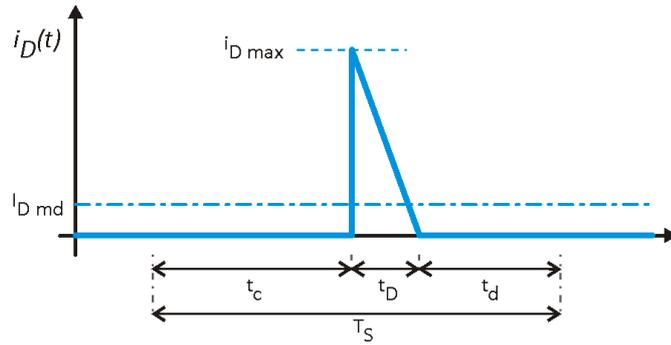


Figura 2.13 Corrente no diodo em um período de alta frequência.

Quando o interruptor S é aberto, toda a corrente que por ela passava encontra caminho pelo diodo, o qual é polarizado por ação dos indutores L_m e L_o , uma vez que as indutâncias não permitem variação instantânea de corrente, assim:

$$i_{D \max}(\omega t) = i_{S \max}(\omega t) \quad (2.30)$$

Observando-se a Figura 2.13 é possível obter o valor da corrente média no diodo calculando-se a área de um triângulo, deste modo:

$$i_{D \text{ med}}(\omega t) = \frac{1}{T_s} \frac{i_{D \max}(\omega t)}{2} t_D \quad (2.31)$$

Substituindo (2.30) e (2.4) em (2.31) tem-se:

$$i_{D \text{ med}}(\omega t) = \frac{i_{S \max}(\omega t)}{2} D_1 \quad (2.32)$$

Aplicando (2.22) em (2.32), o valor médio da corrente no diodo é obtido.

$$i_{D \text{ med}}(\omega t) = \frac{V_g}{2L_{eq}f} D_1 d(\omega t) \quad (2.33)$$

O parâmetro D_1 será definido matematicamente ainda neste capítulo.

2.2.1.4 Corrente no Indutor de Magnetização

A corrente instantânea no indutor de magnetização é ilustrada na Figura 2.14.

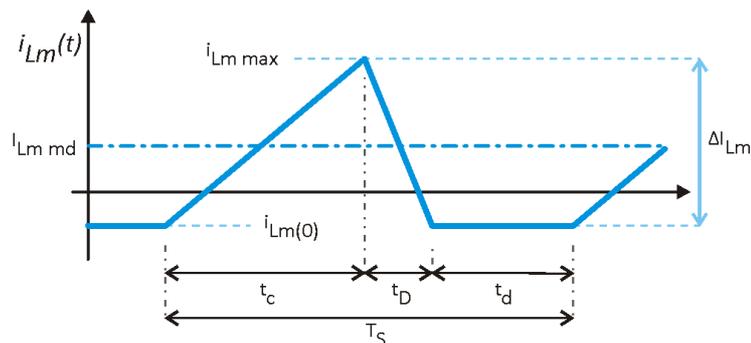


Figura 2.14 Corrente no indutor de magnetização em um período de alta frequência.

O valor máximo dessa corrente ocorre em $t = t_c$. Assim, seu valor máximo é dado por

$$i_{L_m \max}(\omega t) = \frac{V_g}{L_m} t_c(\omega t) + i_{L_m(0)}(\omega t) \quad (2.34)$$

Ou equivalentemente, aplicando (2.17) em (2.34):

$$i_{L_m \max}(\omega t) = \frac{V_g}{L_m f} d(\omega t) + i_{L_m(0)}(\omega t) \quad (2.35)$$

O valor médio da corrente no indutor de magnetização pode ser obtido por aplicação direta da definição do valor médio em um intervalo de alta frequência, observando-se (2.7).

$$\begin{aligned} i_{L_m \text{ med}}(\omega t) = & \frac{1}{T_s} \int_0^{d(\omega t)T_s} \frac{V_g}{L_m} t dt + \frac{1}{T_s} \int_0^{d(\omega t)T_s} i_{L_m(0)}(\omega t) dt + \frac{1}{T_s} \int_0^{D_1 T_s} \frac{v_o(\omega t)}{L_m} t dt + \dots \\ & \dots \frac{1}{T_s} \int_0^{D_1 T_s} i_{L_m(0)}(\omega t) dt + \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-d(\omega t)-D_1)T_s} i_{L_m(0)}(\omega t) dt \end{aligned} \quad (2.36)$$

Ou, mais facilmente através de (2.37), observando-se que o valor médio da onda da Figura 2.14 pode ser calculado através da área de um triângulo, deslocando-se a onda.

$$i_{L_m \text{ med}}(\omega t) = \frac{1}{T_s} \left[\frac{(t_c(\omega t) + t_D)(i_{L_m \max}(\omega t) - i_{L_m(0)}(\omega t))}{2} \right] + i_{L_m(0)}(\omega t) \quad (2.37)$$

Substituindo (2.4), (2.17) e (2.35) em (2.37), obtém-se o mesmo resultado da definição de valor médio apresentada em (2.36). Assim, chega-se ao valor da corrente instantânea média do indutor de magnetização.

$$i_{L_m \text{ med}}(\omega t) = \frac{V_g d(\omega t)}{2L_m f} (d(\omega t) + D_1) + i_{L_m(0)}(\omega t) \quad (2.38)$$

Vale lembrar que, no conversor estudado, $i_{L_m(0)}(\omega t) \leq 0 \forall t$.

2.2.1.5 Corrente no Indutor de Saída

Do mesmo modo que a corrente no indutor de magnetização, a corrente no indutor de saída será analisada matematicamente com auxílio da Figura 2.15.

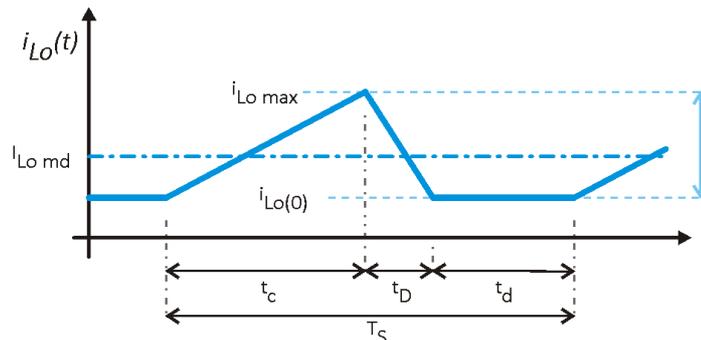


Figura 2.15 Corrente no indutor de saída em um período de alta frequência.

Conforme pode ser concluído observando-se a Figura 2.15, esta corrente também alcança valor máximo quando $t = t_c$. Utilizando (2.8), pode-se obter:

$$i_{L_o \max}(\omega t) = \frac{V_g}{L_o} t_c(\omega t) + i_{L_o(0)}(\omega t) \quad (2.39)$$

Substituindo (2.17) em (2.39):

$$i_{L_o \max}(\omega t) = \frac{V_g}{L_o f} d(\omega t) + i_{L_o(0)}(\omega t) \quad (2.40)$$

A semelhança de $i_{Lm \text{ med}}(\omega t)$, a corrente média instantânea no indutor de saída pode ser obtida utilizando-se (2.41), computando-se diretamente a área de um triângulo.

$$i_{L_o \text{ med}}(\omega t) = \frac{1}{T_s} \left[\frac{(t_c(\omega t) + t_D)(i_{L_o \max}(\omega t) - i_{L_o(0)}(\omega t))}{2} \right] + i_{L_o(0)}(\omega t) \quad (2.41)$$

Também é possível obter o valor de $i_{L_o \text{ med}}(\omega t)$ através da definição de valor médio aplicada a $i_{L_o}(\omega t)$ em um intervalo de alta frequência, como apresentado em (2.42).

$$\begin{aligned} i_{L_o \text{ med}}(\omega t) = & \frac{1}{T_s} \int_0^{d(\omega t)T_s} \frac{V_g}{L_o} t dt + \frac{1}{T_s} \int_0^{d(\omega t)T_s} i_{L_o(0)}(\omega t) dt + \frac{1}{T_s} \int_0^{D_1 T_s} \frac{v_o(\omega t)}{L_o} t dt + \dots \\ & \dots + \frac{1}{T_s} \int_0^{D_1 T_s} i_{L_o(0)}(\omega t) dt + \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-d(\omega t)-D_1)T_s} i_{L_o(0)}(\omega t) dt \end{aligned} \quad (2.42)$$

Integrando (2.42) em relação ao tempo, se obtém:

$$\begin{aligned} i_{L_o \text{ med}}(\omega t) = & \frac{V_g}{L_o T_s} \frac{(d(\omega t)T_s)^2}{2} + \frac{i_{L_o(0)}(\omega t)}{T_s} d(\omega t)T_s + \frac{v_o(\omega t)}{L_o T_s} \frac{(d(\omega t)T_s)^2}{2} + \dots \\ & \dots + \frac{i_{L_o(0)}(\omega t)}{T_s} D_1 T_s + \frac{i_{L_o(0)}(\omega t)}{T_s} (1-d(\omega t)-D_1)T_s \end{aligned} \quad (2.43)$$

Simplificando (2.43) utilizando (2.17) e (2.4) chega-se a:

$$i_{L_o \text{ med}}(\omega t) = \frac{V_g d(\omega t)}{2L_o f} (d(\omega t) + D_1) + i_{L_o(0)}(\omega t) \quad (2.44)$$

Nesse conversor, $i_{L_o(0)}(\omega t) > 0 \forall t$.

2.2.1.6 Corrente inicial nos indutores

O valor instantâneo da corrente inicial nos indutores pode ser obtido avaliando-se a corrente no capacitor de acoplamento, representada graficamente na Figura 2.16.

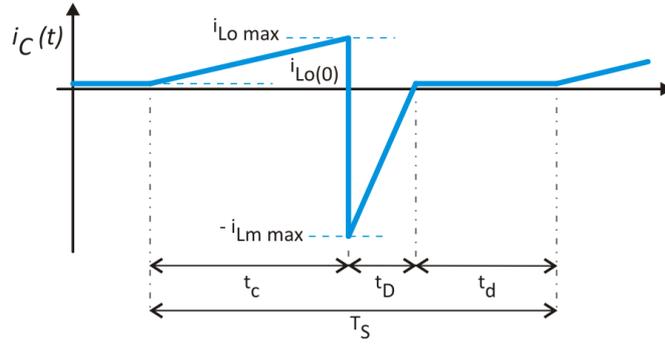


Figura 2.16 Corrente no capacitor de acoplamento em um período de alta frequência.

É possível observar que na primeira etapa de funcionamento do conversor a corrente no capacitor de acoplamento $i_C(\omega t)$ é a própria corrente $i_{Lo}(\omega t)$. Na segunda etapa, a corrente $i_C(\omega t)$ é a mesma corrente do indutor de magnetização $i_{Lm}(\omega t)$, porém no sentido oposto a corrente nele referenciada. Na terceira etapa, a corrente $i_{Lo}(\omega t)$ volta a percorrer o capacitor C . Assim, é possível obter o valor inicial das correntes nos indutores, uma vez que a corrente média em um capacitor é nula.

O valor médio da a forma de onda da Figura 2.16 pode ser obtido de modo semelhante ao realizado com as correntes médias nos indutores, por intermédio da área dos triângulos, ou seja:

$$i_{Cmed}(\omega t) = \frac{1}{T_s} \left[\frac{t_c(\omega t)(i_{Lo\max}(\omega t) - i_{Lo(0)}(\omega t))}{2} - \frac{t_D(i_{Lm\max}(\omega t) - i_{Lm(0)}(\omega t))}{2} \right] + i_{Lo(0)}(\omega t) \quad (2.45)$$

Substituindo (2.34) e (2.39) em (2.45) deduz-se que:

$$i_{Cmed}(\omega t) = \frac{1}{T_s} \left(\frac{t_c(\omega t)^2 V_g}{2L_o} - \frac{t_D V_g t_c(\omega t)}{2L_m} \right) + i_{Lo(0)}(\omega t) \quad (2.46)$$

De acordo com as equações (2.4) e (2.17), a equação (2.46) pode ser reescrita como:

$$i_{Cmed}(\omega t) = \frac{V_g d(\omega t)^2}{2L_o f} - \frac{V_g D_1 d(\omega t)}{2L_m f} + i_{Lo(0)}(\omega t) \quad (2.47)$$

Igualando-se (2.47) a zero, obtém-se o valor instantâneo da corrente inicial na indutância de saída do conversor.

$$i_{Lo(0)}(\omega t) = \frac{V_g D_1 d(\omega t)}{2L_m f} - \frac{V_g d(\omega t)^2}{2L_o f} \quad (2.48)$$

Levando em consideração (2.21), o valor instantâneo da corrente inicial na indutância de magnetização do conversor é obtido.

$$i_{L_m(0)}(\omega t) = \frac{V_g d(\omega t)^2}{2L_o f} - \frac{V_g D_1 d(\omega t)}{2L_m f} \quad (2.49)$$

2.2.1.7 Balanço de Energia e Definição do Parâmetro D_1

Pode-se definir agora a potência média instantânea de entrada do conversor, simbolizada por $p_g(\omega t)$. Também é possível definir $p_o(\omega t)$ como a potência média instantânea de saída do conversor. Em um conversor CC-CC ideal, considerando-se um sistema sem perdas, o princípio da conservação da energia é aplicável, i.e.:

$$p_g(\omega t) = p_o(\omega t) \quad (2.50)$$

A potência média instantânea de entrada é facilmente obtida observando-se (2.27). Sabendo-se que a tensão de entrada V_g não se altera. Portanto:

$$p_g(\omega t) = V_g i_{gmed}(\omega t) \quad (2.51)$$

Aplicando (2.27) em (2.51), tem-se que:

$$p_g(\omega t) = \frac{V_g^2}{2L_{eq} f} d(\omega t)^2 \quad (2.52)$$

Ou equivalentemente:

$$p_g(\omega t) = \frac{V_g^2}{Re(d)} \quad (2.53)$$

É fácil notar que a potência instantânea de entrada máxima P_{gmax} ocorre quando a razão cíclica for máxima.

$$P_{gmax} = \frac{V_g^2}{2L_{eq} f} D_{max}^2 \quad (2.54)$$

A potência de saída pode ser formulada como em (2.55).

$$p_o(\omega t) = v_o(\omega t) i_o(\omega t) \quad (2.55)$$

A resistência R da Figura 2.1 pode agora ser definida. Sendo $i_o(\omega t)$ a corrente instantânea de saída do conversor, e $v_o(\omega t)$ a tensão instantânea da rede imposta a saída do conversor ZETA, segundo a Lei de Ohm, a equação (2.56) é verdadeira. Ambas as variáveis, nesse contexto, possuem a forma de $|sen(\omega t)|$.

$$R_{eq} = \frac{v_o(\omega t)}{i_o(\omega t)} \quad (2.56)$$

Percebe-se que a resistência R_{eq} não é constante, dependendo não só do valor da tensão da rede elétrica, por $v_o(\omega t)$, mas dependendo também da razão cíclica, por $i_o(\omega t)$.

Considerando-se $V_{o\ max}$ o valor de pico da rede elétrica, quando o conversor opera em condições nominais a impedância equivalente pode ser definida por (2.57), onde $I_{o\ max}$ é a corrente de saída máxima do conversor, e ocorre quando $d(\omega t)$ é igual a D_{max} . $I_{o\ max}$ será definida ainda nesse capítulo.

$$R = \frac{V_{o\ max}}{I_{o\ max}} \quad (2.57)$$

Ressalta-se que a resistência R como definida em (2.57) é dita nominal. O valor dessa resistência varia conforme critério de projeto, como será analisado no quarto capítulo da dissertação.

Então, considerando-se (2.55) se pode concluir que:

$$P_{o\ max} = V_{o\ max} I_{o\ max} = \frac{V_{o\ max}^2}{R} \quad (2.58)$$

Pelo princípio da conservação de energia, é possível escrever:

$$P_{o\ max} = P_{g\ max} \quad (2.59)$$

Substituindo (2.54) e (2.58) em (2.59):

$$\frac{V_{o\ max}^2}{R} = \frac{V_g^2}{2L_{eq} f} D_{max}^2 \quad (2.60)$$

Deste modo:

$$\frac{V_{o\ max}^2}{V_g^2} = D_{max}^2 \frac{R}{2L_{eq} f} \quad (2.61)$$

Aplicando (2.19) em (2.61) se obtém:

$$\frac{1}{D_1} = \sqrt{\frac{R}{2L_{eq} f}} \quad (2.62)$$

Pode-se definir, segundo [43], a constante de descontinuidade K_1 como:

$$K_1 = \frac{2L_{eq} f}{R} \quad (2.63)$$

Assim, é possível reescrever (2.62) colocando D_1 em evidência e considerando-se (2.63).

$$D_1 = \sqrt{K_1} = \sqrt{\frac{2L_{eq} f}{R}} \quad (2.64)$$

Avaliando-se (2.64) é notório que D_1 depende da impedância percebida pelo conversor em sua saída, da frequência de comutação do conversor e de sua indutância equivalente. Na modulação por largura de pulso, a frequência de comutação f não sofre alterações. Na enorme maioria dos conversores, a indutância equivalente também não é

variável. Portanto, pode-se dizer que D_1 depende apenas da resistência R . Adicionalmente, mantendo $i_o(\omega t)$ perfeitamente sincronizado com $v_o(\omega t)$ (em fase), o conversor não percebe alterações na impedância em sua saída durante um período de baixa frequência, conforme atestado por (2.56).

Nota-se, portanto, uma dependência linear da saída do conversor em um intervalo limitado por D_1 [25]. O gráfico da Figura 2.17 ilustra esse comportamento.

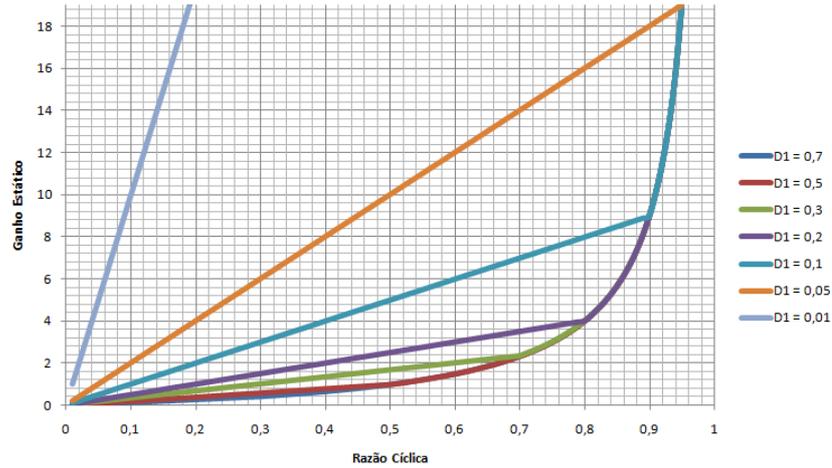


Figura 2.17 Relação entre o ganho estático e o ciclo de trabalho do diodo.

Observa-se que o comportamento do conversor é linear até certo ponto, dependendo do valor de D_1 . Este limite corresponde ao ponto onde o modo de condução do conversor passa do modo descontínuo (MCD) para o modo contínuo (MCC), sendo chamado de modo de condução crítico (MCCri). Os limites de condução deste conversor serão estudados em uma seção dedicada deste capítulo.

2.2.1.8 Relação Entre Correntes

É possível estabelecer diversas relações entre as correntes no conversor ZETA. Essas relações são de suma importância, e facilitam o estudo do mesmo.

Através do balanço de energia, pode-se obter:

$$V_g i_{gmed}(\omega t) = v_o(\omega t) i_o(\omega t) \quad (2.65)$$

Deste modo:

$$\frac{v_o(\omega t)}{V_g} = \frac{i_{gmed}(\omega t)}{i_o(\omega t)} \quad (2.66)$$

Conclui-se, portanto, que:

$$\frac{i_{gmed}(\omega t)}{i_o(\omega t)} = \frac{d(\omega t)}{D_1} \quad (2.67)$$

A razão entre as correntes nos indutores é obtida dividindo-se (2.38) por (2.44), resultando em (2.68).

$$\frac{i_{L_m,med}(\omega t)}{i_{L_o,med}(\omega t)} = \frac{d(\omega t)}{D_1} \quad (2.68)$$

Do mesmo modo, as correntes nos interruptores de potência se relacionam através de:

$$\frac{i_{D,med}(\omega t)}{i_{S,med}(\omega t)} = \frac{D_1}{d(\omega t)} \quad (2.69)$$

O capacitor de saída age como um filtro para a corrente do indutor de saída, então:

$$i_o(\omega t) = i_{L_o,med}(\omega t) \quad (2.70)$$

De maneira semelhante, o indutor L_o não permite que a grande ondulação de corrente observada em $i_D(\omega t)$ ocorra em $i_{L_o}(\omega t)$, assim, em termos de valor médio:

$$i_{D,med}(\omega t) = i_{L_o,med}(\omega t) \quad (2.71)$$

Esta mesma equivalência entre a corrente no indutor de saída e a corrente no diodo pode ser obtida substituindo-se a definição de corrente inicial no indutor de saída apresentada em (2.48) na corrente média instantânea do indutor de saída obtida em (2.38).

Assim, após todas essas considerações, é possível notar uma recorrente dependência no ganho estático do conversor, como sumarizado pela relação (2.72).

$$g(\omega t) = \frac{v_o(\omega t)}{V_g} = \frac{i_{g,med}(\omega t)}{i_o(\omega t)} = \frac{i_{L_m,med}(\omega t)}{i_{L_o,med}(\omega t)} = \frac{i_{S,med}(\omega t)}{i_{D,med}(\omega t)} = \frac{d(\omega t)}{D_1} \quad (2.72)$$

2.2.2 Análise Quantitativa em um Período de Baixa Freqüência

Na seção anterior os valores médios foram obtidos considerando-se um período de comutação de alta freqüência. Valores instantâneos médios foram obtidos. Esses valores se modificam segundo a forma imposta pela razão cíclica $d(\omega t)$. Pode-se agora definir matematicamente o ciclo de trabalho do conversor como apresentado na Figura 2.4. Assim:

$$d(\omega t) = D_{\max} |\text{sen}(\omega t)| \quad (2.73)$$

Portanto, os valores médios devem ser calculados sob um período dado por $|\text{sen}(\omega t)|$, a partir dos valores instantâneos médios estudados no tópico anterior. De modo a facilitar o entendimento da operação em baixa freqüência, a Figura 2.10 pode ser redesenhada, considerando-se o capacitor C_o e a impedância equivalente R como uma fonte de tensão variável, seguindo a forma de $|\text{sen}(\omega t)|$.

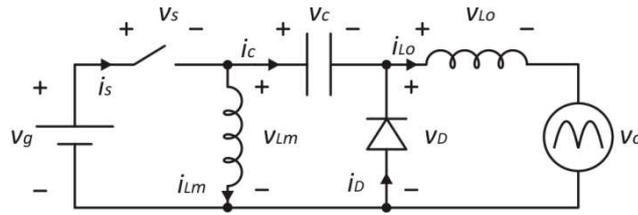


Figura 2.18 Conversor ZETA conectado a rede. Devido ao inversor, $v_o = V_{o,max}|sen(\omega t)|$.

2.2.2.1 Ganho Estático

O ganho estático do conversor é imposto pela forma de onda de v_o .

$$g(\omega t) = \frac{v_o(\omega t)}{V_g} = \frac{V_{max}|sen(\omega t)|}{V_g} \quad (2.74)$$

Quando $v_o(\omega t)$ e $i_o(\omega t)$ estão perfeitamente sincronizados:

$$g(\omega t) = \frac{V_{max}|sen(\omega t)|}{V_g} = \frac{D_{max}|sen(\omega t)|}{D_1} \quad (2.75)$$

É importante ressaltar que qualquer mudança de fase entre $v_o(\omega t)$ e $i_o(\omega t)$ acarretaria em alterações na impedância equivalente, o que segundo (2.64) provocaria a alteração do parâmetro D_1 em um intervalo de baixa freqüência. A análise em regime permanente considera que a resistência R não se altera em um período de baixa freqüência. Assim sendo, o ganho estático máximo do conversor acontece quando o valor da onda senoidal é máximo, i.e., $|sen(\omega t)| = 1$. Nesse ponto se tem:

$$G_{max} = \frac{V_{max}}{V_g} = \frac{D_{max}}{D_1} \quad (2.76)$$

2.2.2.2 Corrente Máxima e Média no Interruptor

A Figura 2.19 apresenta o comportamento da corrente de entrada instantânea $i_s(\omega t)$.

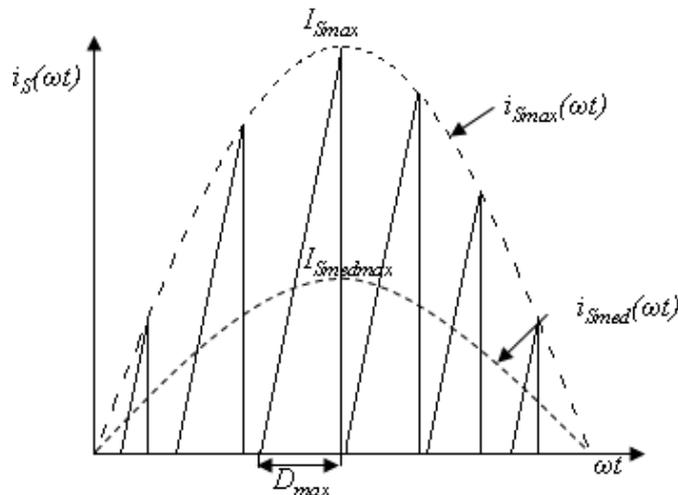


Figura 2.19 Corrente de entrada do conversor ZETA considerando um período de baixa freqüência.

Aplicando (2.73) a (2.22) e (2.25) é possível obter:

$$i_{S_{\max}}(\omega t) = \frac{V_g}{L_{eq} f} D_{\max} |\text{sen}(\omega t)| \quad (2.77)$$

$$i_{S_{med}}(\omega t) = \frac{V_g}{2L_{eq} f} (D_{\max} |\text{sen}(\omega t)|)^2 \quad (2.78)$$

O valor máximo de corrente no interruptor ocorre quando $i_{S_{\max}}(\omega t)$ é máximo. É fácil perceber que isso ocorre quando $|\text{sen}(\omega t)| = 1$. Nesse ponto, o valor médio instantâneo também alcança seu valor máximo. Assim:

$$I_{S_{\max}} = \frac{V_g}{L_{eq} f} D_{\max} \quad (2.79)$$

$$I_{S_{med\max}} = \frac{V_g}{2L_{eq} f} D_{\max}^2 \quad (2.80)$$

É possível obter o valor médio de corrente no interruptor $I_{S_{med}}$ através da definição de valor médio aplicada a um intervalo de baixa frequência, denotado por T_R , sendo este o período da rede elétrica comercial.

$$I_{S_{med}} = \frac{1}{T_R} \int_0^{T_R} \frac{V_g D_{\max}^2}{2L_{eq} f} |\text{sen}(\omega t)|^2 d\omega t \quad (2.81)$$

Assumindo-se apenas meio período, pode-se considerar $|\text{sen}(\omega t)|$ apenas como $\text{sen}(\omega t)$. Tem-se que:

$$I_{S_{med}} = \frac{V_g D_{\max}^2}{2L_{eq} f} \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \text{sen}(\omega t)^2 d\omega t \quad (2.82)$$

Integrando-se em relação a ωt :

$$I_{S_{med}} = \frac{V_g D_{\max}^2}{2L_{eq} f} \frac{1}{\pi} \left[\frac{\omega t}{2} - \frac{\text{sen}(\omega t)}{4} \right]_0^{\pi} \quad (2.83)$$

Deste modo:

$$I_{S_{med}} = \frac{V_g D_{\max}^2}{4L_{eq} f} \quad (2.84)$$

Sabendo-se que a corrente no interruptor equivale à corrente de entrada do conversor, pode-se escrever:

$$I_{g_{med}} = I_{S_{med}} = \frac{V_g D_{\max}^2}{4L_{eq} f} \quad (2.85)$$

2.2.2.3 Corrente Média no Diodo

Observando-se (2.30) é possível concluir que a corrente máxima no diodo é equivalente a corrente máxima no interruptor, portanto:

$$I_{D_{\max}} = \frac{V_g}{L_{eq} f} D_{\max} \quad (2.86)$$

A corrente média no diodo pode ser obtida exatamente do mesmo modo que a corrente média no interruptor, porém considerando-se a equação (2.33).

$$I_{D_{med}} = \frac{V_g D_1 D_{\max}}{2L_{eq} f} \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \text{sen}(\omega t) d\omega t \quad (2.87)$$

A solução de (2.87) leva a:

$$I_{D_{med}} = \frac{V_g D_1 D_{\max}}{\pi L_{eq} f} \quad (2.88)$$

2.2.2.4 Corrente Máxima e Média no Indutor de Magnetização

A Figura 2.20 apresenta a corrente no indutor de magnetização observada em um período de baixa frequência.

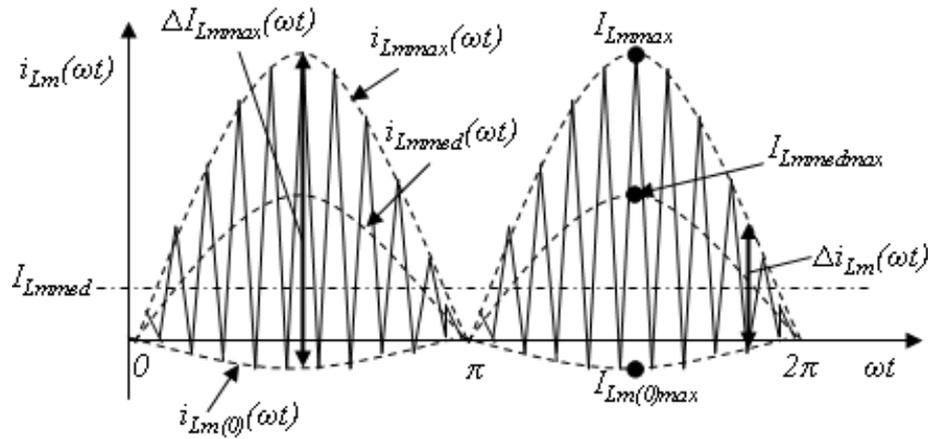


Figura 2.20 Corrente no indutor de magnetização em um período de baixa frequência.

Através da aplicação direta de (2.73) em (2.35) e (2.38) tem-se que:

$$i_{L_m,max}(\omega t) = \frac{V_g}{L_m f} (D_{\max} |\text{sen}(\omega t)|) + I_{L_m(0),max} |\text{sen}(\omega t)| \quad (2.89)$$

$$i_{L_m,med}(\omega t) = \frac{V_g D_{\max} |\text{sen}(\omega t)|}{2L_m f} (D_{\max} |\text{sen}(\omega t)| + D_1) + I_{L_m(0),max} |\text{sen}(\omega t)| \quad (2.90)$$

Onde $I_{L_m(0),max}$ é o valor máximo da corrente inicial no indutor de magnetização, sendo obtido avaliando-se (2.49) quando $|\text{sen}(\omega t)| = 1$, i.e.:

$$I_{L_m(0),max} = \frac{V_g D_{\max}^2}{2L_o f} - \frac{V_g D_1 D_{\max}}{2L_m f} \quad (2.91)$$

Computando-se o valor máximo de (2.89), chega-se a:

$$I_{L_m,max} = \frac{V_g}{L_m f} D_{\max} + I_{L_m(0),max} \quad (2.92)$$

Aplicando (2.91) em (2.92) se obtém o valor máximo de corrente no indutor de magnetização:

$$I_{L_m \max} = \frac{V_g D_{\max}}{2f} \left(\frac{2 - D_{\max} - D_1}{L_m} + \frac{D_{\max}}{L_{eq}} \right) \quad (2.93)$$

O valor médio da corrente no indutor de magnetização é obtido através da definição de valor médio aplicado a (2.90), considerando-se apenas o primeiro intervalo de 0 a π na Figura 2.20.

$$I_{L_m \text{ med}} = \frac{V_g D_{\max}^2}{2L_m f} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \text{sen}^2(\omega t) d\omega t + \frac{V_g D_1 D_{\max}}{2L_m f} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \text{sen}(\omega t) d\omega t + I_{L_m(0)\max} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \text{sen}(\omega t) d\omega t \quad (2.94)$$

Integrando em relação a ωt chega-se ao valor médio da corrente no indutor de magnetização $I_{L_m \text{ med}}$.

$$I_{L_m \text{ med}} = \frac{V_g D_{\max}}{L_m f} \left(\frac{D_{\max}}{4} + \frac{D_1}{\pi} \right) + I_{L_m(0)\max} \frac{2}{\pi} \quad (2.95)$$

2.2.2.5 Corrente Média no Indutor de Saída

A Figura 2.21 apresenta a corrente no indutor de saída observada em um período de baixa freqüência.

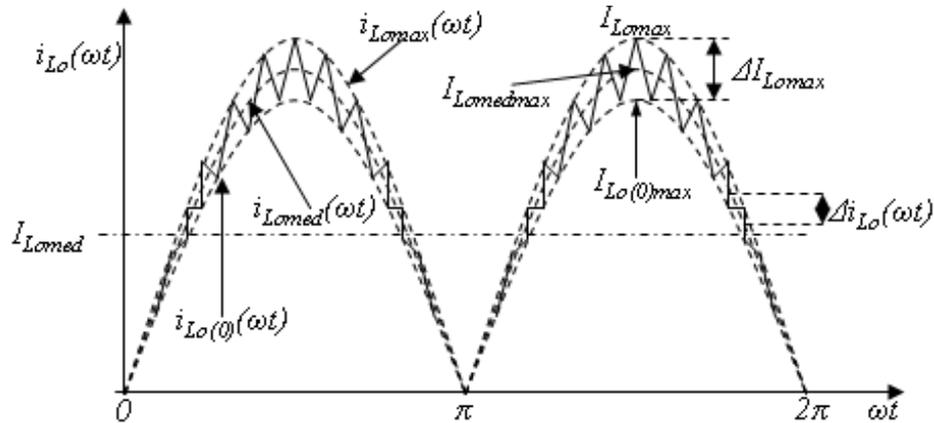


Figura 2.21 Corrente no indutor de saída em um período de baixa freqüência.

Novamente através da aplicação de (2.73) em (2.40) e (2.44) se obtém:

$$i_{L_o \max}(\omega t) = \frac{V_g}{L_o f} (D_{\max} |\text{sen}(\omega t)|) + I_{L_o(0)\max} |\text{sen}(\omega t)| \quad (2.96)$$

$$i_{L_o \text{ med}}(\omega t) = \frac{V_g D_{\max}}{2L_o f} |\text{sen}(\omega t)| (D_{\max} |\text{sen}(\omega t)| + D_1) + I_{L_o(0)\max} |\text{sen}(\omega t)| \quad (2.97)$$

Onde $I_{L_o(0)\max}$ é o valor máximo da corrente inicial no indutor de saída. Do mesmo modo que a corrente inicial máxima no indutor de magnetização, o valor máximo da

corrente inicial no indutor de saída é obtido computando-se (2.48) quando $|\text{sen}(\omega t)| = 1$. Deste modo:

$$I_{L_o(0)\text{max}} = \frac{V_g D_1 D_{\text{max}}}{2L_m f} - \frac{V_g D_{\text{max}}^2}{2L_o f} \quad (2.98)$$

O valor máximo (2.96) também ocorre quando $|\text{sen}(\omega t)| = 1$.

$$I_{L_o\text{max}} = \frac{V_g}{L_o f} D_{\text{max}} + I_{L_o(0)\text{max}} \quad (2.99)$$

Aplicando (2.98) em (2.99) o valor máximo da corrente no indutor de saída é obtido.

$$I_{L_o\text{max}} = \frac{V_g D_{\text{max}}}{2f} \left(\frac{2}{L_o} + \frac{D_{\text{max}} + D_1}{L_m} - \frac{D_{\text{max}}}{L_{eq}} \right) \quad (2.100)$$

Através da definição de valor médio aplicado a (2.97) se deduz que:

$$I_{L_o\text{med}} = \frac{V_g D_{\text{max}}^2}{2L_o f} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \text{sen}^2(\omega t) d\omega t + \frac{V_g D_1 D_{\text{max}}}{2L_o f} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \text{sen}(\omega t) d\omega t + I_{L_o(0)\text{max}} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \text{sen}(\omega t) d\omega t \quad (2.101)$$

Integrando-se (2.101) em relação a ωt é possível obter o valor da corrente média no indutor de saída do conversor.

$$I_{L_o\text{med}} = \frac{V_g D_{\text{max}}}{L_o f} \left(\frac{D_{\text{max}}}{4} + \frac{D_1}{\pi} \right) + I_{L_o(0)\text{max}} \frac{2}{\pi} \quad (2.102)$$

2.2.2.6 Balanço de Energia

Admitindo-se o sistema sem perdas, a relação (2.103) é válida.

$$P_g = P_o \quad (2.103)$$

Onde P_g é chamada de potência média de entrada do conversor, e P_o simboliza a potência média de saída do conversor.

A potência média de entrada do conversor pode ser facilmente obtida, uma vez que a corrente média do interruptor equivale a corrente média de entrada do conversor, segundo (2.85).

$$P_g = I_{g\text{med}} V_g = \frac{V_g^2 D_{\text{max}}^2}{4L_{eq} f} \quad (2.104)$$

A potência média de saída, por sua vez, é mais facilmente encontrada através dos valores máximos de saída. É importante lembrar que o sistema opera como inversor de corrente, assim, a definição através de valores médios não é conveniente. Através de (2.55) pode-se afirmar que a potência média instantânea do conversor tem a forma

$$p_o(\omega t) = v_o(\omega t) i_o(\omega t) = V_{o\max} |sen(\omega t)| I_{o\max} |sen(\omega t)| \quad (2.105)$$

Onde $V_{o\max}$ é o valor máximo (de pico) da rede elétrica, e $I_{o\max}$ é a corrente máxima de saída do conversor, que segundo (2.70) pode ser definida como:

$$I_{o\max} = I_{L_o\max} \quad (2.106)$$

A potência de saída média, simbolizada por P_o , pode ser obtida a partir de (2.105), utilizando a definição de valor médio aplicada em um período da rede elétrica, i.e.:

$$P_o = \frac{1}{T_R} \int_0^{T_R} V_{o\max} I_{o\max} |sen^2(\omega t)| d\omega t \quad (2.107)$$

A semelhança do que fora feito em outras resoluções, é possível omitir a função módulo em (2.107) se for considerado apenas meio período da rede, assim:

$$P_o = \frac{V_{o\max} I_{o\max}}{\pi} \int_0^{\pi} sen^2(\omega t) d\omega t \quad (2.108)$$

A solução da integral apresentada em (2.108) leva a definição da potência média de saída do conversor em função de seus valores máximos.

$$P_o = \frac{V_{o\max} I_{o\max}}{2} \quad (2.109)$$

Substituindo (2.109) e (2.104) em (2.103) se obtém a equivalência:

$$I_{g\med} V_g = \frac{V_{o\max} I_{o\max}}{2} \quad (2.110)$$

2.2.2.7 Relação Entre Correntes

Pode-se concluir que a corrente média na saída do conversor, simbolizada por I_o , equivale a corrente média no indutor de saída segundo atesta a equação (2.70). Tem-se então que:

$$I_o = I_{L_o\med} \quad (2.111)$$

Pode-se representar a corrente máxima na saída do conversor em função de sua corrente média, utilizando a definição de valor médio como fora utilizado inúmeras vezes neste capítulo. Sem mais detalhes:

$$I_o = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_{o\max} sen(\omega t) d\omega t \quad (2.112)$$

Deste modo:

$$I_{o\max} = I_o \frac{\pi}{2} \quad (2.113)$$

Substituindo (2.113) em (2.110) conclui-se que:

$$\frac{V_{o\max}}{V_g} = \frac{I_{g\text{med}}}{I_o} \frac{4}{\pi} \quad (2.114)$$

Sabendo que a corrente média instantânea no indutor de magnetização é igual a corrente média instantânea de entrada, uma vez que a corrente média no capacitor de acoplamento é nula, substituindo (2.114) em (2.76), as equivalências entre as principais correntes do sistema são obtidas.

$$G_{\max} = \frac{D_{\max}}{D_1} = \frac{V_{o\max}}{V_g} = \frac{I_{g\text{med}}}{I_o} \frac{4}{\pi} = \frac{I_{L_m\text{med}}}{I_{L_o\text{med}}} \frac{4}{\pi} \quad (2.115)$$

2.2.3 Análise do Modo de Condução Crítico

Segundo [43], a corrente de comutação $i_{com}(t)$ pode ser definida como em (2.116).

$$i_{com}(t) = \begin{cases} i_s(t) & \forall t \mid 0 < t \leq DT_s \\ i_D(t) & \forall t \mid DT_s < t \leq (D+D_1)T_s \\ 0 & \forall t \mid (D+D_1)T_s < t \leq T_s \end{cases} \quad (2.116)$$

É a corrente de comutação que rege o modo de condução do conversor ZETA, analogamente ao que ocorre com conversores CC-CC convencionais. Considera-se nesta análise um período de alta frequência.

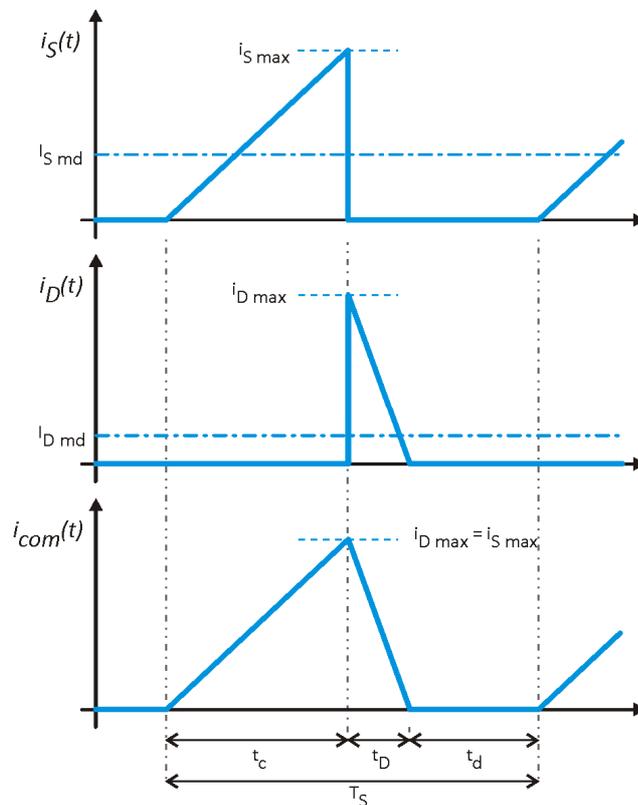


Figura 2.22 Corrente de comutação.

Quando a corrente de comutação não se anula, diz-se que o conversor opera no modo de condução contínuo. Quando a corrente de comutação se anula durante um determinado intervalo de tempo, é dito que o conversor opera no modo de condução descontínuo. A característica de transferência estática do conversor é função, dentre outros fatores, do modo de condução do mesmo. Para o conversor ZETA, a característica de transferência estática assume dois valores possíveis, conforme apresentado em (2.117).

$$G = \begin{cases} \frac{D}{1-D} & \text{para o MCC} \\ \frac{D}{\sqrt{K_1}} & \text{para o MCD} \end{cases} \quad (2.117)$$

Quando o interruptor S é acionado assim que a corrente no diodo se anula, é dito que o conversor opera no modo de condução crítico. A corrente de comutação, nesse caso, é apresentada na Figura 2.23.

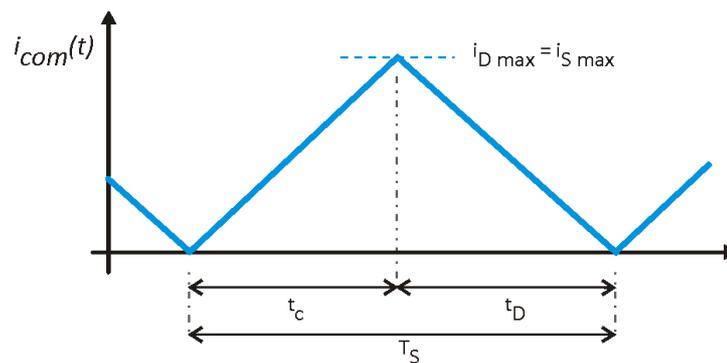


Figura 2.23 Corrente de comutação no MCCri.

Nessa situação, ambas as relações em (2.117) são válidas. Assim, é possível definir como D_{cri} a razão cíclica imposta ao conversor quando este opera no MCCri, sendo a relação (2.118) válida nesta ocasião.

$$\frac{D_{cri}}{1-D_{cri}} = \frac{D_{cri}}{D_1} \quad (2.118)$$

Ou equivalentemente, pode-se definir K_{cri} como a constante de descontinuidade crítica, fazendo:

$$\frac{D}{1-D} = \frac{D}{\sqrt{K_{cri}}} \quad (2.119)$$

Como discutido anteriormente, a constante de descontinuidade é função da impedância R percebida pelo conversor em sua saída, segundo (2.63). Pode-se então definir uma impedância crítica, onde:

$$K_{cri} = \frac{2L_{eq} f}{R_{cri}} \quad (2.120)$$

Assim, pode-se isolar K_{cri} em (2.119), de modo a caracterizar matematicamente os modos de condução conforme a razão cíclica aplicada ao conversor.

$$\text{MCD} \Rightarrow (1-D)^2 > K_{cri} \quad (2.121)$$

$$\text{MCCri} \Rightarrow (1-D)^2 = K_{cri} \quad (2.122)$$

$$\text{MCC} \Rightarrow (1-D)^2 < K_{cri} \quad (2.123)$$

A Figura 2.24 apresenta graficamente os limites de condução do conversor em função da razão cíclica e de K_{cri} .

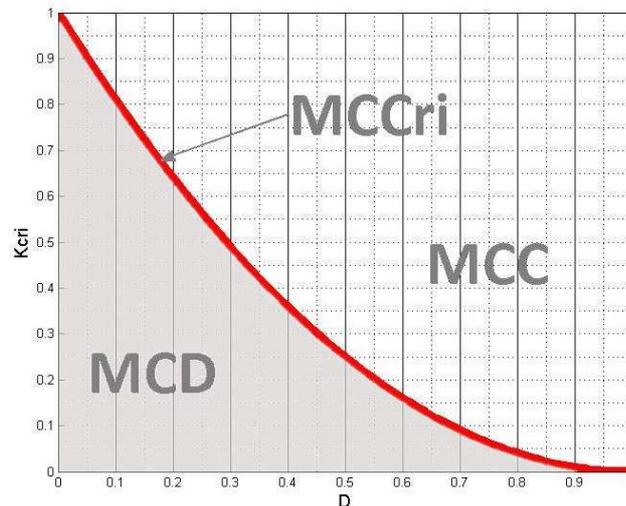


Figura 2.24 Limites de condução do conversor em função de K_{cri} e da razão cíclica.

É possível notar que quanto maior for K_{cri} , para mais valores de D a condução será contínua. Como K_{cri} é inversamente proporcional a R_{cri} , é possível concluir que quanto menor a impedância crítica, menor a faixa de valores em que a condução será descontínua.

A relação (2.119) nos permite definir a razão cíclica máxima do conversor para assegurar a condução descontínua, mantendo assim a desejável característica de transferência linear que permite que a saída do conversor opere seguindo linearmente a razão cíclica imposta pelo sinal modulante.

$$D_{max} = 1 - \sqrt{\frac{2L_{eq} f}{R_{cri}}} \quad (2.124)$$

Também a partir de (2.119) é possível obter o mínimo valor de indutância necessária para manter o conversor operando no MCD:

$$L_{eqcri} = \frac{R_{cri} (1 - D_{max})^2}{2f} \quad (2.125)$$

Neste caso, R_{cri} representa a pior circunstância para o mantimento do MCCri, ou seja, a menor impedância.

2.3 Conclusões

Neste capítulo, o estudo do conversor ZETA operando no modo de condução descontínuo em regime permanente foi apresentado.

A análise em regime permanente foi realizada considerando dois intervalos temporais. Primeiramente, a análise em um período de alta frequência permitiu a obtenção do comportamento das correntes instantâneas do conversor. Essas correntes, por sua vez, foram analisadas em um período de baixa frequência considerando-se modulação PWM senoidal, de modo a permitir a obtenção das correntes médias.

Fora constatado, através da análise em alta frequência, que o conversor possui uma característica de transferência estática linear. Este fato é de extrema valia, pois permite que se modulem as correntes e tensões do conversor diretamente através da razão cíclica a ele imposta. É importante ressaltar também que esta conclusão só é possível se não houver variação na impedância equivalente percebida pelo conversor em sua saída.

Adicionalmente, fora comprovado matematicamente que no MCD a potência de entrada do conversor independe da carga, sendo regida pela razão cíclica ao conversor imposta. Assim, é possível concluir que a potência entregue a carga (ou a rede) independe da impedância equivalente em sua saída.

3 Análise Dinâmica do Conversor ZETA no MCD

3.1 Introdução

Diferentemente do estudo de conversores em regime permanente, onde se admite que o valor médio das variáveis não se altera em um intervalo de comutação do conversor, a análise dinâmica dos mesmos deve considerar que o valor médio das variáveis sofre sensíveis alterações em um intervalo de comutação. Por exemplo, na análise em regime considera-se a corrente média nos indutores constante em um intervalo de comutação. Isso é verdade somente quando o conversor opera em regime e sem perturbações. Porém, até alcançar o regime, a corrente média nos indutores necessariamente teve que experimentar alterações em seu valor. A Figura 3.1 ilustra o comportamento transitório da corrente em um indutor de um conversor comutado sujeito a um estímulo do tipo degrau em sua razão cíclica.

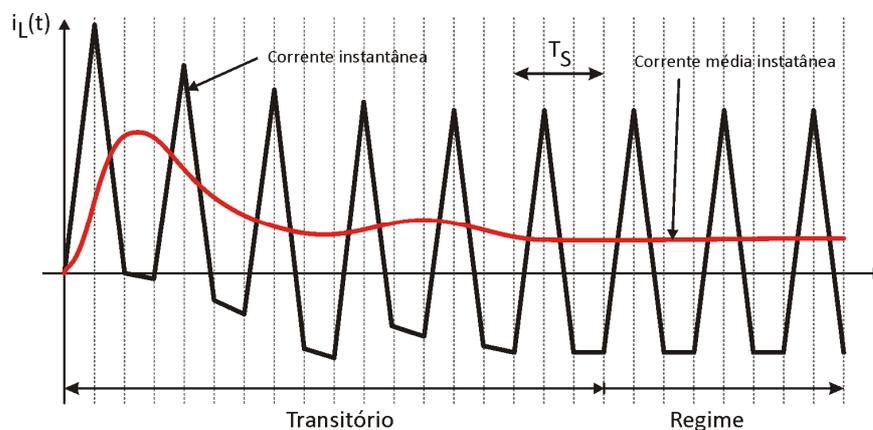


Figura 3.1 Comportamento dinâmico da corrente em um indutor.

Nota-se que não é possível prever o comportamento da corrente no indutor apenas utilizando a análise em regime permanente estudada no segundo capítulo. Em conversores que utilizam controladores em malha fechada, a não observância do comportamento dinâmico das variáveis pode acarretar a instabilidade do sistema.

Como discutido anteriormente, conversores comutados são sistemas estruturalmente não-lineares. Assim, são utilizadas diversas técnicas baseadas no comportamento médio das variáveis de modo a permitir a obtenção de uma aproximação linear realizável.

Técnicas como o interruptor PWM[33] e o modelo do resistor sem perdas[40],[41] possibilitam a substituição do interruptor S e do diodo D por um circuito equivalente baseado em transformadores de corrente contínua e fontes controladas de potência, respectivamente. Esses modelos recebem o nome genérico de modelo médio do interruptor¹.

Alguns modelos, como o modelo do espaço de estados médio, baseiam-se diretamente na obtenção de uma descrição matemática média, ponderada pelos tempos de funcionamento de cada etapa de operação do conversor em um intervalo de comutação[34].

Na análise de pequenos sinais, pequenas perturbações são inseridas aos modelos médios e/ou aos circuitos equivalentes, uma vez que ainda possuem natureza não-linear, de modo a obter um modelo linear aproximado.

As técnicas acima descritas já foram utilizadas na modelagem dos conversores básicos no modo de condução descontínuo e contínuo [35]. Vários são os trabalhos que estudam a aplicação dessas técnicas a conversores de ordem elevada operando no MCD [37],[44]-[47]. O emprego dessas técnicas ao conversor ZETA, por sua vez, só fora realizada com sucesso no MCC [38],[39]. Até o presente momento, poucos estudos apresentaram resultados satisfatórios na análise de pequenos sinais deste conversor no MCD, principalmente quando a análise no espaço de estados médio é utilizada diretamente[25],[48].

Neste capítulo será estudada a modelagem dinâmica do conversor ZETA utilizando-se a generalização do modelo médio do interruptor² aplicado ao MCD.

De modo a facilitar o perfeito entendimento do capítulo é necessário, primeiramente, introduzir certas simbologias utilizadas na seção. Variáveis grafadas somente em letra minúscula representam o comportamento instantâneo da mesma. Quando o comportamento médio da mesma variável em um intervalo de comutação do conversor é estudado, a variável é simbolizada entre parênteses angulares. Pequenas variações na análise em pequenos sinais são denotadas com o sinal circunflexo sobre a variável. Quando a variável é representada através de letra maiúscula, trata-se de seu valor de regime permanente. As dependências temporais das variáveis serão omitidas sempre que possível, de modo a tornar as equações matemáticas mais simples. A Figura 3.2 apresenta

¹ O termo *Averaged Switch Model* ainda não é bem definido na língua portuguesa.

² O termo *Generalized Switch Averaging* ainda não é bem definido na língua portuguesa.

graficamente a simbologia utilizada, tomando como exemplo a corrente em um indutor hipotético.

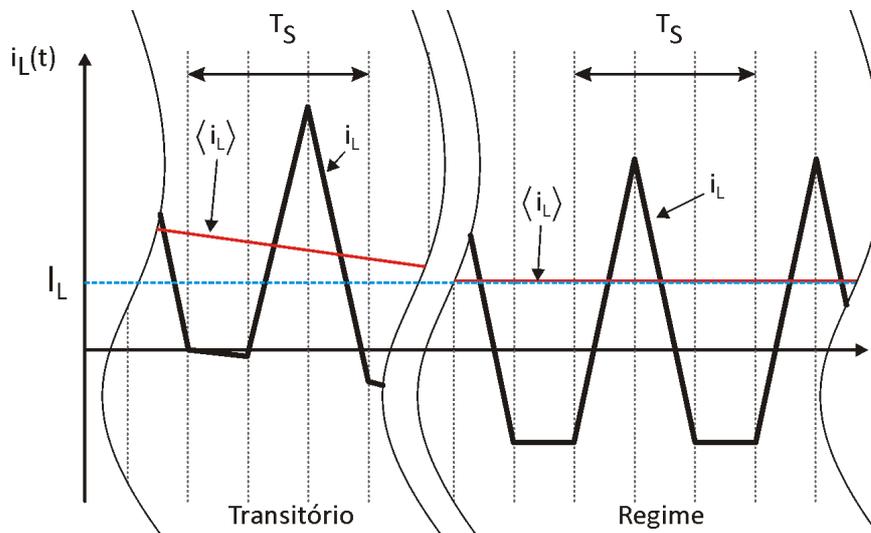


Figura 3.2 Simbologia utilizada na análise dinâmica.

Considera-se, nesta análise, que a resposta dinâmica do conversor ZETA seja mais lenta que um período de comutação em alta frequência do conversor. Deste modo, pode-se desconsiderar a influência de ondulações de alta frequência no valor médio da variável. É julgado também que a impedância R conectada a saída do conversor não experimenta variações, conforme discutido no segundo capítulo.

O conversor estudado apresentado na Figura 2.10 será novamente ilustrado, a fim de tornar o estudo mais cômodo.

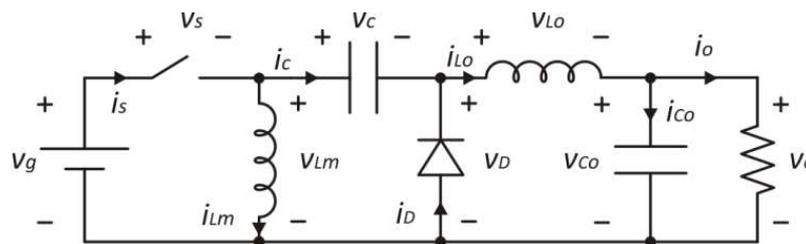


Figura 3.3 Circuito equivalente do conversor ZETA utilizado na análise dinâmica.

3.2 Generalização do Modelo Médio do Interruptor

O método utilizado neste trabalho fora descrito em [35] e exemplificado na obtenção da resposta dinâmica de conversores básicos de segunda ordem. A técnica permite que modelos obtidos na análise dinâmica no MCC sejam empregados na análise dos mesmos conversores no MCD. A técnica fundamenta-se na idéia que apenas a rede de comutação,

formado pelo interruptor S e pelo diodo D, altera as características dinâmicas do modelo, uma vez que se trata do mesmo conversor.

Basicamente, a técnica consiste na obtenção de dois sistemas distintos, sendo um formado pelos dispositivos que conferem ao sistema sua característica não-linear (interruptor e diodo), e o sistema resultante formado pelos componentes passivos, sendo conceitualmente um sistema não variante no tempo. O sistema não-linear obtido nessa análise recebe o nome de rede de comutação. A Figura 3.4 apresenta o diagrama de blocos do modelo no MCD.

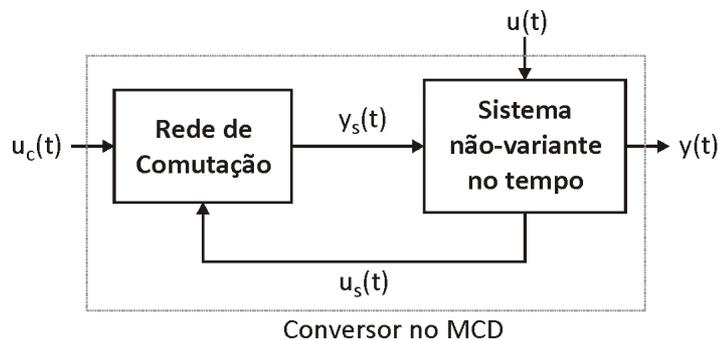


Figura 3.4 Diagrama de Blocos do modelo no MCD.

Na Figura 3.4, as variáveis apresentadas são:

- $u(t)$ Variáveis de entrada do conversor;
- $u_c(t)$ Entrada de controle do conversor;
- $u_s(t)$ Variáveis de entrada da rede de comutação;
- $y_s(t)$ Variáveis de saída da rede de comutação;
- $y(t)$ Variáveis de saída do conversor.

É possível representar $y_s(t)$ em função das variáveis de entrada da rede de comutação e da entrada de controle do conversor, i.e.:

$$y_s(t) = f(u_c(t), u_s(t)) \quad (3.1)$$

Por meio da rede de comutação modelada no MCD, as variáveis do sistema não-variante no tempo modelado no MCC são compensadas de modo a se alcançar o comportamento das mesmas no MCD.

A rede de comutação é modelada através do modelo do resistor sem perdas. Neste trabalho, o sistema não variante no tempo será modelado utilizando o modelo SSAMA do conversor operando no MCC. Essas técnicas serão estudadas em detalhes nas próximas seções deste capítulo.

3.2.1 Modelo do Resistor sem Perdas

3.2.1.1 Obtenção do modelo

O objetivo do modelo é obter um circuito equivalente que represente a rede de comutação, ilustrada esquematicamente na Figura 3.5.

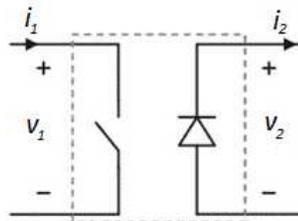


Figura 3.5 Rede de comutação.

Onde i_1 e i_2 são as correntes na rede de comutação e v_1 e v_2 são as tensões na rede de comutação. Avaliando-se a Figura 3.5 e a Figura 3.3, conclui-se que:

$$i_1 = i_s \quad v_1 = v_s \quad i_2 = i_D \quad v_2 = v_D \quad (3.2)$$

Portanto, é possível obter as formas de onda na rede de comutação. Estas formas de onda já foram obtidas no segundo capítulo, e serão renomeadas conforme a Figura 3.5, sendo apresentadas em detalhes na Figura 3.6.

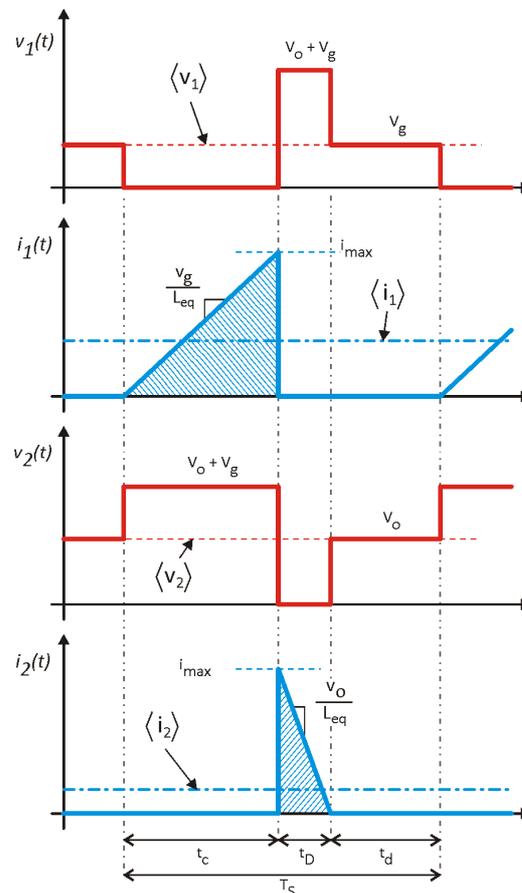


Figura 3.6 Formas de onda na rede de comutação.

Pode-se escrever as equações que relacionam as variáveis da rede de comutação através de seus valores médios, conforme ilustrado na Figura 3.6.

Utilizando a simbologia a pouco definida, o ganho estático do conversor apresentado em (2.18) pode ser escrito agora como:

$$\frac{\langle v_o \rangle}{\langle v_g \rangle} = \frac{d}{D_1} \quad (3.3)$$

Por conveniência, as definições dos tempos de condução t_c , t_D e t_d serão apresentadas novamente neste capítulo.

$$t_c = dT_s \quad (3.4)$$

$$t_D = D_1 T_s \quad (3.5)$$

$$t_d = (1 - d - D_1) T_s \quad (3.6)$$

Vale lembrar que a razão de condução do diodo D_1 será considerada constante, uma vez que a carga R é considerada invariante.

O valor máximo da corrente no interruptor é igual ao valor máximo da corrente no diodo, sendo este valor dado pela equação (3.7).

$$i_{\max} = \frac{\langle v_g \rangle}{L_{eq}} d T_s \quad (3.7)$$

O valor da tensão média $\langle v_1 \rangle$ é obtido facilmente pela área dos retângulos, fazendo:

$$\langle v_1 \rangle = \frac{t_c \cdot 0 + t_D (\langle v_o \rangle + \langle v_g \rangle) + t_d \langle v_g \rangle}{T_s} \quad (3.8)$$

Substituindo (3.5) e (3.6) em (3.8):

$$\langle v_1 \rangle = D_1 \langle v_o \rangle + \langle v_g \rangle - d \langle v_g \rangle \quad (3.9)$$

Aplicando (3.3) em (3.9) é possível obter:

$$\langle v_1 \rangle = D_1 \frac{d}{D_1} \langle v_g \rangle + \langle v_g \rangle - d \langle v_g \rangle = d \langle v_g \rangle + \langle v_g \rangle - d \langle v_g \rangle \quad (3.10)$$

Assim, chega-se a:

$$\langle v_1 \rangle = \langle v_g \rangle \quad (3.11)$$

Para o valor da tensão média $\langle v_2 \rangle$ tem-se que:

$$\langle v_2 \rangle = \frac{t_c (\langle v_o \rangle + \langle v_g \rangle) + t_D \cdot 0 + t_d \langle v_o \rangle}{T_s} \quad (3.12)$$

Procedendo do mesmo modo que a tensão $\langle v_1 \rangle$ obtém-se

$$\langle v_2 \rangle = \langle v_o \rangle \quad (3.13)$$

O valor da corrente $\langle i_1 \rangle$ é calculado facilmente através da área do triângulo observando-se a Figura 3.6.

$$\langle i_1 \rangle = \frac{\frac{1}{2} t_c i_{\max}}{T_s} \quad (3.14)$$

Aplicando (3.4) e (3.7) em (3.14), deduz-se que:

$$\langle i_1 \rangle = \frac{T_s d^2}{2L_{eq}} \langle v_g \rangle \quad (3.15)$$

Substituindo (3.11) em (3.15):

$$\langle i_1 \rangle = \frac{T_s d^2}{2L_{eq}} \langle v_1 \rangle \quad (3.16)$$

O valor da corrente $\langle i_2 \rangle$ é calculado do mesmo modo que $\langle i_1 \rangle$. A partir da Figura 3.6 pode-se concluir que:

$$\langle i_2 \rangle = \frac{\frac{1}{2} t_d i_{\max}}{T_s} \quad (3.17)$$

Levando (3.5) e (3.7) em (3.17) se obtém:

$$\langle i_2 \rangle = \frac{T_s d D_1}{2L_{eq}} \langle v_g \rangle \quad (3.18)$$

De modo a descrever (3.18) somente em função de parâmetros da rede de comutação, algumas manipulações são necessárias. Aplicando (3.3) em (3.18) de modo a omitir D_1 . Assim:

$$\langle i_2 \rangle = \frac{T_s d \frac{d \langle v_g \rangle}{\langle v_o \rangle} \langle v_g \rangle}{2L_{eq}} = \frac{T_s d^2 \langle v_g \rangle^2}{2L_{eq} \langle v_o \rangle} \quad (3.19)$$

Finalmente, pode-se substituir (3.11) e (3.13) em (3.19), de modo a obter uma relação sem quaisquer dependências exteriores a rede de comutação que não a razão cíclica.

$$\langle i_2 \rangle = \frac{T_s d^2 \frac{\langle v_1 \rangle^2}{\langle v_2 \rangle}}{2L_{eq}} \quad (3.20)$$

Avaliando com atenção a equação (3.16) pode-se concluir que ela obedece à Lei de Ohm. Pode-se reescrever (3.16) como:

$$\langle i_1 \rangle = \frac{\langle v_1 \rangle}{R_e(d)} \quad (3.21)$$

Onde $R_e(d)$, como fora brevemente mencionado no segundo capítulo, é chamada de resistência equivalente do interruptor, e definida matematicamente em (3.22).

$$R_e(d) = \frac{2L_{eq}}{T_s d^2} = \frac{2L_{eq}f}{d^2} \quad (3.22)$$

Aplicando (3.22) em (3.20) pode-se escrever:

$$\langle i_2 \rangle \langle v_2 \rangle = \frac{\langle v_1 \rangle^2}{R_e(d)} \quad (3.23)$$

A relação (3.23) possibilita a conclusão de que o diodo age como uma fonte de potência, uma vez que o produto entre a tensão e a corrente nos terminais da rede de comutação ligados ao diodo depende da resistência equivalente do interruptor. Deste modo, as equivalências dispostas em (3.24) são válidas, segundo atesta (3.23).

$$\langle i_1 \rangle \langle v_1 \rangle = \langle i_2 \rangle \langle v_2 \rangle = \frac{\langle v_1 \rangle^2}{R_e(d)} = R_e(d) \langle i_1 \rangle^2 = \langle p \rangle \quad (3.24)$$

Assim, é possível obter o circuito equivalente, chamado de modelo do resistor sem perdas, que traduz o comportamento médio das variáveis da rede de comutação em um intervalo de comutação do conversor. A Figura 3.7 ilustra o modelo.

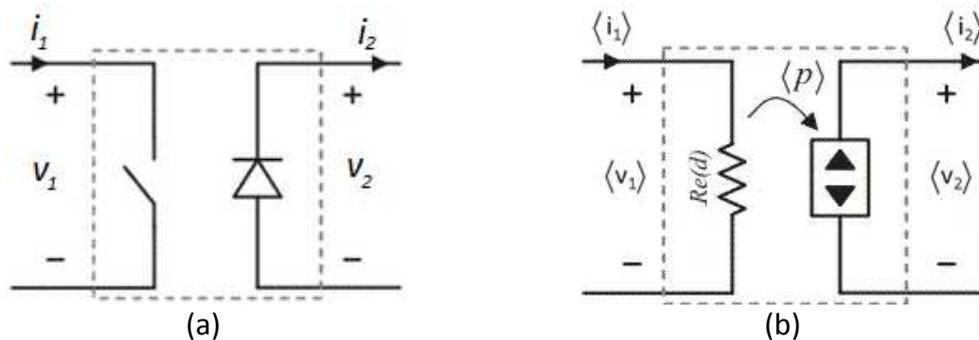


Figura 3.7 Rede de Comutação: (a) Esquema e (b) Modelo equivalente do resistor sem perdas.

No modelo do resistor sem perdas, considera-se que toda a potência consumida pela resistência equivalente do interruptor em um intervalo de comutação seja entregue ao circuito via diodo, representado pela fonte controlada de potência. O comportamento da fonte controlada de potência é apresentado na Figura 3.8.

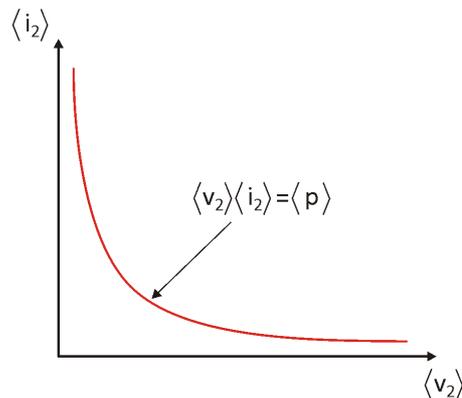


Figura 3.8 Comportamento I-V da fonte controlada de potência.

3.2.1.2 Obtenção da Razão de Conversão do Interruptor

É necessário retornar agora ao modelo generalizado apresentado na Figura 3.4, de modo a caracterizar as variáveis da rede de comutação. A fim de possibilitar que o sistema não-variante no tempo seja um modelo obtido no MCC, é necessário a definição de um parâmetro que se comporte como a razão cíclica do conversor no MCC. Tal parâmetro é chamado de razão de conversão do interruptor³, e é representado pela letra grega μ . Essa variável pode substituir a razão cíclica no modelo não-variante obtido através da análise no MCC. A Figura 3.9 apresenta o modelo substituindo o interruptor e o diodo no conversor da Figura 3.3.

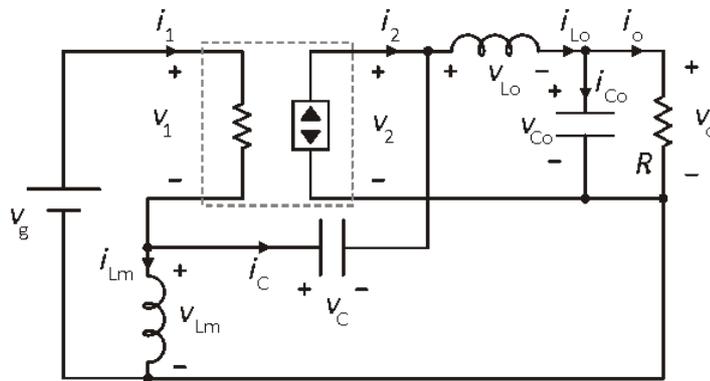


Figura 3.9 Modelo do resistor sem perdas inserido no circuito do conversor ZETA.

Para obter o valor da razão de conversão do interruptor é necessário definir os parâmetros de entrada e saída da rede de comutação, u_s e y_s , respectivamente. Segundo [35], em uma rede de comutação com n parâmetros, deve-se arbitrar metade dos mesmos como entradas da rede de comutação, sendo o restante considerados como saídas da rede. Porém, devem-se selecionar pares corrente-tensão, de modo a utilizar as relações dispostas em (3.24). Assim, podem ocorrer:

$$u_s = [i_1 \quad v_2]^T \quad y_s = [i_2 \quad v_1]^T \quad (3.25)$$

$$u_s = [i_2 \quad v_1]^T \quad y_s = [i_1 \quad v_2]^T \quad (3.26)$$

Ambas as definições de parâmetros levarão ao mesmo resultado, conforme avaliado mais adiante. Assim, considerando-se a escolha dos parâmetros como em (3.26), será desenvolvida a razão de conversão μ .

Segundo [35], pode-se escrever (3.1) como:

$$y_s = \mu u_s + (1 - \mu) \cdot 0 \quad (3.27)$$

³ O termo *Switch Conversion Ratio* ainda não é bem definido na língua portuguesa.

Ou em termos de valor médio:

$$\langle y_s \rangle = \mu \langle u_s \rangle + (1 - \mu) \cdot 0 \quad (3.28)$$

Substituindo (3.26) em (3.28) chega-se a:

$$\begin{bmatrix} \langle i_1 \rangle \\ \langle v_2 \rangle \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} \langle i_2 \rangle \\ \langle v_1 \rangle \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Assim, pode-se concluir que:

$$\mu = \frac{\langle i_1 \rangle}{\langle i_2 \rangle} = \frac{\langle v_2 \rangle}{\langle v_1 \rangle} \quad (3.30)$$

Aplicando a Lei das malhas de Kirchoff no circuito da Figura 3.9 pode-se deduzir:

$$-v_g + v_1 + v_c + v_2 = 0 \quad (3.31)$$

Considerando-se os valores médios é possível escrever:

$$-\langle v_g \rangle + \langle v_1 \rangle + \langle v_c \rangle + \langle v_2 \rangle = 0 \quad (3.32)$$

Substituindo (3.11) e (3.21) em (3.32), levando em consideração também que o valor da tensão média no capacitor é nulo, deduz-se que:

$$\langle v_2 \rangle = \langle v_1 \rangle - \langle i_1 \rangle R_e(d) \quad (3.33)$$

Dividindo-se (3.33) por $\langle v_2 \rangle$:

$$1 = \frac{\langle v_1 \rangle}{\langle v_2 \rangle} - \frac{\langle i_1 \rangle R_e(d)}{\langle v_2 \rangle} \quad (3.34)$$

Utilizando a definição da razão de conversão do interruptor disposta em (3.28) conclui-se que:

$$\frac{1}{\mu} = 1 + \frac{\langle i_1 \rangle R_e(d)}{\langle v_2 \rangle} \quad (3.35)$$

Simplificando a equação (3.35) se obtém a razão de conversão do interruptor:

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{\langle i_1 \rangle}{\langle v_2 \rangle} R_e(d)} \quad (3.36)$$

A equação (3.36) pode ser reescrita considerando-se as relações na rede de comutação em (3.24).

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{\langle i_2 \rangle}{\langle v_1 \rangle} R_e(d)} \quad (3.37)$$

As equações (3.36) e (3.37) são equivalentes. A equação (3.36) considera os parâmetros $\langle i_1 \rangle$ e $\langle v_2 \rangle$ como entrada da rede de comutação, enquanto (3.37) considera como

parâmetros de entrada da rede de comutação $\langle i_2 \rangle$ e $\langle v_1 \rangle$. A obtenção do modelo será levada a cabo considerando apenas a equação (3.37).

Uma vez que a entrada de controle do conversor é a razão cíclica, i.e.,

$$u_c = [d] \quad (3.38)$$

Percebe-se que a equação (3.1) é contemplada, uma vez que a resistência equivalente do interruptor é função da razão cíclica.

A equação (3.37) pode ser representada com suas dependências:

$$\mu(\langle i_2 \rangle, \langle v_1 \rangle, d) = \frac{1}{1 + \frac{\langle i_2 \rangle}{\langle v_1 \rangle} R_e(d)} \quad (3.39)$$

A equação (3.39) apresenta comportamento não-linear, como é claramente observado. A equação (3.39) descreve o comportamento de grandes sinais da razão de conversão do interruptor. Para permitir a obtenção de uma descrição dinâmica através de uma função de transferência é necessário linearizar a razão de conversão do interruptor.

3.2.1.3 Linearização da Razão de Conversão do Interruptor

A linearização é realizada considerando-se pequenas perturbações em torno de um ponto de operação (valor de regime), segundo está disposto em (3.40).

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0 + \hat{\mu} \\ d &= D + \hat{d} \\ v_1 &= V_1 + \hat{v}_1 \\ i_2 &= I_2 + \hat{i}_2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

Através da expansão de Taylor da função (3.39), realizada em torno do ponto de operação definido em (3.40), pode-se concluir que:

$$\mu_0 + \hat{\mu} = \mu(I_2, V_1, D) + \hat{i}_2 k_{i_2} + \hat{v}_1 k_{v_1} + \hat{d} k_d + \text{termos de ordem superior} \quad (3.41)$$

Termos de ordem superior, i.e., originados pelas aproximações de derivadas de segunda ordem (ou ordem maior) podem ser desconsiderados, uma vez que representam variações muito pequenas, além de não serem lineares. Assim, podem-se igualar os termos de regime e os termos lineares da equação (3.41):

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \mu(I_2, V_1, D) \\ \hat{\mu} &= \hat{i}_2 k_{i_2} + \hat{v}_1 k_{v_1} + \hat{d} k_d \end{aligned} \quad (3.42)$$

Onde os ganhos k_{i_2} , k_{v_1} e k_d são avaliados considerando a derivada parcial referente a respectiva variável, computando-a em seu ponto de operação, i.e.:

$$\begin{aligned}
k_{i_2} &= \left. \frac{\partial \mu(i_2, V_1, D)}{\partial i_2} \right|_{i_2=i_2} \\
k_{v_1} &= \left. \frac{\partial \mu(i_2, v_1, D)}{\partial v_1} \right|_{v_1=V_1} \\
k_d &= \left. \frac{\partial \mu(i_2, V_1, d)}{\partial d} \right|_{d=D}
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Atentando para (3.26) e (3.38), pode-se reescrever a razão de conversão linearizada do interruptor na forma matricial. Tem-se então:

$$\hat{\mu} = k_s \hat{u}_s + k_d \hat{u}_c \tag{3.44}$$

Onde:

$$k_s = \begin{bmatrix} k_{i_2} & k_{v_1} \end{bmatrix} \tag{3.45}$$

A solução das derivadas dispostas em (3.43) será apresentada mais adiante neste capítulo.

3.2.2 O Modelo Médio no Espaço de Estados

Como fora visto na seção anterior, o advento da rede de comutação permite a utilização de modelos matemáticos considerando apenas as etapas de operação do conversor operando no MCC, através da utilização da razão de conversão do interruptor ao invés de se utilizar diretamente a razão cíclica do conversor.

O modelo neste trabalho utilizado para representar o sistema não-variante no tempo é o modelo médio no espaço de estados. A técnica consiste em se obter as equações que descrevem o circuito em cada etapa de operação, e depois de feito isso, aplica-se uma média ponderada de acordo com o tempo de funcionamento de cada etapa.

Como o próprio nome da técnica propõe, a análise será realizada através da descrição matricial das variáveis conhecida como espaço de estados. Essa análise permite a utilização de ferramentas computacionais para solucionar o modelo. Em especial, a formulação do modelo em MatLab® permite o desenvolvimento da estratégia de controle de maneira mais rápida e precisa do que a desenvolvida em ferramentas de simulação de circuitos.

3.2.2.1 Obtenção do Modelo

Considerando-se as etapas de operação do conversor ZETA apresentadas na Figura 2.2, pode-se obter a descrição matemática do comportamento médio das variáveis de cada

etapa separadamente no espaço de estados. A análise da primeira etapa de operação resulta no sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) = C_1 x(t) + E_1 u(t) \end{cases} \quad (3.46)$$

Do exame da segunda etapa de operação, obtém-se:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \\ y = C_2 x(t) + E_2 u(t) \end{cases} \quad (3.47)$$

Uma vez que o modelo utilizado é descrito no MCC, apenas a primeira e segunda etapas necessitam ser modeladas.

Em conversores comutados, usualmente as variáveis de estado são as correntes nos indutores e as tensões nos capacitores. Neste trabalho:

$$\langle x \rangle = \left[\langle i_{L_m} \rangle \quad \langle i_{L_o} \rangle \quad \langle v_C \rangle \quad \langle v_{C_o} \rangle \right]^T \quad (3.48)$$

O vetor $\langle u \rangle$ contém o comportamento médio das variáveis de entrada independentes do conversor. Na maioria das análises, esse vetor só contém a tensão de entrada do conversor, porém em alguns casos pode conter também a corrente de saída e/ou influências externas sobre a mesma. No tocante deste trabalho:

$$\langle u \rangle = \left[\langle v_g \rangle \right] \quad (3.49)$$

A média ponderada é realizada considerando que a razão de conversão do interruptor é análoga ao comportamento da razão cíclica d no MCC. Então:

$$\mu = \frac{t_\mu}{T_s} \quad | \quad 0 \leq t_\mu \leq T_s \quad (3.50)$$

$$\mu' = (1 - \mu) \quad (3.51)$$

Multiplicando (3.46) e (3.47) por μ e μ' respectivamente, chega-se a:

$$\begin{cases} \dot{x}(t)\mu = A_1 x(t)\mu + B_1 u(t)\mu \\ u(t)\mu = C_1 x(t)\mu + E_1 u(t)\mu \end{cases} \quad (3.52)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t)\mu' = A_2 x(t)\mu' + B_2 u(t)\mu' \\ y\mu' = C_2 x(t)\mu' + E_2 u(t)\mu' \end{cases} \quad (3.53)$$

Somando (3.52) e (3.53) levando em consideração (3.51) se obtém o comportamento médio das variáveis de estado:

$$\begin{cases} \dot{\langle x \rangle} = \widehat{A} \langle x \rangle + \widehat{B} \langle u \rangle \\ \langle y \rangle = \widehat{C} \langle x \rangle + \widehat{E} \langle u \rangle \end{cases} \quad (3.54)$$

Onde

$$\begin{aligned} \widehat{A} &= A_1 \mu + A_2 \mu' \\ \widehat{B} &= B_1 \mu + B_2 \mu' \\ \widehat{C} &= C_1 \mu + C_2 \mu' \\ \widehat{E} &= E_1 \mu + E_2 \mu' \end{aligned} \quad (3.55)$$

A primeira linha do sistema descrito por (3.54), chamada de equação de estados, relaciona variações nas variáveis de estado em relação a elas próprias e em relação as entradas independentes do sistema, por meio da matriz de estados A e pela matriz de entrada B, respectivamente. A segunda linha de (3.54), chamada de equação de saída, relaciona a saída do sistema com as variáveis de estado e com as entradas independentes, através da matriz de saída C e da matriz de transmissão direta E.

O modelo como apresentado em (3.54) é dito modelo de grandes sinais, uma vez que descreve completamente o comportamento dinâmico do sistema. Porém, devido à característica não linear da razão de conversão do interruptor, é um sistema não linear. Portanto, deve ser realizada uma linearização do sistema caso se almeje a representação do mesmo através de uma função de transferência.

3.2.2.2 Linearização do Modelo

De modo similar ao realizado na linearização da razão de conversão do interruptor, a linearização do SSAMA é realizada através do advento de perturbações às variáveis do sistema. Tais perturbações são definidas em (3.56).

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= X + \hat{x} \\ \langle y \rangle &= Y + \hat{y} \\ \langle u \rangle &= U + \hat{u} \\ \mu &= \mu_0 + \hat{\mu} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Na análise de pequenos sinais, as relações em (3.57) são válidas.

$$\begin{aligned} X &\gg \hat{x} \\ Y &\gg \hat{y} \\ U &\gg \hat{u} \\ \mu_0 &\gg \hat{\mu} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Substituindo (3.56) na equação de estados do sistema (3.54), considerando-se (3.55), chega-se a:

$$\begin{aligned} \dot{X} + \hat{\dot{x}} = & \left(A_1(\mu_0 + \hat{\mu}) + A_2(1 - \mu_0 - \hat{\mu}) \right) (X + \hat{x}) + \dots \\ & \dots + \left(B_1(\mu_0 + \hat{\mu}) + B_2(1 - \mu_0 - \hat{\mu}) \right) (U + \hat{u}) \end{aligned} \quad (3.58)$$

Procedendo da mesma maneira para a equação de saída do sistema, obtém-se:

$$\begin{aligned} Y + \hat{y} = & \left(C_1(\mu_0 + \hat{\mu}) + C_2(1 - \mu_0 - \hat{\mu}) \right) (X + \hat{x}) + \dots \\ & \dots + \left(E_1(\mu_0 + \hat{\mu}) + E_2(1 - \mu_0 - \hat{\mu}) \right) (U + \hat{u}) \end{aligned} \quad (3.59)$$

Uma vez que X representa o valor das variáveis de estado em regime, é possível concluir que o valor da derivada de X é nulo. Manipulando (3.58) de forma a evidenciar as perturbações:

$$\begin{aligned} \hat{\dot{x}} = & \left(A_1\mu_0 + A_2 - A_2\mu_0 \right) X + \left(A_1\mu_0 + A_2 - A_2\mu_0 \right) \hat{x} + \left(A_1X - A_2X \right) \hat{\mu} + \dots \\ & \dots + \left(B_1\mu_0 + B_2 - B_2\mu_0 \right) U + \left(B_1\mu_0 + B_2 - B_2\mu_0 \right) \hat{u} + \left(B_1U - B_2U \right) \hat{\mu} \\ & \dots + A_1\hat{\mu}\hat{x} - A_2\hat{\mu}\hat{x} + B_1\hat{\mu}\hat{u} - B_2\hat{\mu}\hat{u} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Atentando para (3.57) é possível desconsiderar o produto entre perturbações, uma vez que tal produto possui muito pouca influência no sistema, assim (3.60) pode ser reescrita como:

$$\hat{\dot{x}} = AX + BU + A\hat{x} + B\hat{u} + \left((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U \right) \hat{\mu} \quad (3.61)$$

Onde:

$$\begin{aligned} A = & A_1\mu_0 + A_2(1 - \mu_0) \\ B = & B_1\mu_0 + B_2(1 - \mu_0) \end{aligned} \quad (3.62)$$

Utilizando o mesmo procedimento realizado em (3.58) na equação de estados apresentada em (3.59), chega-se a:

$$Y + \hat{y} = CX + EU + C\hat{x} + E\hat{u} + \left((C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \right) \hat{\mu} \quad (3.63)$$

Onde:

$$\begin{aligned} C = & C_1\mu_0 + C_2(1 - \mu_0) \\ E = & E_1\mu_0 + E_2(1 - \mu_0) \end{aligned} \quad (3.64)$$

O sistema, nesse ponto, pode ser reescrito considerando-se a análise de pequenos sinais:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = AX + BU + A\hat{x} + B\hat{u} + \left((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U \right) \hat{\mu} \\ Y + \hat{y} = CX + EU + C\hat{x} + E\hat{u} + \left((C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \right) \hat{\mu} \end{cases} \quad (3.65)$$

Sabendo-se que em regime as variáveis de estado não experimentam variações em seu valor, deduz-se que:

$$\begin{cases} 0 = AX + BU \\ Y = CX + EU \end{cases} \quad (3.66)$$

A equação (3.66) é chamada de equação de regime do conversor. Através dela é possível obter o valor de regime das variáveis de estado X, bem como o valor de regime da saída do sistema. Solucionando-se (3.66):

$$\begin{cases} X = -A^{-1}BU \\ Y = (-CA^{-1}B + E)U \end{cases} \quad (3.67)$$

Substituindo (3.67) apenas nos termos de regime de (3.65) se chega a:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A - A^{-1}BU + BU + A\hat{x} + B\hat{u} + \left((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U \right) \hat{\mu} \\ (-CA^{-1}B + E)U + \hat{y} = C - A^{-1}BU + EU + C\hat{x} + E\hat{u} + \left((C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \right) \hat{\mu} \end{cases} \quad (3.68)$$

Simplificando (3.68) se obtém:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{u} + \left((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U \right) \hat{\mu} \\ \hat{y} = C\hat{x} + E\hat{u} + \left((C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \right) \hat{\mu} \end{cases} \quad (3.69)$$

O sistema (3.69) pode ser apresentado de uma forma mais simples, através de (3.70).

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{u} + B_s \hat{\mu} \\ \hat{y} = C\hat{x} + E\hat{u} + E_s \hat{\mu} \end{cases} \quad (3.70)$$

Onde

$$\begin{aligned} B_s &= \left((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U \right) \\ E_s &= \left((C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \right) \end{aligned} \quad (3.71)$$

O sistema, como apresentado em (3.70), é linear e chamado de modelo equivalente de pequenos sinais, uma vez que representa o comportamento do sistema em torno de um ponto de operação. O modelo dinâmico do conversor operando no MCD pode agora ser

desenvolvido, uma vez que se dispõe de uma descrição para a rede de comutação e para o sistema não-variante no tempo da Figura 3.4.

3.2.3 Obtenção do Modelo no MCD

Da rede de comutação fora obtido que:

$$\mu(\langle i_2 \rangle, \langle v_1 \rangle, d) = \frac{1}{1 + \frac{\langle i_2 \rangle}{\langle v_1 \rangle} R_e(d)} \quad (3.72)$$

$$\mu_0 = \mu(I_2, V_1, D) \quad (3.73)$$

$$\hat{\mu} = k_s \hat{u}_s + k_d \hat{u}_c \quad (3.74)$$

$$k_s = \begin{bmatrix} k_{i_2} & k_{v_1} \end{bmatrix}$$

$$\hat{u}_s = \begin{bmatrix} \hat{i}_2 & \hat{v}_1 \end{bmatrix}^T \quad (3.75)$$

$$\hat{u}_c = \begin{bmatrix} \hat{d} \end{bmatrix}$$

Na análise no SSAMA auferiu-se que:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{u} + B_s\hat{\mu} \\ \hat{y} = C\hat{x} + E\hat{u} + E_s\hat{\mu} \end{cases} \quad (3.76)$$

$$A = A_1\mu_0 + A_2(1 - \mu_0)$$

$$B = B_1\mu_0 + B_2(1 - \mu_0)$$

$$C = C_1\mu_0 + C_2(1 - \mu_0)$$

$$E = E_1\mu_0 + E_2(1 - \mu_0)$$

$$B_s = ((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U)$$

$$E_s = ((C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U) \quad (3.78)$$

$$X = -A^{-1}BU$$

Topologicamente, a equivalência (3.79) é verdadeira.

$$\hat{u}_s = \begin{bmatrix} \hat{i}_2 & \hat{v}_1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \hat{i}_d & \hat{v}_s \end{bmatrix}^T \quad (3.79)$$

Admitindo-se que seja possível obter a corrente no diodo e a tensão no interruptor através da equação de saída do sistema (3.76), pode-se deduzir que:

$$\hat{u}_s = \hat{y} = C\hat{x} + E\hat{u} + E_s\hat{\mu} \quad (3.80)$$

Pode-se reescrever (3.76) considerando duas equações de saída. Uma delas é referente às variáveis que serão consideradas como entradas na rede de comutação. A outra saída relacionará as variáveis de estado com a saída do sistema através da matriz Z. Assim:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{u} + B_s\hat{\mu} \\ \hat{u}_s = C\hat{x} + E\hat{u} + E_s\hat{\mu} \\ \hat{y}_o = Z\hat{x} \end{cases} \quad (3.81)$$

É importante lembrar que a razão de conversão μ não representa a razão cíclica imposta ao conversor. Ela é somente uma abstração que possibilita a utilização de um modelo equivalente no MCC para a representação do conversor no MCD. Assim, de modo a obter a relação controle-saída do conversor, μ deve ser suprimido de (3.81) em favor de d . Isto é alcançado observando que μ é função de d por meio da entrada de controle u_c .

Substituindo (3.80) em (3.74) e lembrando que $u_c = [d]$ chega-se a:

$$\hat{\mu} = k_s(C\hat{x} + E\hat{u} + E_s\hat{\mu}) + k_d\hat{d} \quad (3.82)$$

O diagrama de blocos da Figura 3.4 pode agora ser revisitado de modo a facilitar a compreensão do modelo. A Figura 3.10 apresenta o diagrama de blocos do sistema descrito por (3.81).

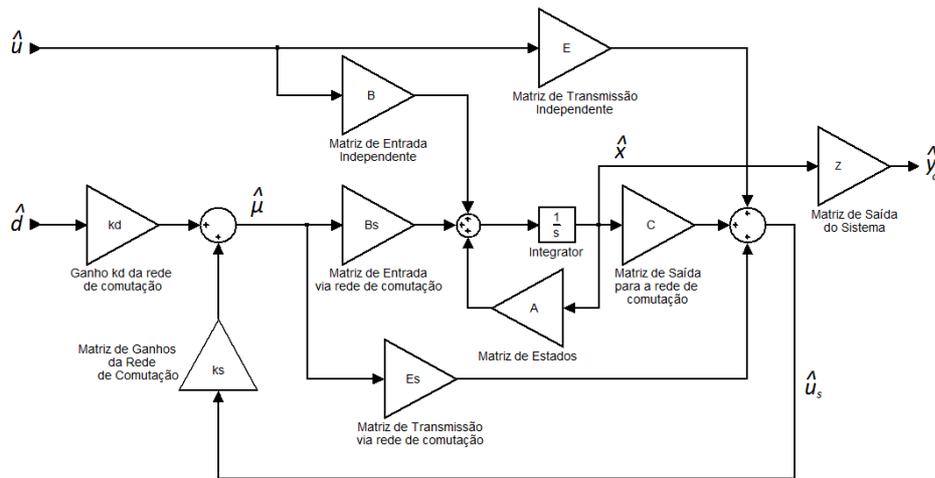


Figura 3.10 Diagrama de blocos do modelo do conversor em pequenos sinais no MCD.

É possível simplificar o modelo da Figura 3.10 isolando-se μ em (3.82). Deste modo:

$$\hat{\mu} = \frac{k_s C}{(1 - k_s E_s)} \hat{x} + \frac{k_s E}{(1 - k_s E_s)} \hat{u} + \frac{k_d}{(1 - k_s E_s)} \hat{d} \quad (3.83)$$

Aplicando (3.83) na equação de estados do sistema (3.81), mantendo apenas a saída Z do sistema, se obtém:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \left(A + \frac{B_s k_s C}{(1 - k_s E_s)} \right) \hat{x} + \left(B + \frac{B_s k_s E}{(1 - k_s E_s)} \right) \hat{u} + \frac{B_s k_d}{(1 - k_s E_s)} \hat{d} \\ \hat{y}_o = Z\hat{x} \end{cases} \quad (3.84)$$

O sistema apresentado em (3.84) é um sistema linear de pequenos sinais, e descreve o comportamento das variáveis de estado do conversor ZETA operando no MCD em torno de um ponto de operação, definido quando da linearização dos modelos do resistor sem perdas e do modelo no SSAMA. A relação (3.84) pode ser reescrita como em (3.85).

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_{cl}\hat{x} + B_{cl}\hat{u} + B_d\hat{d} \\ \hat{y}_o = Z\hat{x} \end{cases} \quad (3.85)$$

Onde:

$$\begin{aligned} A_{cl} &= A + \frac{B_s k_s C}{(1 - k_s E_s)} \\ B_{cl} &= B + \frac{B_s k_s E}{(1 - k_s E_s)} \\ B_d &= \frac{B_s k_d}{(1 - k_s E_s)} \end{aligned} \quad (3.86)$$

A matriz A_{CL} é chamada matriz de estados em malha fechada para o MCD. A matriz de saída em malha fechada para o MCD é simbolizada por B_{CL} . B_d é a matriz de entrada da razão cíclica.

De posse do sistema linearizado, a modelagem dinâmica do conversor ZETA será apresentada na seqüência deste trabalho.

3.3 Modelagem Dinâmica do Conversor ZETA Operando no MCD

É necessário, primeiramente, definir as variáveis de estado do modelo, as variáveis de entrada independentes, as variáveis de entrada da rede de comutação, e as variáveis de entrada de controle. Nessa análise será considerada como entrada independente apenas a tensão de entrada v_g do conversor. As variáveis escolhidas como entrada da rede de comutação são a tensão no interruptor S e a corrente no diodo D, v_s e i_D respectivamente. As variáveis de estado escolhidas são, não por acaso, as correntes nos indutores e as tensões nos capacitores, i_{Lm} , i_{Lo} , v_C , v_{Co} . Como já discutido, a entrada de controle do conversor é a razão cíclica d .

$$\begin{aligned} u &= [v_g] \\ u_c &= [d] \\ u_s &= [v_s \quad i_D]^T \\ x &= [i_{Lm} \quad i_{Lo} \quad v_C \quad v_{Co}]^T \end{aligned} \quad (3.87)$$

3.3.1 Ganhos da Rede de Comutação

A escolha dos parâmetros de entrada da rede de comutação dispostos em (3.87) nos permite reescrever μ . Desta forma, substituindo (3.87) em (3.72) se chega a:

$$\mu(\langle i_D \rangle, \langle v_S \rangle, d) = \frac{1}{1 + \frac{\langle i_D \rangle}{\langle v_S \rangle} R_e(d)} \quad (3.88)$$

Segundo (3.73), o valor de regime da razão de conversão do interruptor μ_0 é obtido avaliando-se (3.88) no ponto de operação do conversor. Assim:

$$\mu_0 = \mu(I_D, V_S, D) = \frac{1}{1 + \frac{I_D}{V_S} R_e(D)} \quad (3.89)$$

De modo a facilitar futuras deduções pode-se relacionar o ganho estático do conversor no ponto de operação com a resistência equivalente do interruptor e com a resistência de saída do conversor ZETA. Aplicando (2.64) e (3.3) em (3.22) é possível inferir que:

$$G = \frac{V_o}{V_g} = \frac{D}{D_1} = \sqrt{\frac{R}{R_e(D)}} \quad (3.90)$$

Como fora visto no segundo capítulo, a corrente média no diodo equivale à corrente de saída do conversor. Desse modo, a equação (3.89) pode ser reescrita como:

$$\mu_0 = \frac{1}{1 + \frac{I_o}{V_S} R_e(D)} = \frac{1}{1 + \frac{V_o}{V_S} \frac{R_e(D)}{R}} \quad (3.91)$$

Utilizando (3.90) chega-se a:

$$\mu_0 = \frac{1}{1 + \frac{V_o}{V_S} \frac{R_e(D)}{R}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{G}} \quad (3.92)$$

Assim, novamente aplicando (3.90) em (3.92), se obtém o valor de regime da razão de conversão do interruptor.

$$\mu_0 = \frac{D}{D + D_1} \quad (3.93)$$

O ganho k_d é obtido avaliando-se a derivada parcial de (3.88) em relação a d no ponto de operação. Para tanto, deve-se aplicar (3.22) em (3.88) de modo a evidenciar d .

$$\mu(\langle i_D \rangle, \langle v_S \rangle, d) = \frac{1}{1 + \frac{\langle i_D \rangle}{\langle v_S \rangle} \frac{2L_{eq}f}{d^2}} \quad (3.94)$$

Ou equivalentemente:

$$\mu(\langle i_D \rangle, \langle v_S \rangle, d) = \left(1 + \frac{\langle i_D \rangle}{\langle v_S \rangle} 2L_{eq} f d^{-2} \right)^{-1} \quad (3.95)$$

Assim, substituindo (3.95) em (3.43):

$$\begin{aligned} k_d &= \frac{\partial \mu(I_D, V_S, d)}{\partial d} \Big|_{d=D} = \frac{\partial \left(\left(1 + \frac{I_D}{V_S} 2L_{eq} f d^{-2} \right)^{-1} \right)}{\partial d} \Big|_{d=D} = \dots \\ &\dots = \left(2 \frac{I_D}{V_S} 2L_{eq} f d^{-3} \left(1 + \frac{I_D}{V_S} 2L_{eq} f d^{-2} \right)^{-2} \right) \Big|_{d=D} = 2 \left(1 + \frac{I_D}{V_S} 2L_{eq} f D^{-2} \right)^{-2} \frac{I_D}{V_S} 2L_{eq} f D^{-3} = \dots \\ &\dots = 2 \frac{\frac{I_D}{V_S} 2L_{eq} f}{D^3} \\ &\dots = 2 \frac{\frac{I_D}{V_S} 2L_{eq} f}{\left(1 + \frac{I_D}{V_S} \frac{2L_{eq} f}{D^2} \right)^2} \end{aligned} \quad (3.96)$$

Utilizando-se (3.22) e (3.90) em (3.96), lembrando da relação entre correntes do conversor:

$$\begin{aligned} k_d &= 2 \frac{\frac{I_o}{V_S} \frac{R_e(D)}{D}}{\left(1 + \frac{I_o}{V_S} R_e(D) \right)^2} = 2 \frac{\frac{V_o}{V_S} \frac{R_e(D)}{RD}}{\left(1 + \frac{V_o}{V_S} \frac{R_e(D)}{R} \right)^2} = 2 \frac{\frac{1}{G} \frac{1}{D}}{\left(1 + \frac{1}{G} \right)^2} = 2 \frac{\frac{D_1}{D^2}}{\left(1 + \frac{D_1}{D} \right)^2} = \dots \\ &\dots = 2 \frac{\frac{D_1}{D^2}}{\left(\frac{D+D_1}{D} \right)^2} = 2 \frac{D_1}{D^2} \frac{D^2}{(D+D_1)^2} = \frac{2D_1}{(D+D_1)^2} \end{aligned} \quad (3.97)$$

O ganho k_d , portanto, fica assim definido:

$$k_d = \frac{2D_1}{(D+D_1)^2} \quad (3.98)$$

O ganho k_{i_2} é obtido aplicando-se (3.88) em (3.43):

$$\begin{aligned} k_{i_2} &= \frac{\partial \mu(i_D, V_S, D)}{\partial i_D} \Big|_{i_D=I_D} = \frac{\partial \left(\left(1 + \frac{i_D}{V_S} R_e(D) \right)^{-1} \right)}{\partial i_D} \Big|_{i_D=I_D} = \left(-\frac{R_e(D)}{V_S} \left(1 + \frac{i_D}{V_S} R_e(D) \right)^{-2} \right) \Big|_{i_D=I_D} = \dots \\ &\dots = -\frac{R_e(D)}{V_S} \left(1 + \frac{I_D}{V_S} R_e(D) \right)^{-2} = -\frac{R_e(D)}{V_S} \left(1 + \frac{1}{G} \right)^{-2} = -\frac{R_e(D)}{V_S} \left(\frac{D}{D+D_1} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.99)$$

Sabendo que a tensão média em regime no interruptor equivale a tensão de entrada do conversor, a equação (3.99) pode ser reescrita como:

$$k_{i_2} = -\frac{R_e(D)}{V_g} \left(\frac{D}{D+D_1} \right)^2 \quad (3.100)$$

A semelhança do ganho k_{i_2} o ganho k_{v_1} é obtido novamente substituindo (3.88) em (3.43):

$$\begin{aligned} k_{v_1} &= \left. \frac{\partial \mu(I_D, V_S, D)}{\partial V_S} \right|_{V_S=V_S} = \left. \frac{\partial \left((1 + I_D R_e(D) V_S^{-1})^{-1} \right)}{\partial V_S} \right|_{V_S=V_S} = \left. \left(\frac{I_D R_e(D) V_S^{-2}}{(1 + I_D R_e(D) V_S^{-1})^2} \right) \right|_{V_S=V_S} = \dots \\ &= \frac{\frac{I_o R_e(D)}{V_S^2}}{\left(1 + \frac{I_o R_e(D)}{V_S} \right)^2} = \frac{\frac{V_o R_e(D)}{V_S^2 R}}{\left(1 + \frac{V_o R_e(D)}{V_S R} \right)^2} = \frac{1}{V_S} \frac{\left(\frac{1}{G} \right)}{\left(1 + \frac{1}{G} \right)^2} = \frac{1}{V_S} \frac{D_1}{D} \left(\frac{D}{D+D_1} \right)^2 = \frac{1}{V_S} \frac{DD_1}{(D+D_1)^2} \end{aligned} \quad (3.101)$$

Sabendo que $V_S = V_g$:

$$k_{v_1} = \frac{1}{V_g} \frac{DD_1}{(D+D_1)^2} \quad (3.102)$$

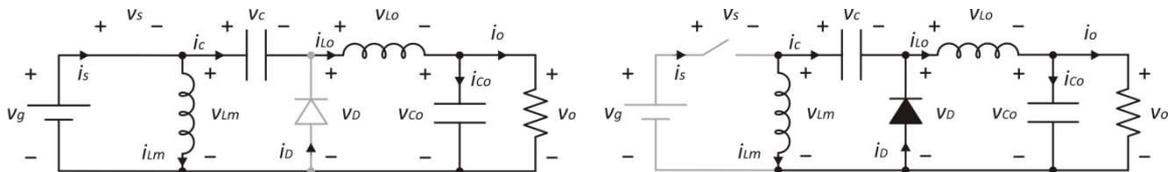
Assim, a matriz de ganhos da rede de comutação k_s pode ser escrita na forma matricial:

$$k_s = \begin{bmatrix} k_{i_2} & k_{v_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_e(D)}{V_g} \left(\frac{D}{D+D_1} \right)^2 & \frac{1}{V_g} \frac{DD_1}{(D+D_1)^2} \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

Vale lembrar que o posicionamento dos parâmetros na matriz k_s depende apenas de como a matriz C é formulada. Com os ganhos da rede de comutação definidos, resta apenas descrever o sistema matematicamente no espaço de estados médio.

3.3.2 Descrição do Sistema Segundo o Modelo Médio no Espaço de Estados

A obtenção das equações que descrevem o sistema será realizada utilizando-se a Figura 3.11, a qual ilustra novamente as duas primeiras etapas de operação do conversor. Consideram-se os dispositivos semicondutores ideais.



(a) (b)
 Figura 3.11 Primeira (a) e segunda (b) etapa de operação do conversor ZETA.

Para a primeira etapa, representada esquematicamente na Figura 3.11(a), são obtidas as seguintes equações através da aplicação das leis de Kirchhoff:

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{Lm}}{dt} &= \frac{v_g}{L_m} \\
 \frac{di_{Lo}}{dt} &= -\frac{1}{L_o}v_C - \frac{1}{L_o}v_{Co} + \frac{1}{L_o}v_g \\
 \frac{dv_C}{dt} &= \frac{i_{Lo}}{C} \\
 \frac{dv_{Co}}{dt} &= \frac{1}{C_o}i_{Lo} - \frac{1}{C_oR}v_{Co} \\
 v_s &= 0 \\
 i_D &= 0
 \end{aligned} \tag{3.104}$$

As equações que regem a segunda etapa de operação do conversor (Figura 3.11(b)), por sua vez, são apresentadas em (3.105).

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{Lm}}{dt} &= \frac{v_C}{L_m} \\
 \frac{di_{Lo}}{dt} &= -\frac{v_{Co}}{L_o} \\
 \frac{dv_C}{dt} &= -\frac{i_{Lm}}{C} \\
 \frac{dv_{Co}}{dt} &= \frac{1}{C_o}i_{Lo} - \frac{1}{C_oR}v_{Co} \\
 v_s &= v_g - v_C \\
 i_D &= i_{Lm} + i_{Lo}
 \end{aligned} \tag{3.105}$$

Reescrevendo (3.104) em forma matricial se obtém as matrizes A_1 , B_1 , C_1 e E_1 , apresentadas em (3.106). O mesmo procedimento para (3.105) produz as matrizes A_2 , B_2 , C_2 e E_2 , dispostas em (3.107).

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} & \frac{1}{L_o} \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} & \frac{1}{L_o} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.106)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E_1 = [0 \ 0]^T$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix} \quad B_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (3.107)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad E_2 = [0 \ 1]^T$$

A essa altura já seria possível obter o modelo numérico no SSAMA utilizando-se (3.85) via qualquer ferramenta computacional. Porém, é possível deduzir (3.85) matematicamente, a fim de se obter relações matemáticas para as funções de transferência. De modo a facilitar futuras deduções, pode-se aplicar (3.51) em (3.93) para definir a razão de conversão do interruptor em regime permanente, tornando a realização mais amigável. Desse modo:

$$\mu_0 = \frac{D}{D + D_1} \quad (3.108)$$

$$\mu'_0 = (1 - \mu_0) = \frac{D_1}{D + D_1}$$

Pode-se definir também os ganhos k_d e k_s em função μ_0 , aplicando (3.108) em (3.98) e (3.103) respectivamente.

$$k_d = \frac{2\mu'_0\mu_0}{D} \quad (3.109)$$

$$k_s = \left[-\frac{R_e(D)}{V_g} \mu_0^2 \quad \frac{1}{V_g} \mu'_0\mu_0 \right] \quad (3.110)$$

Assim, substituindo (3.108), (3.106) e (3.107) em (3.77), obtém-se as matrizes médias A, B, C e D do modelo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\mu'_0}{L_m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu_0}{L_o} & -\frac{1}{L_o} \\ -\frac{\mu'_0}{C} & \frac{\mu_0}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} B &= \begin{bmatrix} \mu_0 & \mu_0 & 0 & 0 \\ L_m & L_o & & \end{bmatrix}^T \\ C &= \begin{bmatrix} \mu'_0 & \mu'_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu'_0 & 0 \end{bmatrix} \\ E &= [0 \quad \mu'_0]^T \end{aligned} \quad (3.111)$$

Conforme (3.78), de modo a determinar as matrizes B_s e E_s é necessário obter o valor médio das variáveis de estado. Para tanto, é imperativo calcular a matriz inversa de A .

Sabe-se que a matriz inversa, caso exista, pode ser calculada através da matriz adjunta de A , utilizando-se (3.112).

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{\det(A)} \quad (3.112)$$

A matriz adjunta de A , por sua vez, é a transposta da matriz formada pelos cofatores dessa matriz. O determinante de A é facilmente obtido aplicando-se a expansão de Laplace à primeira linha da matriz, assim:

$$\begin{aligned} \det(A) &= \begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{\mu'_0}{L_m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu_0}{L_o} & -\frac{1}{L_o} \\ \frac{\mu'_0}{C} & \frac{\mu_0}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{vmatrix} = \frac{\mu'_0}{L_m} \begin{vmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} \\ \frac{\mu_0}{C} & \frac{\mu_0}{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & -\frac{1}{RC_o} \end{vmatrix} = \dots \\ &\dots = \frac{\mu'_0}{L_m} \begin{pmatrix} 1 & \mu'_0 & 1 \\ L_o & C & C_o \end{pmatrix} = \frac{(\mu'_0)^2}{L_m L_o C C_o} \end{aligned} \quad (3.113)$$

O desenvolvimento dos cofatores da matriz A possibilita a obtenção da matriz adjunta de A , apresentada em (3.114) sem pormenores.

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} -\frac{\mu_0^2}{L_o C C_o R} & -\frac{\mu_0 \mu'_0}{L_m C C_o R} & -\frac{\mu'_0}{L_m L_o C} & \frac{\mu_0 \mu'_0}{L_m L_o C} \\ \frac{\mu_0 \mu'_0}{L_o C C_o R} & -\frac{(\mu'_0)^2}{L_m C C_o R} & 0 & \frac{(\mu'_0)^2}{L_m L_o C} \\ \frac{\mu'_0}{L_o C C_o} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_0 \mu'_0}{L_o C C_o} & -\frac{(\mu'_0)^2}{L_m C C_o} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.114)$$

Levando (3.113) e (3.114) a (3.112), chega-se a:

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{\det(A)} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\mu_0}{\mu'_0}\right)^2 \frac{L_m}{R} & -\frac{\mu_0 L_o}{\mu'_0 R} & -\frac{C_o}{\mu'_0} & \frac{\mu_0 C_o}{\mu'_0} \\ -\frac{\mu_0 L_m}{\mu'_0 R} & -\frac{L_o}{R} & 0 & C_o \\ \frac{L_m}{\mu'_0} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_0}{\mu'_0} L_m & -L_o & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

Aplicando (3.115) e (3.111) na equação de regime em (3.78), e lembrando que a entrada independente do conversor é a tensão v_g , obtém-se:

$$X = -A^{-1}BU = - \begin{bmatrix} -\left(\frac{\mu_0}{\mu'_0}\right)^2 \frac{L_m}{R} & -\frac{\mu_0 L_o}{\mu'_0 R} & -\frac{C_o}{\mu'_0} & \frac{\mu_0 C_o}{\mu'_0} \\ -\frac{\mu_0 L_m}{\mu'_0 R} & -\frac{L_o}{R} & 0 & C_o \\ \frac{L_m}{\mu'_0} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_0}{\mu'_0} L_m & -L_o & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\mu_0}{R} \\ \frac{L_m}{R} \\ \frac{\mu_0}{L_o} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (3.116)$$

Desenvolvendo-se (3.116), evidenciando as variáveis de estado, se chega a:

$$X = \begin{bmatrix} I_{L_m} \\ I_{L_o} \\ V_C \\ V_{C_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\mu_0}{\mu'_0}\right)^2 \frac{L_m \mu_0}{R L_m} - \frac{\mu_0 L_o \mu_0}{\mu'_0 R L_o} \\ \frac{\mu_0 L_m \mu_0}{\mu'_0 R L_m} - \frac{L_o \mu_0}{R L_o} \\ \frac{L_m \mu_0}{\mu'_0 L_m} \\ -\frac{\mu_0}{\mu'_0} L_m \frac{\mu_0}{L_m} - L_o \frac{\mu_0}{L_o} \end{bmatrix} [V_g] = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0}\right)^2 \\ \frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0}\right) \\ -V_g \frac{\mu_0}{\mu'_0} \\ V_g \frac{\mu_0}{\mu'_0} \end{bmatrix} \quad (3.117)$$

Aplicando (3.108) em (3.117) é possível validar a solução em regime do conversor.

$$X = \begin{bmatrix} I_{L_m} \\ I_{L_o} \\ V_C \\ V_{C_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{R} \left(\frac{D}{D_1} \right)^2 \\ \frac{V_g}{R} \left(\frac{D}{D_1} \right) \\ -V_g \frac{D}{D_1} \\ V_g \frac{D}{D_1} \end{bmatrix} \quad (3.118)$$

Nota-se claramente que as tensões obedecem às relações obtidas na análise em regime do conversor, sendo a tensão no capacitor de saída equivalente a tensão de saída do conversor, sendo obtida multiplicando a tensão de entrada pelo ganho estático como fora apresentado em (2.19). Aplicando (3.90) na primeira linha de (3.118) é possível verificar que:

$$I_{L_m} = \frac{V_g}{R} \left(\frac{D}{D_1} \right)^2 = V_g R_e(D) \quad (3.119)$$

Esta equação é exatamente a mesma equação apresentada no segundo capítulo em (2.28), uma vez que a corrente média no indutor de magnetização é a própria corrente média no interruptor. É fácil observar que a corrente no indutor de saída obedece às relações de corrente deduzidas em (2.72).

Aplicando (3.117) nas matrizes definidas em (3.78), utilizando-se também as matrizes dispostas em (3.106) e (3.107), é possível obter as matrizes B_s e E_s .

$$\begin{aligned}
 B_s &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} & 0 \\ \frac{1}{C} & \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0} \right)^2 \\ \frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0} \right) \\ -V_g \frac{\mu_0}{\mu'_0} \\ V_g \frac{\mu_0}{\mu'_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} \\ \frac{1}{L_o} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \\
 E_s &= \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0} \right)^2 \\ \frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0} \right) \\ -V_g \frac{\mu_0}{\mu'_0} \\ V_g \frac{\mu_0}{\mu'_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} [V_g]
 \end{aligned} \tag{3.120}$$

Desenvolvendo-se (3.120):

$$\begin{aligned}
 B_s &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} V_g \frac{\mu_0}{\mu'_0} \\ \frac{1}{L_o} V_g \frac{\mu_0}{\mu'_0} \\ \frac{1}{C} \frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0} \right)^2 + \frac{1}{C} \frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0} \right) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} V_g \\ \frac{1}{L_o} V_g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_m} \frac{1}{\mu'_0} \\ \frac{V_g}{L_o} \frac{1}{\mu'_0} \\ \frac{V_g}{RC} \frac{\mu_0}{\mu'_0} \frac{1}{\mu'_0} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 E_s &= \begin{bmatrix} -\frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0} \right)^2 & -\frac{V_g}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'_0} \right) \\ -V_g \frac{\mu_0}{\mu'_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -V_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{V_g}{R} \frac{\mu_0}{\mu'_0} \frac{1}{\mu'_0} \\ -V_g \frac{1}{\mu'_0} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.121}$$

Solucionando algebricamente as matrizes de malha fechada no MCD é possível obter analiticamente o sistema que descreve o conversor ZETA operando no MCD. Tais matrizes foram definidas em (3.86). É útil desenvolver o produto $k_s \cdot E_s$ em (3.86) separadamente, uma vez que ele é utilizado em todas as equações. Assim, utilizando (3.121) e (3.110) é possível inferir:

$$k_s E_s = \begin{bmatrix} -\frac{R_e(D)}{V_g} \mu_0^2 & \frac{1}{V_g} \mu'_0 \mu_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{V_g \mu_0}{R \mu'_0 \mu'_0} \frac{1}{\mu'_0} \\ -V_g \frac{1}{\mu'_0} \end{bmatrix} = \frac{R_e(D)}{V_g} \mu_0^2 \frac{V_g \mu_0}{R \mu'_0 \mu'_0} \frac{1}{\mu'_0} - V_g \frac{1}{\mu'_0} \frac{1}{V_g} \mu'_0 \mu_0 \quad (3.122)$$

$$k_s E_s = \mu_0 \left(\frac{R_e(D)}{R} \left(\frac{\mu_0}{\mu'} \right)^2 - 1 \right)$$

Aplicando (3.90) e (3.108) em (3.122):

$$k_s E_s = \mu_0 \left(\left(\frac{D_1}{D} \right)^2 \left(\frac{D}{D_1} \right)^2 - 1 \right) = \mu_0 (1 - 1) = 0 \quad (3.123)$$

Portanto, observando que o produto $k_s \cdot E_s$ é nulo, pode-se reescrever (3.108), separadamente, como:

$$A_{cl} = A + B_s k_s C \quad (3.124)$$

$$B_{cl} = B + B_s k_s E \quad (3.125)$$

$$B_d = B_s k_d \quad (3.126)$$

Nota-se também a recorrência do produto $B_s \cdot k_s$ para as equações (3.124) e (3.125). Tal produto será, a exemplo de $k_s \cdot E_s$, computado separadamente. Valendo-se de (3.121) e (3.110), pode-se escrever:

$$B_s k_s = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_m} \frac{1}{\mu'_0} \\ \frac{V_g}{L_o} \frac{1}{\mu'_0} \\ \frac{V_g \mu_0}{RC \mu'_0 \mu'_0} \frac{1}{\mu'_0} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{R_e(D)}{V_g} \mu_0^2 & \frac{1}{V_g} \mu'_0 \mu_0 \end{bmatrix} \quad (3.127)$$

Desenvolvendo-se o produto se obtém:

$$B_s k_s = \begin{bmatrix} -\frac{R_e(D)}{\mu'_0} \mu_0^2 \frac{1}{L_m} & \frac{\mu_0}{L_m} \\ -\frac{R_e(D)}{L_o} \mu_0^2 \frac{1}{\mu'_0} & \frac{\mu_0}{L_o} \\ -\frac{R_e(D)}{R} \frac{\mu_0^2}{(\mu'_0)^2} \frac{1}{C} \mu_0 & \frac{\mu_0 \mu_0}{RC \mu'_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_m \mu'_0} & \frac{\mu_0}{L_m} \\ \frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_o \mu'_0} & \frac{\mu_0}{L_o} \\ \frac{\mu_0}{C} & \frac{1}{RC} \frac{\mu_0^2}{\mu'_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.128)$$

A matriz de estados para o MCD A_{cl} pode agora ser desenvolvida. Substituindo-se (3.128) e (3.111) em (3.124) chega-se a (3.129).

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\mu'_0}{L_m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu_0}{L_o} & -\frac{1}{L_o} \\ -\frac{\mu'_0}{C} & \frac{\mu_0}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_m} & \frac{\mu_0}{L_m} \\ -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_o} & \frac{\mu_0}{L_o} \\ -\frac{\mu_0}{C} & \frac{1}{RC} \frac{\mu_0^2}{\mu'_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu'_0 & \mu'_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu'_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.129)$$

Realizando a multiplicação entre as matrizes, se obtém:

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\mu'_0}{L_m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu_0}{L_o} & -\frac{1}{L_o} \\ -\frac{\mu'_0}{C} & \frac{\mu_0}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_m} & -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_m} & -\frac{\mu_0 \mu'_0}{L_m} & 0 \\ -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_o} & -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_o} & -\frac{\mu_0 \mu'_0}{L_o} & 0 \\ -\frac{\mu_0 \mu'_0}{C} & -\frac{\mu_0 \mu'_0}{C} & -\frac{\mu_0^2}{RC} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_m} & -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_m} & \frac{\mu'_0}{L_m} - \frac{\mu_0 \mu'_0}{L_m} & 0 \\ -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_o} & -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_o} & -\frac{\mu_0}{L_o} - \frac{\mu_0 \mu'_0}{L_o} & -\frac{1}{L_o} \\ -\frac{\mu'_0}{C} - \frac{\mu_0 \mu'_0}{C} & \frac{\mu_0}{C} - \frac{\mu_0 \mu'_0}{C} & -\frac{\mu_0^2}{RC} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix}$$

Finalmente, realizando simplificações em (3.130) a matriz de estados do modelo no MCD é obtida:

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_m} & -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_m} & \frac{(\mu'_0)^2}{L_m} & 0 \\ -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_o} & -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_o} & -\frac{\mu_0(1 + \mu'_0)}{L_o} & -\frac{1}{L_o} \\ -\frac{\mu'_0}{C}(1 + \mu_0) & \frac{\mu_0^2}{C} & -\frac{\mu_0^2}{RC} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{RC_o} \end{bmatrix} \quad (3.131)$$

A matriz de entrada independente no MCD B_{cl} será obtida exatamente da mesma maneira. Substituindo (3.128) e (3.111) em (3.124):

$$B_{cl} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_0}{L_m} \\ \frac{\mu_0}{L_o} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_m \mu'_0} & \frac{\mu_0}{L_m} \\ -\frac{R_e(D) \mu_0^2}{L_o \mu'_0} & \frac{\mu_0}{L_o} \\ -\frac{\mu_0}{C} & \frac{1}{RC} \frac{\mu_0^2}{\mu'_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu'_0 \end{bmatrix} \quad (3.132)$$

A solução de (3.132) leva a:

$$B_{cl} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_0}{L_m} \\ \frac{\mu_0}{L_o} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mu_0 \mu'_0}{L_m} \\ \frac{\mu_0 \mu'_0}{L_o} \\ \frac{1}{RC} \mu_0^2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_0}{L_m} (1 + \mu'_0) \\ \frac{\mu_0}{L_o} (1 + \mu'_0) \\ \frac{\mu_0^2}{RC} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.133)$$

A matriz de entrada de controle da razão cíclica B_d se obtém diretamente da aplicação de (3.109) e (3.121) em (3.126):

$$B_d = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_m} \frac{1}{\mu'_0} \\ \frac{V_g}{L_o} \frac{1}{\mu'_0} \\ \frac{V_g}{RC} \frac{\mu_0}{\mu'_0} \frac{1}{\mu'_0} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{2\mu'_0 \mu_0}{D} \quad (3.134)$$

Deste modo:

$$B_d = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_m} \frac{1}{\mu'_0} \\ \frac{V_g}{L_o} \frac{1}{\mu'_0} \\ \frac{V_g}{RC} \frac{\mu_0}{\mu'_0} \frac{1}{\mu'_0} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{2\mu'_0 \mu_0}{D} = \begin{bmatrix} \frac{2}{D} \frac{V_g}{L_m} \mu_0 \\ \frac{2}{D} \frac{V_g}{L_o} \mu_0 \\ \frac{2}{D} \frac{V_g}{RC} \frac{\mu_0^2}{\mu'_0} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.135)$$

Finalmente, a equação de estados do conversor modelado no MCD pode ser escrita de forma completa e analítica, bastando para tanto substituir (3.135), (3.133) e (3.131) na equação de estados de (3.85), resultando em:

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_{L_m} \\ \hat{i}_{L_o} \\ \hat{v}_c \\ \hat{v}_{C_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_e(D)\mu_0^2}{-L_m} & \frac{R_e(D)\mu_0^2}{-L_m} & \frac{(\mu'_0)^2}{L_m} & 0 \\ \frac{R_e(D)\mu_0^2}{-L_o} & \frac{R_e(D)\mu_0^2}{-L_o} & \mu_0(1+\mu'_0) & -1 \\ \frac{\mu'_0(1+\mu_0)}{-C} & \frac{\mu_0^2}{C} & \frac{-\mu_0^2}{RC} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & \frac{-1}{RC_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_{L_m} \\ \hat{i}_{L_o} \\ \hat{v}_c \\ \hat{v}_{C_o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mu_0(1+\mu'_0)}{L_m} \\ \frac{\mu_0(1+\mu'_0)}{L_o} \\ \frac{\mu_0^2}{RC} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{v}_g + \begin{bmatrix} \frac{2V_g}{DL_m} \mu_0 \\ \frac{2V_g}{DL_o} \mu_0 \\ \frac{2V_g}{DRC} \frac{\mu_0^2}{\mu'_0} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{d} \quad (3.136)$$

3.3.3 Funções de Transferência

A partir de (3.136) é possível obter as mais variadas funções de transferência do sistema, bastando para tanto a definição das variáveis de entrada e saída de interesse e o ponto de operação onde se deseja fazer a análise. Define-se a variável de saída por meio da matriz de saída Z do sistema, podendo esta ser exatamente a variável de estado ou uma combinação linear de uma ou mais variáveis. Definida a variável de saída, pode-se obter, a partir de (3.136), duas funções de transferência. Uma relaciona a saída do sistema e a entrada de controle d , enquanto a outra relaciona a saída do sistema e a entrada independente v_g . Essas funções são obtidas negligenciando uma ou outra entrada [35], conforme (3.137) e (3.138).

$$G_{y_o d}(s) = \left. \frac{\hat{y}_o(s)}{\hat{d}(s)} \right|_{\hat{v}_g(s)=0} \quad (3.137)$$

$$G_{y_o v_g}(s) = \left. \frac{\hat{y}_o(s)}{\hat{v}_g(s)} \right|_{\hat{d}(s)=0} \quad (3.138)$$

Segundo a equação (3.137), pode-se reescrever o sistema apresentado em (3.85) desconsiderando-se a influência da entrada independente do conversor:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_{cl} \hat{x} + B_d \hat{d} \\ \hat{y}_o = Z \hat{x} \end{cases} \quad (3.139)$$

Segundo [50], se A_{cl} possui inversa, é possível obter a função de transferência do sistema através da relação (3.140).

$$G_{y_o d}(s) = \frac{\hat{y}_o(s)}{\hat{d}(s)} = Z(sI - A_{cl})^{-1} B_d \quad (3.140)$$

De modo similar, segundo o definido em (3.138), pode-se avaliar a função de transferência que relaciona a saída à tensão de entrada do conversor desconsiderando-se a entrada de controle:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_{cl}\hat{x} + B_{cl}\hat{v}_g \\ \hat{y}_o = Z\hat{x} \end{cases} \quad (3.141)$$

Deste modo:

$$G_{y_o v_g}(s) = \frac{\hat{y}_o(s)}{\hat{u}(s)} = Z(sI - A_{cl})^{-1} B_{cl} \quad (3.142)$$

Para obter as funções de transferências acima dispostas, necessita-se obter a solução da matriz inversa $(sI - A_{cl})^{-1}$. A obtenção analítica desta inversa será evitada em um primeiro momento, sendo o estudo dinâmico fundamentado em algoritmos desenvolvidos no software MatLab®. Os resultados apresentados pelo modelo serão abordados no quinto capítulo desta dissertação.

3.4 Conclusões

Neste capítulo foi realizado o estudo dinâmico do conversor ZETA considerando-se um resistor conectado a sua saída. Foi desenvolvido o modelo linear do resistor sem perdas, utilizado como rede de comutação na generalização do modelo médio do interruptor. Fora desenvolvido também o modelo médio no espaço de estados do conversor operando no MCC. Finalmente, através da realimentação das variáveis de estado linearizadas do modelo no SSAMA, via a razão de conversão do interruptor obtida na análise do modelo do resistor sem perdas, fora possível a obtenção de um modelo linear que descreve o comportamento dinâmico das variáveis de estado no MCD.

Concluiu-se que a potência de entrada do conversor ZETA, quando este conversor opera no MCD, depende unicamente da resistência equivalente do interruptor, independentemente, portanto, da carga conectada a saída do conversor.

A descrição em variáveis de estado apresentou-se promissora, pois permitirá a análise dinâmica deste conversor em softwares dedicados para a elaboração da lei de controle, o que facilitará muito o projeto de controladores para o conversor ZETA.

É possível perceber que a técnica é aplicável a qualquer conversor CC-CC, desde que se possam estabelecer dois sistemas distintos através da separação abstrata da rede de comutação.

Porém, uma desvantagem da técnica é a presença recorrente da resistência de carga do conversor nas equações de estado. Desse modo, apenas uma análise pontual é possível, sendo necessário o desenvolvimento de vários modelos quando se utiliza cargas variáveis. Entretanto, mesmo nessa situação o modelo é essencial, visto que possibilita emprego de técnicas de desigualdades matriciais lineares (LMI).

O modelo passará por uma profunda validação no quinto capítulo desta dissertação, sendo novamente discutido quanto a sua exatidão e aplicabilidade.

4 Projeto do Conversor ZETA

Neste capítulo será apresentada a metodologia de projeto do conversor ZETA, como fora estudado em [25].

O projeto do conversor ZETA baseia-se, principalmente, no comportamento dos painéis solares fotovoltaicos. No primeiro capítulo fora elucidado que a característica corrente-tensão da célula fotovoltaica experimenta variação substancial de acordo com a temperatura e com a irradiância as quais está submetida. Por exemplo, para uma mesma temperatura, a célula pode fornecer pouca ou muita corrente, sendo a quantidade de corrente dependente da irradiância a qual o painel está exposto. Desse modo, é necessário situar as condições de operação do painel fotovoltaico, a fim de estabelecer o ponto de funcionamento onde o conversor será mais exigido. De posse das características do painel nesse ponto, é possível calcular numericamente valores para os componentes do conversor.

No tocante deste capítulo, é importante a definição da simbologia, uma vez que cada ponto de operação possui uma característica corrente-tensão distinta. Nesse sentido, as variáveis conterão o sub-índice correspondente ao ponto de operação. Por exemplo, quando citado a tensão de entrada V_g nas condições padrão de testes, tal variável assumirá a simbologia $V_{g\text{STC}}$.

4.1 Condições de Operação do Painel Fotovoltaico e Capacitor C_{PV}

O laboratório onde foi realizado este trabalho – Laboratório de Eletrônica de Potência da PUCRS (LEPUC) – possui dois módulos fotovoltaicos Siemens® SR50. Portanto, é lógico que o desenvolvimento do projeto seja realizado considerando as características específicas desse painel. Os painéis estão dispostos em um arranjo, como apresentado no esquema da Figura 4.1.

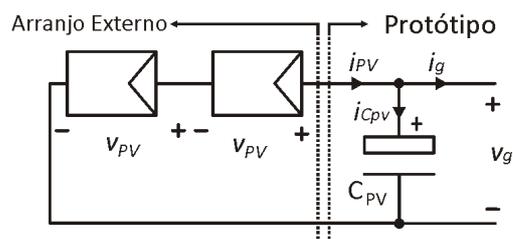


Figura 4.1 Arranjo dos painéis fotovoltaicos presentes no laboratório.

Por ser um arranjo série, a corrente fornecida pelo arranjo é a mesma que a fornecida por apenas um painel. A tensão v_g , por sua vez, será o dobro da tensão fornecida por apenas um painel.

Os pontos de operação do painel solar de interesse ao trabalho estão dispostos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 Pontos de Operação do Painel Solar.

Nome do Ponto de operação	Irradiância	Temperatura
STC	1000 W/m ²	25 °C
T60	1000 W/m ²	60 °C

Foi escolhido o ponto de operação nas condições padrão de testes e o ponto onde o painel é exposto a uma elevada temperatura. A escolha desse ponto fundamenta-se na tensão e corrente de MPP encontradas nesse ponto. A Tabela 4.2 apresenta os valores de tensão e corrente no ponto de máxima potência para as situações definidas na Tabela 4.1. Os valores presentes na tabela foram obtidos através da análise de curvas geradas pelo software *crearray*[27].

Tabela 4.2 Correntes e tensões no MPP nos pontos de operação do painel fotovoltaico SR50.

Ponto de operação	I_{mpp} [A]	V_{mpp} [V]	P_{mpp} [W]
STC	2,95	17	50
T60	2,95	14,62	43,13

Pode-se notar que a corrente disponível em ambos os casos é a mesma. Porém, a 60°C a tensão fornecida pelos módulos é menor. Fora estudado nos capítulos anteriores que a corrente média de entrada do conversor obedece a Lei de Ohm, por meio da resistência equivalente do interruptor, independentemente da resistência de carga. A resistência equivalente do interruptor, por sua vez, é inversamente proporcional ao quadrado da razão cíclica. Para manter a mesma corrente no interruptor, i.e., na entrada do conversor, é necessário que a resistência equivalente seja menor quanto menor for a tensão de entrada. Assim, conclui-se que quanto menor for a tensão de entrada do conversor, maior deverá ser a razão cíclica imposta ao interruptor.

Deste modo, quanto maior a temperatura – para uma mesma irradiância – maior deve ser a razão cíclica aplicada ao conversor. Portanto, T60 é a pior condição de operação

do conversor, uma vez que se tem a menor tensão de entrada disponível, podendo-se, entretanto, drenar a corrente de máxima potência do painel fotovoltaico.

O capacitor conectado em paralelo com o arranjo de painéis fotovoltaicos na Figura 4.1 é essencial para o correto funcionamento do sistema de conversão de energia. Como brevemente mencionado no primeiro capítulo, este capacitor armazena a energia fornecida pelo painel nos intervalos em que o interruptor S está aberto. Fazendo isso, C_{PV} impede que seja exigido do painel a corrente de pico observada no interruptor, além de manter a tensão v_g praticamente inalterada em um ciclo de comutação do conversor. Adicionalmente, neste trabalho, C_{PV} deve ser grande o suficiente para permitir que a tensão não se altere em um intervalo de comutação do inversor (em baixa frequência), possibilitando que o painel continue a operar no ponto de máxima potência somente em função da corrente média de entrada do conversor I_g . Lembrando que a corrente média instantânea de entrada do conversor é substancialmente maior do que a corrente média, uma vez que se usa modulação PWM senoidal.

O dimensionamento deste capacitor é apresentado em (4.1), conforme descrito em [49].

$$C_{PV} = \frac{P_{gSTC}}{2\pi \omega_{rede} V_{gSTC} \Delta V_{gSTC}} \quad (4.1)$$

Onde:

P_{gSTC}	Potência de entrada nas STC;
ω_{rede}	Frequência da rede elétrica;
V_{gSTC}	Tensão de entrada nas STC;
ΔV_{gSTC}	Variação da tensão de entrada admissível.

Considerando-se uma variação máxima de 6% na tensão de entrada, aplicando os valores apresentados na Tabela 4.2 em (4.1) e lembrando que são utilizados dois painéis em série, pode-se escrever:

$$C_{PV} = \frac{2P_{gSTC}}{2\pi \omega_{rede} 2V_{gSTC} \Delta V_{gSTC}} = \frac{2 \cdot 50W}{2\pi \cdot 60Hz \cdot 2 \cdot 17V \cdot (2 \cdot 17V) 0,06} = 3824,36 \mu F \quad (4.2)$$

4.2 Razão Cíclica Crítica

Considerando-se inicialmente que a relação de transformação do transformador utilizado como indutância de magnetização é unitária, pode-se auferir a razão cíclica crítica para este caso. Como mencionado anteriormente, a razão cíclica máxima ocorre quando a tensão for mínima, ocorrendo, neste caso, em 60°C. De acordo com a simbologia definida no início do capítulo, a tensão de entrada nessa situação é representada por V_{gT60} .

Através da definição do ciclo de trabalho apresentada em (2.19), é possível concluir que:

$$G_{\max T60} = \frac{D_{\max T60}}{D_1} = \frac{V_{o\max}}{V_g} \Big|_{V_g=V_{gT60}} = \frac{V_{o\max}}{V_{gT60}} \quad (4.3)$$

Sabendo que esta será a maior razão cíclica imposta ao conversor, é possível considerar que nesse ponto específico o modo de condução do conversor será crítico. Assim, utilizando (2.117) pode-se concluir que:

$$\frac{D_{\max T60}}{1 - D_{\max T60}} = \frac{V_{o\max}}{V_{gT60}} \quad \therefore D_{\max T60} = \frac{V_{o\max}}{V_{o\max} + V_{gT60}} \quad (4.4)$$

Considerando-se o valor eficaz da rede elétrica comercial de porto alegre como $127 V_{\text{rms}}$, aplicando o valor da Tabela 4.2 em (4.4) se obtém:

$$D_{\max T60} = \frac{V_{o\max}}{V_{o\max} + V_{gT60}} = \frac{180V}{180V + 2 \cdot 14,62V} = 0,8602 \quad (4.5)$$

Na próxima seção será avaliado se alterações na relação de transformação do transformador serão benéficas e/ou necessárias.

4.3 Relação de Transformação do Transformador

Como fora visto na última seção do primeiro capítulo, o inversor utilizado emprega um conversor ZETA galvanicamente isolado. O transformador utilizado em conversores CC-CC isolados, em muitos casos, é utilizado para se obter níveis maiores de tensões e/ou correntes no conversor, utilizando-se para tanto uma relação de transformação ($N_{\text{sec}}/N_{\text{pri}}$) diferente da unitária.

A razão cíclica crítica, como obtida em (4.5), é a razão crítica do conversor considerando que um transformador com relação de transformação unitária é utilizado. A Figura 4.2 apresenta o sistema equivalente contendo o inversor utilizando a aproximação do transformador usualmente empregado na eletrônica de potência, i.e., o transformador sendo caracterizado por sua indutância de magnetização e por um transformador ideal.

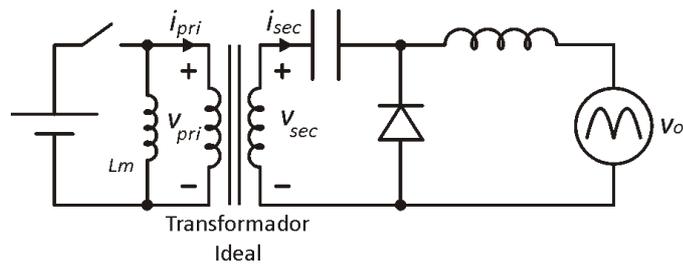


Figura 4.2 Circuito equivalente com transformador ideal.

É notório que, se a relação de transformação for maior do que a unitária, a tensão no secundário será maior do que a tensão no primário. Isso acarreta em menores razões cíclicas necessárias para elevar a tensão dos painéis solares, e conseqüentemente uma indutância equivalente de menor valor seria necessária. Isso é positivo em certos casos. Porém, é bom ressaltar que para se manter a mesma corrente média na saída do painel solar, a corrente de pico na indutância de magnetização – e conseqüentemente no interruptor – deve ser maior caso se utilize uma razão cíclica menor. Isso resulta em maiores esforços no interruptor S.

Caso se opte por uma relação de transformação menor que a unitária, deve se utilizar razões cíclicas maiores, uma vez que a tensão no secundário é menor do que a tensão no primário. Como inferido na seção anterior, razões cíclicas maiores que 80% são necessárias quando se utiliza uma relação de transformação unitária. Assim, o emprego de um transformador com relação de transformação menor que a unitária, no presente trabalho, é descartado, uma vez que a operação do sistema com ciclos de trabalho muito elevados, pode acarretar problemas devido aos tempos de resposta dos MOSFETS e de seus circuitos de acionamento.

Assim, a exemplo de [25], para evitar esforços excessivos de corrente no interruptor, adotou-se uma relação de transformação unitária.

4.4 Indutância Equivalente

O dimensionamento da indutância equivalente L_{eq} é assaz importante no projeto do conversor, uma vez que é ela que assegura a operação no modo de condução descontínuo, mantendo assim a relação linear de transferência estática desejável entre a entrada e a saída do conversor. A razão cíclica máxima do conversor ocorre quando o módulo fotovoltaico está sujeito às maiores temperaturas, como fora discutido neste capítulo. Portanto, a

indutância equivalente deve ser calculada considerando-se essa condição. Isso garante a operação no MCD do conversor em qualquer outra situação. Caso não se respeite a pior condição de operação, o mau dimensionamento da indutância equivalente pode acarretar operação no MCC próximo à razão cíclica máxima, o que acarretaria na deformação das formas de onda do conversor próximo ao pico da onda senoidal, e conseqüentemente, o surgimento de harmônicas na corrente injetada na rede elétrica.

Através da definição de potência média de entrada apresentada em (2.104), fica fácil obter a indutância equivalente.

$$P_g = I_{g\text{med}} V_g = \frac{V_g^2 D_{\text{max}}^2}{4 L_{eq} f} \quad \therefore \quad L_{eq} = \frac{V_g^2 D_{\text{max}}^2}{4 P_g f} \quad (4.6)$$

Como a potência de entrada do conversor deve ser a mesma potência fornecida pelo painel solar, avaliando (4.6) no ponto T60 se conclui que:

$$L_{eq} = \frac{V_{g\text{T60}}^2 D_{\text{maxT60}}^2}{4 P_{g\text{T60}} f} \quad (4.7)$$

Substituindo-se os valores da Tabela 4.2 em (4.7), considerando-se também (4.5) e que a frequência da onda portadora na modulação por largura de pulso é 20 kHz:

$$L_{eq} = \frac{V_{g\text{T60}}^2 D_{\text{maxT60}}^2}{4 P_{g\text{T60}} f} = \frac{(2 \cdot 14,62V)^2 0,86^2}{4 \cdot (2 \cdot 43,13W) \cdot 20000\text{Hz}} \cong 91\mu\text{H} \quad (4.8)$$

Portanto, esta é a indutância que garante o funcionamento do conversor no MCD em qualquer ponto de operação do painel solar.

4.5 Indutância e Capacitância de Saída

Como discutido no segundo capítulo, a indutância de saída age como um filtro para a corrente de saída, sendo a corrente de saída equivalente a corrente média instantânea no indutor de saída. Adicionalmente, a capacitância de saída atua como um filtro para que as ondulações na corrente instantânea do indutor de saída não alcancem a rede elétrica. Deste modo, podem-se definir os valores máximos desses componentes apenas como elementos de filtragem. É de suma importância que tais filtros não atenuem a componente fundamental de frequência da rede elétrica. Portanto, deve-se sintonizar os filtros passa-baixa a uma frequência superior à frequência do sinal modulante utilizado na modulação por largura de pulso. Neste trabalho, a indutância de saída é obtida considerando-se a constante

de tempo do filtro RL sintonizada uma década acima da frequência de $d(\omega t)$. Uma vez que a frequência de $d(\omega t)$ equivale ao dobro da frequência da rede elétrica, tem-se:

$$\frac{R}{L_o} \geq 10 \cdot 2 \cdot (2\pi \omega_{rede}) \quad (4.9)$$

A impedância equivalente R considerada para este caso é quando o conversor fornece a maior corrente de saída, ou seja, quando o painel fornece sua potência de pico nas condições padrão de teste. Pode-se considerar o rendimento η do conversor, uma vez que nem toda a potência de entrada alcança a saída, devido, e.g., a perdas por comutação e aos elementos parasitas como a resistência série equivalente dos capacitores e indutores. Assim sendo, pode-se definir:

$$\eta P_{gSTC} = \eta (V_{mppSTC} I_{mppSTC}) = P_{omax} \quad (4.10)$$

Utilizando-se (2.110) se chega a:

$$P_{gSTC} = \frac{V_{omax} I_{omax}}{2\eta} \quad (4.11)$$

Definindo R_{max} como a maior carga percebida pelo conversor em sua saída, pode-se escrever:

$$P_{gSTC} = \frac{V_{omax}^2}{R_{max} 2\eta} \quad \therefore \quad R_{max} = \frac{V_{omax}^2}{P_{gSTC} 2\eta} \quad (4.12)$$

Substituindo a carga máxima R_{max} na equação (4.9):

$$\frac{\frac{V_{omax}^2}{P_{gSTC} 2\eta}}{L_o} \geq 10 \cdot 2 \cdot (2\pi \omega_{rede}) \quad \therefore \quad L_o \leq \frac{V_{omax}^2}{P_{gSTC} \cdot 80 \cdot \pi \omega_{rede} \eta} \quad (4.13)$$

Aplicando a potência de pico do painel SR50[®] apresentada na Tabela 1.2 e também na Tabela 4.2 em (4.13), considerando-se dois painéis fotovoltaicos e um rendimento do conversor da ordem de 90%, obtém-se:

$$L_o \leq \frac{V_{omax}^2}{P_{gSTC} \cdot 80 \cdot \pi \omega_{rede} \eta} \quad \therefore \quad L_o \leq \frac{(180V)^2}{(2 \cdot 50W) \cdot 80 \cdot \pi \cdot 60Hz \cdot 0,9} \quad \therefore \quad L_o \leq 23,87mH \quad (4.14)$$

Vale lembrar que quanto menor for a indutância de saída, maior serão as ondulações de corrente na saída. Assim, o valor de L_o deve ser tão grande quanto o definido por (4.14).

Pode-se calcular o valor da capacitância de saída de modo similar, atuando como um filtro de corrente, considerando-se a constante de tempo de um circuito RC:

$$\frac{1}{RC_o} \geq 10 \cdot 2 \cdot (2\pi \omega_{rede}) \quad (4.15)$$

Desse modo:

$$C_o \leq \frac{P_{gSTC} \eta}{V_{o\max}^2 \cdot 20 \cdot \pi \omega_{rede}} \quad (4.16)$$

Calculando o valor numérico de C_o utilizando os mesmos dados com os quais se calculou a indutância de saída se obtém:

$$C_o \leq \frac{P_{gSTC} \eta}{V_{o\max}^2 \cdot 20 \cdot \pi \omega_{rede}} \quad \therefore C_o \leq \frac{(2 \cdot 50W) 0,9}{(180V)^2 \cdot 20 \cdot \pi \cdot 60Hz} = 736,8nF \quad (4.17)$$

De modo a minimizar o conteúdo harmônico – oriundo da frequência da onda portadora da modulação por largura de pulso – injetado na rede, o valor da capacitância de saída deve ser tão grande quanto o possível. Caso seja utilizado um capacitor de valor maior que o definido em (4.17), o mesmo começará a filtrar a corrente média instantânea de saída do conversor ZETA, ocasionando a injeção de uma corrente com harmônicas indesejáveis na rede elétrica.

4.6 Indutância de Magnetização

Através da definição de indutância equivalente apresentada em (2.2) a indutância de magnetização é obtida com extrema facilidade.

$$L_{eq} = \frac{L_m L_o}{L_m + L_o} \quad \therefore L_m = -\frac{L_{eq} L_o}{L_{eq} - L_o} \quad (4.18)$$

Substituindo (4.8) e (4.14) em (4.18) se obtém o valor numérico da indutância de magnetização.

$$L_m = -\frac{L_{eq} L_o}{L_{eq} - L_o} = -\frac{91\mu H \cdot 23,87mH}{91\mu H - 23,87mH} \cong L_{eq} \cong 91\mu H \quad (4.19)$$

4.7 Capacitância de Acoplamento

Exatamente do mesmo modo que a capacitância de saída, o capacitor de acoplamento não deve permitir que a frequência da onda de modulação sofra atenuações. O dimensionamento desta capacitância, portanto, deve ser realizado quando o conversor é

submetido à maior corrente de saída. Assim, sem mais detalhes, o valor da capacitância de acoplamento obedece às mesmas restrições que a capacitância de saída:

$$C \leq \frac{P_{g_{STC}} \eta}{V_{o_{max}}^2 \cdot 20 \cdot \pi \omega_{rede}} \quad (4.20)$$

Desse modo:

$$C \leq \frac{P_{g_{STC}} \eta}{V_{o_{max}}^2 \cdot 20 \cdot \pi \omega_{rede}} \quad \therefore C \leq \frac{(2 \cdot 50W) 0,9}{(180V)^2 \cdot 20 \cdot \pi \cdot 60Hz} = 736,8nF \quad (4.21)$$

É interessante notar, porém, que grandes ondulações de tensão na capacitância de acoplamento podem ocorrer, uma vez que o indutor de acoplamento está sujeito, segundo a Figura 2.16, a grandes ondulações de corrente (devido ao reduzido valor da indutância de magnetização). Portanto, deve-se atentar para que a capacitância de acoplamento seja tão elevada quanto (4.21) permitir.

Vale lembrar que este capacitor está sujeito a picos de corrente muito superiores ao valor instantâneo médio da corrente no indutor de magnetização.

Os valores calculados para o conversor, considerando-se que o mesmo é alimentado com dois painéis Siemens® SR50 – totalizando um sistema com capacidade de 100 W, estão sumarizados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 Valores dos Componentes do Conversor ZETA.

Componente	Valor Calculado	Valor Comercial	Observação
C_{PV}	3824,36 μF	4404 μF	Dois capacitores eletrolíticos de 2200 μF e quatro capacitores de poliéster metalizado de 1 μF cada.
L_m	91 μH	90 μH	Valor da indutância de magnetização do transformador. Aferido em vazio com ponte RLC.
L_o	23,87 mH	21,2 mH	Valor aferido com ponte RLC.
C	736,8 nF	690 nF	Três capacitores de 190 nF e um de 120 nF, todos de poliéster metalizado, conectados em paralelo.
C_o	736,8 nF	680 nF	Poliéster Metalizado.

4.8 Cálculo de Correntes e Impedância Teóricas

É importante estabelecer os valores teóricos médios e máximos das principais correntes de interesse do conversor.

As correntes de entrada médias devem equivaler à corrente no ponto de máxima potência fornecida pelo painel. Assim:

$$I_{gSTC} = I_{gT60} = I_{mppSTC} = I_{mppT60} = 2,95A \quad (4.22)$$

As correntes de saída podem ser obtidas utilizando-se a equivalência de correntes deduzida em (2.115), aplicadas aos pontos de operação do painel solar. Para a operação nas condições padrão de teste:

$$G_{\max STC} = \frac{V_{o\max}}{V_{gSTC}} = \frac{I_{gSTC}}{I_{oSTC}} \frac{4}{\pi} \quad \therefore \quad I_{oSTC} = \frac{V_{gSTC} I_{gSTC}}{V_{o\max}} \frac{\pi}{4} = \frac{P_{gSTC}}{V_{o\max}} \frac{4}{\pi} \quad (4.23)$$

Para a operação sobre irradiância máxima e temperatura máxima (60°C):

$$\frac{V_{o\max}}{V_{gT60}} = \frac{I_{gT60}}{I_{oT60}} \frac{4}{\pi} \quad \therefore \quad I_{oT60} = \frac{V_{gT60} I_{gT60}}{V_{o\max}} \frac{\pi}{4} = \frac{P_{gT60}}{V_{o\max}} \frac{4}{\pi} \quad (4.24)$$

Aplicando (4.22) e os valores dispostos na Tabela 4.2 em (4.23) e (4.24) são obtidos os valores de corrente média para cada ponto de operação, considerando rendimento de 100%.

$$I_{oSTC} = \frac{P_{gSTC}}{V_{o\max}} \frac{4}{\pi} = \frac{(2 \cdot 50W)}{180V} \frac{4}{\pi} = 0,707A \quad (4.25)$$

$$I_{oT60} = \frac{P_{gT60}}{V_{o\max}} \frac{4}{\pi} = \frac{(2 \cdot 43,13W)}{180V} \frac{4}{\pi} = 0,61A \quad (4.26)$$

De acordo com (2.113), pode-se obter os valores de pico dessas correntes, resultando em:

$$I_{oSTC\max} = I_{oSTC} \frac{\pi}{2} = \frac{0,707A}{2} \pi = 1,11A \quad (4.27)$$

$$I_{oT60\max} = I_{oT60} \frac{\pi}{2} = \frac{0,61A}{2} \pi = 0,958A \quad (4.28)$$

As impedâncias percebidas pelo conversor em sua saída, de acordo com os pontos de operação, serão:

$$R_{STC} = \frac{V_{o\max}}{I_{oSTC\max}} = \frac{180V}{1,11A} = 162,16\Omega \quad (4.29)$$

$$R_{T60} = \frac{V_{o\max}}{I_{oT60\max}} = \frac{180V}{0,958A} = 187,89\Omega \quad (4.30)$$

Fora comprovado que a operação do conversor com carga máxima ocorre nas condições de teste padrão.

É importante definir os ciclos de trabalhos máximos que retornarão as correntes calculadas em (4.29) e (4.30). Assim, conforme já fora computado, no ponto T60:

$$D_{\max T60} = \frac{V_{o\max}}{V_{o\max} + V_{gT60}} = \frac{180V}{180V + 2 \cdot 14,62V} = 0,8602 \quad (4.31)$$

A razão cíclica do conversor no ponto STC é sensivelmente diferente, e não se pode utilizar a equivalência empregada em (4.31), uma vez que o conversor não opera no modo de condução crítico quando sujeito às condições padrão de teste. Porém, utilizando-se a definição de potência de entrada disposta em (2.104) a solução se torna possível:

$$P_g = \frac{V_g^2 D_{\max}^2}{4L_{eq} f} \quad \therefore D_{\max} = \sqrt{\frac{P_g 4L_{eq} f}{V_g^2}} \quad (4.32)$$

Computando (4.32) no ponto STC:

$$D_{\max STC} = \sqrt{\frac{P_{gSTC} 4L_{eq} f}{V_{gSTC}^2}} \quad (4.33)$$

Aplicando os valores da Tabela 4.2 e o valor da indutância de magnetização obtida em (4.19) é possível concluir que:

$$D_{\max STC} = \sqrt{\frac{P_{gSTC} 4L_{eq} f}{V_{gSTC}^2}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 50W) \cdot 4 \cdot 91\mu F \cdot 20000Hz}{(2 \cdot 17V)^2}} \cong 0,8 \quad (4.34)$$

A corrente máxima no interruptor S e no diodo D é obtida auferindo-se (2.79) na situação onde a potência do sistema é máxima, i.e., no ponto STC. Assim:

$$I_{S\max} = I_{D\max} = \frac{V_{gSTC}}{L_{eq} f} D_{\max STC} = \frac{2 \cdot (17)}{91\mu F \cdot 20000Hz} 0,8 \cong 15A \quad (4.35)$$

Esta corrente é fundamental para a escolha dos dispositivos semicondutores.

4.9 Conclusões

Neste capítulo foi estudado o projeto do conversor ZETA utilizado no inversor alimentado a partir de painéis solares fotovoltaicos para a conexão a rede elétrica.

Foram estudadas, primeiramente, as características da fonte de entrada em pontos estabelecidos de operação. Foi constatado que a pior condição de operação do conversor é quando o painel é submetido a uma alta temperatura aliada a uma grande irradiância. Fora concluído, também, que na situação de condições padrão de testes a impedância percebida pelo conversor em sua saída alcança seu menor valor, sendo nesta situação a maior potência entregue a rede elétrica comercial. Com base nessas conclusões, fora apresentado a metodologia de dimensionamento dos componentes do conversor. Finalmente, foram calculadas as correntes de saída esperadas teoricamente, considerando-se rendimento de 100%. Estas conclusões serão postas a prova no próximo capítulo.

5 Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos durante a realização deste trabalho. Tais resultados serão abordados em duas perspectivas distintas: A validação da análise dinâmica e a conexão a rede elétrica. Uma vez que não fora possível o desenvolvimento de uma estratégia de controle em malha fechada para a conexão com a rede elétrica, a análise dinâmica se restringirá a adoção de cargas equivalentes e ao estudo do modelo dinâmico sujeito a essas cargas. No tocante da conexão com a rede elétrica, o projeto do conversor será validado avaliando-se os resultados nos pontos de operação do painel solar definidos no quarto capítulo.

Pode-se ainda dividir os resultados quanto à natureza de sua obtenção. Foram auferidos resultados de simulação, bem como resultados experimentais através do desenvolvimento de um protótipo. O esquema elétrico, layout e a imagem do protótipo utilizado são apresentados no Apêndice A desta dissertação. O conversor é acionado utilizando-se uma placa DSP, a *DS1104 R&D Controller Board*, a qual possui um módulo dedicado a modulação por largura de pulso[51], podendo-se assim empregar a ferramenta Simulink® do software MatLab® para o acionamento dos interruptores de potência.

Na próxima seção serão discutidos os resultados referentes a análise dinâmica do conversor.

5.1 Validação da Resposta Dinâmica

De modo a validar a resposta dinâmica do modelo de pequenos sinais (modelo linearizado) do conversor operando no MCD, foi utilizado um algoritmo (e variações deste) desenvolvido no software MatLab®. Tal algoritmo está disposto no Apêndice B desta dissertação. O algoritmo resolve as equações apresentadas em (3.140) e (3.142), retornando as respectivas funções de transferência. Para legitimar as funções de transferência, um modelo em Simulink® é utilizado de acordo com o comportamento a ser estudado. A resposta obtida com o modelo desenvolvido no software MatLab® é comparada com a resposta de um circuito análogo simulado utilizando-se o software PSIM® e com a resposta real do conversor obtida nos testes experimentais do protótipo.

Vale lembrar que essa análise é feita somente considerando o conversor ZETA, desconsiderando o inversor em ponte completa. Os resultados referentes ao inversor serão abordados ainda neste capítulo.

A fim de comprovar o estudo dinâmico do conversor ZETA, a resposta em frequência (diagrama de Bode) do modelo obtido no software MatLab® será avaliada, sendo comparada com a resposta em frequência do protótipo. Adicionalmente, a resposta ao degrau para vários valores de componentes e razões cíclicas serão avaliadas.

5.1.1 Respostas ao Degrau

Foram realizados testes em doze situações distintas, para combinações de diferentes valores de componentes e/ou de razão cíclica. Essas doze situações são elencadas na Tabela 5.1. O circuito da Figura 5.1 foi simulado no PSIM® visando a validação, via software, do modelo. De forma análoga o protótipo apresentado no Apêndice A foi empregado para obtenção das formas de onda reais em diferentes situações.

As respostas ao degrau do conversor foram obtidas considerando-se o sistema apresentado em (5.1).

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \hat{i}_{L_m} \\ \hat{i}_{L_o} \\ \hat{v}_C \\ \hat{v}_{C_o} \end{bmatrix} = A_{CL} \begin{bmatrix} \hat{i}_{L_m} \\ \hat{i}_{L_o} \\ \hat{v}_C \\ \hat{v}_{C_o} \end{bmatrix} + B_d \hat{d} \\ \hat{v}_{C_o} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} \hat{i}_{L_m} \\ \hat{i}_{L_o} \\ \hat{v}_C \\ \hat{v}_{C_o} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (5.1)$$

Nota-se que a variável escolhida como saída do sistema é a tensão no capacitor de saída C_o , ou seja, a própria tensão de saída do conversor ZETA. O sistema é linearizado no exato ponto de operação, i.e., utilizando os valores dispostos na Tabela 5.1.

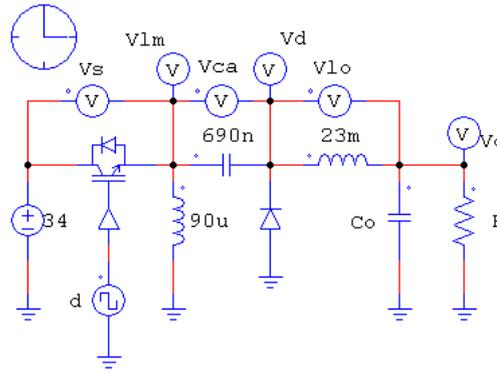
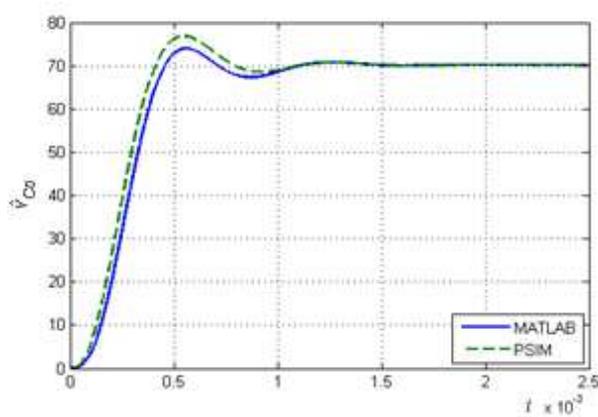


Figura 5.1 Esquema do Conversor ZETA utilizado na simulação.

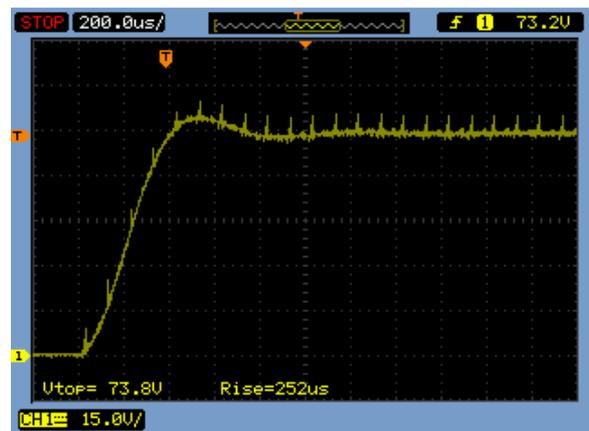
Tabela 5.1 Valores de componentes e variáveis utilizados.

Caso	D	R	C _o	C	L _o	L _m	V _g
1	0.3	170 Ω	1,57 μF	690 nF	23 mH	90 μH	34 V
2	0.5						
3	0.7						
4	0.3	510 Ω					
5	0.5						
6	0.7	255 Ω					
7	0.3	170 Ω	660 nF				
8	0.5						
9	0.7						
10	0.3	510 Ω					
11	0.5						
12	0.7	255 Ω					

Nas próximas figuras serão apresentadas as respostas ao degrau para cada caso da Tabela 5.1. A resposta do sistema (5.1) é ilustrada juntamente com a resposta do circuito da Figura 5.1, à esquerda. A resposta do protótipo desenvolvido é apresentada à direita nas próximas figuras.

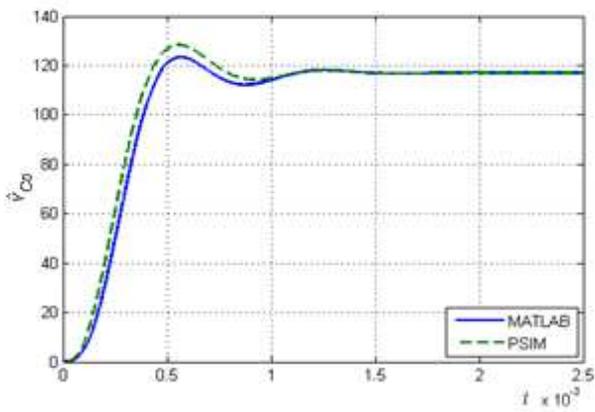


(a)



(b)

Figura 5.2 Resposta ao Degrau: D=0,3 / R=170 Ω / C_o=1,57 μF.

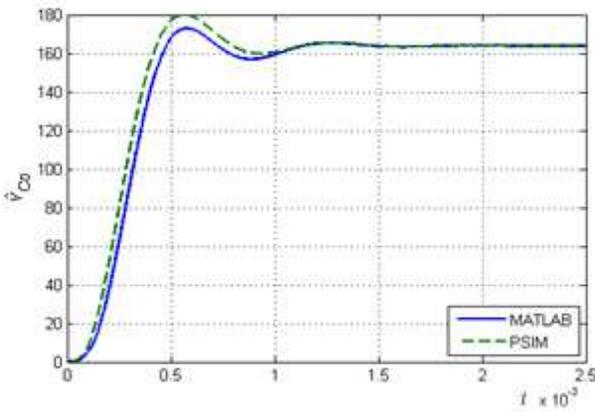


(a)

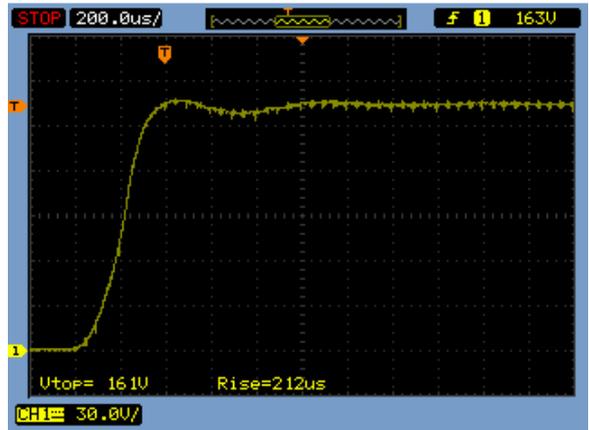


(b)

Figura 5.3 Resposta ao Degrau: $D=0,5$ / $R=170 \Omega$ / $C_0=1,57 \mu\text{F}$.

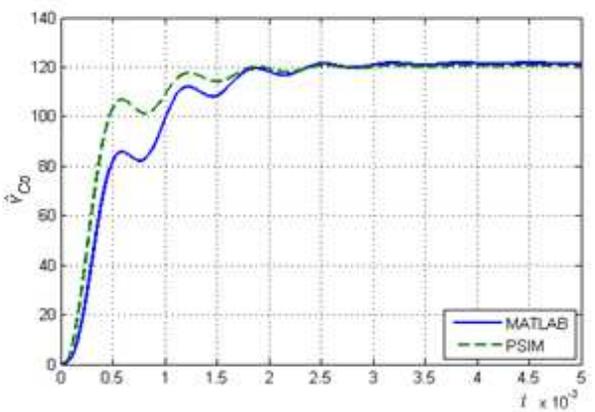


(a)

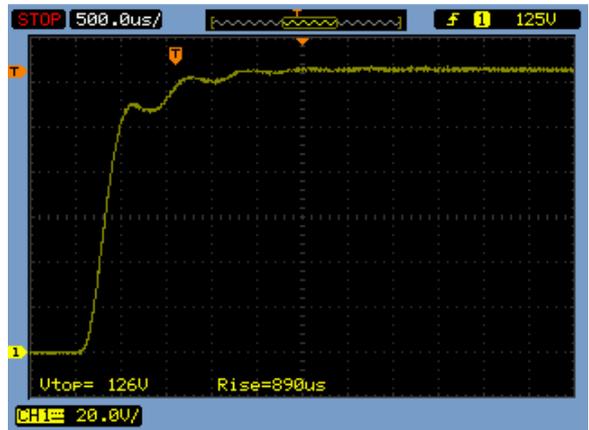


(b)

Figura 5.4 Resposta ao Degrau: $D=0,7$ / $R=170 \Omega$ / $C_0=1,57 \mu\text{F}$.

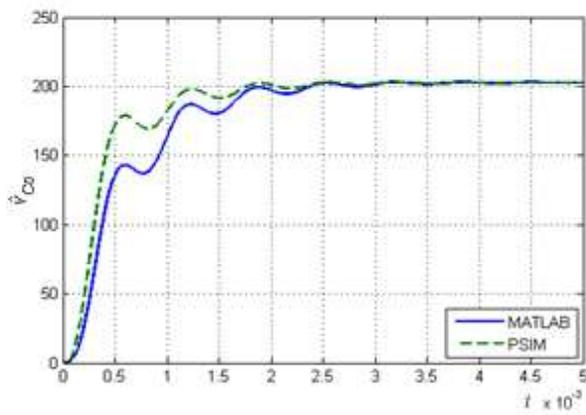


(a)

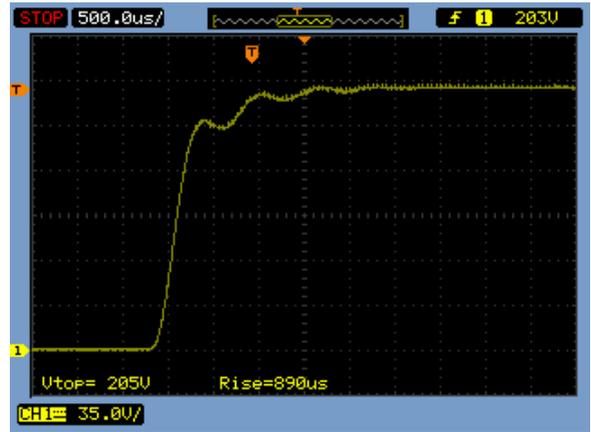


(b)

Figura 5.5 Resposta ao Degrau: $D=0,3$ / $R=510 \Omega$ / $C_0=1,57 \mu\text{F}$.

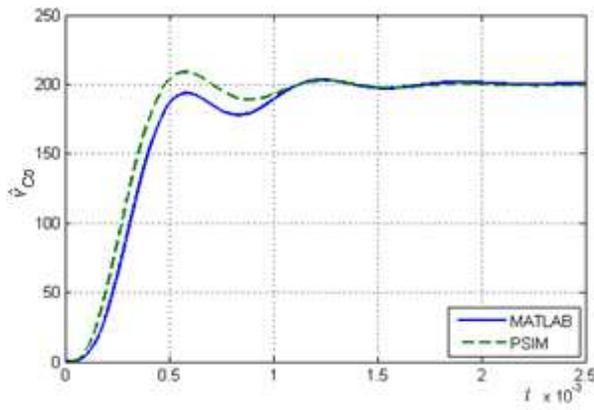


(a)



(b)

Figura 5.6 Resposta ao Degrau: $D=0,5 / R=510 \Omega / C_o=1,57 \mu\text{F}$.

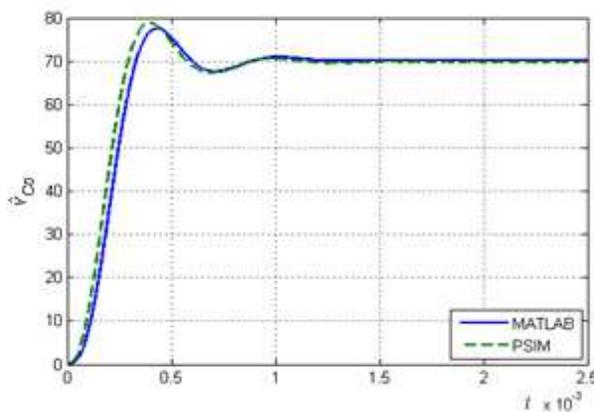


(a)

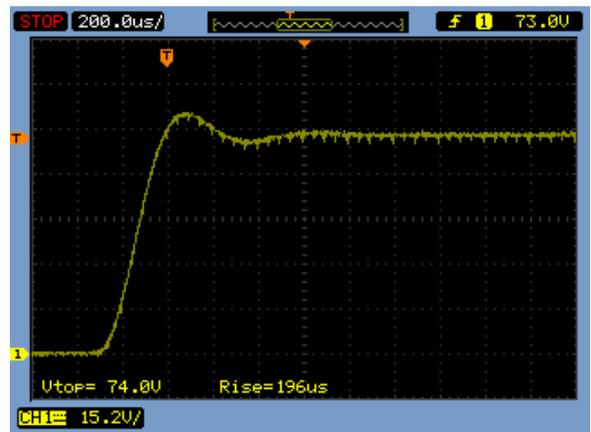


(b)

Figura 5.7 Resposta ao Degrau: $D=0,7 / R=255 \Omega / C_o=1,57 \mu\text{F}$.

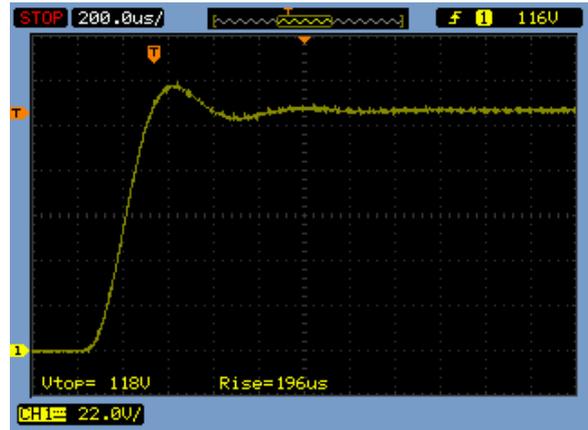
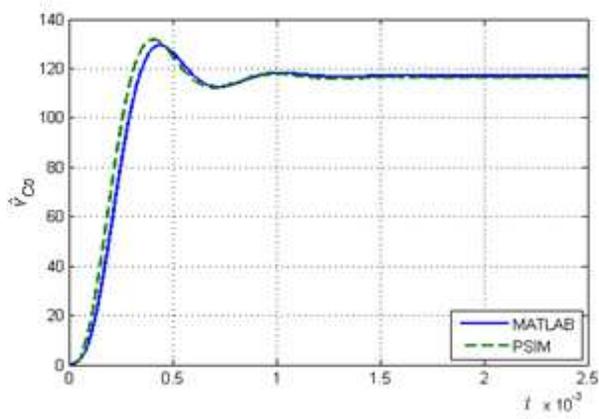


(a)

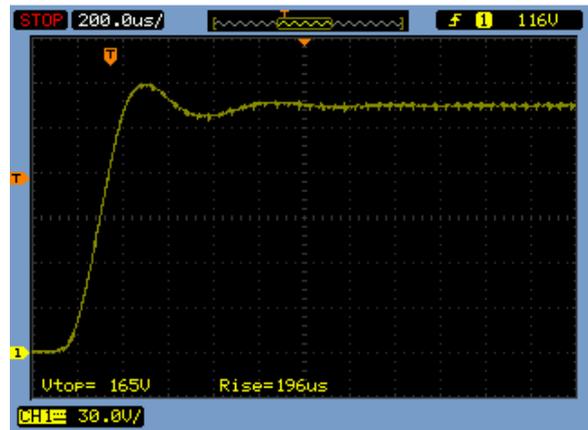
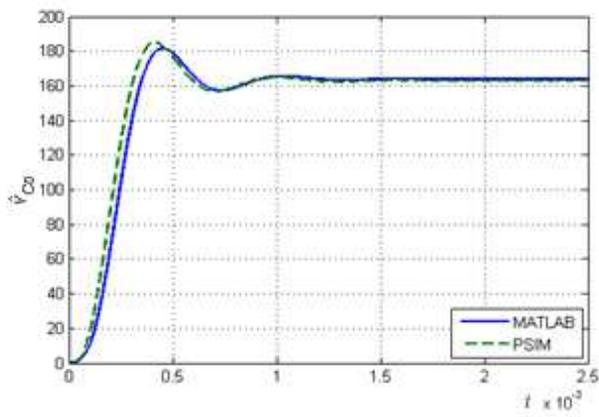


(b)

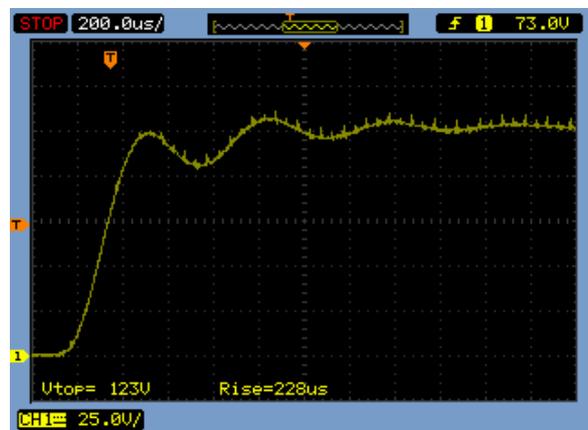
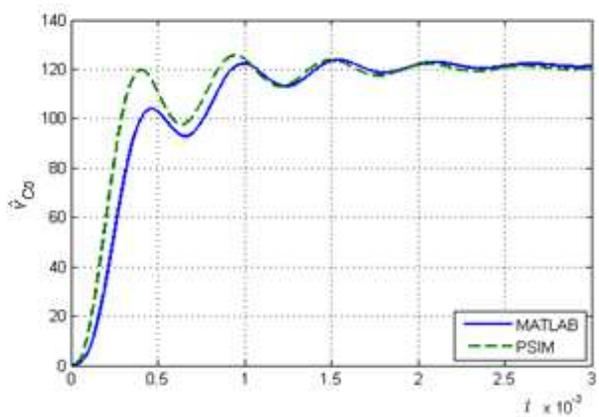
Figura 5.8 Resposta ao Degrau: $D=0,3 / R=170 \Omega / C_o=660 \text{ nF}$.



(a) (b)
Figura 5.9 Resposta ao Degrau: $D=0,5 / R=170 \Omega / C_0=660 \text{ nF}$.



(a) (b)
Figura 5.10 Resposta ao Degrau: $D=0,7 / R=170 \Omega / C_0=660 \text{ nF}$.



(a) (b)
Figura 5.11 Resposta ao Degrau: $D=0,3 / R=510 \Omega / C_0=660 \text{ nF}$.

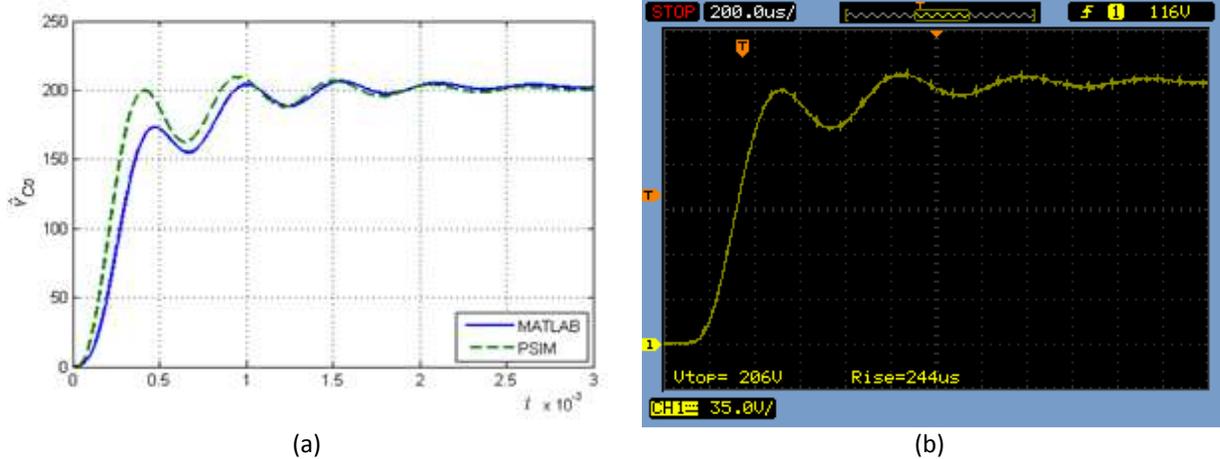


Figura 5.12 Resposta ao Degrau: $D=0,5 / R=510 \Omega / C_o=660 \text{ nF}$.

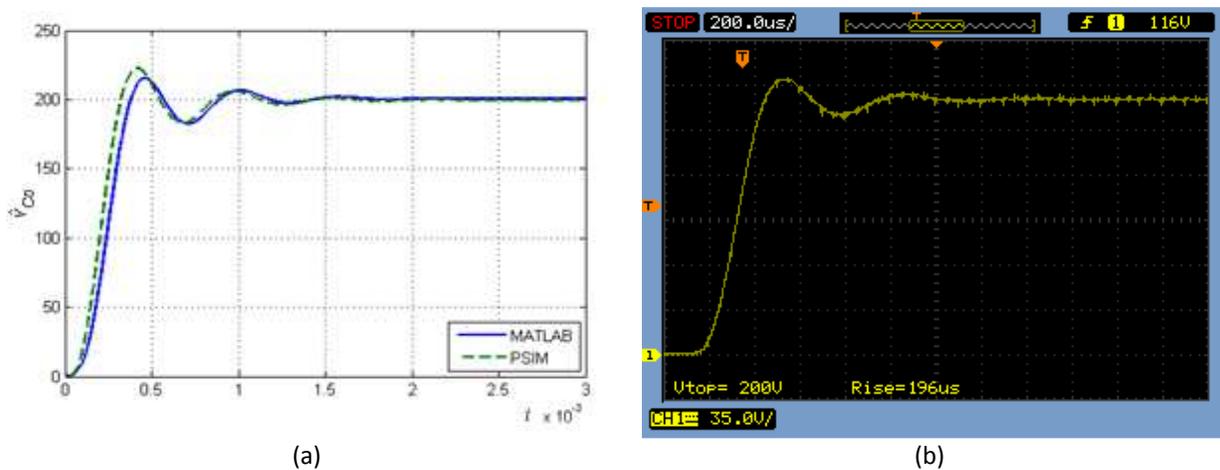


Figura 5.13 Resposta ao Degrau: $D=0,7 / R=255 \Omega / C_o=660 \text{ nF}$.

Nota-se que proposadamente não se utilizou pequenas variações de razão cíclica nos resultados apresentados. Trata-se da resposta do sistema sob um estímulo do tipo degrau com a mesma amplitude da razão cíclica de regime utilizada quando da linearização. Nesse sentido, pode-se concluir que o modelo apresentou resultados satisfatórios. Observa-se que, para casos onde a constante de tempo formada pela carga R e pelo capacitor C_o é maior, o modelo apresenta um resultado menos satisfatório.

É interessante notar também que o comportamento dinâmico do conversor parece pouco se alterar com alterações na razão cíclica. Analogamente ao fato de que o ganho estático do conversor se relaciona linearmente com o ciclo de trabalho, o comportamento dinâmico (entrada/tensão de saída) desse conversor é o mesmo indiferente da razão cíclica de regime utilizada para linearizar o modelo.

Todas as figuras – da Figura 5.2 à Figura 5.13 – apresentam o comportamento apenas de uma das variáveis do sistema, sendo esta a tensão no capacitor de saída. A fim de comprovar a descrição no espaço de estados, a Figura 5.14 apresenta o comportamento

dinâmico de todas as variáveis do sistema. Para tanto, basta fazer a matriz Z uma matriz identidade com quatro linhas e quatro colunas. A resposta é obtida considerando-se os valores da Tabela 5.2. Novamente, utilizou-se o circuito da Figura 5.1 para comprovar a precisão de predição do modelo.

Tabela 5.2 Valores utilizados na análise de todas as variáveis de estado.

D	R	C _o	C	L _o	L _m	V _g
0,4	170 Ω	820 nF	690 nF	23 mH	90 μH	34 V

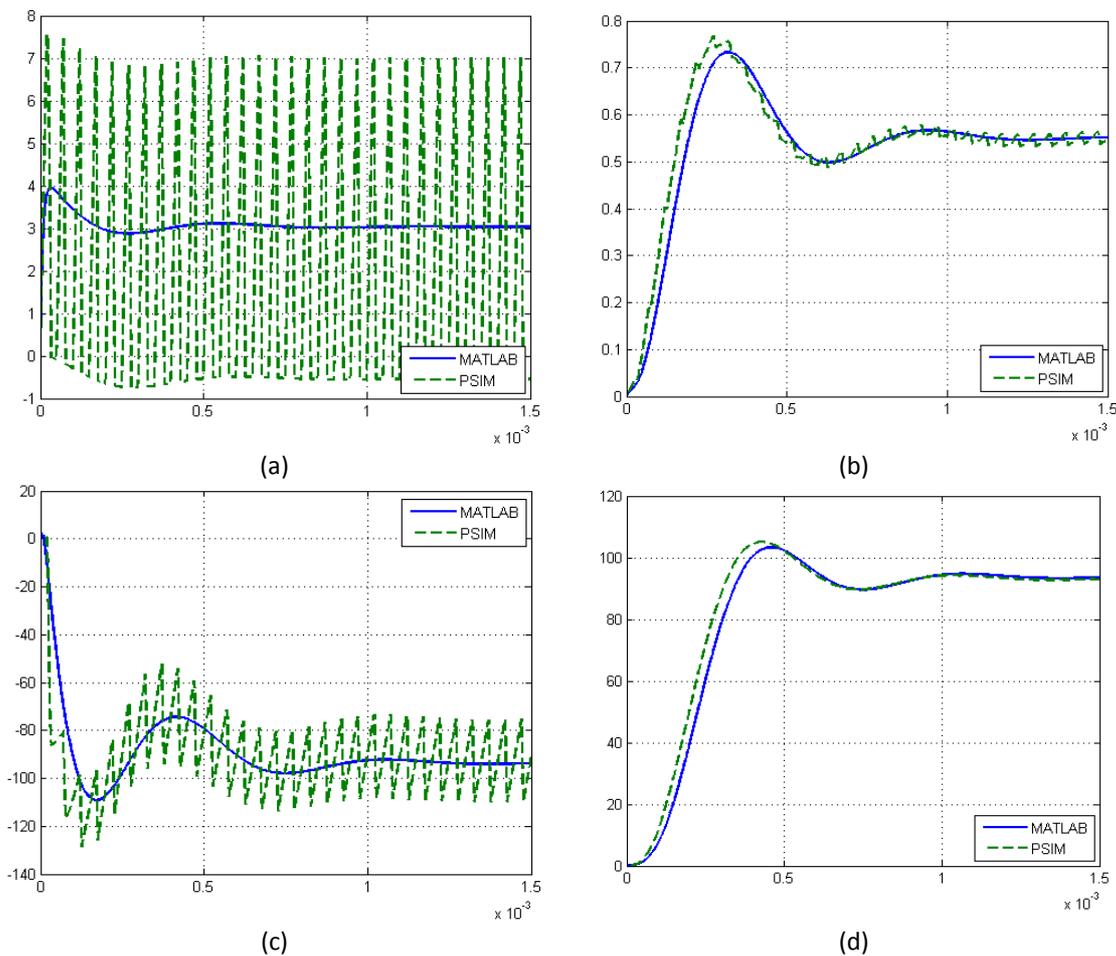


Figura 5.14 Resposta ao Degrau de todas as variáveis do sistema. (a) i_{Lm} (b) i_{Lo} (c) v_C (d) v_{Co} .

É importante ressaltar que para os dados da Tabela 5.2, a corrente média na indutância de magnetização em regime permanente é exatamente a metade da observada pela curva sólida da Figura 5.14(a). Esse mesmo comportamento já foi observado em [25]. Porém, percebe-se que a resposta dinâmica da variável i_{Lm} equivale ao comportamento real do sistema. Até o presente momento, se desconhece qualquer teoria analítica que esclareça esse estranho comportamento da corrente na indutância de magnetização.

5.1.2 Resposta em Freqüência do Conversor

Do algoritmo apresentado no Apêndice B, considerando-se o sistema (5.1), é possível obter a função de transferência que relaciona a tensão no capacitor de saída com a razão cíclica do conversor ($G_{vd}(s)$). Através da representação gráfica de $G_{vd}(s)$, chamada comumente de diagrama de Bode, é possível validar o sistema através do uso de modulação PWM senoidal imposta ao conversor. O diagrama de Bode do sistema, apresentado na Figura 5.15, foi obtido utilizando-se os valores da Tabela 5.2.

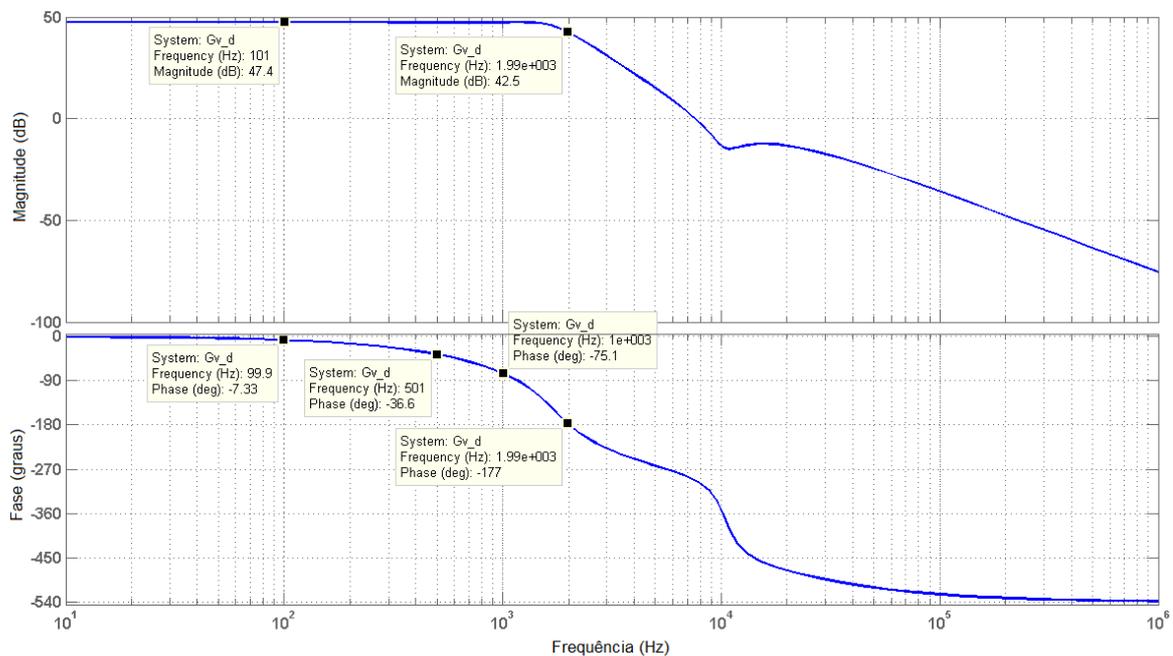


Figura 5.15 Diagrama de Bode da função $G_{vd}(s)$ do Conversor ZETA.

Pode-se notar que pontos de teste foram arbitrados no diagrama. Ao conversor ZETA foi imposto um ciclo de trabalho senoidal dado pela relação (5.2).

$$d(t) = 0,4 + \frac{\text{sen}(2\pi\omega_b t)}{10} \quad (5.2)$$

Assim, espera-se que na saída do conversor uma onda semelhante seja obtida. Deste modo, utilizando análise CA, é possível verificar experimentalmente os pontos de interesse na Figura 5.15.

Nota-se que essa análise deve ser limitada, uma vez que a freqüência da onda modulante deve ser significativamente menor do que a freqüência da onda portadora para que a modulação PWM não interfira na resposta dinâmica.

A Figura 5.16 apresenta a resposta em freqüência do conversor ZETA para os pontos de interesse dispostos na Figura 5.15.

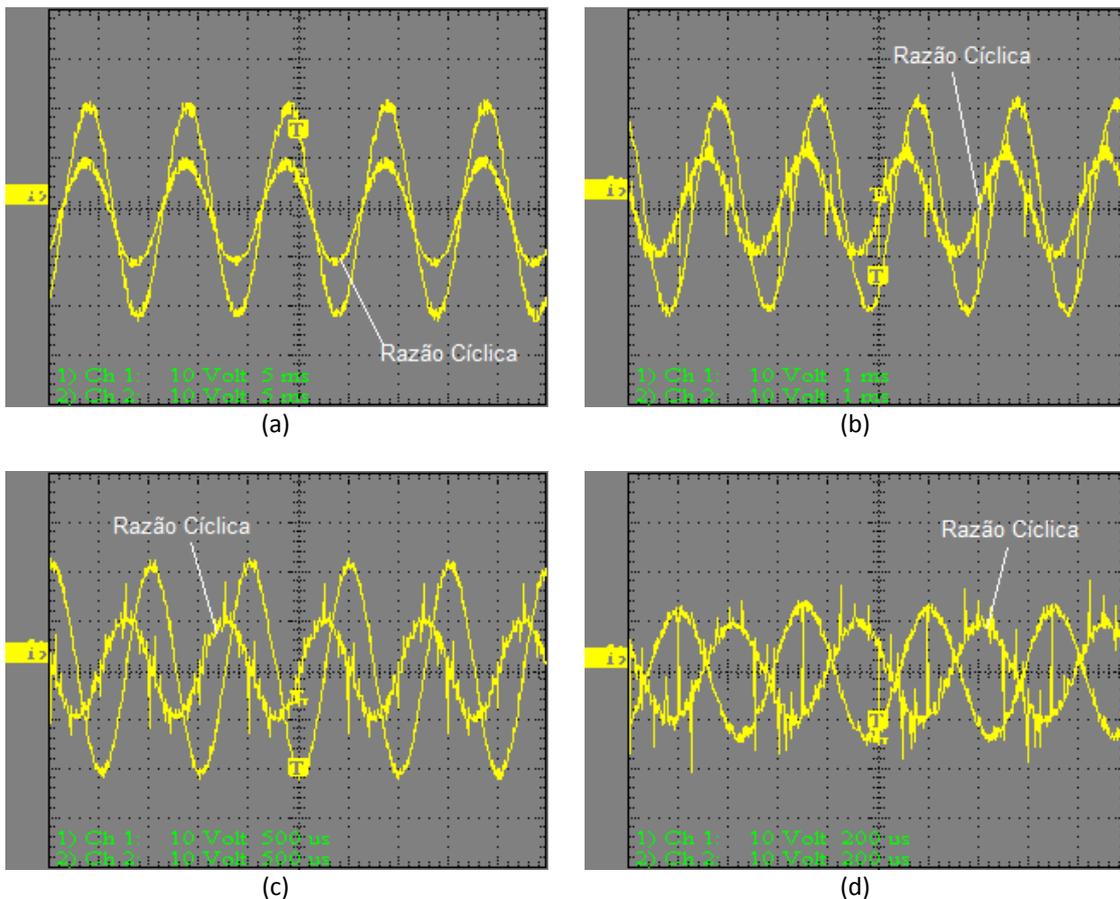


Figura 5.16 Resposta em frequência do conversor ZETA. (a) 100 Hz (b) 500 Hz (c) 1 kHz (d) 2 kHz.

Nota-se que a referência obtida da placa DS1104 apresenta-se com ruído em três das quatro figuras, porém, ainda sim é possível observar que o comportamento do conversor assemelha-se muito com o diagrama de Bode apresentado na Figura 5.15. Até 1 kHz, a magnitude da resposta em frequência do conversor pouco se altera, enquanto é observado um decréscimo paulatino de fase. Porém, em 2 kHz observa-se uma redução substancial de amplitude. Nesse ponto, percebe-se que a saída do conversor está praticamente em contra-fase em relação à razão cíclica, conforme se pode inferir também do diagrama de bode da Figura 5.15.

Percebe-se que este conversor sofre um grande atraso de fase em frequências maiores que a de comutação. Isso se deve a um par de zeros complexos no semi-plano direito do plano complexo. Tais zeros tendem a atrair os pólos mais lentos da função de transferência, diminuindo ainda mais a margem de ganho deste conversor. A Figura 5.17 ilustra o diagrama de pólos e zeros da função de transferência $G_{vd}(s)$.

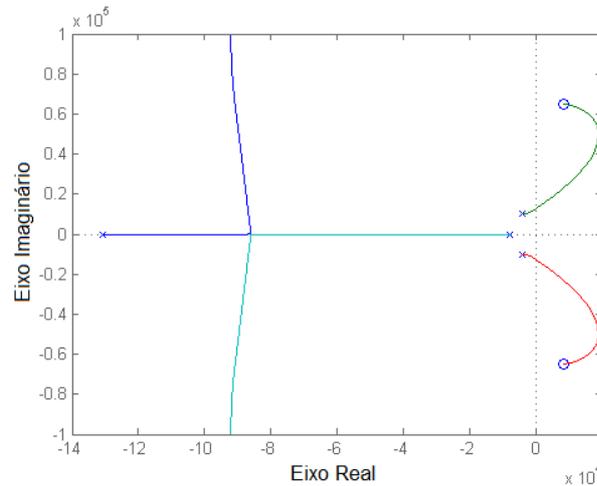


Figura 5.17 Diagrama de pólos e zeros para $G_{vd}(s)$.

Selecionando-se como saídas as outras variáveis de estado do sistema, de modo similar ao feito com v_{Co} , é possível a obtenção de três diagramas de bode e três diagramas de pólos e zeros, representando as relações $i_{Lm}(s)/d(s)$, $i_{Lo}(s)/d(s)$ e $v_c(s)/d(s)$, i.e., $G_{iLmd}(s)$, $G_{iLod}(s)$ e $G_{vcd}(s)$ respectivamente.

Em todos os casos, utilizaram-se os valores dispostos na Tabela 5.2.

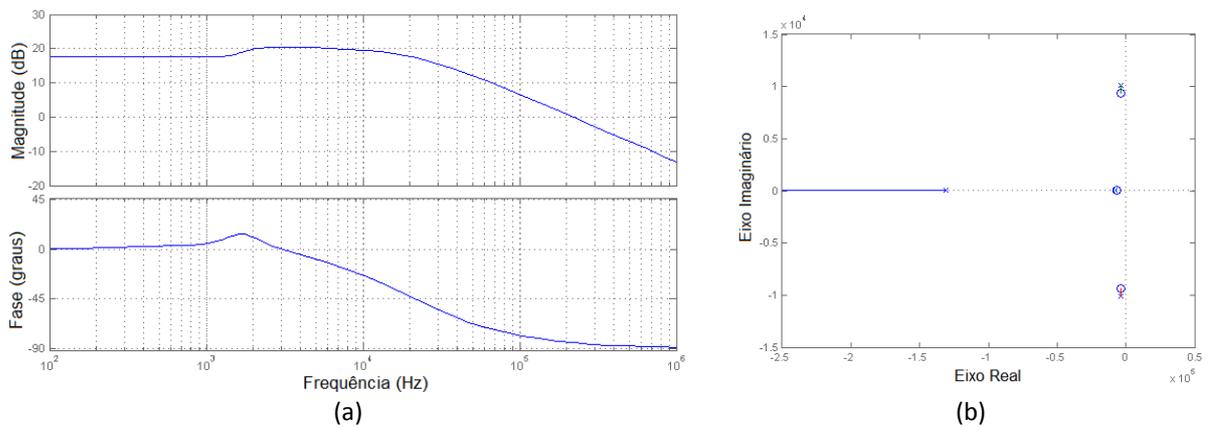


Figura 5.18 Diagrama de Bode (a) e diagrama de pólos e zeros (b) de $G_{iLmd}(s)$.

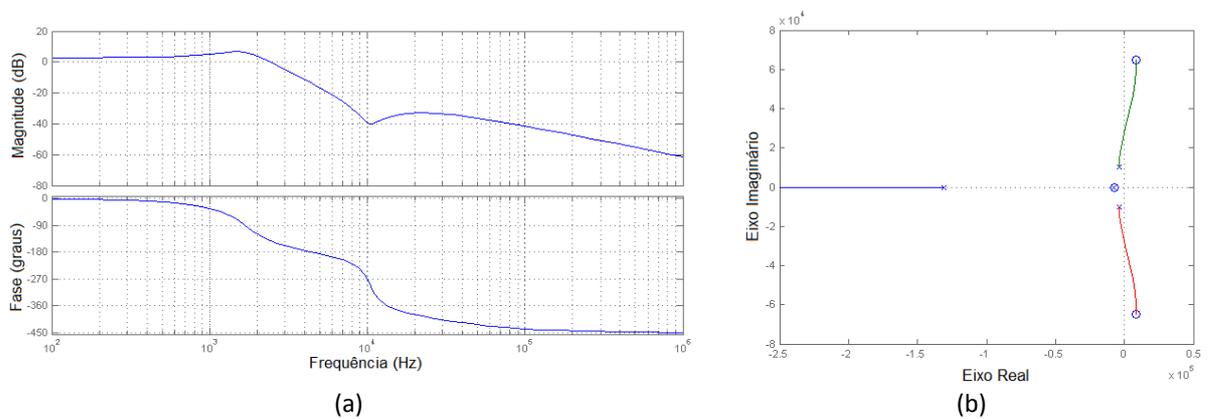


Figura 5.19 Diagrama de Bode (a) e diagrama de pólos e zeros (b) de $G_{iLod}(s)$.

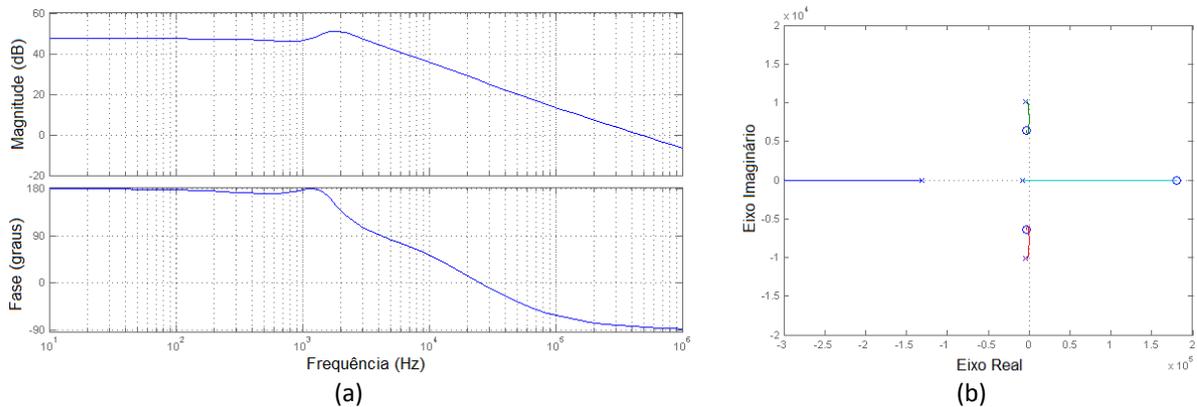


Figura 5.20 Diagrama de Bode (a) e diagrama de pólos e zeros (b) de $G_{vcd}(s)$.

Pode-se observar a recorrência de zeros no semi-plano direito do plano complexo. Especificamente, a única função de transferência que não possui zeros no semi-plano direito é a função de transferência que relaciona a corrente no indutor de magnetização e a entrada de controle.

Todas as funções de transferência avaliadas apresentaram quatro pólos, sendo dois pólos reais e um par de pólos complexos. Três pólos estão localizados a freqüências relativamente próximas à freqüência de comutação do conversor. O quarto pólo, porém, localiza-se a freqüências mais elevadas.

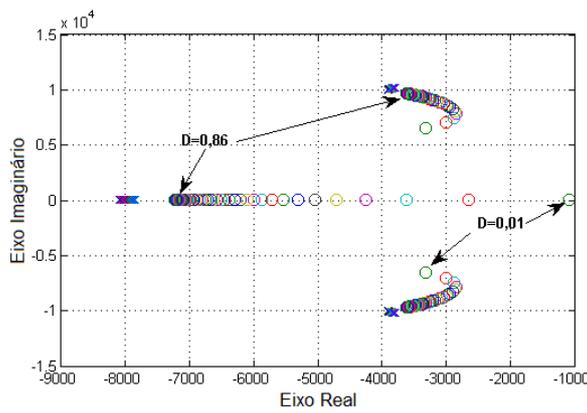
Todas as funções de transferência apresentaram três zeros, sendo um par complexo de zeros um zero real. Nas funções de transferência das correntes nas bobinas, o zero real apresentou-se no semi-plano esquerdo, próximo ao pólo real mais lento. Nas funções de transferência das tensões nos capacitores, porém, esse pólo apareceu no semi-plano direito e a freqüências elevadas. Na função de transferência da tensão no capacitor de saída este zero pode ser desconsiderado, uma vez que ocorre a freqüências muito elevadas, com sua componente real da ordem de grandeza 10^{19} .

Outra característica interessante é que na função de transferência da corrente no indutor de magnetização, os zeros complexos se localizam próximos aos pólos complexos (Figura 5.18(b)). Desse modo, o pólo real rápido da função de transferência tem maior influência na resposta dinâmica, como se evidencia na Figura 5.14(a).

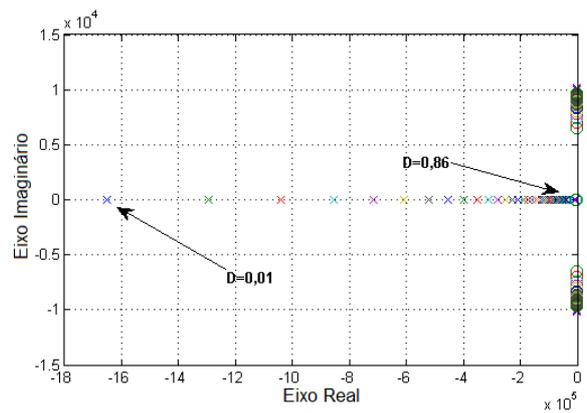
5.1.2.1 Modificação do Posicionamento de Pólos e Zeros em Função de D

Como noticiado anteriormente, modificações na razão cíclica de regime (D) durante a linearização do modelo parece não alterar as características dinâmicas do conversor, somente seu ganho em regime. De modo a ensejar um estudo mais profundo sobre o comportamento dinâmico deste conversor, foi avaliada a modificação no diagrama de pólos e zeros das funções de transferência acima dispostas em função da razão cíclica imposta ao conversor.

A linearização foi realizada para os mesmos valores de componentes e tensão de entrada apresentados na Tabela 5.2. As figuras apresentam o comportamento dos pólos e zeros próximos a origem (à esquerda nas figuras) e também o comportamento dos pólos e zeros rápidos (à direita nas figuras).

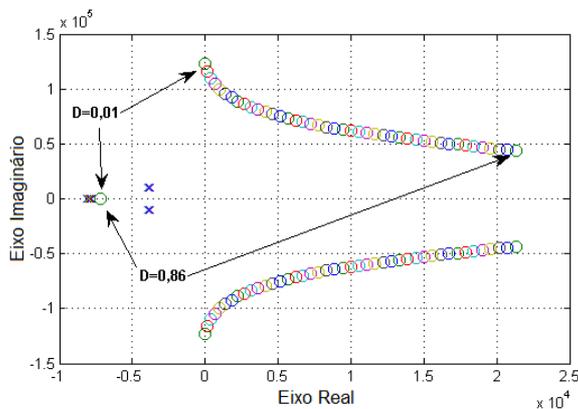


(a)

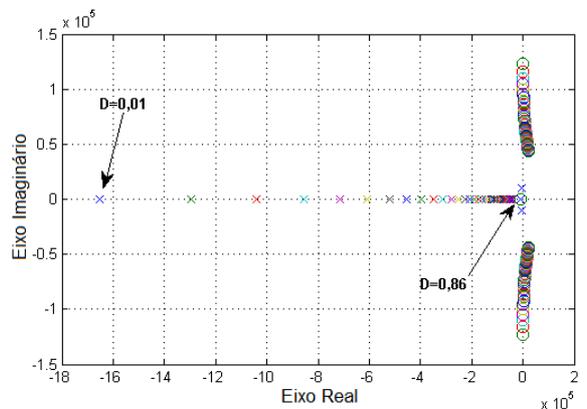


(b)

Figura 5.21 Modificação no diagrama de pólos e zeros de $G_{iLmd}(s)$ em função de D .



(a)



(b)

Figura 5.22 Modificação no diagrama de pólos e zeros de $G_{iLod}(s)$ em função de D .

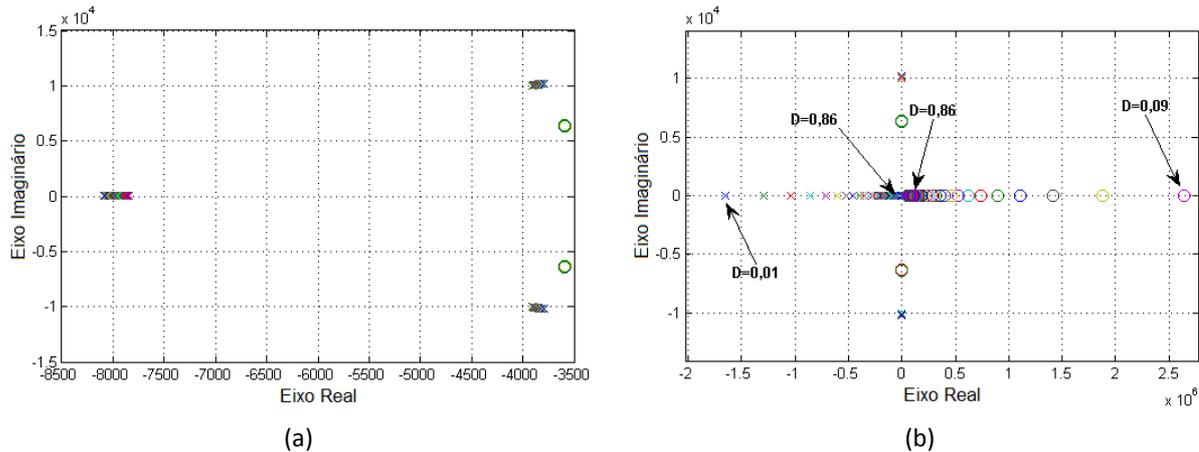


Figura 5.23 Modificação no diagrama de pólos e zeros de $G_{vcd}(s)$ em função de D .

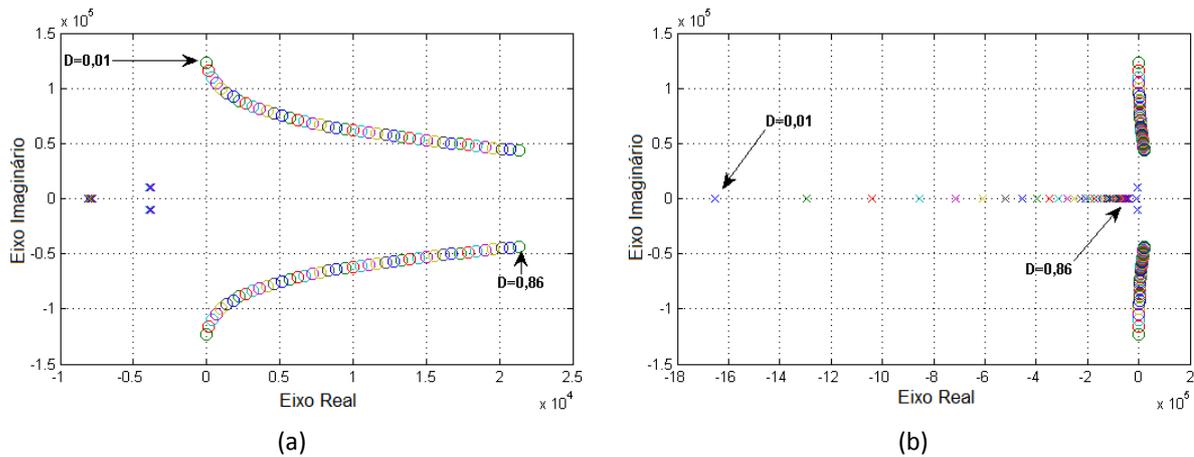


Figura 5.24 Modificação no diagrama de pólos e zeros de $G_{vd}(s)$ em função de D .

Pode-se observar em todas as figuras que a razão cíclica onde é realizada a linearização do sistema não modifica de forma substancial os pólos lentos das funções de transferência. Porém, o pólo rápido é substancialmente alterado. Devido ao efeito da dominância de pólos, essa modificação praticamente não é percebida na resposta ao degrau.

A modificação dos zeros, no entanto, é mais visível. Tanto nos zeros complexos quanto nos zeros reais. Eles podem alterar substancialmente o comportamento do sistema em malha fechada.

Um estudo mais aprofundado do modelo desenvolvido nesta dissertação se mostra necessário, uma vez que o objetivo principal da dissertação é a obtenção de um modelo dinâmico válido para o conversor ZETA. Mais elucubrações sobre a análise dinâmica serão apresentadas nas conclusões deste capítulo.

5.2 Conexão a Rede Elétrica

De modo a comprovar o projeto do conversor ZETA como um inversor de corrente, as premissas consideradas no segundo e quarto capítulo foram postas a prova em simulações e testes. Primeiramente foram realizadas simulações do conversor ZETA atuando em conjunto com o inversor de corrente em ponte completa (também apresentado no Apêndice A) conectado a uma carga fixa. Após, o mesmo sistema foi conectado a rede elétrica.

Segundo explicado por [25], espera-se que a corrente de saída do conversor ZETA esteja atrasada em relação à razão cíclica aplicada ao conversor, devido ao alto valor da indutância de saída. A análise dinâmica também atestou esse fato, como se observa na Figura 5.19(a). Esse atraso deve ser compensado de modo que a razão entre tensão e corrente na saída do conversor não se altere mesmo utilizando-se modulação PWM senoidal. Isso é crítico, uma vez que uma pequena diferença de fase entre as ondas pode afetar a característica de transferência estática do conversor. Esse problema se soluciona adiantando-se sensivelmente a referência imposta ao conversor.

A referência, em testes laboratoriais com o protótipo desenvolvido, foi obtida colhendo-se uma amostra da forma de onda da rede elétrica através de um transformador, de modo a produzir uma corrente com exatamente as mesmas características da forma de onda da rede. O acionamento do protótipo foi realizado através da placa DS1104, na qual o diagrama de blocos apresentado na Figura 5.25 havia sido compilado.

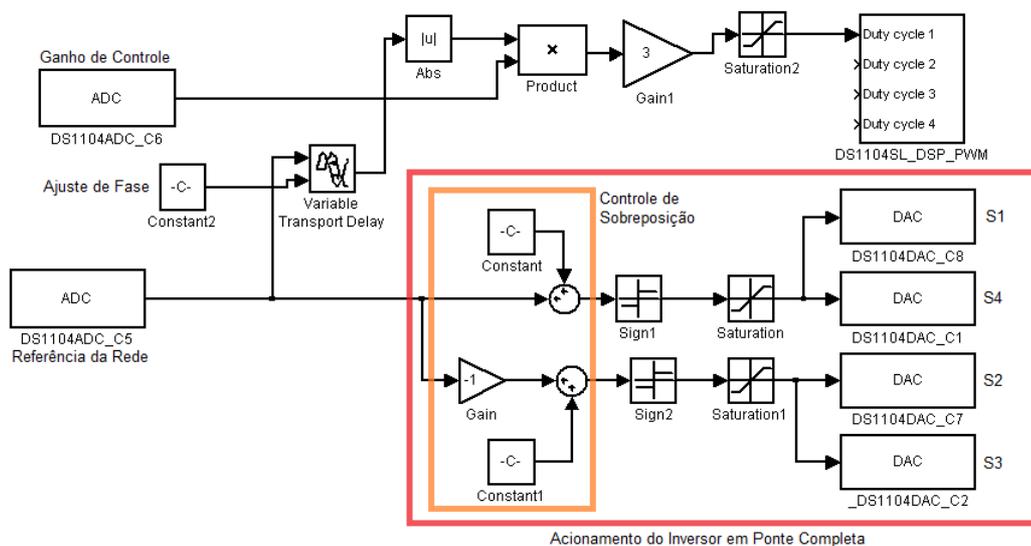


Figura 5.25 Diagrama de blocos compilado na placa DSP.

Como se observa na Figura 5.25, foi realizada uma compensação de fase utilizando um bloco de atraso de transporte.

O acionamento do inversor de corrente é realizado de maneira muito simples, como destacado na Figura 5.25. Ressalta-se que a utilização de uma placa DSP facilitou muito os testes do protótipo.

5.2.1 Inversor Conectado a uma Carga Fixa

Como mencionado anteriormente, primeiramente o inversor foi verificado sob uma carga fixa de saída. A Figura 5.26 apresenta o esquemático utilizado em PSIM® para simulação do sistema.

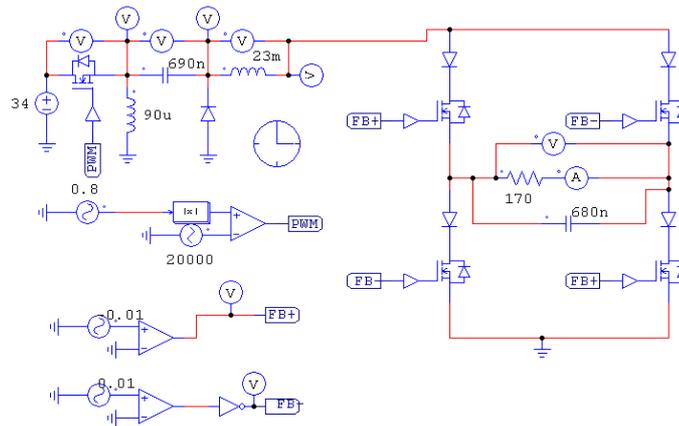


Figura 5.26 Modelo de simulação utilizado para conexão com carga.

Do circuito da Figura 5.26, as formas de onda de corrente e tensão na carga apresentadas na Figura 5.27 foram obtidas.

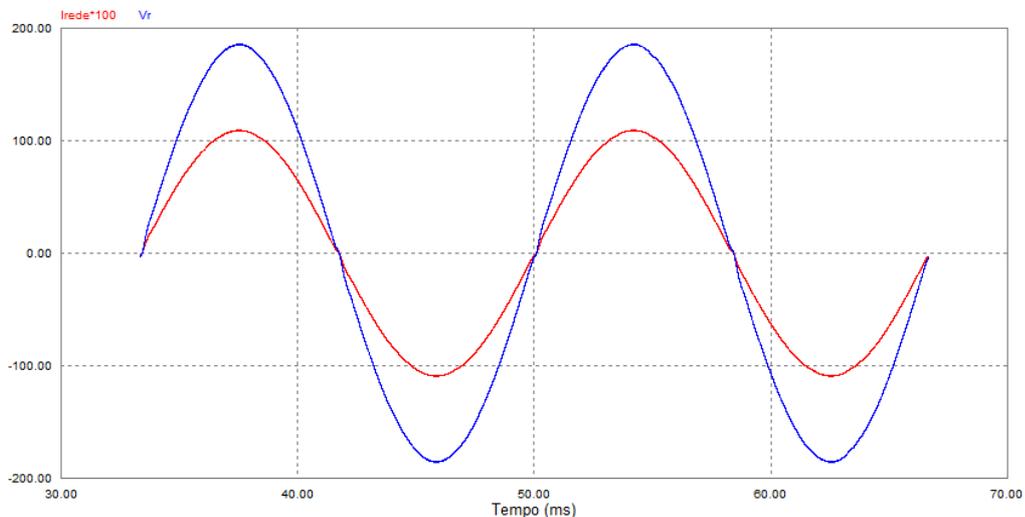


Figura 5.27 Saída do Inversor de Corrente conectado a uma carga.

Nota-se que se considerou o painel solar como uma fonte de tensão ideal operando no ponto STC. Os ensaios do protótipo foram realizados em laboratório através da utilização de uma fonte HP® modelo 6574A (com ajuste de corrente) para emular os painéis solares fotovoltaicos operando no ponto STC. A forma de onda de tensão de saída aplicada a carga encontra-se disposta na Figura 5.28.

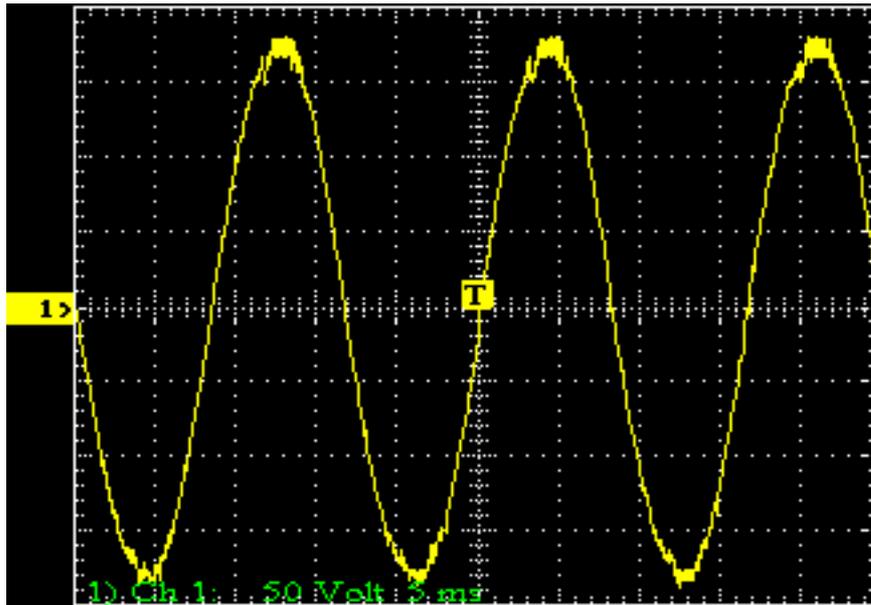


Figura 5.28 Tensão de saída do inversor com carga resistiva.

Percebe-se que o protótipo se comportou de maneira muito satisfatória. É bom ressaltar que utilizou-se o diagrama de blocos da Figura 5.25, assim, tomou-se uma amostra da rede para gerar a tensão apresentada na Figura 5.28.

5.2.2 Inversor Conectado a Rede Elétrica

Após inúmeros ensaios envolvendo a conexão de cargas, o sistema foi avaliado nos pontos de operação da Tabela 4.1 com a rede conectada a saída do conversor. Utilizou-se o circuito da Figura 5.29 para obter as formas de onda nos referidos pontos.

Vale lembrar que para o STC foi concluído que a razão cíclica máxima imposta ao conversor é de 0,8, resultando em uma corrente de pico de 1,11 A. Para T60 é necessário uma razão cíclica de 0,86, resultando em uma corrente de pico de 0,95 A, conforme inferido no quarto capítulo.

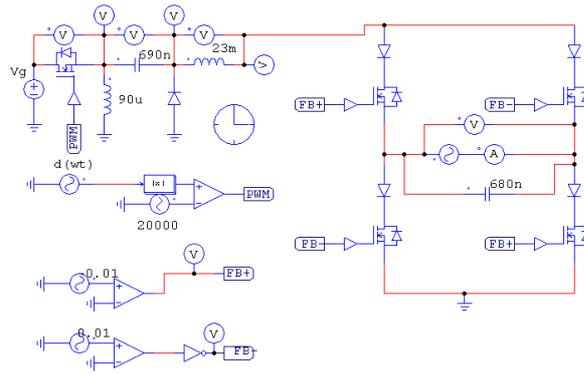


Figura 5.29 Modelo de simulação utilizado para conexão com a rede.

Para as condições padrão de testes foram obtidas as formas de onda apresentadas na Figura 5.30, enquanto para o ponto T60 foram obtidas as formas de onda ilustradas na Figura 5.31.

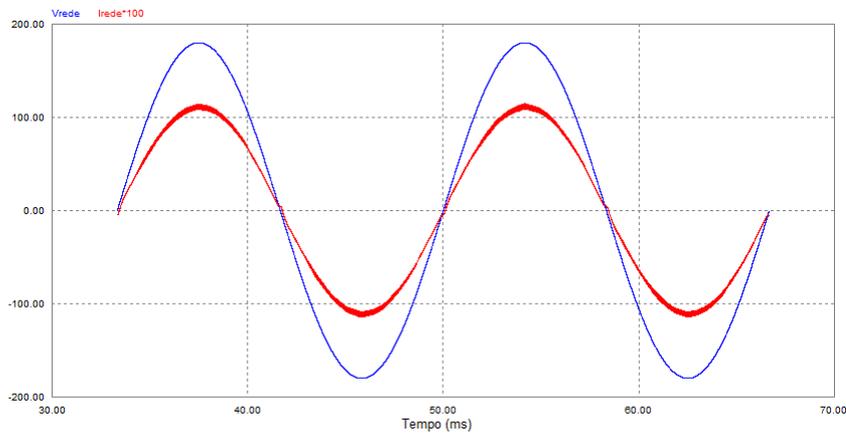


Figura 5.30 Simulação da corrente injetada na rede no ponto STC.

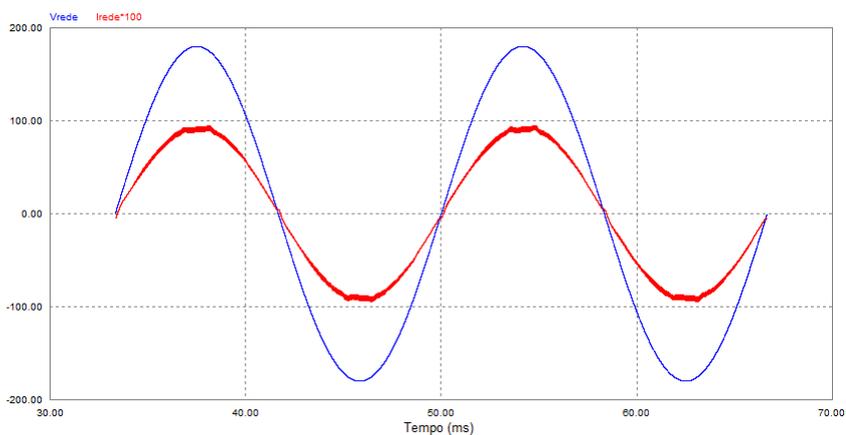


Figura 5.31 Simulação da corrente injetada na rede no ponto T60.

Assim, conclui-se que o dimensionamento dos componentes realizado no quarto capítulo, bem como as considerações quanto ao comportamento da rede como uma carga fixa (em um período de comutação do inversor) foram adequadas.

De maneira semelhante, utilizando-se o diagrama de blocos da Figura 5.25, as formas de onda do protótipo conectado a rede elétrica são apresentadas na Figura 5.32, apenas para o caso STC.

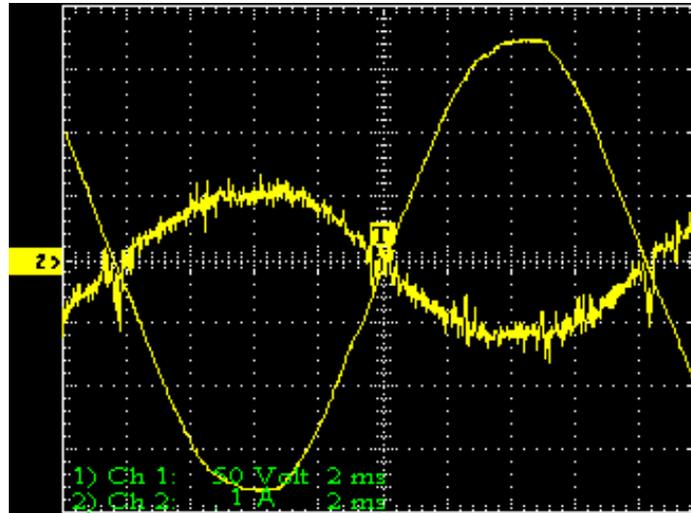


Figura 5.32 Corrente injetada na rede pelo protótipo no ponto STC.

A corrente foi medida utilizando-se um *shunt* resistivo de $0,1 \Omega$, composto por dez resistores de carbono de 1 W associados em paralelo. Mesmo apresentando um conteúdo harmônico considerável, é possível afirmar que o desenvolvimento do inversor foi bem sucedido.

5.3 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados os resultados obtidos durante a realização deste trabalho. Os resultados foram obtidos tanto utilizando ferramentas de simulação quanto se valendo de um protótipo desenvolvido especialmente para o fim.

Foi verificado que o modelo dinâmico do conversor ZETA representado em variáveis de estado comportou-se de forma extremamente satisfatória, uma vez que teve sua resposta validada através da apresentação da resposta a um estímulo do tipo degrau e também da resposta em frequência do protótipo desenvolvido.

Reitera-se que um estudo aprofundado do modelo dinâmico neste trabalho desenvolvido é necessário.

Finalmente, a metodologia de projeto foi posta a prova, apresentando ótimos resultados tanto na alimentação de uma carga fixa quanto na conexão com a rede elétrica.

6 Conclusões Gerais

O principal objetivo deste trabalho é estabelecer um modelo dinâmico de pequenos sinais do conversor ZETA operando no modo de condução descontínuo, de modo a promover a futura aplicação do modelo em conjunto com painéis solares fotovoltaicos para permitir o emprego de técnicas mais refinadas de controle para a injeção de corrente na rede elétrica. Para alcançar este objetivo, é necessário, primeiramente, o estudo das principais características deste conversor operando em regime permanente, de modo a se estabelecer relações que norteiam a análise dinâmica do mesmo.

Especificamente, este trabalho apresentou o estudo de um inversor de corrente em um sistema de conversão de energia fotovoltaica. Desse modo, o conversor ZETA opera como o principal componente em um sistema desenvolvido para se evitar perdas demasiadas pelo efeito da comutação. Tal sistema se vale da relação de transferência estática linear apresentada por este conversor quando operando no modo de condução descontínuo. Esta característica permite que as correntes que fluem nos enrolamentos dos indutores do conversor ZETA assumam a mesma forma da onda modulante utilizada na modulação por largura de pulso. Desse modo, é possível obter uma forma de onda senoidal em valor absoluto na saída deste conversor. Assim, apenas um simples inversor de corrente operando a baixa frequência é necessário para que a corrente de saída do sistema de conversão assumam a forma de uma onda senoidal. Esse arranjo permite que apenas um interruptor, no caso o interruptor do conversor ZETA, opere em alta frequência.

Assim, devido à utilização de modulação PWM, é necessário a análise em regime considerando-se dois intervalos temporais distintos. A análise em um período de comutação do conversor e a análise em um período de comutação do inversor de corrente. Na análise em um intervalo de comutação do conversor ZETA é possível obter relações que descrevem o comportamento instantâneo das correntes médias, enquanto a análise em um intervalo de comutação do inversor de corrente proporciona a obtenção das correntes médias necessárias ao projeto do conversor.

Todo este intrincado funcionamento do sistema depende, fundamentalmente, da característica linear de transferência estática do conversor. Na análise em regime permanente desse conversor, concluiu-se que essa linearidade é dependente da carga percebida pelo conversor em sua saída. Constatou-se também, que esta carga pode ser

considerada constante em um intervalo de comutação do inversor, desde que a razão cíclica imposta ao conversor sintetize uma corrente de modo que a razão entre a tensão e a corrente na saída do conversor seja constante. A observância desse comportamento permite a análise estática, e conseqüentemente a análise dinâmica, considerando-se a carga equivalente percebida pelo conversor em sua saída. Com base nessa premissa, é possível obter um modelo que represente o comportamento dinâmico do sistema em um ponto de operação definido por, dentre outros fatores, a resistência equivalente na saída do conversor.

O estudo das mais diversas técnicas de modelagem de conversores CC-CC norteou a escolha de uma descrição média em variáveis de estado através da generalização do modelo médio do interruptor.

Foi concluído por intermédio da descrição média da rede de comutação formada pelo interruptor e pelo diodo que a entrada do conversor obedece a Lei de Ohm, por meio de uma resistência abstrata que depende unicamente da razão cíclica imposta ao conversor. Esta inferência, por sua vez, permitiu que a saída da rede de comutação fosse tratada como uma fonte de potência, cedendo ao restante do circuito toda a energia dissipada na resistência da entrada.

Através da linearização da rede de comutação foi possível realimentar as variáveis de estado do sistema de modo a obter um comportamento linear pontual dessas variáveis no MCD.

Através de simulações, concluiu-se não só que o sistema era analiticamente realizável, mas também que se comportava de modo muito semelhante ao conversor, tendo sua resposta validada através da análise em frequência de um protótipo desenvolvido especificamente para este fim.

A análise das respostas ao degrau obtidas para vários casos distintos possibilitou a conclusão de que o modelo dinâmico realizado em torno de um ponto de operação não depende da entrada de controle avaliada neste ponto, mas somente dos valores dos componentes do conversor e da entrada de controle imposta ao sistema já linearizado. Essa característica é análoga a característica de transferência estática linear do conversor.

A descrição em variáveis de estado do conversor permite inúmeras aplicações imediatas, como o desenvolvimento de controladores baseados em desigualdades matriciais ou ainda através da análise de incertezas. Pode-se ainda utilizar a descrição obtida no

projeto de controladores utilizando observadores de estados, uma vez que fora comprovado que o comportamento dinâmico de todas as variáveis de estado é satisfatório.

Um estudo teórico mais profundo do modelo se mostra necessário, bem como a obtenção analítica das funções de transferência.

7 Futuros Trabalhos

Este trabalho apresenta uma ferramenta muito útil ao projeto de controladores em malha fechada para este conversor, uma vez que a resposta do modelo aqui estudado apresentou resultados muito satisfatórios. O desenvolvimento de um controlador dedicado valendo-se do modelo aqui apresentado é o caminho natural desta linha de pesquisa. Sugere-se a utilização do modelo em técnicas de controle moderno, como a implementação de controladores robustos com realimentação de estados utilizando o modelo como um estimador de estados. Ou ainda, a obtenção da lei de controle e/ou análise de estabilidade utilizando desigualdades matriciais.

O modelo obtido foi desenvolvido desconsiderando-se elementos parasitas. De modo a alcançar uma resposta ainda mais condizente com o comportamento real deste conversor, é possível a inserção de elementos parasitas no modelo, utilizando-se a mesma metodologia aqui apresentada.

O estudo aprofundado das características dinâmicas do conversor é agora possível com o advento de um modelo, uma vez que o comportamento dinâmico deste conversor não fora o foco do presente estudo. É possível sujeitar o modelo a alterações maiores nos valores dos parâmetros de linearização, de modo a obter os limites onde o modelo se comporta satisfatoriamente.

A obtenção analítica das funções de transferência também é necessária, uma vez que será possível prever o comportamento dinâmico do conversor sem a necessidade do uso de algoritmos.

REFERÊNCIAS

- [1] Departamento de Estado dos EUA. Soluções de Energia Limpa. eJournal USA: Perspectivas Econômicas. Vol 11. nº 2. 2006.
- [2] The Pew Charitable Trusts. **Who's Winning the Clean Energy Race?** March, 2010.
- [3] IEA. http://www.iea.org/country/n_country.asp?COUNTRY_CODE=BR. Acessado em: 19/04/2011
- [4] JUNK, W. J.; MELLO, J. A. S. N. **Impactos Ecológicos das Represas Hidrelétricas na Bacia Amazônica Brasileira**. Estudos Avançados. Vol. 4 no. 8. São Paulo Jan/Abr 1990.
- [5] SANTOS, M. G. R. S.; MOTHÉ, C. G. **Fontes Alternativas de Energia**. Revista Analytica. Dez 2007 / Jan 2008. Nº32.
- [6] BRITO, M. C. **Energia Solar Fotovoltaica**. Jornal Urbanismo e Construção. nº 688. p. 8-9. Jan 2009.
- [7] ALSEMA, E. A.; FRANKL, P.; KATO K. **Energy Payback Time and CO2 Emissions of PV Systems**. Progress in Photovoltaics: Research and Applications. No. 8 pp17-25. 2000.
- [8] INEE. http://www.inee.org.br/forum_ger_distrib.asp Acessado em: 17/05/2011
- [9] <http://www.bestourism.com/items/di/1383> Acessado em: 17/05/2011
- [10] <http://www.ciclovivo.com.br/noticia.php/2016> Acessado em: 17/05/2011
- [11] VALLÊRA, A. M.; BRITO, M. C. **Meio Século de História Fotovoltaica**; Gazeta da Física. 2006
- [12] FALCÃO, V. D. **Fabricação de Células Solares de CdS/CdTe**. Dissertação de Mestrado. Instituto Militar de Engenharia. Jan/2005.
- [13] <http://spectrum.ieee.org/green-tech/solar/solar-cell-breaks-efficiency-record> Acessado em: 24/07/2011
- [14] NREL; NREL Solar Cell Sets World Efficiency Record at 40.8 Percent. 2008 <http://www.nrel.gov/news/press/2008/625.html> Acessado em: 24/07/2011
- [15] DEUTSCHE SOLARGESELLSCHAFT. **Energia Fotovoltaica - Manual Sobre Tecnologias, Projecto e Instalação**. Traduzido para Português. Jan/2004.
- [16] CASTRO, R. M. G. **Introdução à Energia Fotovoltaica**. DEEC / Seção de Energia Lisboa: Universidade Técnica de Lisboa. Instituto Superior Técnico. 2002.
- [17] ESRAM, T.; CHAPMAN, P. L. **Comparison of Photovoltaic Array Maximum Power Point Tracking Techniques**. IEEE Transaction on Energy Conversion. vol. 22, p. 439-449. 2007.
- [18] JAIN, S.; Agarwal, V. **Comparison of the Performance of Maximum Power Point Tracking Schemes Applied to Single-Stage Grid-connected Photovoltaic Systems**. Electric Power Applications. IET. vol. 1. p. 753-762. 2007.
- [19] ABNT. **NBR 11876**: Módulos fotovoltaico. Abr/1992.
- [20] ABNT. **NBR 10899**: Conversão Fotovoltaica de Energia Solar. Jan/1988.
- [21] SMILEY, E. W.; STAMENIC, L. **Optimization of Building Integrated Photovoltaic Systems**. 29th IEEE PV Specialist Conference. New Orleans. 2002.

- [22] EBERHARDT, D. **Desenvolvimento de um Sistema Completo para Caracterização de Células Solares**. Dissertação de Mestrado. PUCRS. 2005.
- [23] MALVINO, A. P. **Eletrônica**: Volume 1. Tradução de Romeu Abdo. 4 ed. São Paulo: Pearson Makron Books. 1997.
- [24] LOPEZ; VIERO R.C; ZOLLMANN C; RECKZIELGEL L.L; TONKOSKI R; REIS F.S. dos. **Low Power Solar System Grid-Tied With MPPT Based on Temperature Compensation**. The 9th Annual Electrical Power and Energy Conference. Montreal, QC, Canada. 2009.
- [25] LOPEZ, H.F.M. **Inversor Módulo Integrado Utilizando um Conversor CC-CC ZETA com Controle MPPT Feedforward**. Dissertação de Mestrado. PUCRS. 2009.
- [26] Manual do fabricante SR50 Siemens®.
- [27] <http://www.solar.ufrgs.br/#softwares> Acessado pela última vez em: 19/06/2008
- [28] HECKTHEUER, L. A. **Análise de Associações de Módulos Fotovoltaicos**. Tese de Doutorado. UFRGS. Jun/2001.
- [29] KJAER, S. B.; PEDERSEN, J. K.; BLAABJERG, F. **A Review of Single-Phase Grid-Connected Inverters for Photovoltaic Modules**. IEEE Transactions on Industry Applications. p. 1292-1306, Jan/2006.
- [30] VASCONCELOS, F. M. de; PINTO, G. F. **Metodologia para Projeto e Análise de Sistemas Fotovoltaicos Conectados à Rede Elétrica de Baixa Tensão e Avaliação de Desempenho de um Sistema de 1,575 kWp**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Pará. 2009.
- [31] CANALLI, V. M. **Estudio, Modelado y Diseño de Sistemas de Alimentacion Electronicos Mediante Tecnicas Promediadas**. Tesis Doctoral. Universidad Politecnica de Madrid. 1997.
- [32] MIDDLEBOOK, R. D.; ČUK, S. **A General Unified Approach to Modeling Switching-Converter Power Stages**. International Journal of Electronics. Vol. 42, pp. 521-550. 1977.
- [33] VORPERIAN, V. **Simplified Analysis of PWM converters Using the Model of PWM Switch**. IEEE trans. on Aerospace and Electronic Systems. Vol. 26, No. 3. 1989.
- [34] ČUK, S.; MIDDLEBROOK R. D. **A General Unified Approach to Modeling Switching DC-to-DC Converters in Discontinuous Conduction Mode**. IEEE PESC. 1977.
- [35] ERICKSON R. W. **Fundamentals of Power Electronics**. International Thomson Publishing. 1997.
- [36] SUN, J.; MITCHELL, D. M.; GREUEL, M. F.; KREIN, P.T.; BASS, R. M. **Averaged Modeling of PWM Converters Operating in Discontinuous Conduction Mode**. IEEE Trans. on Power Electronics. Vol. 16, No. 4. 2001.
- [37] ENG, V.; BUNLAKSANANUSORN, C. **Modeling of a SEPIC Converter Operatng in Discontinuous Conduction Mode**. Proc. of ECTI-CON 2009, pp. 140-143. 2009.
- [38] ENG, V.; BUNLAKSANANUSORN, C. **Dynamic Modeling of a Zeta Converter with State-Space Averaging Technique**. Proc. of ECTI-CON. pp. 969-972. 2008.
- [39] VUTHCHHAYT, E.; BUNLAKSANANUSORN, C.; HIRATA, H. **Dynamic Modeling and Control of a Zeta Converter**. International Symposium on Communications and Information Technologies. pp. 498-503. 2008.

- [40] SINGER, S. **Realization of Loss-Free Resistive Elements**. IEEE Trans. on Circuits and Systems. Vol. CAS-37, No. 1, pp. 54-60. 1990.
- [41] SINGER, S. A. **Pure Realization of Loss-Free Resistor**. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I. Vol. 51, No. 8. 2004.
- [42] LI, Q.; WOLFS, P. **A Review of the Single Phase Photovoltaic Module Integrated Converter Topologies With Three Different DC Link Configurations**. IEEE Transactions On Power Electronics. Vol. 23, No. 3. p. 1320-1333. 2008.
- [43] MARTINS, D. C.; BARBI I. **Conversores CC-CC Básicos Não Isolados**. 3ª Ed, Ed. do Autor. 2008.
- [44] NICULESCU, E.; NICULESCU, M. C.; PURCARU, D. M. **Modelling the PWM Zeta Converter in Discontinuous Conduction Mode**. The 14th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference. pp. 651 – 657. 2008.
- [45] KANAAN H. Y.; AL-HADDAD K.; **Modeling and Simulation of DC-DC Power Converters in CCM and DCM Using the Switching Functions Approach: Application to the Buck and Cuk Converters**. International Conference on Power Electronics and Drives Systems. pp. 468 – 473. 2005.
- [46] CHEN, J.; NGO, K. D. T. **Simplified Analysis of PWM Converters Operating in Discontinuous Conduction Mode Using Alternate Forms of the PWM Switch Models**. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. No. 3. pp 490 – 496. 1990.
- [47] SUN. J.; MITCHELL, D. M.; GREUEL, M. E.; KREIN, P. T.; BASS, R. M. **Modeling of PWM Converters in Discontinuous Conduction Mode - A Reexamination**. 29th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Vol. 1. pp. 615 – 622. 1998.
- [48] VIERO, R. C.; Lopez, H. F. M.; Zollmann, C.; Reis, F. S. dos. **Dynamic Computer Simulation Model for a ZETA Converter in DCM**. Anais do 18º Congresso Brasileiro de Automática. pp. 3649-3655. 2010.
- [49] KJAER, S. B.; PEDERSEN, J. K.; BLAABJERG F.; **A Review of Single-Phase Grid-Connected Inverters for Photovoltaic Modules**. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 41. no. 5. 2005.
- [50] CHEN, C. T. **Linear System Theory and Design**. 3rd Edition. Oxford University Press. 1999.
- [51] DSPACE. **DS1104 R&D Controller Board: Installation and Configuration**. Manual do fabricante. 2003.

APÊNDICE A: PROTÓTIPO

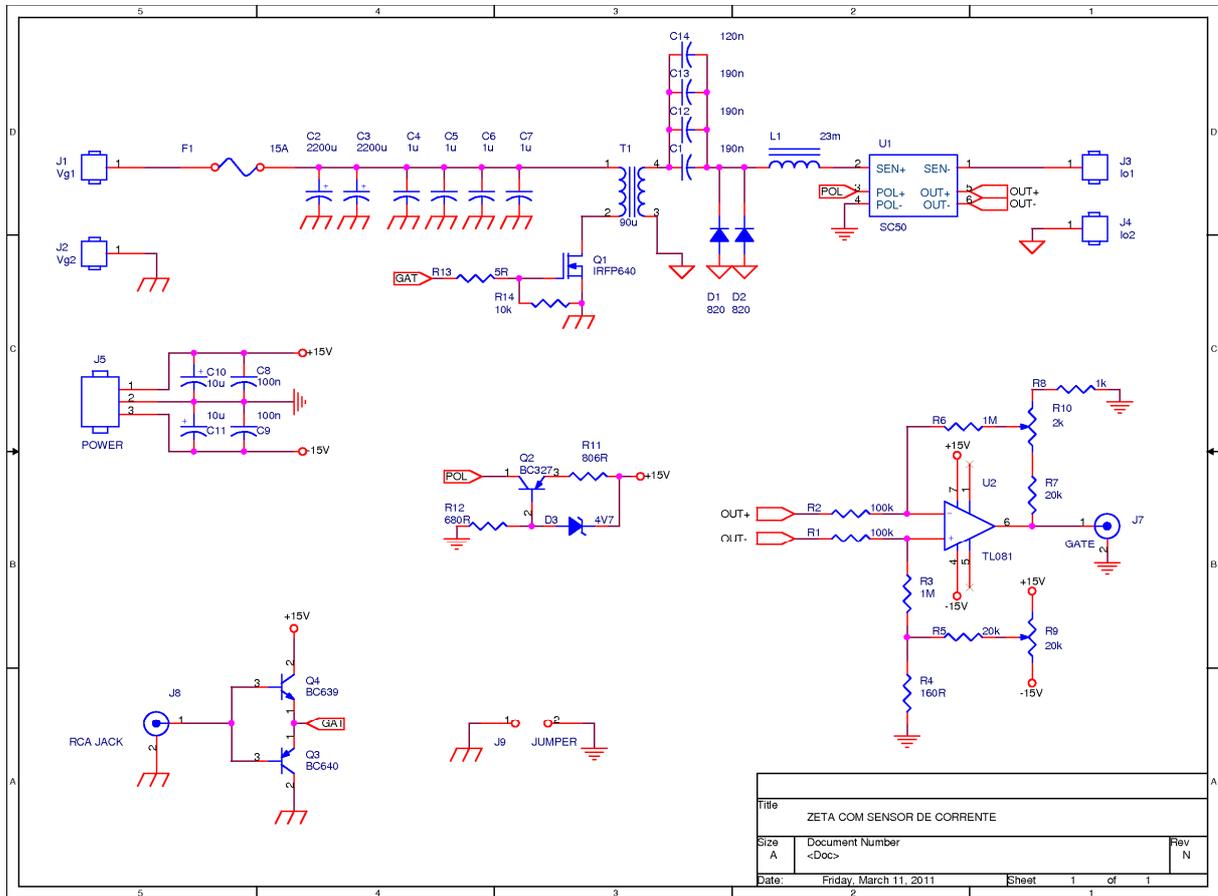


Figura A.1 Esquemático do conversor ZETA.

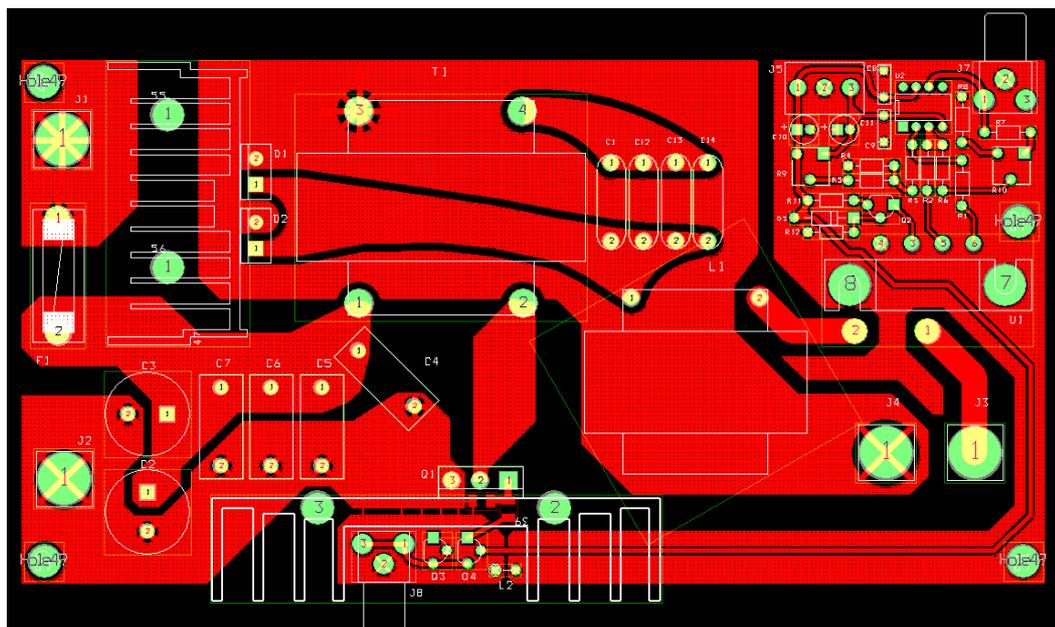


Figura A.2 Layout do Conversor ZETA.

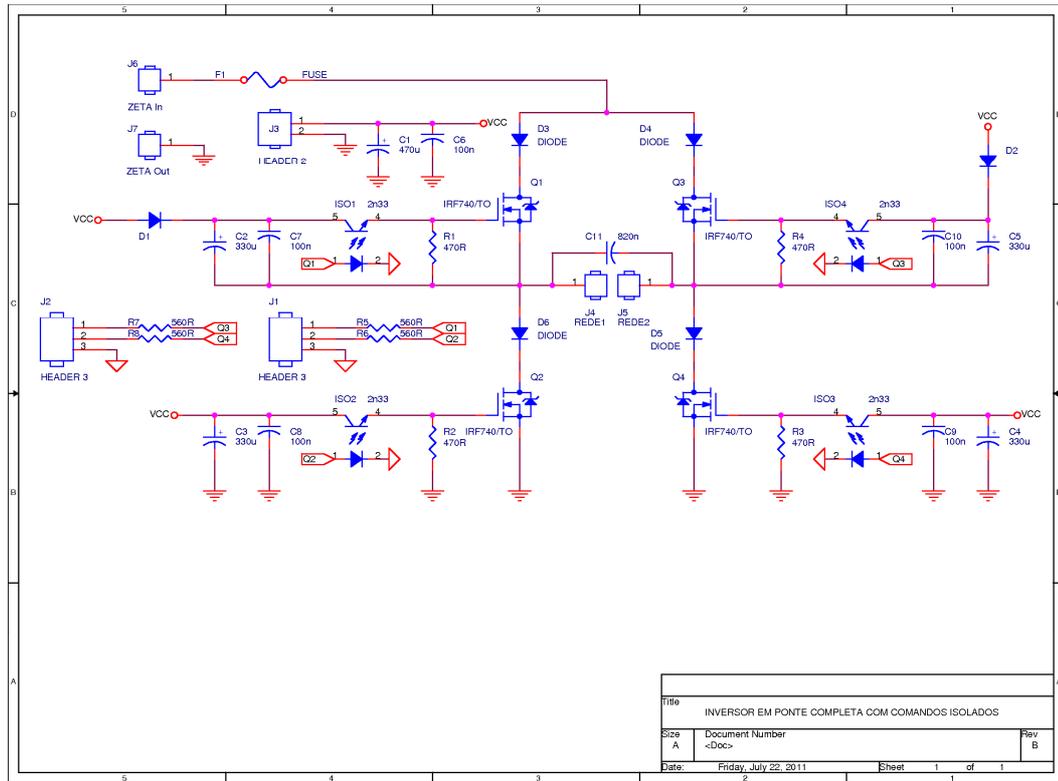


Figura A.3 Esquemático do Inversor em Ponte Completa.

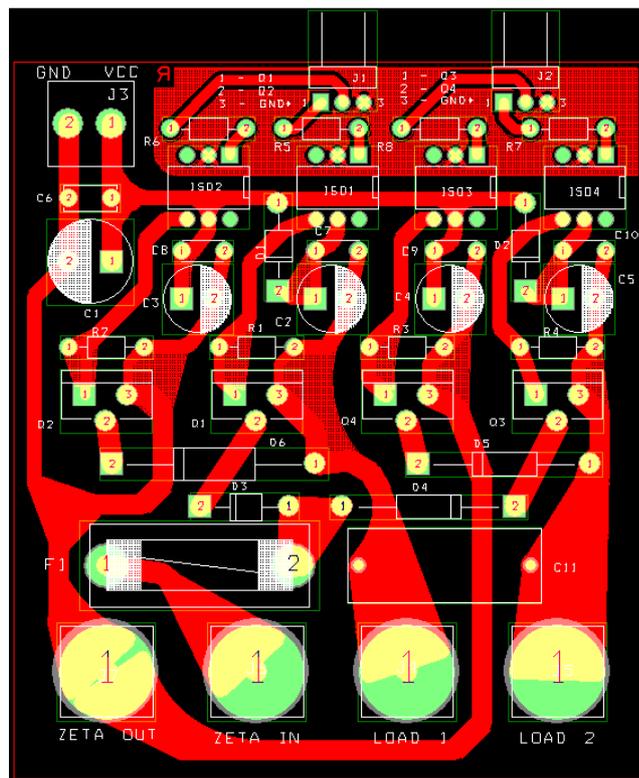


Figura A.4 Layout do Inversor em Ponte Completa.

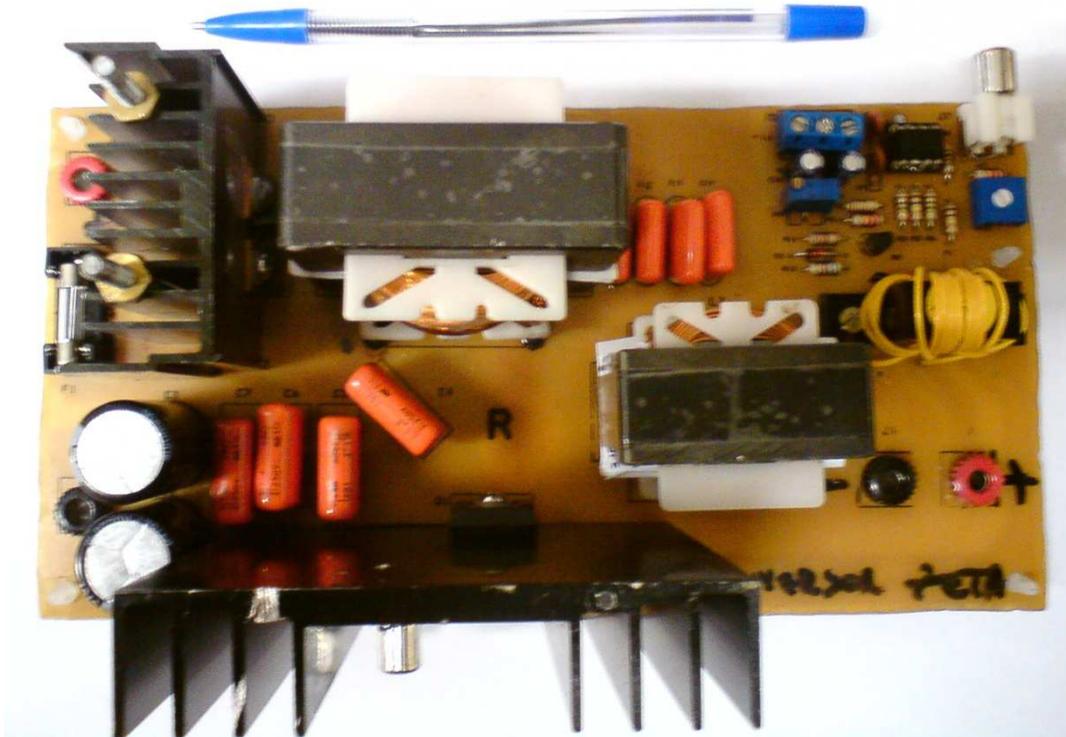


Figura A.5 Fotografia do Conversor ZETA desenvolvido.

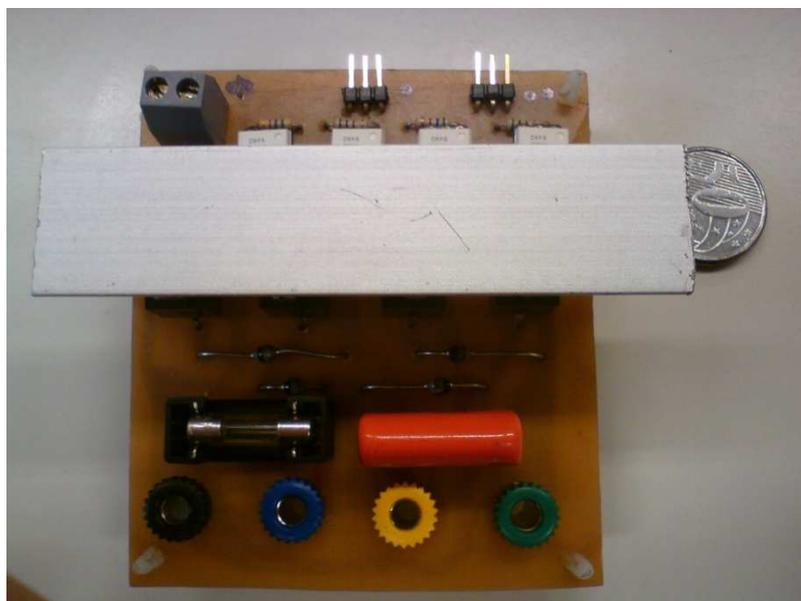


Figura A.6 Fotografia do Inversor de Corrente desenvolvido.

APÊNDICE B: ALGORITMO PARA OBTENÇÃO DO MODELO DE PEQUENOS SINAIS NO MCD

```

function [mag, phase, ww, Leq, d1, Xo, Ge, Gs] = ...
...zeta_SSA(R, Lo, Lm, Ca, Co, Vg, Fs, d, C, entrada)
close all
%clear all

ww = logspace(2, 7, 100);

%calculo do L equiv
Leq = (Lo*Lm)/(Lo+Lm);
d1 = sqrt((2*Leq*Fs)/R); %tempo do diodo

Uo = Vg;

%ganho estático
Ge = d/d1;

%resistencia equivalente da chave
Re = (2*Leq)/((1/Fs)*d^2);

%calculo constates
u0 = d / ( d + d1 );
kc = ((2*d1)/((d+d1)^2));
kvs = (1/Vg)*((d1*d)/((d+d1)^2));
kid = -(Re/Vg)*((d^2)/((d+d1)^2));

ks = [kid kvs];

%Etapa 1
A1 = [ 0 0 0 0;...
       0 0 -1/Lo -1/Lo;...
       0 1/Ca 0 0;...
       0 1/Co 0 -1/(R*Co) ];
B1 = [ 1/Lm; 1/Lo; 0; 0 ];
C1 = [ 0 0 0 0;...
       0 0 0 0];
D1 = [ 0; 0];

%Etapa 2
A2 = [ 0 0 1/Lm 0;...
       0 0 0 -1/Lo;...
       -1/Ca 0 0 0;...
       0 1/Co 0 -1/(R*Co) ];
B2 = [ 0; 0; 0; 0];
C2 = [ 1 1 0 0;...
       0 0 -1 0];
D2 = [ 0; 1];

%media ponderada
Am = A1*u0+A2*(1-u0);
Bm = B1*u0+B2*(1-u0);
Cm = C1*u0+C2*(1-u0);
Em = D1*u0+D2*(1-u0);

```

```

%valores médios
Xo = -Am\Bm*Uo;
Vo = -(Cm/Am)*Bm*Uo+Em*Uo;

Bd = (A1-A2)*Xo + (B1-B2)*Uo;
Ed = (C1-C2)*Xo + (D1-D2)*Uo;

%realizando o modelo (finalmente)
Amf = (Am + Bd*((ks*Cm)/(1-ks*Ed)));
Bdmf = (Bd*kc)/(1-ks*Ed);
Bmmf = Bm + Bd*((ks*Em)/((1-ks*Ed)));

A = Amf;
B = Bdmf;
%C já definido na chamada da função
D = [0];

if (entrada == 1)
    B = Bmmf; %se entrda 1 é gyv(s)
end;
[num,den] = ss2tf(A,B,C,D);
Gs = tf(num,den);
%bode(Gs)
%grid on
%figure(2)
%rlocus(Gs)
%figure(3)
%step(Gs)
%grid on
%grid minor
[mag,phase,ww] = bode(num,den,ww);

```