

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ALOCÇÃO ÓTIMA DE BANCO DE CAPACITORES
EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA
ELÉTRICA UTILIZANDO MODELOS
SIMPLIFICADOS**

LEONARDO VARASCHIN GASPERIN

Porto Alegre, dezembro de 2008.

LEONARDO VARASCHIN GASPERIN

**ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BANCO DE CAPACITORES EM
REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA
UTILIZANDO MODELOS SIMPLIFICADOS**

Dissertação apresentada para obtenção do grau de Mestre, pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Luís Alberto Pereira

Porto Alegre, dezembro de 2008.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Prof. Luís Alberto Pereira, pela orientação competente, ensinamentos e dedicação.

Ao Prof. Sérgio Haffner por ter sido o grande idealizador deste trabalho e pela oportunidade deste mestrado.

Ao meu colega de mestrado Lucio S. Barreto e ao colega de projeto Daniel Porath que me ajudaram em diversas etapas desse trabalho.

A Companhia Estadual de Energia Elétrica (CEEE) por fomentar o projeto de pesquisa que tornou possível o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Grupo de Sistemas de Energia Elétrica (GSEE) junto ao qual este trabalho foi realizado.

A minha família pela compreensão e apoio durante este período.

Aos amigos e demais colegas do mestrado pelo companheirismo e que de alguma maneira contribuíram para a realização desse trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada a PUCRS como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BANCO DE CAPACITORES EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA UTILIZANDO MODELOS SIMPLIFICADOS

LEONARDO VARASCHIN GASPERIN

Dezembro/2008.

Orientador: Prof. Dr. Luis Alberto Pereira

Co-orientador:

Área de Concentração: Sistemas de Energia

Linha de Pesquisa: Planejamento e Gestão de Sistemas de Energia

Projeto de Pesquisa Vinculado: Alocação Ótima de Reguladores de Tensão e Bancos de Capacitores em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica / CEEE

Palavras-chave: distribuição de energia elétrica, planejamento da expansão, regulação de tensão, programação inteira mista.

Neste trabalho são apresentados dois modelos simplificados para obtenção das tensões nodais em redes de distribuição, assim como a utilização destes em algoritmos de otimização para alocação de bancos de capacitores para minimização da violação da tensão e dos custos relacionados com os equipamentos instalados. As equações não-lineares do fluxo de potência de notação fasorial são aproximadas por equações lineares que relacionam a magnitude das tensões nodais com as correntes dos ramos, considerando a alta relação R/X , característica das redes de distribuição. A opção por desenvolver modelos lineares se dá por estes permitirem empregar tanto a função objetivo como as restrições lineares, diferenciando das abordagens usuais nas quais são utilizadas equações não lineares. Logo, a solução ótima pode ser obtida de forma mais rápida e com menor esforço computacional através de programação linear. O problema de alocação apresentado consiste em determinar o local ótimo de instalação de bancos de capacitores fixos ou chaveados, assim como, a potência ótima nominal, a fim de minimizar as violações de tensão e os custos de aquisição, instalação e manutenção dos mesmos. A avaliação das violações nas tensões é realizada para diferentes níveis de carregamento, tendo na solução a indicação de quais períodos os capacitores chaveados deverão estar ligados. Além disso, permite definir de forma integrada a melhor derivação de operação dos transformadores de distribuição. Por fim, são apresentados resultados obtidos em duas redes de distribuição típicas através do método proposto sendo comparados com os resultados exatos obtidos por enumeração, que utiliza fluxo de carga convencional.

Abstract of Dissertation presented to PUCRS as one of the requirements to obtain Masters Degree in Electrical Engineering.

OPTIMAL CAPACITOR PLACEMENT ON POWER DISTRIBUTION SYSTEMS USING SIMPLIFIED MODELS

LEONARDO VARASCHIN GASPERIN

December/2008

Advisor: Prof. Dr. Luis Alberto Pereira

Co-advisor:

Concentration Field: Power Systems

Line of Research: Planning and Management of Energy Systems

Link Research Project: CEEE

Keywords: Power distribution, expansion planning, voltage regulation, mix integer programming.

This work presents two simplified models to determine the nodal voltage on power distribution networks, as well as the integration of these models within optimization algorithms to solve capacitor placement problems, to minimize the voltage violation and costs of the devices installed. The steady state nonlinear power flow equations are approximated by linear equations relating voltage amplitude and current, taking into account the high relation between resistance and reactance (R/X), which is a distribution network feature. The choice to develop linear models is due to the fact that they allow to employ only linear objective function and constraints, contrasting with traditional models which in general work with non-linear ones. In this way, the optimal solution can be found faster and with less computation effort through linear programming. The placement problem consists of finding the optimal location of installation and size of capacitor banks, in order to minimize the node voltage violations and the acquisition and maintenance costs. The evaluation of the voltage violations is performed for different network load levels. Thus, the solution will show the time periods where the switched capacitor banks should be turned on and periods where they should be turned off. Furthermore, the methodology is able to define the best operating tap position of the distribution transformers in an integrated way. Finally, results of two typical distribution networks obtained by the proposed methodology are presented and compared with the exact results obtained with enumeration algorithms using exact load flow equations.

Lista de Figuras

Figura 2.1: O efeito do reguladores de tensão no perfil da tensão: (a) um alimentador com regulador de tensão instalado e (b) perfil da tensão com e sem o regulador de tensão.....	16
Figura 2.2: O efeito de um banco de capacitor fixo no perfil da tensão: (a) um alimentador com capacitor fixo instalado, (b) perfil da tensão durante carregamento pesado e (c) carregamento leve.	18
Figura 2.3: Operação de bancos de capacitores fixos e chaveados de acordo com o carregamento do alimentador.....	19
Figura 3.1: Circuito equivalente π de um ramo (linha de transmissão ou transformador em fase)	21
Figura 3.2: Circuito equivalente de um ramo no modelo linearizado.....	25
Figura 3.3: Variação da potência da cargas em função da variação da tensão.....	26
Figura 3.4: Trecho de rede entre dois nós.	27
Figura 4.1: Sistema de cinco barras.....	34
Figura 4.2: Demanda horária de potência ativa e reativa.....	36
Figura 4.3: . Demanda ordenada de potência ativa e reativa para obtenção dos níveis médios de carregamento.....	37
Figura 4.4: Demanda de potência ativa horária e valores médios de cada nível de carregamento.	38
Figura 4.5: Demanda de potência reativa horária e valores médios de cada nível de carregamento.	38
Figura 4.6: Instantes de efetivação dos custos de operação (para três níveis de carregamento) e de investimento.	41
Figura 4.7: Limites móveis considerando a possibilidade de selecionar a derivação....	44
Figura 4.8: Restrições lineares utilizadas para aproximar o limite de fluxo nas linhas...	47
Figura 4.9: Exemplo de <i>Árvore Branch and Bound</i>	51
Figura 5.1: Topologia da Rede de 23 barras.	54
Figura 5.2: Topologia da Rede de 69 barras.	69

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Classificação da Tensão de Atendimento para Tensão Nominal entre 1 kV e 69 kV.....	12
Tabela 2.2: Limites e prazos de regularização para as transgressões de acordo com a Resolução N° 505.....	14
Tabela 4.1: Impedância e capacidade dos trechos de alimentador.....	34
Tabela 4.2: Demandas horárias de potência ativa e reativa.....	35
Tabela 4.3: Demandas das barras para cada nível de carregamento.	37
Tabela 4.4: Limites para tensão adequada considerando as derivações (valores em pu).	43
Tabela 5.1: Fatores de ajuste obtidos para cada ramo da Rede 23 sem variação da carga.....	54
Tabela 5.2: Resultados obtidos para a Rede 23 sem variação da carga.	55
Tabela 5.3: Fatores de ajuste para os carregamentos médio e leve para cada ramo da Rede 23.....	58
Tabela 5.4: Resultados obtidos para a Rede 23 com variação da carga.	59
Tabela 5.5: Resultados obtidos para a Rede 23 com 2 bancos e variação da carga.....	62
Tabela 5.6: Resultados obtidos para a Rede 23 sem variação da carga com restrições de corrente.....	65
Tabela 5.7: Resultados obtidos para a Rede 23 sem variação da carga com as derivações disponíveis nos transformadores.	68
Tabela 5.8: Fatores de ajuste obtidos para cada ramo da Rede 69 sem variação da carga.....	70
Tabela 5.9: Resultados obtidos para a Rede 69 sem variação da carga.	70
Tabela 5.10: Fatores de ajuste para os carregamentos médio e leve para cada ramo da Rede 69.....	73
Tabela 5.11: Resultados obtidos para a Rede 69 com variação da carga.	74
Tabela 5.12: Fatores de ajuste para os carregamento nominal de cada ramo da Rede 69 com carregamento dobrado.	76
Tabela 5.13: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado sem variação da carga.	77
Tabela 5.14: Fatores de ajuste para os carregamentos médio e leve para cada ramo da Rede 69 com carregamento dobrado.	80
Tabela 5.15: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado com variação da carga.	81
Tabela 5.16: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado para 2 bancos e variação da carga.....	84
Tabela 5.17: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado, variação da carga e com as derivações disponíveis nos transformadores.	88

Lista de Símbolos

Conjuntos

- Ψ^N e N – conjunto e cardinalidade dos nós da rede;
- Ψ^R e R – conjunto e cardinalidade dos ramos da rede;
- Ψ^D e D – conjunto e cardinalidade dos nós com demanda, cuja tensão deve ser regulada;
- Ψ^G e G – conjunto e cardinalidade dos nós da rede onde existe capacidade de injeção de potência e a tensão pode ser controlada (subestação e barras de tensão controlada);
- Ψ^{BC} e BC – conjunto e cardinalidade dos nós candidatos a instalação de bancos de capacitores;
- Ψ^F e F – conjunto e cardinalidade dos tipos de bancos de capacitores fixos que podem ser instalados ou remanejados;
- Ψ^C e C – conjunto e cardinalidade dos tipos de bancos de capacitores chaveáveis que podem ser instalados ou remanejados;
- Ψ^{NC} e NC – conjunto e cardinalidade dos níveis de carregamento a serem considerados para representar a variação da carga;

Variáveis binárias de investimento

- x_i^{FI} – variável de decisão binária que indica a instalação do banco de capacitor fixo do tipo FI na barra i ;
- \underline{x}^F – vetor das variáveis de investimento relacionadas com os bancos de capacitor fixos;
- x_i^{CI} – variável de decisão binária que indica a instalação do banco de capacitor chaveável do tipo CI na barra i ;

Variáveis binárias de utilização

- $y_{i,j}^{CI}$ – variável de utilização binária que indica que a unidade chaveável do tipo CI na barra i está ligada no nível de carregamento j ;
- \underline{y}_j^C – vetor das variáveis de operação dos bancos de capacitores chaveáveis no nível de carregamento j ;

Variáveis Contínuas e Limites

- $V_{i,j}$ – magnitude da tensão na barra i no nível de carregamento j ;
- $f_{i,j}^{Re}$ e $f_{i,j}^{Im}$ – partes real e imaginária da corrente no ramo i no nível de carregamento j ;
- \underline{f}_j^{Re} e \underline{f}_j^{Im} – vetor das partes real e imaginária das correntes nos ramos no nível de carregamento j ;
- f_i^{max} – corrente máxima admissível no ramo i ;
- $g_{i,j}^{Re}$ e $g_{i,j}^{Im}$ – partes real e imaginária da injeção de corrente da barra i no nível de carregamento j ;
- $g_{max,i,j}^{Re}$ – injeção máxima de corrente real da barra i no nível de carregamento j ;
- $g_{min,i,j}^{Im}$ e $g_{max,i,j}^{Im}$ – injeções mínima e máxima de corrente imaginária da barra i no nível de carregamento j ;
- $\Delta V_{i,j}$ – violação dos limites de tensão na barra i no nível de carregamento j ;
- V^{ref} – tensão de referência para definição do tap de operação do transformador da barra i ;
- V_i^{min} e V_i^{max} – limites de tensão da barra i , considerando a possibilidade de alteração do tap de operação do transformador;

Parâmetros

$d_{i,j}^{\text{Re}}$ e $d_{i,j}^{\text{Im}}$	–	partes real e imaginária da demanda de corrente da barra i no nível de carregamento j ;
R_i e X_i	–	partes real e imaginária da impedância do ramo i ;
$K_{i,j}$	–	fator de ajuste calculado para o ramo i no nível de carregamento j ;
S	–	matriz incidência nó-ramo da rede;
QF e QC	–	matrizes das injeções de corrente relacionadas com as capacidades dos bancos de capacitores fixos e chaveáveis que são candidatos a instalação ou realocação;
CAFI e CMFI	–	custos de aquisição e de manutenção do banco de capacitor fixo do tipo I;
CI_i^{FI} e CR_i^{FI}	–	custos de instalação e de remoção para a barra i do banco de capacitor fixo do tipo I;
CACI e CMCI	–	custos de aquisição e de manutenção do banco de capacitor chaveável do tipo I;
CI_i^{CI} e CR_i^{CI}	–	custos de instalação e de remoção para a barra i do banco de capacitor chaveável do tipo I;
NB_{\max}^{FI} e NB_{\max}^F	–	número de bancos fixos do tipo I disponíveis e número máximo de bancos fixos que podem ser instalados;
NB_{\max}^{CI} e NB_{\max}^C	–	número de bancos chaveáveis do tipo I disponíveis e número máximo de bancos chaveáveis que podem ser instalados;
NB_{\max}	–	número máximo de bancos;
B_{\max}	–	recurso disponível para aquisição de bancos de capacitores;
CV_i	–	custo associado à violação da tensão na barra i ;
ΔT_j	–	duração em horas por ano do nível de carregamento j ;
δ	–	fator para converter custos anuais de operação no valor presente dos custos de operação;

- T – duração em anos do horizonte de planejamento;
- $i_{\%}$ – taxa de juros anuais em percentual.

Sumário

1.	Introdução.....	1
1.1	Revisão Bibliográfica.....	3
1.2	Objetivos da Dissertação.....	6
1.3	Motivações da Dissertação.....	7
1.4	Publicações Relacionadas ao Desenvolvimento da Dissertação.....	8
1.5	Organização da Dissertação.....	9
2.	Regulação de Tensão em Redes de Distribuição.....	10
2.1.	PRODIST e Resolução Nº 505/2001 da ANEEL.....	11
2.1.1.	Definições.....	11
2.1.2.	Indicadores e Prazos de Regulamentação.....	13
2.1.3.	Compensação pelo Serviço Inadequado.....	14
2.2.	Equipamentos Empregados.....	15
2.2.1.	Transformadores com Derivações para Comutação.....	15
2.2.2.	Regulador de Tensão.....	15
2.2.3.	Banco de Capacitores de Potência.....	16
3.	Modelos para Representação de Sistemas Elétricos em Regime Permanente.....	20
3.1.	Modelo Fluxo de Carga Convencional.....	21
3.2.	Modelo Fluxo Linearizado (Alta e Extra-Alta Tensão).....	24
3.3.	Modelo Simplificado 1.....	25
3.4.	Modelo Simplificado 2.....	30
4.	Alocação de Banco de Capacitores para Regulação de Tensão.....	32
4.1.	Representação da Variação das Cargas.....	33
4.2.	Formulação do Problema.....	39
4.2.1.	Função Objetivo.....	40
4.2.2.	Representação do Desvio de Tensão.....	42
4.2.3.	Restrições.....	45
4.3.	Algoritmo de Otimização.....	49
4.3.1.	Algoritmo <i>Branch and Bound</i>	50
5.	Resultados.....	53
5.1.	Rede 23 barras.....	53
5.2.	Rede 69 barras.....	69
6.	Conclusão.....	93
6.1.	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	95
7.	Bibliografia.....	97
Anexo A:	Formulação expandida para uma rede de 5 barras (uma subestação, quatro nós de carga e quatro ramos).....	102
Anexo B:	ALOC – Alocação Ótima de Bancos de Capacitores.....	117
Anexo C:	Artigos desenvolvidos como consequência da presente dissertação de mestrado.....	123

1. Introdução

Nas redes de distribuição de energia elétrica, a utilização de bancos de capacitores é muito comum tendo em vista os diversos benefícios decorrentes, tais como, postergação de investimentos, redução de perdas elétricas, correção das quedas de tensão, aumento da capacidade de atendimento ao mercado e aumento da confiabilidade de atendimento (WILLIS, 2004). Entretanto, para que de fato estas vantagens se concretizem, a especificação correta do local, da capacidade e do horário de funcionamento se faz necessária. Este é o objetivo principal do problema de alocação ótima de banco de capacitores. O presente trabalho tem por objetivo principal apresentar uma ferramenta para solução do problema de alocação ótima de banco de capacitores para regulação da tensão de redes de distribuição utilizando métodos simplificados de representação da mesma e algoritmos de programação inteira mista.

A energia elétrica tem se tornado um dos principais instrumentos de desenvolvimento econômico e social no mundo inteiro. Por isto, a universalização e qualidade dos serviços relacionados à energia elétrica são tão importantes. Com a responsabilidade pela legislação e fiscalização e tendo o objetivo de induzir neste sentido os agentes do mercado de energia elétrica, foi criada a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) após a reestruturação do setor elétrico brasileiro. Sendo assim, índices de qualidade de atendimento cada vez mais severos estão sendo exigidos em todos os níveis do setor. Este novo panorama trouxe novos desafios para os mais diversos segmentos da área.

Uma das diversas ações tomadas pela ANEEL, no que concerne à qualidade da energia elétrica entregue aos consumidores, foi expressa através da resolução nº 505 de novembro de 2001, a qual “estabelece de forma atualizada e consolidada, as disposições relativas à conformidade dos níveis de tensão de energia elétrica em regime permanente” (Resolução nº 505 da ANEEL, 2001).

A tarefa de manter as redes de distribuição de energia elétrica operando dentro dos critérios de tensão estabelecidos como adequados é denominada regulação da tensão. Para isto alguns dispositivos que possibilitam o controle efetivo da tensão, do fluxo de potência reativa e do fator de potência são utilizados ao invés de alternativas que demandam maior investimento como a troca de condutores e a instalação de novas subestações e alimentadores. Estes equipamentos são transformadores com derivações (taps) variáveis, normalmente localizados na subestação, reguladores de tensão e bancos de capacitores, conectados em paralelo ao alimentador, os quais podem ser do tipo fixo ou chaveado.

O estudo da regulação de tensão é dividido em dois subproblemas:

1. planejamento: tem por objetivo definir o melhor local de instalação, a potência nominal e tipo dos dispositivos, com menores custos de aquisição, instalação e manutenção dos equipamentos;
2. operação: tem por objetivo operar este sistema com menor custo dentro de restrições de desempenho adequado.

Para este trabalho, o subproblema de planejamento foi o escolhido sendo, focado na alocação ótima de bancos de capacitores, atividade que tem como uma de suas finalidades adequar o nível da tensão entregue ao consumidor final. A partir de 2007, conforme estabelecido pela resolução Nº 505 da ANEEL, a necessidade de manter a tensão de todos os consumidores dentro da faixa adequada tornou-se uma obrigação, já que os prazos para regularização e os limites de variação de tensão atingiram seus valores finais mínimos. Sendo assim, a necessidade de investimento em equipamentos é inevitável e reduzir o número de equipamentos torna-se um desafio. Os custos devem ser avaliados de maneira criteriosa, assim como os benefícios, uma vez que sustentarão as decisões relativas aos investimentos mencionados.

O problema de alocação ótima de bancos de capacitores no sistema de distribuição consiste em determinar a localização, o tipo (fixo ou chaveado) e a capacidade dos novos equipamentos, necessários para o atendimento adequado da demanda prevista, levando em conta as restrições de capacidade das linhas e equipamentos, queda de tensão e segurança no atendimento da demanda.

Na seção que segue, são apresentadas diversas formas de como o problema vem sendo tratado e sua evolução durante as últimas décadas. O grande número de publicações sobre o assunto reflete o grau de complexidade do tema tratado.

1.1 Revisão Bibliográfica

Na análise de sistemas elétricos, geralmente, a carga é representada por injeções de potência constante e as linhas de transmissão e os transformadores são representados por impedâncias, fazendo com que as equações de balanço de potência constituam um problema denominado fluxo de potência, descrito por expressões não lineares que relacionam as injeções de potência com as magnitudes e ângulos de fase das tensões nodais (MONTICELLI e GARCIA, 2003). A consideração explícita destas relações torna os modelos de otimização associados complexos, por lidarem com restrições não-lineares que relacionam os fluxos de potência com os fasores que representam as tensões nodais. Para contornar esta dificuldade, no problema de planejamento da expansão de sistemas de alta e extra-alta tensão são empregados modelos bem mais simples para representar a rede, com resultados satisfatórios (ROMERO et al, 2002). Entretanto, nas redes de distribuição de energia, em função da sua natureza diversa (configuração radial e relações R/X mais elevadas) os modelos simplificados elaborados para as redes de transmissão apresentam resultados inadequados (MARCHESAN et al, 2005) havendo, portanto, necessidade de realizar o desenvolvimento de modelos específicos para estas redes.

Os primeiros autores a tratarem do tema foram (NEAGLE e SAMSON, 1956), (COOK, 1959 e 1961), (SCHMILL, 1965), (CHANG, 1969) e (BAE, 1978). Estes autores abordaram este problema considerando algumas simplificações e suposições como distribuição de carga e cabos uniformes, tensão constante ao longo do alimentador e alimentadores sem ramais. Estas simplificações foram feitas para tornar possível o uso de métodos analíticos quando os recursos computacionais eram limitados. Todos fizeram uso de métodos analíticos que maximizavam de alguma forma a economia de energia pela redução das perdas elétricas. Um método analítico que foi bastante utilizado é a “regra dos dois terços”, a qual estabelece que se deve colocar um

capacitor com dois terços do total de potência reativa do alimentador a dois terços de distância da fonte.

Aproximações mais realistas foram apresentadas para o problema a partir de (GRAINGER e LEE, 1981), onde é apresentado uma demonstração dos possíveis erros e prejuízos decorrentes do uso da “regra dos dois terços”. Em (SALAMA et al, 1985) foram retiradas as suposições de distribuição de carga e cabos uniformes através do conceito de alimentador equivalente normalizado, considerou as variações das cargas e dos capacitores chaveados. Uma nova consideração foi feita em (GRAINGER e LEE, 1982), onde apresentou-se um modelo que leva em conta a variação da tensão ao longo do alimentador. Também incluiu na função objetivo, além das perdas elétricas e custos de aquisição dos bancos de capacitores, a economia gerada pela redução das perdas de potência. Em (GRAINGER e CIVANLAR, 1985) o método foi ampliado para permitir o uso de alimentadores com ramos laterais. O método mostrou-se adequado quando aplicado a redes de distribuição reais, porém a potência, assim como, a localização dos capacitores obtidos na solução poderiam ficar distantes dos valores padrões disponíveis de potência ou da localização de uma barra da rede. Com isto, ao aproximar a resposta aos valores mais próximos, a solução ótima ficaria comprometida. Além disto, o método de solução do problema como programação não-linear o torna bastante complexo.

Posteriormente, através de representações mais completas e através de programação não-linear inteira mista e técnicas heurísticas (BARAN e WU, 1989) apresenta uma formulação similar a (GRAINGER e CIVANLAR, 1985), a qual tem incorporadas as equações do fluxo de potência, restrições de tensão e diferentes níveis de cargas. Para possibilitar a alocação de bancos apenas nos nós da rede e valores nominais específicos de potência, um algoritmo de busca foi desenvolvido dentro do problema mestre a fim de encontrar soluções inteiras, já que, primeiramente, as variáveis são tratadas como contínuas nos níveis mais profundos do problema. Por ser um problema não linear de difícil solução, o problema escravo é dividido em outros subproblemas a fim de facilitar a resolução deste, porém isto impossibilita a garantia de soluções ótimas globais. Além disso, a representação dos custos dos capacitores foram aproximadas por uma função linear com um custo fixo, o que prejudica o esforço

por uma representação real do sistema e, conseqüentemente, a busca pela resposta ótima.

Com o desenvolvimento de algoritmos combinatoriais, ferramentas como Têmpera Simulada, Algoritmos Genéticos, Busca Tabu, entre outras, também foram utilizadas na solução do problema de alocação. Em (CHIANG et al, 1990) modificou-se a formulação apresentada por (BARAN e WU, 1989) para permitir a utilização de funções degrau para representar o custo e a potência dos capacitores, baseando-se em técnicas de têmpera simulada. Uma das vantagens deste trabalho é a capacidade de encontrar a solução ótima global do problema, porém com alto custo computacional. (AJJARAPU, 1991), (BOONE et al, 1993) e (SUNDHARARAJAN et al, 1994) propuseram a utilização de algoritmos genéticos para solucionar este tipo de problemas. Esta técnica é de fácil implementação comparada a outros métodos citados e, além disso, possibilita a utilização de variáveis contínuas ou discretas sem a necessidade de alterar o mecanismo de busca. Entretanto certos parâmetros de controle podem ser dependentes do tipo de problema e de difícil determinação, o custo computacional é elevado e não tem garantia de otimalidade da solução. Outro método combinatorial de solução apresentado foi o Busca Tabu por (HUANG, 1996).

Na tentativa de melhorar a escolha dos parâmetros de controle dos algoritmos genéticos e de diminuir o número de alternativas a serem avaliadas, é através da utilização de fatores de sensibilidade que podem ser obtidos de diversas maneiras e podem quantificar características específicas de cada rede estudada. Uma forma de determinar os fatores de controle é apresentada em (BALA et al, 1995). Este utiliza a sensibilidade P/Q da matriz jacobiana. A utilização de técnicas heurísticas para classificar a sensibilidade das barras do sistema de distribuição para instalação de bancos de capacitores são muitas vezes decisões subjetivas. A utilização da Lógica Nebulosa em (NG et al, 1996) tem o objetivo de melhor representar estas decisões. Este trabalho propôs um algoritmo que gera soluções representadas por funções de distribuição de probabilidade. Sistemas Especialistas acoplados utilizam estas funções para determinar o melhor local de instalação dos bancos de capacitores. Uma combinação de diversas técnicas combinatoriais de solução é apresentada em (GALLEGO et al 2001), que apresenta um algoritmo híbrido que combina Busca Tabu, Algoritmos Genéticos e Têmpera Simulada. Mesmo com alguma redução no custo

computacional, a não garantia de otimalidade das resposta destes métodos utilizados permanecem e a utilização de métodos heurísticos são muitas vezes sensíveis as variações das redes de distribuição, as quais podem conter características particulares não previstas, interferindo na resposta final do problema.

Em (NG et al, 1997) é apresentado uma análise de diversos artigos sobre a aplicação de algoritmos inteligentes para determinação da alocação ótima de bancos de capacitores. Outras quatro publicações apresentaram uma revisão geral sobre diversos artigos que tratam sobre este assunto (BORTIGNON et al, 1995), (CARLISLE et al, 1997), (Ng et al, 2000) e (MEKHAMER et al, 2002). Através destes trabalhos é possível perceber a complexidade do assunto e a evolução dos diversos métodos empregados nas últimas décadas para solucionar o problema de alocação ótima de banco de capacitores.

Embora diversos trabalhos tenham sido realizados na área de alocação ótima de bancos de capacitores, estes abordam, na ampla maioria, o problema da redução das perdas potência e perdas de energia, considerando os limites de tensão apenas como restrições. Com a entrada em vigor da resolução Nº 505 da ANEEL e conseqüentemente da regulamentação dos limites de variação da tensão exigidos das concessionárias de energia, surge a necessidade de considerar a violação da tensão na função objetivo de forma a minimizá-la, pois em caso de não conformidade haverá penalizações às concessionárias de energia. Logo, novos métodos deverão ser desenvolvidos de modo a contemplar esta nova exigência.

1.2 Objetivos da Dissertação

O propósito deste trabalho é inicialmente

1. Desenvolver modelos linearizados para determinação das tensões nodais de redes de distribuição de energia elétrica considerando a influência da utilização de bancos de capacitores como forma de regular a tensão;
2. Desenvolver um algoritmo capaz de representar o problema de alocação ótima de banco de capacitores empregando tanto a função objetivo quanto as restrições como funções lineares;

3. Associar tais modelos a algoritmos computacionais de programação inteira mista, para assim determinar as melhores alternativas de investimento para um determinado sistema, minimizando as violações nas tensões e os custos de aquisição e manutenção de bancos de capacitores;
4. Validar os modelos, assim como o algoritmo completo, com resultados obtidos através de outras técnicas;
5. Implementar uma ferramenta computacional que possibilite a análise de sistemas reais e auxilie na decisão do planejador do sistema elétrico.

1.3 Motivações da Dissertação

As principais motivações, que justificam a escolha do tema, foram:

- sucesso na utilização de modelos lineares na representação das tensões nodais em redes de distribuição em contraste com os métodos usuais, os quais utilizam funções não lineares de maior complexidade;
- diminuir a complexidade e o alto custo computacional exigidos pelos métodos existentes ao empregar programação linear na solução do problema de alocação ótima de bancos de capacitores possível a partir dos modelos lineares desenvolvidos;
- os limites de variação de tensão e dos prazos para regularização impostos pela Resolução 505 da ANEEL atingiram seus valores finais mínimos no ano de 2007, logo a necessidade de manter a tensão de todos os consumidores dentro da faixa adequada torna-se uma obrigação sujeita a penalidades.
- o desenvolvimento de ferramenta computacional que possibilite a solução de sistemas reais de distribuição para auxiliar o planejador do sistema elétrico.

1.4 Publicações Relacionadas ao Desenvolvimento da Dissertação

Durante a realização deste trabalho, foram elaborados os seguintes artigos, os quais são apresentados no Anexo C:

1. HAFFNER, S.; PEREIRA, Luís Alberto; GASPERIN, Leonardo Varaschin; BARRETO, Lucio Sangoi. Modelo para alocação de bancos de capacitores para regulação de tensão em redes de distribuição. In: Congresso Brasileiro de Automática, 2008, Juiz de Fora, MG. Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática, 2008. v. 1. p. 1-6.
2. HAFFNER, S.; PEREIRA, Luís Alberto; GASPERIN, Leonardo Varaschin. Modelo aproximado para representação de redes de distribuição de energia elétrica. In: Congresso Brasileiro de Automática, 2008, Juiz de Fora. Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática, 2008. v. 1. p. 1-8.
3. PEREIRA, Luís Alberto; HAFFNER, S.; GASPERIN, Leonardo Varaschin. Simplified models to determine nodal voltages in problems of optimal allocation of capacitor bank in power distribution networks. In: World Congress on Science, Engineering and Technology, 2008, Paris, França. Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, 2008. v. 30. p. 101-107.
4. PEREIRA, Luís Alberto; HAFFNER, S.; GASPERIN, Leonardo Varaschin. Simplified models to determine nodal voltages in problems of optimal allocation of capacitor bank in power distribution networks. International Journal of Electrical Power and Energy Systems Engineering (IJEPESE), v. 1, p. 17-23, 2008.
5. GASPERIN, Leonardo Varaschin; HAFFNER, S.; PEREIRA, Luís Alberto. Modelos alternativos para determinação das tensões nodais em redes de distribuição de energia em problemas de alocação ótima de bancos de capacitores. In: XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica (SENDI 2008), 2008, Olinda, PE. Anais do XVIII Seminário

Nacional de Distribuição de Energia Elétrica (SENDI 2008), 2008. v. 1. p. 1-10.

1.5 Organização da Dissertação

O trabalho é composto por seis capítulos, os quais são descritos brevemente a seguir, sendo o primeiro introdutório e onde é apresentada a revisão bibliográfica, objetivos, motivações e publicações relacionadas com a dissertação.

No segundo capítulo são descritos a regulamentação, os equipamentos utilizados e as formas de controle feitas para regulação da tensão.

No terceiro capítulo, apresentam-se os modelos simplificados desenvolvidos para obtenção da tensão nodal em redes de distribuição.

No quarto capítulo é apresentada a formulação do problema de alocação ótima de banco de capacitores, assim como, a integração deste com os modelos simplificados.

No quinto capítulo, apresentam-se os resultados obtidos pela metodologia proposta, assim como, os resultados exatos obtidos por enumeração exaustiva para fins de comparação.

E finalmente, no sexto capítulo, são apresentadas as conclusões e sugestões de possíveis trabalhos futuros relacionados.

2. Regulação de Tensão em Redes de Distribuição

O principal objetivo da regulação de tensão é disponibilizar valores de tensão mínimos e máximos necessários para o correto funcionamento de todas as cargas de um sistema elétrico durante todo o período de funcionamento limitando a variação da tensão que ocorre com a variação da carga. Isto é necessário, pois cada equipamento elétrico é desenvolvido para que opere dentro de uma determinada faixa de valores em torno da sua tensão nominal. Esta faixa é informada nos dados de placa do dispositivo, a qual garante um desempenho satisfatório conforme normas técnicas específicas. A queda de tensão existente ao longo do alimentador, e sua variação conforme o carregamento deste, produz uma variação nas tensões de todo o alimentador e conseqüentemente no valor da tensão entregue ao consumidor. Portanto, as concessionárias de energia elétrica devem realizar estudos técnicos visando identificar soluções que possibilitem uma correta regulação de tensão para seus consumidores da maneira mais econômica possível.

Existem inúmeras maneiras de melhorar os níveis de tensão da rede de distribuição. Uma lista de opções é apresentada por (GÖNEN et al, 1986) sendo:

1. utilização de equipamentos reguladores de tensão na subestação, transformadores com comutador de derivações sem ou sob carga;
2. bancos de capacitores na subestação;
3. balanceamento das cargas no alimentador;
4. aumento da secção dos cabos;
5. aumento do número de fases;
6. transferência de carga para outros alimentadores;
7. instalação de novas subestações e alimentadores
8. aumento do nível da tensão primária do alimentador;

9. inserção de reguladores de tensão ao longo do alimentador;
10. inserção de bancos de capacitores em série ou em paralelo ao alimentador.

A escolha de uma das formas possíveis de corrigir a tensão depende das características de cada sistema em específico e da magnitude da variação da tensão em relação aos limites toleráveis. As alternativas mais usuais são a utilização de bancos de capacitores, por seu baixo custo e fácil instalação, e reguladores de tensão, por sua efetividade no controle da tensão.

De forma a estabelecer a conceituação do serviço adequado, se faz necessário estabelecer os níveis de tensão, assim como definir os limites de variação da tensão a serem respeitados por todos aqueles que estão envolvidos nos serviços de energia elétrica. Estes itens são tratados pela resolução nº. 505 da ANEEL que será explanada na próxima seção.

2.1. PRODIST e Resolução Nº 505/2001 da ANEEL

Nesta seção são apresentados de forma resumida os itens apresentados na Resolução Nº 505/2001 da ANEEL e nos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional (PRODIST) aprovados pela Resolução Nº 345/2008 da ANEEL que são necessários para o entendimento do restante deste trabalho, assim como a necessidade de se desenvolver ferramentas que possibilitem a implementação dos mesmos. Este sub-capítulo foi compilado a partir de (Alves, 2005), porém com as atualizações necessárias para compatibilizar com a nova redação da resolução e do PRODIST.

2.1.1. Definições

A resolução Nº 505/2001 da ANEEL e o PRODIST utiliza as seguintes definições quanto à classificação da tensão:

- Tensão de Atendimento (TA): valor eficaz de tensão no ponto de entrega ou de conexão, obtido por meio de medição, podendo ser classificada em adequada, precária ou crítica, de acordo com a leitura efetuada, expresso em volts ou quilovolts;
- Tensão Contratada (TC): valor eficaz de tensão que deverá ser informado ao consumidor por escrito, ou estabelecido em contrato, expresso em volts ou quilovolts;
- Tensão de Leitura (TL): valor eficaz de tensão, integralizado a cada 10 (dez) minutos, obtido de medição por meio de equipamentos apropriados, expresso em volts ou quilovolts;
- Tensão Nominal (TN): valor eficaz de tensão pelo qual o sistema é projetado, expresso em volts ou quilovolts;

No que se refere o artigo 3º da resolução Nº 505/2001 da ANEEL, os níveis de tensão deverão ser avaliados, quanto a sua conformidade, nos pontos de conexão à Rede Básica (instalações de transmissão pertencentes ao Sistema Elétrico Interligado, identificadas segundo Resolução específica da ANEEL) e/ou à Rede de Distribuição, nos pontos de conexão entre concessionárias e nos pontos de entrega de energia às unidades consumidoras, por meio dos indicadores estabelecidos nesta Resolução.

A Tensão de Atendimento é dividida quanto aos níveis de tensão. Na Tabela 2.1, são apresentados os valores de classificação para Tensão Nominal acima de 1 kV e inferior a 69 kV e a faixa de variação da Tensão de Leitura em relação à Tensão Contratada e válidos para o PRODIST. A Tensão de Atendimento é classificada em Adequada, Precária e Crítica conforme a Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Classificação da Tensão de Atendimento para Tensão Nominal entre 1 kV e 69 kV

Classificação da Tensão de Atendimento (TA)	Faixa de variação da Tensão de Leitura (TL) em relação à Tensão Contratada (TC)
Adequada	$0,93 TC \leq TL \leq 1,05 TC$
Precária	$0,90 TC \leq TL < 0,93 TC$
Crítica	$TL < 0,90 TC$ ou $TL > 1,05 TC$

A partir desses valores percebe-se a pequena faixa na qual a tensão poderá se situar permanecendo adequada. Essa faixa permanece inalterada independentemente do nível de carregamento da rede de distribuição.

2.1.2. Indicadores e Prazos de Regulamentação

Os indicadores apresentados na Resolução Nº 505/2001 da ANEEL são divididos em dois grupos: individuais e coletivos, os quais são válidos também para o PRODIST, sendo eles:

- Duração Relativa da Transgressão de Tensão Crítica (DRC): indicador individual referente à duração relativa das leituras de tensão, nas faixas de tensões críticas, no período de observação definido, expresso em percentual;
- Duração Relativa da Transgressão de Tensão Precária (DRP): indicador individual referente à duração relativa das leituras de tensão, nas faixas de tensão precárias, no período de observação definido, expresso em percentual;
- Duração Relativa da Transgressão Máxima de Tensão Crítica (DRC_M): percentual máximo de tempo admissível para as leituras de tensão, nas faixas de tensão críticas, no período de observação definido;
- Duração Relativa da Transgressão Máxima de Tensão Precária (DRP_M): percentual máximo de tempo admissível para as leituras de tensão, nas faixas de tensão precárias, no período de observação definido;
- Índice de Unidades Consumidoras com Tensão Crítica (ICC): é a percentagem de consumidores com transgressão de tensão crítica de uma determinada amostra.

Estes indicadores quantificam a duração que determinados consumidores foram atendidos com tensões precárias ou críticas. Os indicadores individuais serão apurados sempre que forem realizadas medições por reclamações por parte do consumidor ou amostrais. Já os indicadores coletivos serão avaliados com base nas medições amostrais efetuadas em um determinado trimestre.

A resolução estabelece os valores de DRC_M e DRP_M , os quais foram sendo reduzidos progressivamente até os valores mínimos atingidos no ano de 2007, sendo estes válidos para o PRODIST, apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Limites e prazos de regularização para as transgressões de acordo com a Resolução N° 505.

Ano Inicial	Transgressão Tensão Precária		Transgressão Tensão Crítica	
	DRP _M [%]	Prazo para regularização [dias]	DRC _M [%]	Prazo para regularização [dias]
2007	3	90	0,5	15

Os demais indicadores são determinados a partir das expressões que seguem:

$$DRC = \frac{nlc}{1008} \cdot 100\% \quad (2.1)$$

$$DRP = \frac{nlp}{1008} \cdot 100\% \quad (2.2)$$

sendo nlp o número de leituras situadas nas faixas precárias, nlc o número de leituras situadas nas faixas críticas e o valor 1008 refere-se ao número de leituras válidas a cada dez minutos no período de observação.

$$ICC = \frac{CC}{CA} \cdot 100\% \quad (2.3)$$

Onde CC é o total de unidades consumidoras com leituras situadas na faixa crítica, CA é o total trimestral de unidades consumidoras objeto de medição.

2.1.3. Compensação pelo Serviço Inadequado

Segundo artigo 20 da resolução N° 505/2001, em caso da não regularização dos níveis de tensão dentro dos prazos previstos, será calculada uma compensação a quem tiver sido submetido ao serviço inadequado para os casos de medição por reclamação pela expressão a seguir:

$$valor = \left[\frac{DRP - DRP_M}{100} \cdot k_1 + \frac{DRC - DRC_M}{100} \cdot k_2 \right] \cdot k_3 \quad (2.4)$$

onde k_1 é igual a três (3), k_2 é igual a sete (7), cinco (5) e três (3) para unidades consumidoras atendidas em baixa, média e alta tensão, respectivamente, e k_3 sendo o valor do encargo de uso do sistema de distribuição, referente ao mês de apuração.

2.2. Equipamentos Empregados

Como citado no início do capítulo, vários equipamentos são utilizados para regular a tensão dentro dos limites definidos. Das opções citadas, alguns equipamentos são instalados na subestação, como o transformador com comutador de derivações com ou sem carga, e outros que são instalados ao longo do alimentador, efetuando uma correção local na rede, sendo este o caso dos reguladores de tensão e dos bancos de capacitores. Estes equipamentos serão apresentados a seguir, porém apenas os bancos de capacitores foram utilizados no trabalho.

2.2.1. Transformadores com Derivações para Comutação

Os transformadores com comutação têm a capacidade de alterar sua relação de transformação através do comutador que percorre as diversas derivações disponíveis. Este processo pode ocorrer automaticamente ou manualmente, sob carga ou sem carga. A mudança da relação de transformação do transformador possibilita um controle de tensão no seu secundário. Geralmente transformadores com comutação automática são encontrados na subestação, possibilitando uma regulação de tensão para todos os alimentadores conectados a ele. Porém em alimentadores muito longos ou muito carregados com elevada queda de tensão, apenas o controle na subestação não é suficiente, já que consumidores distantes não serão suficientemente regulados. Com isso os transformadores comutáveis sem carga são normalmente os transformadores de distribuição controlando apenas os consumidores conectados a ele.

2.2.2. Regulador de Tensão

Os reguladores de tensão são equipamentos instalados ao longo do alimentador. Este dispositivo tem a capacidade de manter uma tensão predeterminada no ponto de regulação desde que sua capacidade não seja ultrapassada. Construtivamente é composto por um autotransformador, um comutador automático de derivação sob carga

e um sistema de controle. Seu funcionamento se dá através da comutação de derivações, ou seja, mudando-se a relação de transformação do autotransformador tendo como referência a tensão no secundário do mesmo. Normalmente o regulador de tensão é instalado como um banco trifásico formado por três equipamentos monofásicos regulando cada fase da rede individualmente, e onde a faixa de regulação é totalmente utilizada nos períodos de máximo carregamento. Por possuir peças móveis este equipamento necessita de manutenção regular. Tentando minimizar este problema, se busca o menor número de comutações diárias possíveis.

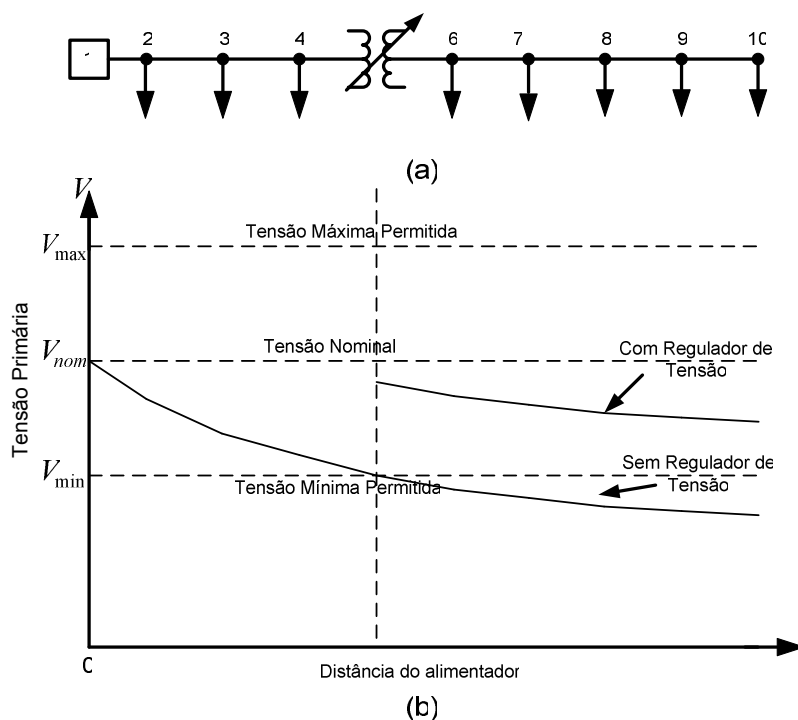


Figura 2.1: O efeito do reguladores de tensão no perfil da tensão: (a) um alimentador com regulador de tensão instalado e (b) perfil da tensão com e sem o regulador de tensão.

Na Figura 2.1 é mostrado o efeito no perfil da tensão com o funcionamento do regulador de tensão instalado em um alimentador.

2.2.3. Banco de Capacitores de Potência

Os bancos de capacitores são utilizados para correção de reativos indutivos da rede de distribuição, porém os efeitos da correção podem ser percebidos de diversas

maneiras no sistema dependendo de onde o capacitor foi instalado e de sua capacidade. Estes efeitos de modo geral são (GÖNEN et al, 1986):

1. liberação da capacidade de geração;
2. liberação da capacidade de transmissão;
3. liberação da capacidade das subestações;
4. redução das perdas de energia;
5. redução da queda de tensão ao longo do alimentador;
6. liberação da capacidade do alimentador;
7. postergação de investimentos;
8. acréscimo no faturamento com o aumento da tensão.

Neste trabalho apenas o efeito da redução da queda de tensão no alimentador será considerado.

Os capacitores podem ser instalados de duas maneiras: em derivação ou em série com o alimentador. Capacitores em derivação são amplamente utilizados pela sua fácil instalação e operação e baixo custo. Entretanto, sua capacidade é proporcional ao quadrado da tensão. Os capacitores conectados em série compensam a reatância indutiva da linha proporcionando uma elevação da tensão instantânea com o aumento da carga, podendo ser comparado com um regulador de tensão que se relaciona proporcionalmente com as variações de corrente. As principais desvantagens são a dificuldade de proteção do capacitor, controle e problemas de ferro-ressonância fazendo com que os capacitores em série sejam pouco utilizados em redes de distribuição.

Como o fator de potência do alimentador deverá ser o mais próximo possível da unidade, não devendo ser adiantado, a correção de tensão pela instalação de capacitores será limitada pela quantidade de reativos a ser inserida (ELETROBRÁS, 1985). Sendo assim, a operação dos capacitores pode ser realizada de dois modos. O primeiro modo é operar o capacitor fixo, ou seja, o capacitor opera durante todo o tempo com potência plena independente do carregamento da rede. A Figura 2.2 ilustra o efeito no perfil da tensão durante a operação de um capacitor fixo na rede de distribuição durante dois níveis de carregamento: pesado e leve. Na Figura 2.2 observa-se também que o capacitor fixo operando em carregamento leve pode

ocasionar violação de tensão em alguns pontos da rede, isto faz com que o capacitor

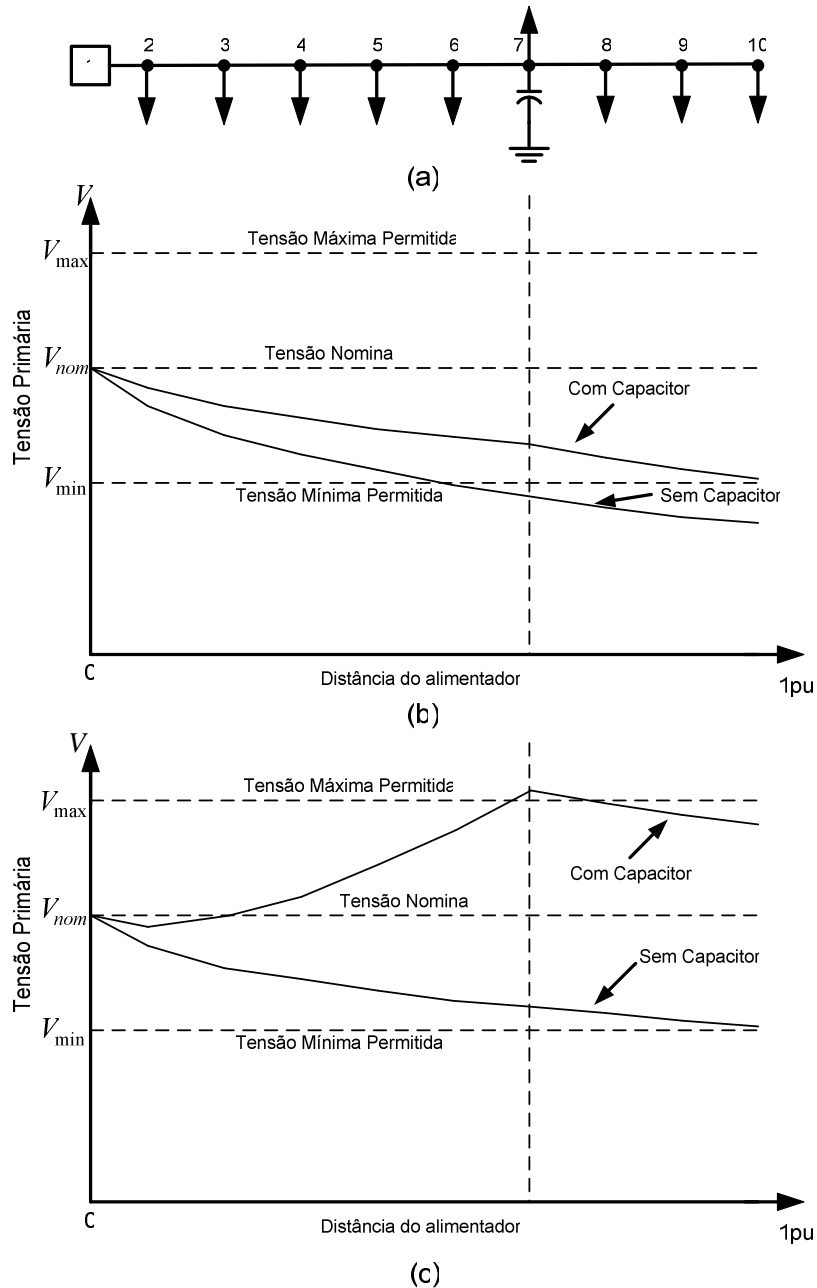


Figura 2.2: O efeito de um banco de capacitor fixo no perfil da tensão: (a) um alimentador com capacitor fixo instalado, (b) perfil da tensão durante carregamento pesado e (c) carregamento leve.

fixo seja normalmente dimensionado para o período de menor carregamento.

O segundo modo é operar o capacitor de modo controlado, isto é, o capacitor pode ser ligado ou desligado conforme o carregamento. A desvantagem é um maior custo de aquisição e manutenção em relação ao capacitor fixo. A Figura 2.3 mostra os períodos

nos quais os capacitores fixos e chaveados estão operando em conjunto, possibilitando uma correção de reativo mais efetiva em relação à utilização de apenas capacitores fixos, assim como, regular a tensão de acordo com o carregamento apresentado pelo sistema.

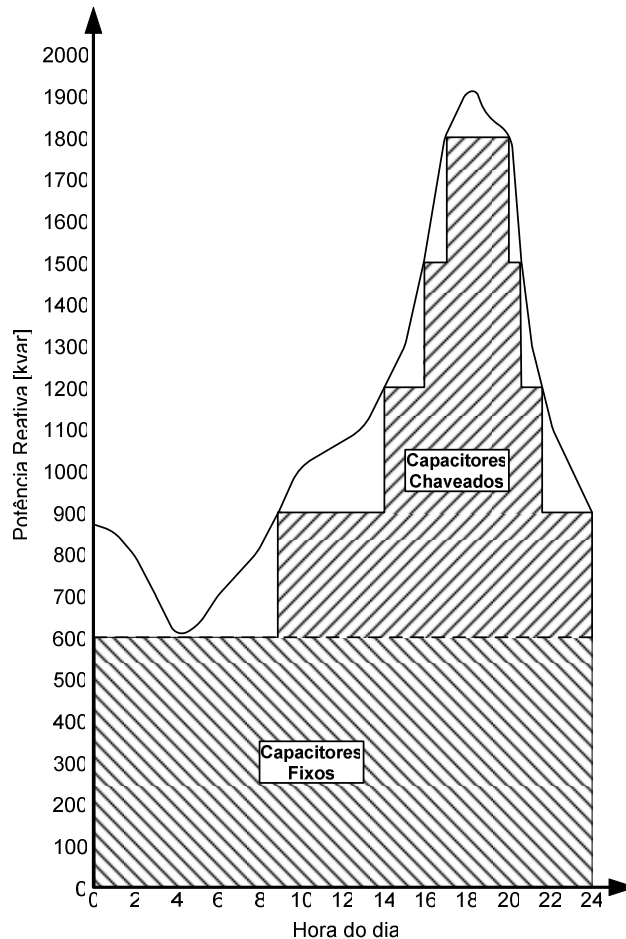


Figura 2.3: Operação de bancos de capacitores fixos e chaveados de acordo com o carregamento do alimentador.

Uma preocupação existente no controle dos capacitores chaveados é minimizar o número de ligamentos e desligamentos dos bancos no sistema, pois além do desgaste provocado no equipamento, gera distúrbios eletromagnéticos na rede.

Cada um dos equipamentos descritos exerce uma influência distinta sobre o desempenho da rede de distribuição. Para avaliar essa influência foram desenvolvidos modelos matemáticos que representam tanto a rede em si como os equipamentos nela instalados. Estes modelos serão descritos no próximo capítulo.

3. Modelos para Representação de Sistemas Elétricos em Regime Permanente

Para a realização de estudos sobre o sistema elétrico é essencial o desenvolvimento de modelos que o representem com fidelidade. Devido a complexidade de se modelar o sistema na sua totalidade, foram desenvolvidos modelos específicos para cada área de interesse. Para estudos em regime permanente, uma série de simplificações são realizadas, já que não há interesse na representação dinâmica do sistema elétrico. Usualmente são empregados dois modelos para representar as relações entre as variáveis associadas aos nós e aos ramos: um exato, denominados modelo do fluxo de carga convencional (ou AC); outro aproximado, denominado modelo do fluxo linearizado (ou CC). Modelos linearizados têm sido usados para análises que necessitam da solução de sucessivos fluxos de potência exigindo tempo e esforço computacional significativos. O fluxo CC foi desenvolvido explorando as características das linhas de transmissão de alta e extra-alta tensão, redes com baixa relação R/X e fluxo de carga fortemente relacionado com os ângulos de fase das tensões nodais. Por possuírem características distintas das linhas de transmissão, o modelo linearizado é inadequado para as redes de distribuição (MARCHESAN et al, 2005). Esta inadequação juntamente com a finalidade de emprego em problemas de otimização demandou o desenvolvimento de novos modelos lineares capazes de representar as redes de distribuição, os quais foram denominados de modelos simplificados, apresentados a seguir.

O próximo sub-capítulo foi compilado a partir de (MARCHESAN et al, 2005).

3.1. Modelo Fluxo de Carga Convencional

O sistema elétrico é formado por um conjunto de nós, estes conectados entre si através de ramos constituídos por linhas de transmissão ou transformadores. Aos nós são conectados os geradores e cargas. No modelo do fluxo de carga convencional, a cada nó são associadas quatro variáveis: a magnitude (V_k) e o ângulo de fase (θ_k) da tensão nodal e as injeções líquidas (geração menos carga) de potências ativa (P_k) e reativa (Q_k). Aos ramos da rede associam-se os fluxos de corrente (\bar{I}_{km} e \bar{I}_{mk}) e de potência (\bar{S}_{km} e \bar{S}_{mk}) que são obtidos a partir das tensões terminais e dos parâmetros do circuito equivalente mostrado na Figura 3.1.

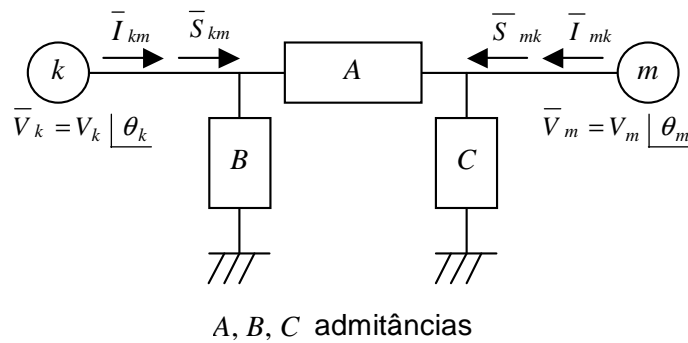


Figura 3.1: Circuito equivalente π de um ramo (linha de transmissão ou transformador em fase)

Na Figura 3.1, A, B e C são admitâncias que dependem dos parâmetros da linha ou transformador, que são dadas por:

$$\begin{aligned}
 A &= a_{km} \bar{y}_{km} \\
 B &= a_{km} (a_{km} - 1) \bar{y}_{km} + j b_{km}^{sh} \\
 C &= (1 - a_{km}) \bar{y}_{km} + j b_{km}^{sh}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde $\bar{y}_{km} = g_{km} + j b_{km}$ é a admitância série, a_{km} é a relação de transformação do transformador (para linhas de transmissão, $a_{km} = 1$ pu) e b_{km}^{sh} é a admitância em derivação do modelo π da linha de transmissão (para transformadores, $b_{km}^{sh} = 0$).

Em um ramo qualquer da rede, no qual existe uma linha de transmissão ou um transformador, os fluxos de corrente (\bar{I}_{km} e \bar{I}_{mk}) e de potência ativa e reativa (\bar{S}_{km} e \bar{S}_{mk}) são dados por:

$$\bar{I}_{km} = (a_{km}^2 \bar{y}_{km} + jb_{km}^{sh}) \bar{V}_k - a_{km} \bar{y}_{km} \bar{V}_m \quad (3.2)$$

$$\bar{I}_{mk} = -a_{km} \bar{y}_{km} \bar{V}_k + (\bar{y}_{km} + jb_{km}^{sh}) \bar{V}_m \quad (3.3)$$

$$\bar{S}_{km} = P_{km} + jQ_{km} = \bar{V}_k \bar{I}_{km}^* \quad (3.4)$$

$$\bar{S}_{mk} = P_{mk} + jQ_{mk} = \bar{V}_m \bar{I}_{mk}^* \quad (3.5)$$

Observar que $\bar{S}_{km} \neq -\bar{S}_{mk}$, pois existem perdas nas linhas de transmissão e nos transformadores, e $\bar{I}_{km} = -\bar{I}_{mk}$ apenas quando as admitâncias B e C são nulas.

Nas equações (3.2) a (3.5), como as correntes e tensões são grandezas fasoriais representadas por números complexos, os fluxos de corrente e potência são descritos por relações não lineares com relação às magnitudes e ângulos de fase de suas tensões terminais. Por exemplo, as partes reais dos fluxos de corrente e de potência (potência ativa) de k para m , são dadas por:

$$\text{Re}\{\bar{I}_{km}\} = a_{km}^2 V_k [g_{km} \cos \theta_k - (b_{km} + b_{km}^{sh}) \text{sen} \theta_k] - a_{km} V_m (g_{km} \cos \theta_m - b_{km} \text{sen} \theta_m) \quad (3.6)$$

$$\text{Re}\{\bar{S}_{km}\} = P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (3.7)$$

sendo $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$. Como resultado da aplicação da análise nodal, chega-se à seguinte relação matricial entre as injeções de corrente e tensões nodais (MONTICELLI e GARCIA, 2003):

$$\underline{I} = Y \underline{V} \quad (3.8)$$

onde \underline{I} é o vetor dos fasores que representam as injeções de corrente nodais; \underline{V} é o vetor dos fasores que representam as tensões nodais e Y é a matriz admitância nodal, cujos elementos são dados por:

$$\begin{aligned}
 Y_{kk} &= jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km}^2 \bar{y}_{km} + jb_{km}^{sh}) \\
 Y_{km} &= -a_{km} \bar{y}_{km} & m \in \Omega_k \\
 Y_{km} &= 0 & m \notin \Omega_k
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

sendo b_k^{sh} a susceptância conectada entre o nó k e a terra e Ω_k o conjunto de todas as barras vizinhas da barra k . Na equação (3.8), para uma rede com N nós, os vetores corrente e tensão possuem N elementos e a matriz admitância possui dimensão $N \times N$. Deve-se observar que todas as tensões são referidas ao nó terra que é o nó $N + 1$.

O cálculo da injeção nodal de potência complexa (S_k) é dado por:

$$S_k = P_k + jQ_k = V_k I_k^* \tag{3.10}$$

Sendo que o k -ésimo elemento do vetor \underline{I} é igual a:

$$I_k = Y_{kk} V_k + \sum_{m \in \Omega_k} Y_{km} V_m \tag{3.11}$$

Substituindo a equação (3.11) em (3.10) e separando as injeções em ativa e reativa se obtém as equações gerais da injeção líquida de potência:

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \tag{3.12}$$

$$Q_k = V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \tag{3.13}$$

O sistema de equações algébricas, formado pelo conjunto das equações (3.12) e (3.13), compõe o problema do fluxo de potência e, quando resolvido, apresenta os estados das variáveis (V_k) e (θ_k).

Como apresentado nas equações (3.12) (3.13), a representação das cargas como injeções constantes de potência nas barras pode não corresponder exatamente ao comportamento da rede. As injeções de potência constante permanecem inalteradas independentemente da tensão calculada na barra. Porém esta representação estaria correta apenas se todas as cargas do sistema fossem do tipo potência constante (a potência não varia com a tensão) ou se houvesse algum tipo de compensação pelo lado da carga que mantivesse a tensão dos terminais da carga na tensão nominal (STOTT, 1974). Essa representação é feita normalmente pela dificuldade de se obter as características da variação da potência em função da tensão. Para o Fluxo de Potência Convencional, uma representação possível das cargas dependentes da

tensão é através da expressão geral que considera a variação da potência da carga (P_k^{nom}) em função da magnitude da tensão em pu (V_k) em determinada barra, sendo as injeções de potência ativa demandadas determinadas por:

$$P_k = (a_p + b_p V_k + c_p V_k^2) \cdot P_k^{nom} \quad (3.14)$$

sendo a_p , b_p e c_p constantes que definem a proporção da carga que se caracteriza como potência constante, corrente constante e impedância constante, respectivamente. As injeções demandadas de potência reativa são determinadas de modo similar. Para que sob tensões nominais as injeções de potência assumam seus valores nominais, a seguinte relação deve ser satisfeita:

$$a_p + b_p + c_p = 1 \quad (3.15)$$

3.2. Modelo Fluxo Linearizado (Alta e Extra-Alta Tensão)

O modelo linearizado consiste em uma aproximação do fluxo de carga convencional que foi desenvolvida para representação de redes de alta e extra-alta tensão, sendo empregado nas situações que envolvem: a solução de inúmeros problemas de fluxo de potência, a solução de problemas de difícil convergência ou a representação simplificada das equações do fluxo de carga em problemas de otimização (ROMERO et al, 2002), visando evitar o emprego das relações não lineares das equações (3.2) a (3.5). Este modelo simplificado tem sido amplamente utilizado na análise de contingências (LAUBY, 1988) e em modelos de otimização para o planejamento da expansão ou operação de sistemas energia elétrica.

Nas equações do fluxo de carga convencional são introduzidas as seguintes aproximações (MONTICELLI e GARCIA, 2003): as magnitudes das tensões são iguais aos valores nominais ($V_k \approx V_m \approx 1$ pu); as perdas de potência ativa são desprezadas; as aberturas angulares são pequenas (logo, $\text{sen } \theta_{km} \approx \theta_{km}$); as resistências série dos ramos são muito menores que suas reatâncias (logo, $b_{km} \approx -(x_{km})^{-1}$). Disto resulta um modelo linearizado, no qual a cada nó da rede são associadas duas variáveis: o ângulo de fase

da tensão nodal (θ_k) e a injeção líquida de potência ativa (P_k). Aos ramos da rede associam-se os fluxos de potência ativa que são obtidos a partir dos ângulos de fase das tensões terminais e da reatância do circuito (x_{km}) mostrado na Figura 3.2.

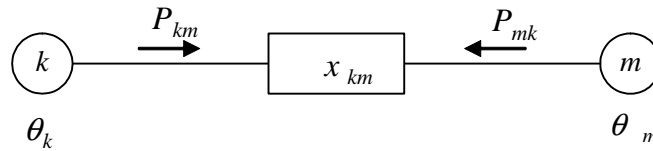


Figura 3.2: Circuito equivalente de um ramo no modelo linearizado.

Em um ramo qualquer da rede, no qual existe uma linha de transmissão ou um transformador, os fluxos de potência ativa (P_{km}) são dados por:

$$P_{km} = (x_{km})^{-1} \theta_k \quad (3.16)$$

$$P_{mk} = -P_{km} = (x_{km})^{-1} \theta_m \quad (3.17)$$

Deste modo, a relação entre os fluxos de potência ativa e as aberturas angulares é linear e similar a existente entre os fluxos de corrente e as tensões nodais de um circuito em corrente contínua que é a origem da denominação “fluxo de carga CC”. Como as perdas são desprezadas, o sistema de equações é singular, sendo necessário eliminar uma de suas equações e adotar a barra correspondente como referência angular, resultando em um sistema não-singular com $N - 1$ equações e $N - 1$ variáveis (MONTICELLI e GARCIA, 2003).

Diferentemente do Fluxo de Potência convencional, no qual é possível a representação de cargas dependentes da tensão, a consideração de magnitudes das tensões iguais aos valores nominais ($V_k \approx V_m \approx 1\text{pu}$) no modelo de Fluxo Linearizado faz com que a injeção de potência na barra seja sempre igual à potência nominal.

3.3. Modelo Simplificado 1

Este modelo de rede foi desenvolvido de maneira análoga ao modelo linearizado, porém levando em consideração as características típicas de uma rede de distribuição. Nas redes de transmissão de energia a relação entre as resistências e reatâncias série dos ramos (relação R/X) é da ordem de 0,1 a 0,3 e o fluxo de potência se relaciona

fortemente com os ângulos de fase das tensões nodais. Já nas redes de distribuição esta razão é tipicamente maior ou igual a 1 e os fluxos de potência se relacionam mais fortemente com as magnitudes das tensões nodais. Conseqüentemente, na formulação desenvolvida, os fasores tensão são representados por grandezas reais que representam apenas a sua magnitude (o ângulo de fase é considerado nulo para todas as tensões).

Por ser um modelo linearizado definido a partir dos pontos de operação da rede de distribuição, as cargas, diferentemente do modelo do fluxo de carga convencional que utiliza a equação (3.14), são representadas por injeções constantes de corrente. Esta representação foi escolhida por ser um modelo intermediário entre injeções de potência constante e impedâncias constantes o que pode ser visto na Figura 3.3. A Figura 3.3 mostra a variação da potência das cargas dependentes da tensão através da equação (3.14), utilizando uma carga de potência constante, a qual permanece em seu valor nominal independente da variação da tensão, uma carga de impedância constante, a qual tem sua potência variando quadraticamente em relação à tensão, e uma carga de corrente constante, a qual varia linearmente com a tensão.

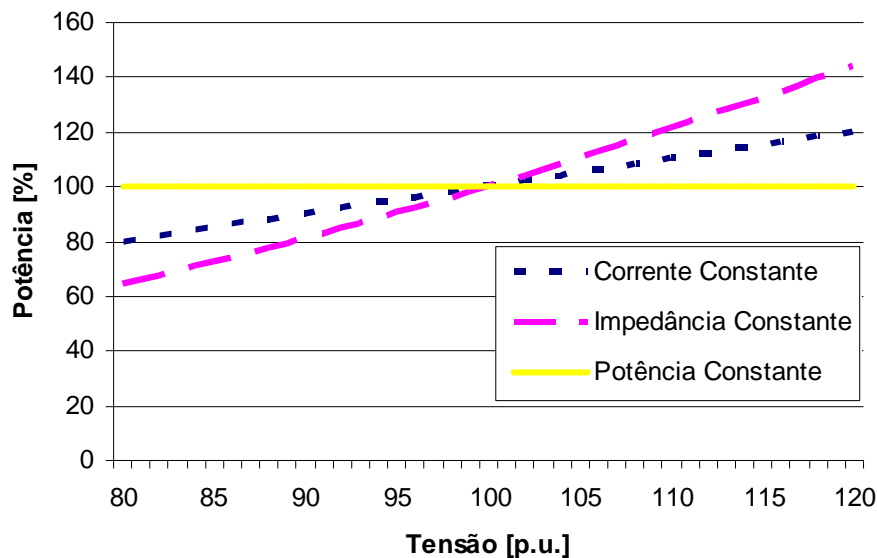


Figura 3.3: Variação da potência da cargas em função da variação da tensão.

Esta abordagem apresenta como vantagem o fato de que as injeções de corrente na rede tornam-se independentes das tensões nodais.

As correntes que representam as demandas, fontes e elementos de compensação em derivação (capacitores e reatores) possuem duas componentes: uma parcela real, relacionada com a potência ativa; outra parcela imaginária, relacionada com a potência reativa. Assim, os fluxos e demandas de corrente mostrados na Figura 3.4 apresentam a seguinte forma:

$$f_{b1} = f_{b1}^{\text{Re}} + jf_{b1}^{\text{Im}} \quad (3.18)$$

$$d_{n2} = d_{n2}^{\text{Re}} + jd_{n2}^{\text{Im}} \quad (3.19)$$

sendo f_{b1}^{Re} e f_{b1}^{Im} as parcelas real e imaginária da corrente no ramo $b1$, e sendo d_{n2}^{Re} e d_{n2}^{Im} as parcelas real e imaginária da corrente demandada no nó $n2$.

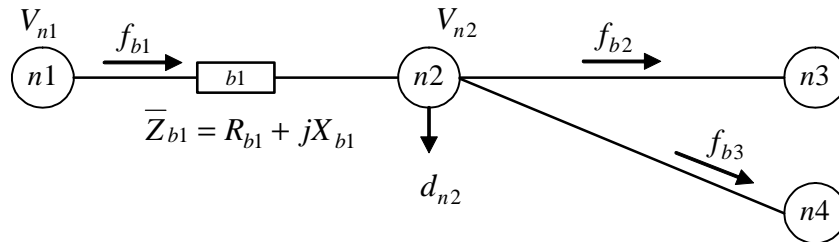


Figura 3.4: Trecho de rede entre dois nós.

As correntes nos ramos podem ser diretamente determinadas por intermédio da aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes. Para o ramo $b1$ da Figura 3.4, tem-se:

$$f_{b1} = d_{n2} + f_{b2} + f_{b3} \quad (3.20)$$

Separando as partes real e imaginária da corrente do ramo $b1$, a expressão (3.20) pode ser substituída pelas seguintes expressões que envolvem apenas variáveis reais:

$$f_{b1}^{\text{Re}} = d_{n2}^{\text{Re}} + f_{b2}^{\text{Re}} + f_{b3}^{\text{Re}} \quad (3.21)$$

$$f_{b1}^{\text{Im}} = d_{n2}^{\text{Im}} + f_{b2}^{\text{Im}} + f_{b3}^{\text{Im}} \quad (3.22)$$

Da mesma forma que a corrente, a impedância série dos ramos apresenta duas componentes: uma real (resistência) e outra imaginária (reatância), conforme segue.

$$\bar{Z}_{b1} = R_{b1} + jX_{b1} \quad (3.23)$$

Considerando as correntes e impedâncias dos ramos definidas pelas expressões (3.21), (3.22) e (3.23), a queda de tensão complexa em um determinado trecho de alimentador é dada pelo produto da impedância série do ramo pela corrente que flui por meio deste. Para o trecho ilustrado na Figura 3.4, a queda de tensão é dada por:

$$\Delta \bar{V}_{b1} = \bar{V}_{n1} - \bar{V}_{n2} = (R_{b1} + jX_{b1})(f_{b1}^{\text{Re}} + jf_{b1}^{\text{Im}}) \quad (3.24)$$

$$\Delta \bar{V}_{b1} = R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} + j(R_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} + X_{b1}f_{b1}^{\text{Re}}) \quad (3.25)$$

Nas redes de distribuição, a magnitude da tensão é o principal parâmetro de desempenho analisado, sendo a sua determinação, o objetivo deste modelo simplificado. Sabendo que os fluxos de potência se relacionam fortemente com as magnitudes das tensões nodais, a amplitude da queda de tensão praticamente não sofre influência da sua parcela imaginária, o que possibilita a simplificação da expressão da queda de tensão para:

$$\Delta \bar{V}_{b1} = \bar{V}_{n1} - \bar{V}_{n2} \approx R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} \quad (3.26)$$

Como os ângulos das tensões são considerados todos em fase e iguais a zero grau, os fasores tensão podem ser substituídos por suas magnitudes, resultando em:

$$\Delta V_{b1} = V_{n1} - V_{n2} = R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} \quad (3.27)$$

De acordo com a equação (3.27), a queda de tensão em um ramo pode ser determinada pela superposição dos efeitos das partes real e imaginária da corrente, percorrendo dois circuitos distintos, que são formados exclusivamente pelas resistências e pelas reatâncias dos ramos, respectivamente:

$$\Delta V_{b1} \cong \Delta V_{b1}^A + \Delta V_{b1}^B \quad (3.28)$$

com

$$\Delta V_{b1}^A = R_{b1} \cdot f_{b1}^{\text{Re}} = V_{n1}^A - V_{n2}^A \quad (3.29)$$

$$\Delta V_{b1}^B = -X_{b1} \cdot f_{b1}^{\text{Im}} = V_{n1}^B - V_{n2}^B \quad (3.30)$$

Da mesma forma, as magnitudes das tensões nodais também são determinadas por superposição da seguinte forma:

$$\underline{V} = \underline{V}^A + \underline{V}^B \quad (3.31)$$

com as parcelas \underline{V}^A e \underline{V}^B obtidas por intermédio da aplicação da análise nodal, como mostrado na equação (3.8). Empregando matrizes similares a matriz admitância, obtém-se:

$$\underline{V}^A = [\underline{Y}^R]^{-1} \cdot \underline{d}^{\text{Re}} \quad (3.32)$$

$$\underline{V}^B = -[\underline{Y}^X]^{-1} \cdot \underline{d}^{\text{Im}} \quad (3.33)$$

sendo Y^R a matriz admitância da rede considerando apenas a resistência dos ramos, Y^X a matriz admitância da rede considerando apenas a reatância dos ramos e $\underline{d}^{\text{Re}}$ e $\underline{d}^{\text{Im}}$ os vetores das injeções ativa e reativa demandas nos nós.

As correntes demandadas em cada nó são obtidas a partir das demandas de potência ativa e reativa, considerando que todas as barras do sistema operam sob tensão nominal. Assim, a demanda de corrente só depende da demanda de potência ativa e reativa, sendo considerado que: 1) as cargas são trifásicas e equilibradas; 2) os ângulos de fase das tensões são idênticos e iguais a zero; e 3) as magnitudes das tensões são iguais aos seus valores nominais.

Para a análise do impacto provocado pela inclusão de bancos de capacitores fixos e chaveáveis, é necessário considerar a variação diária do carregamento, podendo esta análise ser realizada para cada uma das horas do dia ou por intermédio de alguma aproximação válida. Neste trabalho, a variação das cargas foi representada de forma aproximada por níveis de carregamento. A metodologia será apresentada mais adiante.

Considerando o circuito equivalente por fase e utilizando grandezas por unidade, as correntes demandadas pelas cargas para cada nível de carregamento são obtidas pela seguinte expressão:

$$d_{i,j}^{\text{Re}} + jd_{i,j}^{\text{Im}} = \left(\frac{\overline{S}_{i,j}^D}{\overline{V}_{i,j}} \right)^* \approx \left(\overline{S}_{i,j}^D \right)^* = P_{i,j}^D - jQ_{i,j}^D \quad (3.34)$$

sendo $d_{i,j}^{\text{Re}}$ e $d_{i,j}^{\text{Im}}$ as componentes real e imaginária da corrente demandada em pu na barra i para o nível de carregamento j ; $\overline{S}_{i,j}^D = P_{i,j}^D + jQ_{i,j}^D$ a demanda de potência complexa em pu na barra i para o nível de carregamento j ; e $\overline{V}_{i,j}$ o fasor tensão na barra i em pu para o nível de carregamento j . Considera-se que $\overline{V}_{i,j} = 1 \angle 0$ pu, $\forall i, j$. As cargas de natureza indutiva são representadas por demandas com parte real positiva e parte imaginária negativa. A instalação de um banco de capacitores em uma determinada barra corresponde à inclusão de uma demanda de corrente adiantada com relação à tensão, ou seja, uma demanda com parte imaginária positiva (indicando fornecimento de potência reativa). O valor da demanda de corrente associada a cada

banco $(jd_{i,j}^{Im})^{BC}$ é determinado a partir da sua potência nominal, considerando que o mesmo opera com tensão nominal:

$$(jd_{i,j}^{Im})^{BC} = \left(\frac{jQ_i^{BC}}{V_{i,j}} \right)^* \approx -jQ_i^{BC} \quad (3.35)$$

sendo Q_i^{BC} a potência reativa em pu do banco instalado na barra i para qualquer nível de carregamento j . Assim, a demanda associada a um banco de capacitores de -1200 kvar é igual a $j1,2$ pu com potência de base de 1 MVA. Para avaliar o impacto da inclusão de um banco de capacitores em um determinado nó da rede, o termo obtido pela expressão (3.35) deve ser acrescido à demanda deste nó, previamente calculada pela expressão (3.34).

3.4. Modelo Simplificado 2

Após a realização diversos experimentos com diferentes redes de distribuição e estas sob diferentes condições foi observado que o modelo linearizado da equação (3.27) apresentava melhores resultados quando um fator de ajuste K_{b1} era introduzido no cálculo da queda de tensão, resultando no Modelo Simplificado 2:

$$\Delta V_{b1}^{MS2} = V_{n1} - V_{n2} = K_{b1} R_{b1} f_{b1}^{Re} - X_{b1} f_{b1}^{Im} \quad (3.36)$$

sendo o fator K_{b1} calculado para cada ramo do circuito, de forma que a solução obtida pelo Modelo Simplificado 1 seja igual à solução exata do fluxo de carga do caso base ΔV_{b1}^{FC} , em torno do qual o modelo linear está sendo desenvolvido. Assim, o fator K_{b1} é dado por:

$$K_{b1} = \frac{\Delta V_{b1}^{FC} + X_{b1} f_{b1}^{Im}}{R_{b1} f_{b1}^{Re}} \quad (3.37)$$

A solução do fluxo de carga do caso, assim como, a solução do Modelo Simplificado 1 para o cálculo dos fatores de ajuste deverão ser obtidas utilizando a rede sem os bancos de capacitores candidatos instalados. Apenas os equipamentos que não serão realocados deverão permanecer conectados à rede.

Uma grande vantagem do Modelo Simplificado 2 é que, para o problema de alocação ótima dos capacitores, os fatores de ajuste serão calculados apenas uma vez, no início do processo.

Os modelos de representação de sistemas elétricos apresentados neste capítulo possuem características, as quais podem prejudicar o desempenho ou exatidão da resposta para determinado tipo de problema. O fluxo de carga convencional obtém respostas exatas, porém faz uso de equações não lineares, o que representa grande dificuldade de solução de problemas de otimização nos quais estão inseridos. O modelo linearizado, por ter sido desenvolvido para representação de linhas de transmissão, não representa com exatidão redes de distribuição elétrica. Com a impossibilidade da utilização destes modelos, foram desenvolvidos modelos que exploram as características dos sistemas de distribuição, alta relação R/X e fluxo de potência fortemente relacionado com a magnitude da tensão, porém utiliza equações lineares, o que possibilita seu emprego em problemas de otimização em redes de distribuição.

O problema de alocação ótima de bancos de capacitores, assim como o processo de solução do mesmo, serão apresentados no capítulo que segue.

4. Alocação de Banco de Capacitores para Regulação de Tensão

Os bancos de capacitores são bastante utilizados nas redes de distribuição normalmente com dois objetivos: diminuição das perdas elétricas nos condutores e regulação da tensão. Em ambos os casos, os capacitores compensam o fluxo de reativos na rede, o que acarreta diminuição das perdas elétricas nos condutores ou regulação da tensão. O local de instalação praticamente irá determinar qual dos objetivos será alcançado com maior eficácia. Neste capítulo é apresentado a metodologia empregada para alocar os bancos de capacitores, assim como, os algoritmos de otimização utilizados para a solução do problema de alocação ótima de bancos de capacitores.

Neste trabalho, o problema de alocação considerado tem por objetivo minimizar as violações dos limites de tensão, definidas pela Resolução Nº 505 da ANEEL e passíveis de multa, por intermédio da instalação de unidades fixas e chaveadas de bancos de capacitores, considerando a variação horária da carga. A formulação apresentada minimiza os custos de aquisição, instalação, remoção e manutenção das unidades por intermédio de um modelo linear inteiro misto de otimização que é resolvido por intermédio de um algoritmo *branch and bound*. No modelo apresentado, foram desenvolvidas soluções lineares para vários problemas: 1) o valor absoluto da violação dos limites de tensão é representado por intermédio da inclusão de uma variável auxiliar e restrições lineares; 2) os limites móveis de tensão, que dependem da derivação (tap) que o transformador está operando, são representados por uma tensão de referência que pode ser ajustada dentro dos limites físicos de cada transformador; e 3) a restrição não-linear que limita a magnitude da corrente nos condutores é representada de modo quase exato por restrições lineares de canalização.

O modelo de otimização apresentado tem por objetivo minimizar multas e custos de aquisição, instalação e manutenção dos bancos de capacitores de modo que as violações dos limites de tensão sejam minimizadas, considerando os limites de capacidade dos condutores, os limites de investimento, a variação da carga, a possibilidade de ajustar a derivação de operação dos transformadores e a melhor forma de operação das unidades chaveáveis.

4.1. Representação da Variação das Cargas

Em qualquer sistema de distribuição é possível observar uma significativa variação nas demandas de potência ativa e reativa das cargas de um alimentador. Tal variação ocorre ao longo das horas do dia, entre os dias da semana e no decorrer das estações do ano. A representação de cada um destes instantes não é viável, pois torna os problemas de otimização associados intratáveis, razão pela qual geralmente são empregados valores máximos ou médios. Contudo, o uso dos valores máximos ou médios não é adequado quando se deseja avaliar a regulação da tensão nodal (como definido pela Resolução N° 505 da ANEEL), pois é necessário determinar a variação da tensão de atendimento. Deve-se ainda observar que os consumos máximos e mínimos não são simultâneos para todos consumidores.

Assim, para a análise do impacto provocado pela inclusão de bancos de capacitores fixos e chaveáveis, é necessário considerar a variação diária do carregamento, podendo esta análise ser realizada para cada uma das horas do dia ou por intermédio de alguma aproximação por patamares que seja representativa (HAFFNER ET AL, 2008). Para descrever a variação da carga são empregados níveis de carregamento com duração variável (Ψ^{NC} e NC – conjunto e cardinalidade dos níveis de carregamento), representando as situações de carregamento variado. Caso necessário, um número de níveis maior ou menor pode ser empregado, sem alterações no processo utilizado. No caso de se utilizar 24 níveis, a representação será exata.

Os horários associados aos carregamentos são determinados arbitrariamente a partir da curva de demanda total de potência ativa diária do alimentador que é ordenada da maior demanda de potência ativa para a menor. Utiliza-se esta mesma ordenação horária para as demandas de potência reativa. Após definido os horários, as

cargas conectadas ao sistema serão representadas pelos seus valores médios de potência ativa e reativa demandados nos horários de cada carregamento.

A fim de ilustrar a metodologia proposta, será considerado um alimentador de distribuição em 13,8 kV, formado por cinco nós (uma subestação mais quatro nós de carga) e quatro ramos, conforme mostrado na Figura 4.1, cujos valores das impedâncias dos trechos de alimentador estão mostrados na Tabela 4.1 (valores em pu na base de 1 MVA, 13,8 kV).

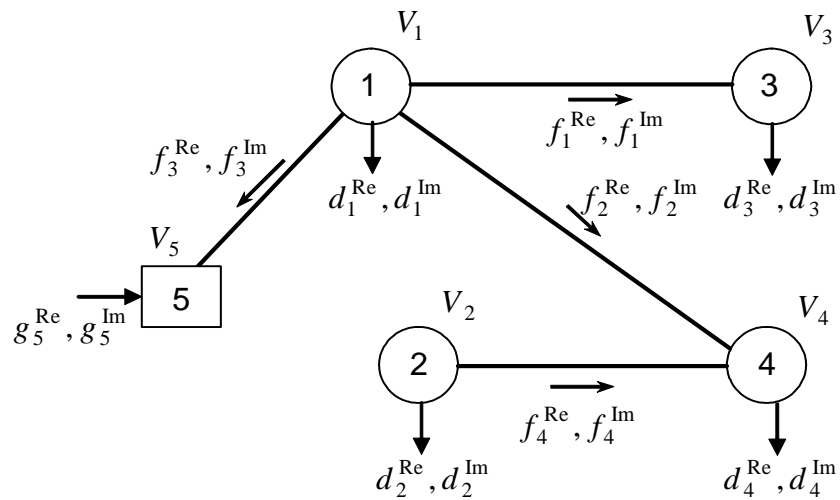


Figura 4.1: Sistema de cinco barras.

As demandas horárias de potência ativa e reativa para um dia típico do sistema de cinco barras encontram-se na Tabela 4.2, sendo a curva de carga correspondente mostrada na Figura 4.2.

Tabela 4.1: Impedância e capacidade dos trechos de alimentador.

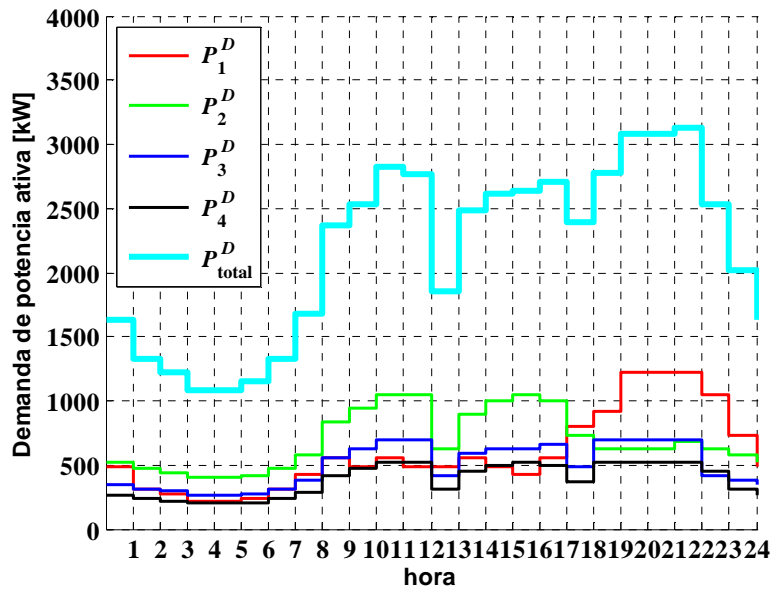
Ramo k	Extremos	R_k [pu]	X_k [pu]
1	1-3	0,0219	0,0164
2	1-4	0,0116	0,0150
3	1-5	0,0080	0,0163
4	2-4	0,0219	0,0164

Neste sistema pode-se observar diferentes tipos de curvas de carga. A barra 1 apresenta uma característica tipicamente residencial (maior consumo no horário da ponta); a barra 2 apresenta uma característica tipicamente industrial (consumo reduzido no horário da ponta); as demais barras apresentam características híbridas. Definindo

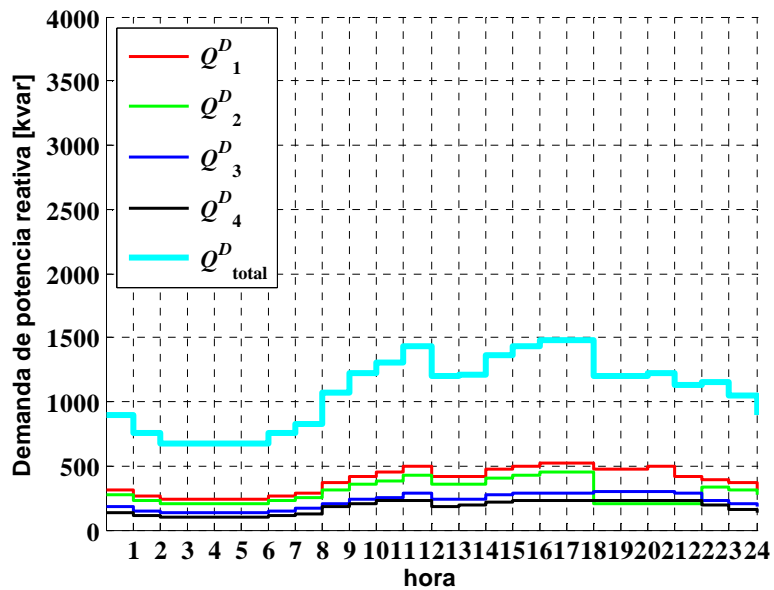
três níveis de carregamento com duração de 4, 12 e 8 horas que representam os carregamentos máximo, médio e mínimo. Os quatro horários de maior demanda do alimentador, que correspondem ao carregamento máximo, são respectivamente os seguintes: 21, 19, 20 e 10 horas. Os doze horários seguintes, que correspondem ao carregamento médio, são: 8, 9, 11 a 18, 22 e 23 horas. Os oito horários restantes correspondem ao carregamento mínimo.

Tabela 4.2: Demandas horárias de potência ativa e reativa.

Hora	Barra 1		Barra 2		Barra 3		Barra 4	
	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar
1	306,25	262,50	472,50	225,00	315,00	150,00	236,25	112,50
2	269,50	236,25	441,00	202,50	294,00	135,00	220,50	101,25
3	220,50	236,25	399,00	202,50	266,00	135,00	199,50	101,25
4	220,50	236,25	399,00	202,50	266,00	135,00	199,50	101,25
5	245,00	236,25	420,00	202,50	280,00	135,00	210,00	101,25
6	306,25	262,50	472,50	225,00	315,00	150,00	236,25	112,50
7	428,75	288,75	577,50	247,50	385,00	165,00	288,75	123,75
8	551,25	367,50	840,00	315,00	560,00	210,00	420,00	180,00
9	490,00	420,00	945,00	360,00	630,00	240,00	472,50	202,50
10	551,25	446,25	1050,00	382,50	700,00	255,00	525,00	225,00
11	490,00	498,75	1050,00	427,50	700,00	285,00	525,00	225,00
12	490,00	420,00	630,00	360,00	420,00	240,00	315,00	180,00
13	551,25	420,00	892,50	360,00	595,00	240,00	446,25	191,25
14	490,00	472,50	997,50	405,00	630,00	270,00	498,75	213,75
15	428,75	498,75	1050,00	427,50	630,00	285,00	525,00	225,00
16	551,25	525,00	997,50	450,00	665,00	285,00	498,75	225,00
17	796,25	525,00	735,00	450,00	490,00	285,00	367,50	225,00
18	918,75	472,50	630,00	202,50	700,00	300,00	525,00	225,00
19	1225,00	472,50	630,00	202,50	700,00	300,00	525,00	225,00
20	1225,00	498,75	630,00	202,50	700,00	300,00	525,00	225,00
21	1225,00	420,00	682,50	202,50	700,00	285,00	525,00	225,00
22	1041,30	393,75	630,00	337,50	420,00	225,00	446,25	191,25
23	735,00	367,50	577,50	315,00	385,00	210,00	315,00	157,50
24	490,00	315,00	525,00	270,00	350,00	180,00	262,50	135,00



(a) Demanda de potência ativa



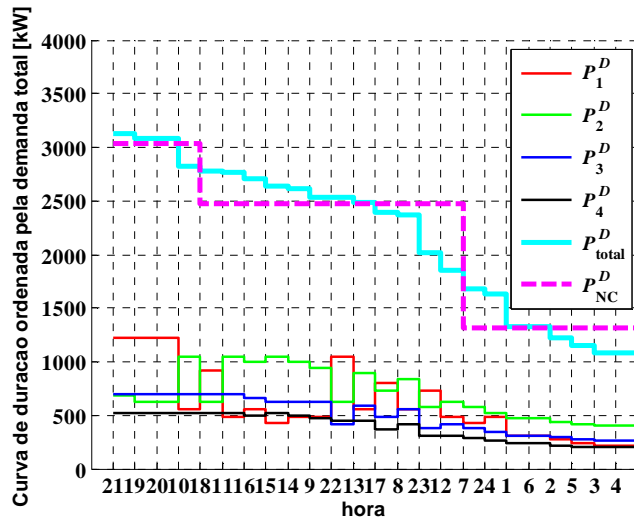
(b) Demanda de potência reativa

Figura 4.2: Demanda horária de potência ativa e reativa.

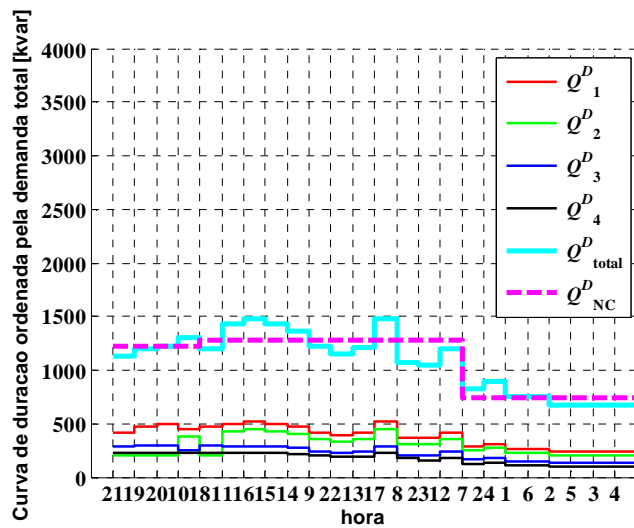
A demanda total de potência ativa e reativa diária do alimentador ordenada é mostrada na Figura 4.3. A Tabela 4.3 apresenta os valores médios obtidos para cada nível de carregamento, sendo estes também mostrados na Figura 4.3.

Tabela 4.3: Demandas das barras para cada nível de carregamento.

Nível de carregamento	Duração [horas/dia]	Barra 1		Barra 2		Barra 3		Barra 4	
		kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar
1 (máximo)	4	1056,56	459,38	748,13	247,50	700,00	285,00	525,00	225,00
2 (médio)	12	627,81	448,44	831,25	367,50	568,75	256,25	446,25	203,44
3 (mínimo)	8	310,84	259,22	463,31	222,19	308,88	148,13	231,66	111,09



(a) Demanda ordenada de potência ativa



(b) Demanda ordenada de potência reativa

Figura 4.3: . Demanda ordenada de potência ativa e reativa para obtenção dos níveis médios de carregamento.

Nas Figura 4.4 e Figura 4.5 são apresentados os valores horários de demanda de potência ativa e reativa em cada uma das quatro barras do sistema e os valores médios, utilizados para representar a variação da carga segundo

os três níveis de carregamento. Observar que nem sempre os horários de maior carregamento do alimentador coincidem com os horários de maior demanda de uma barra específica. Por exemplo, a Barra 2, durante os horários de maior demanda do alimentador, apresenta uma demanda média inferior à demanda observada durante os horários nos quais o alimentador apresenta carregamento médio.

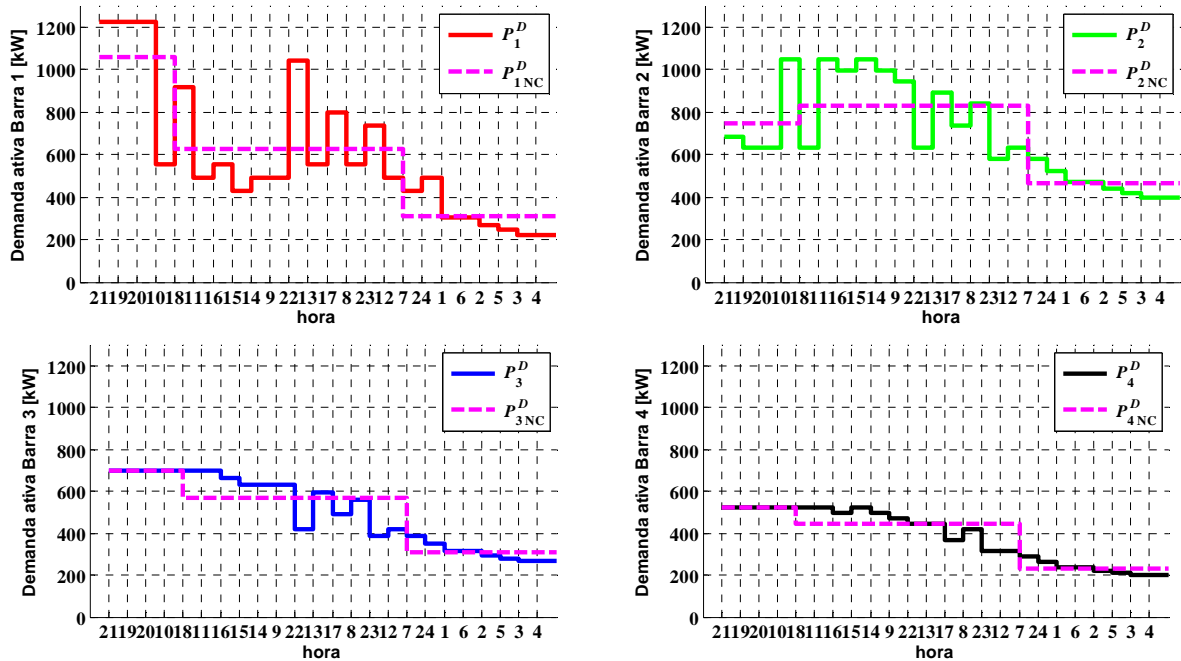


Figura 4.4: Demanda de potência ativa horária e valores médios de cada nível de carregamento.

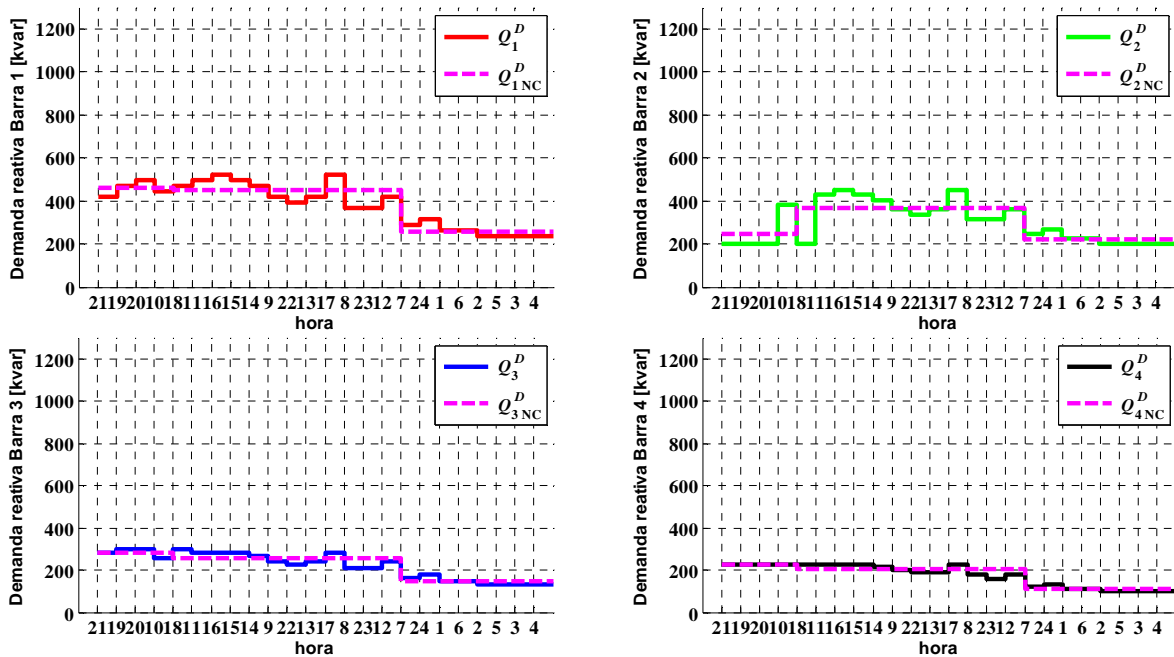


Figura 4.5: Demanda de potência reativa horária e valores médios de cada nível de carregamento.

4.2. Formulação do Problema

O modelo de otimização descrito a seguir tem por objetivo definir os locais e os tipos de bancos de capacitores fixos e chaveáveis que devem ser instalados de modo que o custo de aquisição, instalação e manutenção e as violações nos limites de tensão sejam minimizados. O problema de alocação e realocação de bancos de capacitores em alimentadores de distribuição leva em conta os seguintes fatores:

- a rede de distribuição é dividida em nós, nos quais as cargas e fontes são concentradas, e ramos que realizam a conexão entre os nós, representando o percurso dos alimentadores;
- a variação horária da demanda é representada por níveis de carregamento, sendo as variáveis relacionadas com a operação da rede (demanda, tensão e fluxo) associadas a cada um destes níveis de carregamento;
- aos nós são associadas três variáveis para cada nível de carregamento (magnitude da tensão nodal; partes real e imaginária da demanda de corrente); aos ramos são associadas duas variáveis para cada nível de carregamento: partes real e imaginária da corrente;
- a instalação, remoção ou realocação dos bancos de capacitores constituem o conjunto das alternativas de investimento que serão empregadas para solução do problema de expansão;
- a instalação de uma nova unidade ou a utilização de um banco pré-existente está associada a uma variável binária que assume o valor unitário quando a alternativa for selecionada (instalação de uma unidade ou a permanência de um banco no local em que estava previamente instalado) e o valor zero quando a alternativa não for selecionada (não instalação do banco ou remoção de um banco pré-existente);
- para as unidades fixas e chaveáveis estão associados custos de aquisição, de instalação, de manutenção e, para as unidades pré-existentes, custos de remoção;
- a utilização dos bancos chaveáveis em cada nível de carregamento está associada a variáveis binárias, que assumem valor unitário quando o banco estiver ligado e o valor zero quando o banco estiver desligado;

- os bancos de capacitores fixos são considerados em operação em todos os níveis de carregamento; os bancos chaveáveis entram em operação apenas quando são necessários;
- a carga é representada por demandas constantes de corrente, com valores conhecidos para cada nível de carregamento;
- as tensões nodais e os fluxos nos ramos são determinados através das duas Leis de Kirchhoff;
- os limites de capacidade dos condutores e as capacidades das subestações;
- as quedas de tensão na rede de distribuição são calculadas a partir de um modelo simplificado levando em conta a impedância dos ramos e a corrente em cada nível de carregamento;
- as violações nas tensões são avaliadas em todas as barras onde existe demanda ou injeção, para todos os níveis de carregamento considerados;
- a função objetivo corresponde a minimização do valor presente dos custos de investimento (considerados apenas uma vez e relacionados com a aquisição, instalação e remoção dos bancos de capacitores) e de operação (considerados ao longo do horizonte de planejamento e relacionados com a manutenção dos bancos de capacitores e com as multas advindas da violação dos limites de tensão);
- são considerados limites para os custos de investimento e manutenção.

4.2.1. Função Objetivo

A função objetivo do problema de expansão possui duas partes: custo de investimento (C^{inv}) e custo de operação (C^{oper}), conforme apresentado na Figura 4.6 que ilustra o caso de serem considerados três níveis de carregamento. O custo de investimento é efetivado uma única vez, no início do horizonte de planejamento considerado, e corresponde aos custos associados à aquisição (CA^{FI} , para capacitores fixos e CA^{CI} , para capacitores chaveados), instalação (CI_i^{FI} , para capacitores fixos e CI_i^{CI} , para capacitores chaveados) e remoção (CR_i^{FI} , para capacitores fixos e CR_i^{CI} , para capacitores chaveados) dos bancos de capacitores. O custo de operação

($C^{\text{oper}} = C^{\text{man}} + \sum_{i=1}^{NC} C_i^{\text{vio}}$), soma entre custo de manutenção (C^{man}) e custo de violação da tensão (C_i^{vio}), é considerado no início de cada ano do horizonte de planejamento. O custo de manutenção corresponde ao custo anual de manutenção dos bancos de capacitores (CM^{FI} , para capacitores fixos e CM^{CI} , para capacitores chaveados). O custo de violação da tensão é a parcela relacionada com as multas por violação nos limites de tensão (CV_i).

Para um horizonte de planejamento de T anos, a função objetivo corresponde à minimização do valor presente do custo de investimento mais os custos de operação que são distribuídos ao longo do tempo, sendo dada pela seguinte expressão:

$$C = C^{\text{inv}} + \delta \left(C^{\text{man}} + \sum_{j \in \Psi^{NC}} C_j^{\text{vio}} \right) \quad (4.1)$$

$$\delta = \sum_{t=1}^T \frac{1}{\left(1 + \frac{i_{\%}}{100}\right)^{t-1}} \quad (4.2)$$

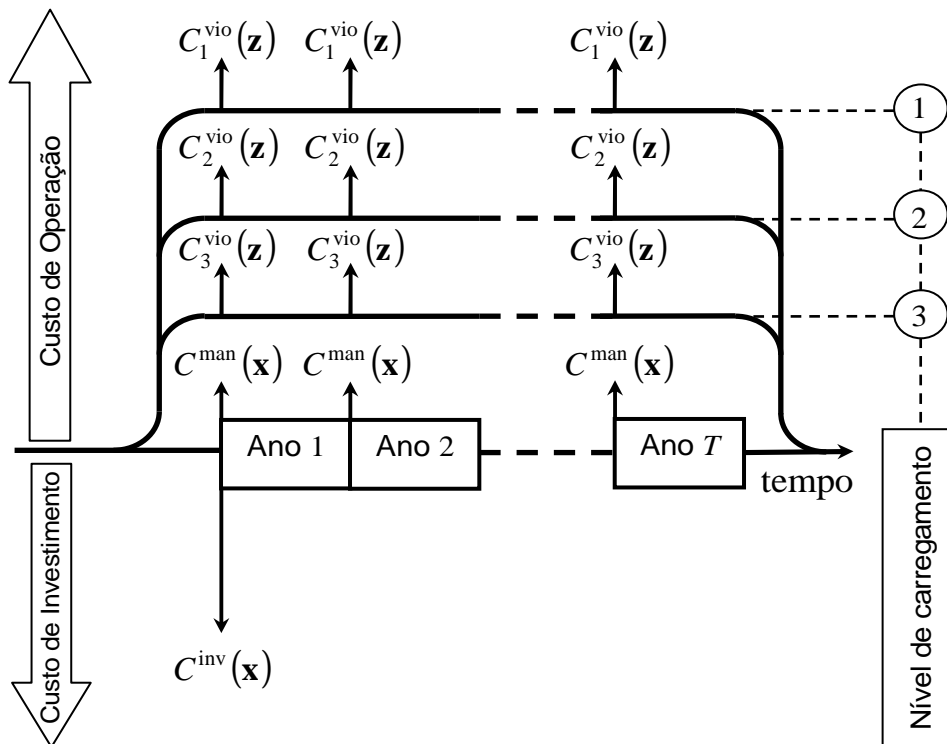


Figura 4.6: Instantes de efetivação dos custos de operação (para três níveis de carregamento) e de investimento.

sendo C o custo total da expansão e δ é o fator utilizado para a conversão em valor presente dos custos de operação.

Os custos de investimento (C^{inv}) e de manutenção (C^{man}) são dependentes de variáveis binárias de decisão de investimento conforme as equações (4.3) e (4.4). Os estados destas variáveis definem quais das alternativas foram selecionadas. Estas, assumindo valor unitário, indicam a instalação ou permanência do equipamento na rede. Quando o valor for igual a zero indica a remoção ou não instalação do equipamento. Os bancos de capacitores fixos, assim como os capacitores chaveados, podem ser de diferentes potências sendo cada uma delas uma alternativa distinta. Os elementos dos conjuntos Ψ^F e Ψ^C de cardinalidade F e C representam os diferentes tipos de capacitores fixos e chaveados, respectivamente. Cada alternativa de cada uma das barras candidatas (Ψ^{BC} e BC , conjunto e cardinalidade) a instalação dos bancos capacitores possui respectivamente uma variável binária de decisão relacionada (x_i^{FI} para capacitores fixos e x_i^{CI} , para capacitores chaveados).

$$C^{\text{inv}} = \sum_{i \in \Psi^{BC}} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{I \in \Psi^F} [CR_i^{FI} + (CA^{FI} + CI_i^{FI} - CR_i^{FI})x_i^{FI}] + \\ + \sum_{I \in \Psi^C} [CR_i^{CI} + (CA^{CI} + CI_i^{CI} - CR_i^{CI})x_i^{CI}] \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

$$C^{\text{man}} = \sum_{i \in \Psi^{BC}} \left[\sum_{I \in \Psi^F} CM^{FI} x_i^{FI} + \sum_{I \in \Psi^C} CM^{CI} x_i^{CI} \right] \quad (4.4)$$

O custo de violação da tensão é proporcional à magnitude do desvio da tensão nodal ($\Delta V_{i,j}$) com relação aos limites mínimo e máximo ponderada pela duração de cada nível de carregamento (ΔT_j). Apenas os nós onde existe demanda (Ψ^D e D , conjunto e cardinalidade dos nós com demanda) são avaliados quanto à violação.

$$C_j^{\text{vio}} = \Delta T_j \sum_{i \in \Psi^D} CV_i \Delta V_{i,j} \quad (4.5)$$

4.2.2. Representação do Desvio de Tensão

O desvio da tensão nodal tem seus valores mínimos e máximos apresentados na Tabela 2.1 e definidos pela resolução N° 505/2001 da ANEEL, esta já explanada no capítulo 2. É definido que a tensão de atendimento é classificada como adequada

quando apresentar valores entre 93% e 105% da Tensão Nominal (para os consumidores em baixa tensão) ou da Tensão Contratada (para os consumidores em alta tensão). Assim, para fazer com que as tensões se mantenham dentro da faixa “adequada” os limites mínimo (V_i^{\min}) e máximo (V_i^{\max}) em pu são 0,93 e 1,05, respectivamente.

A definição do desvio de tensão nodal com relação aos seus limites mínimo e máximo para todos os níveis de carregamento ($\forall j \in \Psi^{NC}$) e $\forall i \in \Psi^D$ é dada por:

$$\Delta V_{i,j} = \begin{cases} V_{i,j} - V_i^{\max}, & \text{se } V_{i,j} > V_i^{\max} \\ V_i^{\min} - V_{i,j}, & \text{se } V_{i,j} < V_i^{\min} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.6)$$

Neste trabalho, a expressão linear por partes (4.6) é substituída pela seguinte forma equivalente, que evita a inclusão de variáveis adicionais:

$$\begin{aligned} \min \quad & \Delta V_{i,j} \\ \text{s.a.} \quad & \Delta V_{i,j} \geq V_{i,j} - V_i^{\max} \\ & \Delta V_{i,j} \geq V_i^{\min} - V_{i,j} \\ & \Delta V_{i,j} \geq 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Como os transformadores de distribuição possuem derivações (*taps*) em seu lado de média tensão, e busca-se regular a tensão fornecida aos consumidores na baixa tensão, os limites mínimo e máximo da tensão no circuito de média tensão são móveis, pois dependem da derivação que o transformador está operando. Levando em conta as relações de tensão usuais dos transformadores de distribuição, observa-se que além da tensão nominal existem duas outras derivações no lado de média tensão, com valores próximos a 0,95 e 0,90 pu. Considerando a possibilidade de utilização destas derivações, os valores mínimos e máximos para o lado de média tensão visando obter uma tensão adequada no lado de baixa tensão são mostrados na Tabela 1.

Tabela 4.4: Limites para tensão adequada considerando as derivações (valores em pu).

Derivação (tap)	Relação de transformação	Média tensão		Baixa tensão	
		V_i^{\min}	V_i^{\max}	V_i^{\min}	V_i^{\max}
1	1:1	0,93	1,05	0,93	1,05
2	1:1,0525	0,8835	0,9975	0,93	1,05
3	1:1,1111	0,8370	0,9450	0,93	1,05

Caso a derivação de operação não seja definida a priori, é possível incorporar ao modelo a definição da melhor derivação de modo que a tensão no enrolamento de baixa tensão seja considerada adequada, segundo a Resolução N 505 da ANEEL. Observa-se que independente da derivação empregada, a relação entre o limite superior e o inferior é sempre de aproximadamente 1,1290. Considerando esta proporção, que define a máxima variação, e os limites extremos mostrados na Tabela 4.4, os limites fixos V_i^{\min} e V_i^{\max} podem ser substituídos por limites móveis definidos a partir de uma tensão de referência V_i^{ref} , conforme ilustrado na Figura 4.7.

$$\begin{aligned} V_i^{\text{ref}} &\geq V_i^{\min} = 0,8370 \\ 1,1290V_i^{\text{ref}} &\leq V_i^{\max} = 1,05 \end{aligned} \quad (4.8)$$

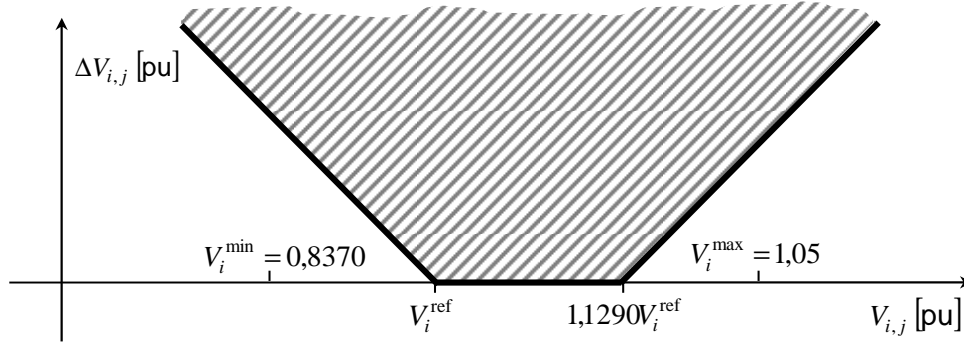


Figura 4.7: Limites móveis considerando a possibilidade de selecionar a derivação.

Para considerar a possibilidade de selecionar a derivação a ser utilizada segundo a Tabela 4.4, é introduzida uma tensão de referência V_i^{ref} (que representa a menor tensão admitida) e o limite superior é substituído por $1,1290V_i^{\text{ref}}$, chegando-se a:

$$\begin{aligned} \min \quad & \Delta V_{i,j} \\ \text{s.a.} \quad & \Delta V_{i,j} \geq V_{i,j} - 1,1290V_i^{\text{ref}} \\ & \Delta V_{i,j} \geq V_i^{\text{ref}} - V_{i,j} \\ & \Delta V_{i,j} \geq 0 \\ & V_i^{\text{ref}} \geq V_i^{\min} = 0,8370 \\ & V_i^{\text{ref}} \leq 0,8857V_i^{\max} = 0,93 \end{aligned} \quad (4.9)$$

O valor obtido para V_i^{ref} na solução do modelo de otimização indicará qual a derivação mais adequada para cada transformador, sendo selecionada aquela em que

o valor mínimo V_i^{\min} da média tensão estiver mais próximo. Para transformadores com mais derivações ou valores diferentes dos mostrados na Tabela 4.4 as constantes utilizadas na expressão (4.14) serão ligeiramente diferentes, sendo determinadas de forma análoga. Caso seja necessário manter os valores obtidos restritos apenas às três faixas mostradas na Tabela 4.4, basta fazer com que a tensão de referência da equação (4.14) seja substituída por:

$$V_i^{\text{ref}} = 0,93[1 - 0,05(a_i - 1)] \quad (4.10)$$

sendo a_i um número inteiro positivo, $1 \leq a_i \leq 3$, que representa a derivação utilizada no enrolamento de média tensão, segundo a Tabela 4.4. Utilizando-se a expressão (4.15) a derivação mais adequada segundo valores mostrados na Tabela 4.4 será determinada diretamente pelo valor da variável a_i na solução do modelo de otimização.

4.2.3. Restrições

As restrições do problema estão divididas em quatro blocos e são oriundas da aplicação das Leis de Kirchhoff, da imposição dos limites operacionais dos equipamentos para todos os níveis de carregamento e dos recursos disponíveis (limitações financeiras e de equipamentos). O primeiro bloco de restrições é obtido com a imposição da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) para todos os níveis de carregamento ($\forall j \in \Psi^{NC}$), sendo composta por dois conjuntos de equações (relacionados com as potências ativa e reativa, respectivamente):

$$S \cdot \underline{f}_j^{\text{Re}} + \underline{g}_j^{\text{Re}} = \underline{d}_j^{\text{Re}} \quad (4.11)$$

$$Q^F \cdot \underline{x}^F + Q^C \cdot \underline{y}_j^C + S \cdot \underline{f}_j^{\text{Im}} + \underline{g}_j^{\text{Im}} = \underline{d}_j^{\text{Im}} \quad (4.12)$$

sendo S a matriz incidência nó-ramo da rede, $\underline{f}_j^{\text{Re}}$ e $\underline{f}_j^{\text{Im}}$ os vetores das partes real e imaginária das correntes nos ramos, $\underline{g}_j^{\text{Re}}$ e $\underline{g}_j^{\text{Im}}$ os vetores das partes real e imaginária das injeções de corrente nos nós e $\underline{d}_j^{\text{Re}}$ e $\underline{d}_j^{\text{Im}}$ os vetores das partes real e imaginária das demandas de corrente nos nós. É importante observar que a equação (4.12),

relacionada com o balanço de potência reativa, inclui a contribuição dos bancos de capacitores fixos (Q^F) a serem instalados e os bancos de capacitores chaveados (Q^C) em operação nos respectivos níveis de carregamento, sendo \underline{x}^F o vetor das variáveis de decisão binária e \underline{y}_j^C o vetor das variáveis de utilização binária, as quais indicam em qual dos níveis de carregamento o equipamento está operando.

O segundo bloco de restrições advém da aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) utilizando o Modelo Simplificado 2 para todos os ramos $i \in \Psi^R$ (Ψ^R e R conjunto e cardinalidade dos ramos da rede) e para todos os níveis de carregamento $j \in \Psi^{NC}$:

$$K_{i,j} R_i f_{i,j}^{\text{Re}} - X_i f_{i,j}^{\text{Im}} + [S^T]_{\text{linha } i} V_j = 0 \quad (4.13)$$

onde o sobrescrito T indica matriz transposta. O fator de ajuste $K_{i,j}$ é determinado conforme a equação (3.37).

O terceiro bloco de restrições inclui os limites operacionais dos equipamentos e os limites de investimento. Os limites de fluxo nos ramos, relacionados com a magnitude da corrente (cujas partes real e imaginária são dadas por $f_{i,j}^{\text{Re}}$ e $f_{i,j}^{\text{Im}}$), são aproximados por restrições lineares que constituem as arestas do dodecágono inscrito na circunferência cujo raio é a capacidade máxima f_i^{max} , conforme mostrado na Figura 4.8.

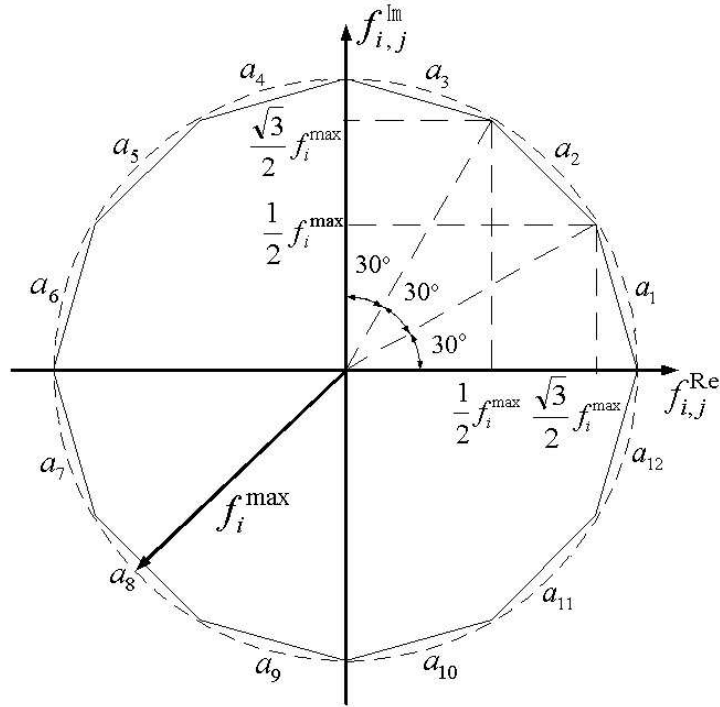


Figura 4.8: Restrições lineares utilizadas para aproximar o limite de fluxo nas linhas.

Assim, as seis restrições utilizadas para representar o limite de um ramo qualquer $i \in \Psi^R$ para o nível de carregamento $j \in \Psi^{NC}$ são:

$$-f_i^{\max} \leq f_{i,j}^{\text{Re}} + (2 - \sqrt{3})f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\max} \quad (4.14)$$

$$-f_i^{\max} \leq (\sqrt{3} - 1)f_{i,j}^{\text{Re}} + (\sqrt{3} - 1)f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\max} \quad (4.15)$$

$$-f_i^{\max} \leq (2 - \sqrt{3})f_{i,j}^{\text{Re}} + f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\max} \quad (4.16)$$

$$-f_i^{\max} \leq (\sqrt{3} - 2)f_{i,j}^{\text{Re}} + f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\max} \quad (4.17)$$

$$-f_i^{\max} \leq (1 - \sqrt{3})f_{i,j}^{\text{Re}} + (\sqrt{3} - 1)f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\max} \quad (4.18)$$

$$-f_i^{\max} \leq -f_{i,j}^{\text{Re}} + (2 - \sqrt{3})f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\max} \quad (4.19)$$

Na Figura 4.8, as arestas a_1 e a_7 são definidas pela restrição (4.14); as arestas a_2 e a_8 são definidas pela restrição (4.15); e assim sucessivamente. Em conjunto, as restrições (4.14) a (4.19) definem como viável a superfície do dodecágono, que define a capacidade do ramo. Desta forma, o uso de restrições não-lineares é evitado, tornando o problema mais fácil de ser resolvido.

Para representação dos limites de tensão, são utilizadas as equações (4.14). Observar que a minimização dos desvios de tensão já foi incorporada à função objetivo na equação (4.5).

Para as barras com capacidade de geração (Ψ^G e G conjunto e cardinalidade dos nós da rede onde existe injeção de potência e a tensão pode ser controlada, subestações ou geração distribuída) $i \in \Psi^G$, os limites de injeção e de tensão de operação para todos os níveis de carregamento $j \in \Psi^{NC}$, são dados por:

$$0 \leq g_{i,j}^{\text{Re}} \leq g_{\max,i,j}^{\text{Re}} \quad (4.20)$$

$$g_{\min,i,j}^{\text{Im}} \leq g_{i,j}^{\text{Re}} \leq g_{\max,i,j}^{\text{Im}} \quad (4.21)$$

$$V_{i,j}^{\min} \leq V_{i,j} \leq V_{i,j}^{\max} \quad (4.22)$$

Diversos limites podem ser definidos para os investimentos em aquisição de cada tipo de banco, para os custos de instalação e manutenção, ou para os custos totais. Por exemplo, a restrição que limita os custos totais de aquisição é dada por:

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} \left(\sum_{I \in \Psi^F} CA^{FI} x_i^{FI} + \sum_{I \in \Psi^C} CA^{CI} x_i^{CI} \right) \leq B_{\max} \quad (4.23)$$

sendo B_{\max} o recurso disponível para aquisição de equipamentos.

O quarto bloco consiste nas restrições lógicas do problema, sendo formado pelas seguintes restrições:

- só é permitida a instalação de um banco de capacitor por barra candidata;

$$\sum_{I \in \Psi^F} x_i^{FI} + \sum_{I \in \Psi^C} x_i^{CI} \leq 1, \quad \forall i \in \Psi^{BC} \quad (4.24)$$

- cada tipo de banco possui uma quantidade máxima disponível (por exemplo, bancos candidatos a realocação estão limitados às quantidades pré-existentis):

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} x_i^{FI} \leq NB_{\max}^{FI}, \quad \forall I \in \Psi^F \quad (4.25)$$

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} x_i^{CI} \leq NB_{\max}^{CI}, \quad \forall I \in \Psi^C \quad (4.26)$$

- quantidade máxima de bancos fixos, chaveados e total:

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} \sum_{I \in \Psi^F} x_i^{FI} \leq NB_{\max}^F, \quad \forall I \in \Psi^F \quad (4.27)$$

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} \sum_{I \in \Psi^C} x_i^{CI} \leq NB_{\max}^C, \quad \forall I \in \Psi^C \quad (4.28)$$

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} \left(\sum_{I \in \Psi^F} x_i^{FI} + \sum_{I \in \Psi^C} x_i^{CI} \right) \leq NB_{\max} \quad (4.29)$$

Apesar de sua grande simplicidade, as restrições (4.23) a (4.29) desempenham um importante papel na redução do espaço de busca, tornando o problema de otimização tratável até mesmo por meio de métodos de otimização exata, tais como o algoritmo *branch and bound*. Deve-se observar que a imposição de restrições financeiras ou limitações no número de unidades a serem instaladas pode implicar a obtenção de soluções que apresentem violações nos limites de tensão, mas estas serão mínimas. Ainda, é possível ponderar pela carga demandada os termos na função objetivo relacionados com as violações de tensão, para quantificar as “compensações ao serviço inadequado” (ANEEL, 2001) a que as concessionárias estarão sujeitas. Assim, os desvios associados aos locais mais críticos serão evitados com maior rigor. Esta abordagem é bastante superior ao lidar com restrições nas tensões, pois estas podem tornar o problema infactível.

4.3. Algoritmo de Otimização

Para que a utilização de bancos de capacitores nas redes de distribuição se torne vantajosa é preciso uma correta especificação do local, da capacidade e do horário de funcionamento do equipamento. Além disso, a decisão de onde melhor investir os recursos financeiros, os quais são limitados, mostra a complexibilidade do problema com o qual o planejador do sistema elétrico está envolvido. A possibilidade da modelagem matemática do problema de alocação de bancos de capacitores viabiliza a utilização de ferramentas matemáticas e computacionais que auxiliam na obtenção de uma solução para o problema, podendo esta ser ótima.

O problema de alocação de bancos de capacitores é normalmente classificado dentre os problema de otimização como um problema de Programação Não Linear Inteira Mista (BARAN e WU, 1989). Entretanto, a utilização da formulação apresentada no capítulo anterior, a qual apresenta função objetivo e restrições lineares, o torna um problema de Programação Inteira Mista (PIM).

A PIM permite solucionar problemas que parte de suas variáveis estão restritas a valores inteiros. Outra característica é a inexistência de condições de otimalidade

conhecidas para testar se uma solução viável é ótima, sendo necessário realizar a comparação implícita ou explícita de todas as soluções viáveis do problema. A PIM apresenta um grande número de abordagens, normalmente especializadas de acordo com a sua aplicação. Contudo duas grandes famílias se distinguem:

- Otimização Clássica: apresenta garantia de que a solução obtida é ótima para problemas convexos. Nesta família encontram-se os métodos de enumeração, tais como o algoritmo de enumeração zero-um (BALAS, 1965) e o algoritmo *branch and bound* (GEOFFRION e MARSTEN, 1972).
- Otimização Heurística: em casos onde os métodos de otimização clássica podem falhar (muitas variáveis inteiras ou restrições muito complexas), a otimização heurística permite obter bons resultados, porém não existe nenhuma garantia de otimalidade. Algoritmos genéticos e busca tabu são exemplos desta família.

O algoritmo escolhido para este trabalho foi a programação linear inteira mista baseada no algoritmo *branch and bound* apresentado por BARRETO (2007), o qual é capaz de determinar todas as soluções ótimas inteiras (múltiplas soluções) e ainda soluções “boas”, isto é, soluções um pouco piores que a ótima. Esta capacidade é de grande valia para o planejador já que alguma das soluções encontradas pode ser mais atrativa do ponto de vista prático.

4.3.1. Algoritmo *Branch and Bound*

É uma técnica enumerativa, cuja estrutura de resolução se baseia na construção de uma árvore, na qual os nós representam os problemas candidatos e os ramos representam as novas restrições que devem ser consideradas. Por meio desta árvore, todas as soluções inteiras da região viável do problema são enumeradas e isso garante que todas as soluções ótimas serão encontradas.

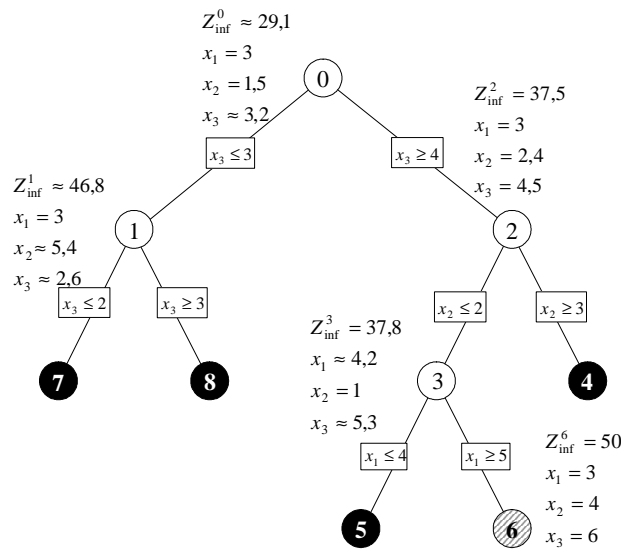


Figura 4.9: Exemplo de Árvore *Branch and Bound*.

A estrutura geral possui três elementos fundamentais, separação, relaxação e sondagem. O objetivo na separação é utilizar a tática de “dividir para conquistar” a fim de resolver o problema (P). Enquanto a solução de (P) não é possível, separa-se o mesmo em dois ou mais subproblemas descendentes, gerando uma lista de problemas candidatos (PC). A seguir, seleciona-se um dos candidatos dessa lista e tenta-se resolvê-lo. Se a solução não é possível o problema é novamente separado e seus descendentes são adicionados à lista dos candidatos; caso contrário, o problema é resolvido e uma nova solução é obtida. O valor da função objetivo dessa nova solução é então comparado com o valor da solução incumbente, que é a melhor solução viável conhecida até o momento. Caso a nova solução seja melhor do que a solução incumbente, ela se torna a nova incumbente. A seguir, retorna-se a lista e seleciona-se o próximo candidato. Isto é, repetido até que a lista esteja vazia, quando se pode afirmar que a solução do problema é dada pela solução incumbente final.

A forma usual de separação de um problema de programação inteira é através de restrições contraditórias em uma única variável inteira (variável de separação ou de ramificação). Assim, a partir do problema original (nó-zero), originam-se dois novos subproblemas descendentes. A cada nó gerado se associa um subproblema candidato e cada ramo indica o acréscimo de uma restrição relacionada com a variável empregada na separação. Portanto, à medida que se desce na árvore, os

subproblemas se tornam mais fáceis de resolver já que a região viável vai ficando cada vez mais restrita.

Dentre as formas possíveis de relaxação, a mais comum é a eliminação das restrições de integralidade das variáveis inteiras, o que transforma o problema PIM em um problema linear (PL) padrão. Em um primeiro momento, através da relaxação, supõe-se que as variáveis originalmente inteiras possam assumir valores fracionários e resolve-se o PL resultante. A solução ótima obtida, geralmente apresenta diversas variáveis cujo valor não é inteiro. Dentre estas, deve-se selecionar uma para separação. Logo depois de realizada a separação, é necessário que seja escolhido entre os problemas candidatos armazenados qual será o próximo a ser examinado e, se necessário, sucessivamente separado até que a solução do PL seja inteira, infactível ou pior do que a incumbente, significando que o subproblema candidato pode ser removido da lista, não gerando mais nenhum descendente. Este procedimento se repete até que a lista de problemas candidatos esteja vazia.

Neste capítulo foi apresentado uma metodologia para o problema de alocação ótima de bancos de capacitores juntamente com um algoritmo de otimização para a solução do mesmo. A metodologia tem por objetivo a minimização das violações de tensão utilizando o Modelo Simplificado 2 apresentado no capítulo anterior. Também contempla a representação da variação das cargas, o que possibilita a alocação de bancos de capacitores chaveados e determina os períodos nos quais estes estarão em operação, a limitação dos fluxos nos ramos e de investimentos e a utilização das derivações dos transformadores de distribuição. O algoritmo de otimização escolhido foi a técnica enumerativa *branch and bound*, a qual possibilita a solução de problemas lineares inteiro misto, característica do método proposto.

No capítulo seguinte são apresentados os resultados numéricos obtidos em redes de distribuição através da metodologia proposta, os quais serão comparados e avaliados com resultados exatos obtidos por enumeração exaustiva.

5. Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com a utilização da metodologia proposta implementada em um sistema computacional, denominado ALOC – Alocação Ótima de Bancos de Capacitores, o qual foi desenvolvido ao longo deste trabalho e será descrito no ANEXO B. Para os testes foram utilizadas duas redes de distribuição, 23 e 69 barras, respectivamente, sendo uma delas um sistema real. Primeiramente, os valores obtidos pelo método serão comparados com os resultados obtidos através da enumeração exaustiva, a qual utiliza o fluxo de carga com tolerância 10^{-4} pu de tensão. Nessa primeira etapa as restrições de fluxo nos ramos não serão utilizadas, assim como, a disponibilização das derivações dos transformadores de distribuição. Em seguida, os resultados obtidos na primeira etapa são comparados aos resultados obtidos após a inserção das restrições de fluxo. Por último é apresentado os resultados com a utilização das derivações dos transformadores de distribuição.

5.1. Rede 23 barras

O sistema de 23 barras, ilustrado na Figura 5.1, opera em 13,8 kV com carregamento total de 4158 kW e 2728 kvar, composto pelas cargas de 189 kW e 124 kvar instaladas em cada uma das Barras 2 a 23. Os ramos são constituídos por segmentos de 2 km de condutores com impedâncias de $0,374 + j0,806 \Omega$, $0,946 + j0,844 \Omega$ e $1,528 + j0,916 \Omega$, para os cabos 336,4 CA, 2/0 CA e 1 CA, respectivamente.

Para os testes foram criados dois casos, sem e com variação da carga, este último com o objetivo de possibilitar o uso dos bancos de capacitores chaveados. As potências nominais dos bancos de capacitores empregados nos testes variaram entre 600 e 4800 kvar podendo ser distribuídos em até duas unidades. Quando utilizado duas unidades, a potência máxima de cada banco foi de 2400 kvar. Estes valores são bem superiores aos que normalmente são empregados, contudo foram escolhidos para

conduzir o modelo proposto a condições extremas, podendo assim, ser observado o alcance da metodologia.

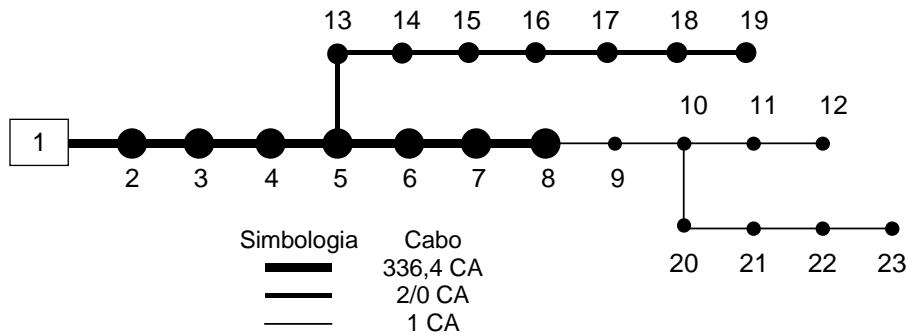


Figura 5.1: Topologia da Rede de 23 barras.

Através da equação (3.37), os fatores de ajuste obtidos para a rede 23 barras com um carregamento nominal são apresentados na Tabela 5.1. Cada fator de ajuste é relativo à apenas um ramo específico da rede. Os ramos são identificados pelos números dos nós extremos, tendo, na linha imediatamente abaixo, o respectivo fator de ajuste.

Tabela 5.1: Fatores de ajuste obtidos para cada ramo da Rede 23 sem variação da carga.

Nós	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	5-13	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11
Fatores	1,4327	1,4296	1,4238	1,4151	1,4540	1,2187	1,4594	1,4646	1,2768	1,2842	1,2709
Nós	10-20	11-12	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	20-21	21-22	22-23
Fatores	1,2972	1,2734	1,2258	1,2320	1,2371	1,2411	1,2439	1,2457	1,3033	1,3077	1,3104

A violação total de tensão para a rede sem capacitores é de 1,2488 pu e tensão mínima de 0,8178 pu em operação nominal. Na Tabela 5.2 são apresentados os resultados para a Rede 23 barras sem variação da carga, ou seja, a barra na qual o capacitor deverá ser instalado juntamente com a relativa violação total de tensão. Estão dispostas as dez primeiras respostas, sendo a primeira as respostas ótimas encontradas por cada um dos métodos. Os resultados exatos foram obtidos através da enumeração exaustiva das possibilidades de alocação dos bancos de capacitores utilizando fluxo de carga convencional para a obtenção das tensões nodais e, conseqüentemente, as violações, sendo ambas exatas. Os resultados aproximados apresentados no modelo proposto são obtidos pelo Modelo Simplificado 2. Nas três primeiras colunas, os valores são relativos aos valores exatos encontrados pela enumeração exaustiva. As colunas apresentam a barra para instalação do banco de capacitores, a violação total exata da tensão e a tensão mínima da rede,

respectivamente. As três colunas seguintes apresentam os mesmos resultados relativos à metodologia proposta.

Tabela 5.2: Resultados obtidos para a Rede 23 sem variação da carga.

Banco de 600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
23	0,9228	0,8509	23	0,9074	0,8526
22	0,9242	0,8485	22	0,9103	0,8500
21	0,9275	0,8462	21	0,9161	0,8471
20	0,9328	0,8439	20	0,9248	0,8442
12	0,9352	0,8413	12	0,9276	0,8413
11	0,9367	0,8414	11	0,9305	0,8413
10	0,9402	0,8415	10	0,9363	0,8413
9	0,9537	0,8392	9	0,9565	0,8385
8	0,9700	0,8368	8	0,9796	0,8356
19	0,9809	0,8289	19	0,9813	0,8280

Banco de 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
23	0,5919	0,8817	23	0,5700	0,8830
22	0,5935	0,8801	22	0,5758	0,8822
21	0,5996	0,8755	21	0,5873	0,8764
20	0,6101	0,8708	20	0,6046	0,8707
12	0,6160	0,8654	12	0,6104	0,8649
11	0,6184	0,8657	11	0,6162	0,8649
10	0,6252	0,8660	10	0,6277	0,8649
9	0,6533	0,8613	9	0,6681	0,8591
8	0,6871	0,8564	8	0,7143	0,8534
19	0,7089	0,8404	19	0,7178	0,8381

Banco de 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima Aprox. [pu]
23	0,2813	0,8969	23	0,2628	0,8963
22	0,2818	0,8971	22	0,2715	0,8963
21	0,2902	0,8973	21	0,2888	0,8963
20	0,3063	0,8976	20	0,3148	0,8963
12	0,3175	0,8901	12	0,3234	0,8884
11	0,3200	0,8906	11	0,3321	0,8884
10	0,3301	0,8912	10	0,3494	0,8884
9	0,3759	0,8840	9	0,4100	0,8798
8	0,4311	0,8765	8	0,4793	0,8711
7	0,4938	0,8688	7	0,5429	0,8635

Tabela 5.2: Resultados obtidos para a Rede 23 sem variação da carga (Continuação).

Banco de 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima Aprox. [pu]
21	0,0758	0,9083	21	0,0833	0,9065
20	0,0777	0,9087	22	0,0833	0,9065
22	0,0783	0,9079	23	0,0833	0,9065
23	0,0817	0,9075	20	0,0937	0,9065
10	0,1005	0,9092	10	0,1296	0,9065
11	0,1054	0,9089	11	0,1296	0,9065
12	0,1111	0,9086	12	0,1296	0,9065
9	0,1451	0,9074	9	0,1999	0,9004
8	0,2108	0,8973	8	0,2807	0,8889
7	0,2889	0,8866	7	0,3595	0,8787

Banco de 3000 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
9	0,0184	0,9217	10	0,0363	0,9166
10	0,0211	0,9208	11	0,0363	0,9166
11	0,0227	0,9203	12	0,0363	0,9166
20	0,0234	0,9201	20	0,0363	0,9166
12	0,0250	0,9197	21	0,0363	0,9166
21	0,0262	0,9194	22	0,0363	0,9166
22	0,0292	0,9187	23	0,0363	0,9166
23	0,0324	0,9178	9	0,0527	0,9166
8	0,0405	0,9186	8	0,1116	0,9067
7	0,1112	0,9048	7	0,1981	0,8940

Banco de 3600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
8	0,0000	0,9351	9	0,0047	0,9268
9	0,0000	0,9339	20	0,0047	0,9268
10	0,0000	0,9327	10	0,0047	0,9268
11	0,0000	0,9318	11	0,0047	0,9268
20	0,0000	0,9317	12	0,0047	0,9268
12	0,0000	0,9308	21	0,0047	0,9268
21	0,0000	0,9305	22	0,0047	0,9268
22	0,0007	0,9293	23	0,0047	0,9268
23	0,0028	0,9278	8	0,0132	0,9245
7	0,0107	0,9235	7	0,0648	0,9092

Tabela 5.2: Resultados obtidos para a Rede 23 sem variação da carga (Continuação).

Banco de 4200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
8	0,0000	0,9478	8	0,0000	0,9369
9	0,0000	0,9463	9	0,0000	0,9369
10	0,0000	0,9448	10	0,0000	0,9369
11	0,0000	0,9435	11	0,0000	0,9369
20	0,0000	0,9433	12	0,0000	0,9369
7	0,0000	0,9427	20	0,0000	0,9369
12	0,0000	0,9418	21	0,0000	0,9369
21	0,0000	0,9416	22	0,0000	0,9369
22	0,0000	0,9395	7	0,0085	0,9245
23	0,0042	0,9371	23	0,0134	0,9369

Banco de 4800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
8	0,0000	0,9609	8	0,0000	0,9471
7	0,0000	0,9598	9	0,0000	0,9471
9	0,0000	0,9591	10	0,0000	0,9471
10	0,0000	0,9571	11	0,0000	0,9471
6	0,0000	0,9385	20	0,0000	0,9471
20	0,0107	0,9550	7	0,0000	0,9397
11	0,0235	0,9551	21	0,0174	0,9471
12	0,0308	0,9525	12	0,0205	0,9471
5	0,0376	0,9148	22	0,0636	0,9471
13	0,0379	0,9148	6	0,0215	0,9194

É possível observar através dos resultados apresentados na Tabela 5.2 a proximidade dos resultados obtidos pelo modelo proposto, que utiliza o Modelo Simplificado 2 para obtenção das tensões nodais, com o modelo exato que utiliza o fluxo de carga convencional. Nota-se que para os primeiros três tipos de capacitores (600, 1200 e 1800 kvar) o modelo proposto obteve as respostas com as mesmas barras para instalação dos bancos e a mesma seqüência. Para os demais tipos todas as respostas exatas foram encontradas pelo modelo proposto, excetuando duas respostas para o banco de 4800 kvar, porém com algumas variações quanto a ordem. A resposta ótima exata não coincidiu com a resposta ótima aproximada para os valores de capacitores de 3000 e 3600 kvar quando estes a obtiveram na segunda melhor

resposta. Como esperado para um modelo linearizado, o distanciamento entre as respostas exatas e aproximadas tende à aumentar quando se aumenta a potência dos capacitores em decorrência do afastamento do ponto de operação da rede com os capacitores instalados em relação ao ponto de operação onde o modelo linearizado foi calculado.

A maior diferença entre os valores de violação exata e aproximada não ultrapassou 9%. Sabendo que este valor é o somatório dos erros de todas as barras e que a tensão da subestação é exata, o valor médio para as demais barras não ultrapassou 0,41%.

Para o segundo caso, com variação de carga, são empregados três níveis de carregamento por dia: pesado (100% da nominal) durante 6 horas, médio (70% da nominal) durante 10 horas e leve (30% da nominal) durante 8 horas. Os fatores obtidos para os carregamentos médio e leve são apresentados na Tabela 5.3: Fatores de ajuste para os carregamentos médio e leve para cada ramo da Rede 23. Os fatores para o carregamento nominal permanecem os mesmos da Tabela 5.1.

Tabela 5.3: Fatores de ajuste para os carregamentos médio e leve para cada ramo da Rede 23.

Carregamento de 70% do Nominal											
Nós	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	5-13	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11
Fatores	1,2718	1,2689	1,2647	1,2588	1,2807	1,1384	1,2838	1,2867	1,1705	1,1748	1,1673
Nós	10-20	11-12	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	20-21	21-22	22-23
Fatores	1,1822	1,1688	1,1428	1,1465	1,1496	1,1520	1,1538	1,1548	1,1857	1,1882	1,1897
Carregamento de 30% do Nominal											
Nós	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	5-13	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11
Fatores	1,1035	1,1020	1,1001	1,0977	1,1052	1,0531	1,1062	1,1072	1,0636	1,0651	1,0626
Nós	10-20	11-12	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	20-21	21-22	22-23
Fatores	1,0677	1,0631	1,0547	1,0560	1,0572	1,0580	1,0587	1,0590	1,0689	1,0697	1,0702

Na Tabela 5.4 são apresentados os resultados para a Rede 23 barras com variação de carga. A coluna tipo refere-se ao tipo dos capacitores, sendo F, C ou F/C para capacitores fixos, chaveados ou ambos, respectivamente. A violação para este caso sem banco de capacitores é de 0,4768 pu. As violações para ambos os modelos nos casos com variação de carga são ponderadas de acordo com a duração de cada carregamento.

Tabela 5.4: Resultados obtidos para a Rede 23 com variação da carga.

Banco de 600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
23	F/C	0,2842	23	F/C	0,2772
22	F/C	0,2854	22	F/C	0,2791
21	F/C	0,2881	21	F/C	0,2830
20	F/C	0,2923	20	F/C	0,2887
12	F/C	0,2940	12	F/C	0,2906
11	F/C	0,2952	11	F/C	0,2926
10	F/C	0,2980	10	F/C	0,2964
9	F/C	0,3084	9	F/C	0,3099
8	F/C	0,3207	8	F/C	0,3253
7	F/C	0,3342	7	F/C	0,3395

Banco de 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
23	F/C	0,1480	23	F/C	0,1425
22	F/C	0,1484	22	F/C	0,1439
21	F/C	0,1499	21	F/C	0,1468
20	F/C	0,1525	20	F/C	0,1512
12	F/C	0,1553	12	F/C	0,1542
11	F/C	0,1557	11	F/C	0,1556
10	F/C	0,1572	10	F/C	0,1585
9	F/C	0,1694	9	F/C	0,1749
8	F/C	0,1859	8	F/C	0,1967
7	F/C	0,2100	7	F/C	0,2219

Banco de 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
23	C	0,0703	23	C	0,0657
22	C	0,0705	22	C	0,0679
22	F	0,0711	22	F	0,0679
21	F/C	0,0725	23	F	0,0681
23	F	0,0733	21	F/C	0,0722
20	F/C	0,0766	20	F/C	0,0787
12	F/C	0,0794	12	F/C	0,0809
11	F/C	0,0800	11	F/C	0,0830
10	F/C	0,0825	10	F/C	0,0873
9	F/C	0,0940	9	F/C	0,1025

Tabela 5.4: Resultados obtidos para a Rede 23 com variação da carga (Continuação).

Banco de 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
21	C	0,0189	21	C	0,0208
20	C	0,0194	22	C	0,0208
22	C	0,0196	23	C	0,0208
23	C	0,0204	20	C	0,0234
10	C	0,0251	10	C	0,0324
11	C	0,0263	11	C	0,0324
12	C	0,0278	12	C	0,0324
10	F	0,0360	10	F	0,0342
9	C	0,0363	20	F	0,0377
9	F	0,0364	11	F	0,0419

Banco de 3000 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
9	C	0,0046	10	C	0,0091
10	C	0,0053	11	C	0,0091
11	C	0,0057	12	C	0,0091
20	C	0,0058	20	C	0,0091
12	C	0,0063	21	C	0,0091
21	C	0,0065	22	C	0,0091
22	C	0,0073	23	C	0,0114
23	C	0,0098	9	C	0,0132
8	C	0,0101	8	C	0,0279
8	F	0,0237	8	F	0,0311

Banco de 3600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
8	C	0,0000	9	C	0,0012
9	C	0,0000	20	C	0,0012
10	C	0,0000	10	C	0,0012
7	C	0,0027	11	C	0,0023
20	C	0,0042	8	C	0,0033
11	C	0,0079	12	C	0,0096
12	C	0,0125	21	C	0,0116
21	C	0,0201	7	C	0,0162
6	C	0,0208	7	F	0,0254
6	F	0,0232	22	C	0,0260

Tabela 5.4: Resultados obtidos para a Rede 23 com variação da carga (Continuação).

Banco de 4200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
7	C	0,0000	8	C	0,0000
8	C	0,0035	9	C	0,0013
6	C	0,0035	7	C	0,0021
9	C	0,0153	10	C	0,0147
5	C	0,0284	6	C	0,0188
13	C	0,0287	6	F	0,0297
14	C	0,0289	11	C	0,0316
5	F	0,0293	12	C	0,0400
6	F	0,0317	20	C	0,0450
15	C	0,0336	13	C	0,0493

Banco de 4800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
6	C	0,0000	7	C	0,0000
7	C	0,0078	6	C	0,0054
5	C	0,0094	8	C	0,0062
13	C	0,0095	9	C	0,0302
14	C	0,0174	13	C	0,0316
5	F	0,0364	5	C	0,0316
8	C	0,0369	14	C	0,0324
4	F	0,0468	5	F	0,0393
4	C	0,0468	6	F	0,0545
15	C	0,0608	15	C	0,0547

Para todos os resultados obtidos que instalaram capacitores chaveados, estes foram desligados somente no nível de carregamento baixo. A partir dos resultados apresentados na Tabela 5.4 se observa que para os capacitores de 600 e 1200 kvar as respostas obtidas por ambos os métodos são iguais levando em conta apenas as barras para alocação e sua ordenação. A resposta ótima exata coincidiu com o modelo proposto para os bancos até 2400 kvar, sendo para os demais encontrada na segunda ou terceira melhor resposta. A diferença entre os valores de violação exata e aproximada não ultrapassaram 8%. A grande maioria das repostas foram encontradas pelo método proposto tendo o pior caso quando a instalação do banco de 4200 kvar com quatro respostas não coincidentes as encontradas pelo método exato.

Mesmo quando houver a utilização de dois bancos de capacitores, os fatores de ajuste da Tabela 5.1 e da Tabela 5.4 permanecem os mesmos.

Na Tabela 5.5 são apresentados os resultados para a Rede 23 barras com variação de carga e com a instalação de dois bancos de capacitores. Também neste caso, a coluna tipo refere-se ao tipo dos capacitores respeitando a ordem das barras de instalação, sendo F-C (1° Fixo e 2° Chaveado), C-F (1° Chaveado e 2° Fixo), C-C (ambos chaveados) e F-F (ambos fixos).

Tabela 5.5: Resultados obtidos para a Rede 23 com 2 bancos e variação da carga.

Banco de 2 x 600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
22(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1480	22(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1432
21(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1486	21(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1447
21(600) - 22(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1490	21(600) - 22(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1454
20(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1498	20(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1469
20(600) - 22(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1502	20(600) - 22(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1476
12(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1503	12(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1476
12(600) - 22(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1507	12(600) - 22(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1483
11(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1507	11(600) - 23(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1483
11(600) - 22(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1511	11(600) - 22(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1490
20(600) - 21(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1511	20(600) - 21(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1490

Tabela 5.5: Resultados obtidos para a Rede 23 com 2 bancos e variação da carga (Continuação).

Banco de 600 e 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
22(600) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0700	22(600) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0664
22(1200) - 23(600)	F-C/C-F/C-C	0,0701	22(1200) - 23(600)	F-C/C-F/C-C	0,0671
21(600) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0704	22(1200) - 23(600)	F-F	0,0676
21(600) - 22(1200)	F-F/F-C /C-F/C-C	0,0709	21(600) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0678
21(1200) - 23(600)	F-F/F-C /C-F/C-C	0,0711	22(600) - 23(1200)	F-F	0,0679
20(600) - 23(1200)	F-C/C-F/ C-C	0,0715	21(600) - 23(1200)	F-F	0,0683
21(1200) - 22(600)	F-F/F-C /C-F/C-C	0,0716	21(600) - 22(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0693
21(600) - 23(1200)	F-F	0,0716	20(600) - 23(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0700
22(1200) - 23(600)	F-F	0,0716	21(1200) - 23(600)	F-F	0,0700
12(600) - 23(1200)	F-F/F-C /C-F/C-C	0,0718	12(600) - 23(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0707

Banco de 600 e 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
19(600) - 22(1800)	F-C/C-C	0,0164	19(600) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0162
19(600) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0165	18(600) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0168
18(600) - 22(1800)	F-C/C-C	0,0170	19(600) - 22(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0175
19(600) - 22(1800)	C-F	0,0170	17(600) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0181
18(600) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0171	18(600) - 22(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0182
18(600) - 22(1800)	C-F	0,0176	19(600) - 23(1800)	C-F	0,0186
17(600) - 22(1800)	F-C/C-C	0,0181	18(600) - 23(1800)	C-F	0,0193
17(600) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0182	17(600) - 22(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0195
20(600) - 22(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0186	17(600) - 23(1800)	C-F	0,0206
10(600) - 21(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0186	16(600) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0201

Banco de 2 x 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
10(1200) - 22(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0184	10(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0208
10(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0185	11(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0208
11(1200) - 22(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0186	12(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0208
20(1200) - 21(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0186	20(1200) - 22(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0208
12(1200) - 22(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0187	20(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0208
11(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0187	21(1200) - 22(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0208
20(1200) - 22(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0188	21(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0208
12(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0188	22(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0208
20(1200) - 23(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0189	10(1200) - 22(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0210
10(1200) - 21(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0191	11(1200) - 22(1200)	F-C/C-F/C-C	0,0210

Tabela 5.5: Resultados obtidos para a Rede 23 com 2 bancos e variação da carga (Continuação).

Banco de 1200 e 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
19(1200) - 21(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0000	15(1200)-22(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0009
17(1200) - 21(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0000	15(1200) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0009
18(1200) - 21(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0000	16(1200) - 22(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0009
16(1200) - 21(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0000	16(1200) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0009
15(1200) - 21(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0000	17(1200) - 22(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0009
14(1200) - 21(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0000	17(1200) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0009
14(1200) - 22(1800)	F-C/C-C	0,0000	18(1200) - 22(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0009
15(1200) - 22(1800)	F-C/C-C	0,0000	18(1200) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0009
16(1200) - 22(1800)	F-C/C-C	0,0000	19(1200) - 23(1800)	F-C/C-C	0,0009
17(1200) - 22(1800)	F-C/C-C	0,0001	14(1200) - 22(1800)	F-C/C-F/C-C	0,0018

Banco de 1200 e 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
17(1200) - 22(2400)	C-F / C-C	0,0000	17(1200) - 22(2400)	C-F / C-C	0,0000
18(1200) - 23(2400)	C-F / C-C	0,0000	18(1200) - 23(2400)	C-F / C-C	0,0000
19(1200) - 23(2400)	C-F / C-C	0,0000	19(1200) - 23(2400)	C-F / C-C	0,0000
19(1200) - 21(2400)	C-F / C-C	0,0000	19(1200) - 21(2400)	C-F / C-C	0,0000
18(1200) - 22(2400)	C-F / C-C	0,0000	18(1200) - 22(2400)	C-F / C-C	0,0000
19(1200) - 22(2400)	C-F / C-C	0,0000	19(1200) - 22(2400)	C-F / C-C	0,0000
17(1200) - 23(2400)	C-F / C-C	0,0000	17(1200) - 23(2400)	C-F / C-C	0,0000
18(1200) - 20(2400)	C-F / C-C	0,0000	18(1200) - 20(2400)	C-F / C-C	0,0000
19(1200) - 20(2400)	C-F / C-C	0,0000	19(1200) - 20(2400)	C-F / C-C	0,0000
17(1200) - 21(2400)	C-F / C-C	0,0000	17(1200) - 21(2400)	C-F / C-C	0,0000

Banco de 2 x 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
5(2400) - 9(2400)	F-C/C-C	0,0000	5(2400) - 9(2400)	F-C/C-F/C-C	0,0000
5(2400) - 20(2400)	F-C/C-C	0,0000	5(2400) - 20(2400)	F-C/C-C	0,0000
6(2400) - 10(2400)	F-C/C-C	0,0000	10(2400) - 6(2400)	F-C/C-C	0,0000
8(2400) - 23(2400)	F-C/C-C	0,0000	8(2400) - 23(2400)	F-C/C-C	0,0000
9(2400) - 21(2400)	C-C	0,0000	9(2400) - 21(2400)	F-C/C-C	0,0000
11(2400) - 18(2400)	C-C	0,0000	11(2400) - 18(2400)	C-C	0,0000
12(2400) - 14(2400)	C-C	0,0000	12(2400) - 14(2400)	C-F/C-C	0,0000
12(2400) - 19(2400)	C-C	0,0000	12(2400) - 19(2400)	C-C	0,0000
18(2400) - 22(2400)	C-C	0,0000	18(2400) - 22(2400)	C-C	0,0000
18(2400) - 23(2400)	C-C	0,0000	18(2400) - 23(2400)	C-C	0,0000

Dos dados apresentados na Tabela 5.5 se observa que, para todos os bancos de capacitores, a resposta ótima do modelo exato coincidiu com a resposta encontrada pelo modelo proposto, com exceção do conjunto de bancos de 600 e 1800 kvar, a qual foi encontrada na terceira melhor resposta, sendo esta pior situação encontrada. Para a instalação dos dois bancos de 600 kvar e os bancos de 600 com 1200 kvar foram encontradas as mesmas respostas em ambos os modelos, porém apenas o primeiro teve a mesma ordenação. Para a situação com os bancos 1200 e 1800, das dez respostas ótimas encontradas pelo modelo exato, quatro foram encontradas pelo modelo proposto. Nas duas potências seguintes foram encontradas 42 e 150 respostas ótimas pelo modelo exato e 98 e 257 respostas ótimas pelo modelo proposto, respectivamente, de um total de 4048 combinações, sendo coincidentes no mínimo as dez respostas apresentadas. O tempo de simulação para este caso foi de 7 minutos para a enumeração exaustiva e em média de 10 segundos para cada solução pelo modelo proposto. A configuração do computador utilizado era AMD Sempron 1,82GHz com memória RAM de 768 MB e sistema operacional Windows XP-SP2.

Como forma de demonstração da utilização das restrições de limite de fluxo nos ramos, se utilizou o caso sem variação da carga. Para todas as respostas encontradas pelo modelo exato e apresentadas na Tabela 5.2, foram calculadas as correntes nos ramos através do fluxo de carga e avaliado quanto à violação da ampacidade dos condutores. Para as respostas obtidas pelo modelo proposto foi repetida a alocação ótima incluindo as novas restrições e mantendo as respostas reincidentes. A corrente máxima suportada pelos os cabos 336,4 CA, 2/0 CA e 1 CA são 510, 260 e 209 ampères, respectivamente.

Tabela 5.6: Resultados obtidos para a Rede 23 sem variação da carga com restrições de corrente.

Banco de 3000 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
9	0,0184	0,9217	10	0,0363	0,9166
10	0,0211	0,9208	11	0,0363	0,9166
11	0,0227	0,9203	12	0,0363	0,9166
20	0,0234	0,9201	20	0,0363	0,9166
12	0,0250	0,9197	21	0,0363	0,9166
21	0,0262	0,9194	22	0,0363	0,9166
22	0,0292	0,9187	9	0,0527	0,9166
23	0,0324	0,9178	8	0,1116	0,9067
8	0,0405	0,9186	7	0,1981	0,8940
7	0,1112	0,9048			

Tabela 5.6: Resultados obtidos para a Rede 23 sem variação da carga com restrições de corrente (Continuação).

Banco de 3600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima Aproximada [pu]
8	0,0000	0,9351	8	0,0132	0,9245
7	0,0107	0,9235	7	0,0648	0,9092

Banco de 4200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima Aproximada [pu]
8	0,0000	0,9478	8	0,0000	0,9369
7	0,0000	0,9427	7	0,0085	0,9245

Banco de 4800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima Aproximada [pu]
8	0,0000	0,9609	7	0,0000	0,9397
7	0,0000	0,9598	8	0,0000	0,9471
6	0,0000	0,9385	6	0,0215	0,9194
5	0,0376	0,9148	5	0,1263	0,8991

A Tabela 5.6 apresenta as respostas que permaneceram após a inserção destas restrições em relação às apresentadas na Tabela 5.2. As restrições modificaram apenas as respostas a partir do banco de capacitores com capacidade de 3000 kvar.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 5.6 é possível observar a influência das restrições de corrente máxima. Para as situações com os capacitores de 3600 kvar e 4200 kvar apenas duas das dez respostas anteriores se mantiveram. Para todas as respostas encontradas, as restrições de corrente se mostraram corretas com exceção do resultado para o banco de 3000 kvar na Barra 23 da rede, a qual se mostrou infactível para modelo proposto, isto não acontecendo no modelo exato.

Para a situação seguinte, foi considerado a utilização das derivações disponíveis nos transformadores de distribuição. O caso sem variação de carga foi utilizado para a obtenção dos resultados, os quais são apresentados na Tabela 5.7. Os valores que representam as derivações encontradas são 1, 2 e 3 sendo cada valor respectivo a uma relação de transformação diferente, tal como definido no capítulo 4. Como a Barra 1 representa a subestação e não possui nenhuma carga conectada, não sofrerá

alteração por parte dessa modificação. O valor de tensão mínima é referente ao menor valor de tensão regulado pela derivação correspondente a determinada barra.

Para a redução do número de respostas ótimas múltiplas foi incluído na função objetivo as variáveis referentes as derivações dos transformadores com um custo insignificante relacionado, porém proporcional aos estados das derivações dando uma prioridade para as derivações mais baixas. Isto, contudo, não acarreta nenhuma alteração na otimalidade da resposta.

Os resultados obtidos pelo método proposto são comparados aos resultados obtidos pelo fluxo de carga com o banco de capacitor instalado no mesmo local obtido pelo método proposto e com as derivações configuradas para a menor violação total de tensão. A violação da tensão sem banco de capacitores instalados, que anteriormente era de 1,2488, se reduz para 0,0521 com a utilização derivações.

Tabela 5.7: Resultados obtidos para a Rede 23 sem variação da carga com as derivações disponíveis nos transformadores.

Banco de sem Capacitores																							
Modelo Exato											Modelo Proposto												
Barra	Violação Exata [pu]					Tensão Mínima [pu]					Barra	Violação Aproximada [pu]						Tensão Mínima [pu]					
–	0,0521					0,9108					–	0,0521						0,9108					
Derivações dos Transformadores																							
Barras		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Tap	Proposto	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	Exato	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Banco de 600 kvar																							
Modelo Exato											Modelo Proposto												
Barra	Violação Exata [pu]					Tensão Mínima [pu]					Barra	Violação Aproximada [pu]						Tensão Mínima [pu]					
9	0,0000					0,9324					9	0,0000						0,9317					
Derivações dos Transformadores																							
Barras		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Tap	Proposto	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3
	Exato	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3
Banco de 1200 kvar																							
Modelo Exato											Modelo Proposto												
Barra	Violação Exata [pu]					Tensão Mínima [pu]					Barra	Violação Aproximada [pu]						Tensão Mínima [pu]					
9	0,0000					0,9543					9	0,0000						0,9521					
Derivações dos Transformadores																							
Barras		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Tap	Proposto	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3
	Exato	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3
Banco de 1800 kvar																							
Modelo Exato											Modelo Proposto												
Barra	Violação Exata [pu]					Tensão Mínima [pu]					Barra	Violação Aproximada [pu]						Tensão Mínima [pu]					
9	0,0000					0,9770					9	0,0000						0,9728					
Derivações dos Transformadores																							
Barras		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

As respostas mostradas na Tabela 5.7 são apenas uma das respostas ótimas obtidas para cada situação. Através dos dados apresentados na Tabela 5.7 é possível observar que os estados das derivações obtidos pelo modelo proposto em todas as situações apresentou resultados iguais aos valores ótimos com exceção do caso com o banco de 1800 kvar, o qual apresentou no modelo proposto derivações superiores às obtidas pelo modelo exato. Isto se deve ao fato das diferenças existentes nos valores

de tensão calculados pelos dois métodos. A utilização das derivações diminuiu drasticamente as violações de tensão, logo, reduziu também necessidade de instalação de bancos de capacitores.

5.2. Rede 69 barras

O sistema de 69 barras apresentado por BARAN e WU (1989) e vem sendo bastante utilizado em estudos relacionados ao problema de alocação ótima. Possui uma carga nominal de 4.027 kW e 2.796 kvar operando em 12,66 kV. A topologia é apresentada na Figura 5.2.

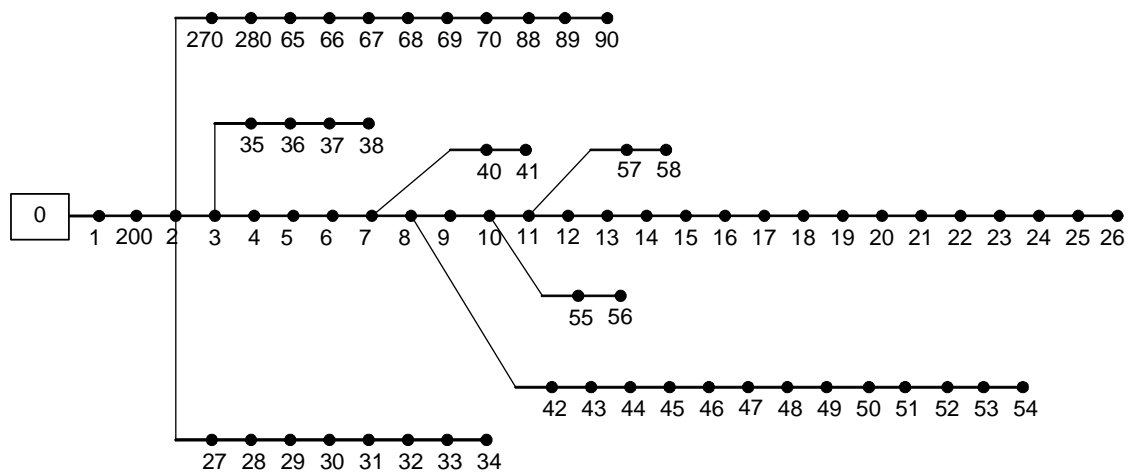


Figura 5.2: Topologia da Rede de 69 barras.

Em carregamento nominal a tensão mínima corresponde a 0,9092 pu e violação total de tensão 0,0819 pu para a rede sem capacitores, lembrando que apenas as violações de tensão das barras com carga são consideradas. Os testes foram os mesmos realizados na rede anterior.

Para o primeiro caso, sem variação de carga, os fatores encontrados estão dispostos na Tabela 5.8.

Tabela 5.8: Fatores de ajuste obtidos para cada ramo da Rede 69 sem variação da carga.

Nós	1-200	2-3	3-27	4-270	3-4	3-35	4-5	5-6	6-7	7-8	7-40
Fatores	1,1236	1,1331	1,0011	1,0029	1,1250	1,0200	1,1013	1,1012	1,1022	1,1055	1,0298
Nós	8-9	8-42	9-10	10-11	10-55	11-12	11-57	12-13	13-14	14-15	15-16
Fatores	1,0467	1,1312	1,0468	1,0499	1,0361	1,0546	1,0411	1,0546	1,0544	1,0543	1,0545
Nós	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24	24-25	25-26	27-28
Fatores	1,0554	1,0560	1,0560	1,0559	1,0561	1,0563	1,0563	1,0565	1,0565	1,0565	1,0014
Nós	28-29	29-30	30-31	31-32	32-33	33-34	35-36	36-37	37-38	40-41	42-43
Fatores	1,0012	1,0012	1,0011	1,0011	1,0013	1,0013	1,0191	1,0178	1,0164	1,0275	1,1314
Nós	43-44	44-45	45-46	46-47	47-48	48-49	49-50	50-51	51-52	52-53	53-54
Fatores	1,1327	1,1338	1,1233	1,1212	1,1199	1,1186	1,1320	1,1351	1,1355	1,1355	1,1361
Nós	55-56	57-58	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-88	88-89	89-90	200-2
Fatores	1,0359	1,0413	1,0022	1,0025	1,0029	1,0029	1,0029	1,0030	1,0030	1,0030	1,1236
Nós	270-280	280-65									
Fatores	1,0032	1,0022									

Os fatores de ajuste apresentados na Tabela 5.8 estão mais próximos da unidade em relação as fatores obtidos para a rede de 23 barras, pois a razão entre a resistência e a reatância dos cabos na rede de 69 barras é maior.

São apresentados na Tabela 5.9 os resultados para a Rede 23 barras sem variação da carga. Estão dispostas as dez primeiras respostas, sendo a primeira, a resposta ótima encontrada por cada um dos métodos. Novamente, os resultados exatos foram obtidos através da enumeração exaustiva das possibilidades de alocação dos bancos de capacitores utilizando fluxo de carga convencional para a obtenção das tensões nodais e, conseqüentemente, as violações, sendo ambas exatas. Os resultados aproximados apresentados no modelo proposto são obtidos pelo Modelo Simplificado 2.

Tabela 5.9: Resultados obtidos para a Rede 69 sem variação da carga.

Banco de 600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
54	0,0371	0,9200	54	0,0373	0,9200
53	0,0386	0,9195	53	0,0393	0,9194
52	0,0410	0,9183	52	0,0421	0,9180
51	0,0415	0,9180	51	0,0426	0,9178
50	0,0420	0,9179	50	0,0432	0,9176
49	0,0458	0,9169	49	0,0469	0,9166
48	0,0475	0,9165	48	0,0488	0,9162
47	0,0490	0,9161	47	0,0502	0,9158
46	0,0530	0,9151	46	0,0541	0,9148
45	0,0626	0,9131	45	0,0637	0,9128

Tabela 5.9: Resultados obtidos para a Rede 69 sem variação da carga (Continuação).

Banco de 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
53	0,0021	0,9292	54	0,0017	0,9291
54	0,0024	0,9289	53	0,0021	0,9291
52	0,0065	0,9271	52	0,0073	0,9269
51	0,0074	0,9266	51	0,0085	0,9263
50	0,0084	0,9263	50	0,0096	0,9260
49	0,0158	0,9244	49	0,0173	0,9240
48	0,0191	0,9236	48	0,0208	0,9232
47	0,0221	0,9229	47	0,0238	0,9224
46	0,0298	0,9209	46	0,0317	0,9204
45	0,0459	0,9169	45	0,0477	0,9164

Banco de 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
53	0,0000	0,9370	53	0,0000	0,9375
54	0,0000	0,9364	54	0,0000	0,9375
52	0,0000	0,9356	52	0,0000	0,9357
51	0,0000	0,9349	51	0,0000	0,9349
50	0,0000	0,9344	50	0,0000	0,9344
49	0,0000	0,9317	49	0,0000	0,9315
48	0,0000	0,9305	48	0,0000	0,9301
47	0,0006	0,9294	47	0,0014	0,9290
46	0,0070	0,9266	46	0,0092	0,9261
45	0,0306	0,9207	45	0,0332	0,9201

Banco de 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
53	0,0000	0,9443	53	0,0000	0,9459
52	0,0000	0,9437	54	0,0000	0,9459
54	0,0000	0,9432	52	0,0000	0,9446
51	0,0000	0,9428	51	0,0000	0,9435
50	0,0000	0,9422	50	0,0000	0,9427
49	0,0000	0,9387	49	0,0000	0,9389
48	0,0000	0,9372	48	0,0000	0,9371
47	0,0000	0,9358	47	0,0000	0,9356
46	0,0000	0,9322	46	0,0000	0,9317
45	0,0155	0,9245	45	0,0187	0,9237

Tabela 5.9: Resultados obtidos para a Rede 69 sem variação da carga.

Banco de 3000 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
52	0,0000	0,9515	53	0,0000	0,9543
53	0,0000	0,9512	54	0,0000	0,9543
51	0,0000	0,9504	52	0,0000	0,9534
50	0,0000	0,9497	51	0,0000	0,9521
54	0,0000	0,9492	50	0,0000	0,9511
49	0,0000	0,9454	49	0,0000	0,9463
48	0,0000	0,9436	48	0,0000	0,9441
47	0,0000	0,9420	47	0,0000	0,9422
46	0,0000	0,9377	46	0,0000	0,9373
45	0,0029	0,9283	45	0,0048	0,9273

Banco de 3600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
52	0,0000	0,9589	52	0,0000	0,9623
51	0,0000	0,9576	51	0,0000	0,9606
53	0,0000	0,9574	53	0,0000	0,9627
50	0,0000	0,9568	50	0,0000	0,9595
54	0,0000	0,9545	54	0,0000	0,9627
49	0,0000	0,9518	49	0,0000	0,9537
48	0,0000	0,9498	48	0,0000	0,9511
47	0,0000	0,9480	47	0,0000	0,9488
46	0,0000	0,9430	46	0,0000	0,9429
45	0,0000	0,9320	45	0,0000	0,9309

Banco de 4200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
52	0,0000	0,9656	52	0,0000	0,9691
51	0,0000	0,9644	51	0,0000	0,9691
50	0,0000	0,9635	53	0,0000	0,9691
53	0,0000	0,9631	50	0,0000	0,9679
54	0,0000	0,9590	49	0,0000	0,9611
49	0,0000	0,9579	48	0,0000	0,9581
48	0,0000	0,9557	47	0,0000	0,9554
47	0,0000	0,9537	46	0,0000	0,9485
46	0,0000	0,9481	45	0,0000	0,9346
45	0,0000	0,9357	44	0,0000	0,9308

Tendo em vista os resultados apresentados na Tabela 5.9, se observa que, para todas as dimensões de capacitores, os resultados obtidos pelo modelo proposto vem

ao encontro dos resultados exatos. A maior diferença encontrada entre as violações totais de tensão foi de 0,32%, isto é, uma média de 0,005% por barra.

Para o caso com variação de carga utilizando os mesmos horários de carregamento da rede anterior, tem-se os fatores de ajuste obtidos para a rede de 69 barras com carregamentos de 70% e 30% mostrados na Tabela 5.10.

Tabela 5.10: Fatores de ajuste para os carregamentos médio e leve para cada ramo da Rede 69.

Carregamento de 70% do Nominal											
Nós	1-200	2-3	3-27	4-270	3-4	3-35	4-5	5-6	6-7	7-8	7-40
Fatores	1,0822	1,0885	1,0008	1,0020	1,0829	1,0139	1,0672	1,0671	1,0677	1,0699	1,0202
Nós	8-9	8-42	9-10	10-11	10-55	11-12	11-57	12-13	13-14	14-15	15-16
Fatores	1,0317	1,0866	1,0317	1,0338	1,0245	1,0370	1,0279	1,0370	1,0369	1,0368	1,0370
Nós	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24	24-25	25-26	27-28
Fatores	1,0375	1,0380	1,0379	1,0379	1,0380	1,0382	1,0381	1,0383	1,0382	1,0382	1,0010
Nós	28-29	29-30	30-31	31-32	32-33	33-34	35-36	36-37	37-38	40-41	42-43
Fatores	1,0008	1,0008	1,0008	1,0008	1,0009	1,0009	1,0133	1,0124	1,0115	1,0187	1,0867
Nós	43-44	44-45	45-46	46-47	47-48	48-49	49-50	50-51	51-52	52-53	53-54
Fatores	1,0876	1,0883	1,0813	1,0799	1,0791	1,0782	1,0871	1,0891	1,0893	1,0893	1,0897
Nós	55-56	57-58	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-88	88-89	89-90	200-2
Fatores	1,0244	1,0280	1,0016	1,0018	1,0021	1,0020	1,0020	1,0021	1,0021	1,0021	1,0822
Nós	270-280	280-65									
Fatores	1,0022	1,0016									

Carregamento de 30% do Nominal											
Nós	1-200	2-3	3-27	4-270	3-4	3-35	4-5	5-6	6-7	7-8	7-40
Fatores	1,0331	1,0356	1,0003	1,0009	1,0333	1,0059	1,0270	1,0269	1,0272	1,0281	1,0084
Nós	8-9	8-42	9-10	10-11	10-55	11-12	11-57	12-13	13-14	14-15	15-16
Fatores	1,0131	1,0346	1,0131	1,0139	1,0101	1,0152	1,0115	1,0152	1,0152	1,0151	1,0152
Nós	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24	24-25	25-26	27-28
Fatores	1,0154	1,0156	1,0156	1,0156	1,0157	1,0157	1,0157	1,0157	1,0157	1,0157	1,0004
Nós	28-29	29-30	30-31	31-32	32-33	33-34	35-36	36-37	37-38	40-41	42-43
Fatores	1,0003	1,0003	1,0003	1,0003	1,0004	1,0004	1,0057	1,0053	1,0049	1,0077	1,0346
Nós	43-44	44-45	45-46	46-47	47-48	48-49	49-50	50-51	51-52	52-53	53-54
Fatores	1,0350	1,0352	1,0324	1,0319	1,0315	1,0312	1,0347	1,0355	1,0356	1,0356	1,0357
Nós	55-56	57-58	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-88	88-89	89-90	200-2
Fatores	1,0101	1,0116	1,0007	1,0008	1,0009	1,0009	1,0009	1,0009	1,0009	1,0009	1,0331
Nós	270-280	280-65									
Fatores	1,0010	1,0007									

Na Tabela 5.11 são apresentados os resultados para a Rede 69 barras com variação de carga. A violação de tensão total para este caso sem banco de capacitores é de 0,0279 pu. Novamente, as violações para ambos os modelos nos casos com variação de carga são ponderadas de acordo com a duração de cada carregamento.

Tabela 5.11: Resultados obtidos para a Rede 69 com variação da carga.

Banco de 600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
54	F/C	0,0093	54	F/C	0,0093
53	F/C	0,0097	53	F/C	0,0098
52	F/C	0,0103	52	F/C	0,0105
51	F/C	0,0104	51	F/C	0,0107
50	F/C	0,0105	50	F/C	0,0108
49	F/C	0,0115	49	F/C	0,0117
48	F/C	0,0119	48	F/C	0,0122
47	F/C	0,0123	47	F/C	0,0126
46	F/C	0,0133	46	F/C	0,0135
45	F/C	0,0157	45	F/C	0,0159

Banco de 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53	F/C	0,0005	54	F/C	0,0004
54	F/C	0,0006	53	F/C	0,0005
52	F/C	0,0016	52	F/C	0,0018
51	F/C	0,0019	51	F/C	0,0021
50	F/C	0,0021	50	F/C	0,0024
49	F/C	0,0040	49	F/C	0,0043
48	F/C	0,0048	48	F/C	0,0052
47	F/C	0,0055	47	F/C	0,0060
46	F/C	0,0075	46	F/C	0,0080
45	F/C	0,0115	45	F/C	0,0119

Banco de 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
48	F/C	0,0000	48	F/C	0,0000
49	F/C	0,0000	49	F/C	0,0000
50	F/C	0,0000	50	F/C	0,0000
51	F/C	0,0000	51	F/C	0,0000
52	F/C	0,0000	52	F/C	0,0000
53	F/C	0,0000	53	F/C	0,0000
54	F/C	0,0000	54	F/C	0,0000
47	F/C	0,0002	47	F/C	0,0004
46	F/C	0,0018	46	F/C	0,0023
45	F/C	0,0077	45	F/C	0,0083

Tabela 5.11: Resultados obtidos para a Rede 69 com variação da carga (Continuação).

Banco de 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
46	F/C	0,0000	46	F/C	0,0000
47	F/C	0,0000	47	F/C	0,0000
48	F/C	0,0000	48	F/C	0,0000
49	F/C	0,0000	49	F/C	0,0000
50	F/C	0,0000	50	F/C	0,0000
51	F/C	0,0000	51	F/C	0,0000
52	F/C	0,0000	52	F/C	0,0000
53	F/C	0,0000	53	F/C	0,0000
54	F/C	0,0000	54	F/C	0,0000
45	F/C	0,0039	45	F/C	0,0047

Banco de 3000 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
46	F/C	0,0000	46	F/C	0,0000
47	F/C	0,0000	47	F/C	0,0000
48	F/C	0,0000	48	F/C	0,0000
49	F/C	0,0000	49	F/C	0,0000
50	F/C	0,0000	50	F/C	0,0000
51	F/C	0,0000	51	F/C	0,0000
52	F/C	0,0000	52	F/C	0,0000
53	F/C	0,0000	53	F/C	0,0000
54	F/C	0,0000	54	F/C	0,0000
45	F/C	0,0007	45	F/C	0,0012

Banco de 3600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
45	F/C	0,0000	45	F/C	0,0000
46	F/C	0,0000	46	F/C	0,0000
47	F/C	0,0000	47	F/C	0,0000
48	F/C	0,0000	48	F/C	0,0000
49	F/C	0,0000	49	F/C	0,0000
50	F/C	0,0000	50	F/C	0,0000
51	F/C	0,0000	51	F/C	0,0000
52	F/C	0,0000	52	F/C	0,0000
53	F/C	0,0000	53	F/C	0,0000
54	F/C	0,0000	54	F/C	0,0000

Tabela 5.11: Resultados obtidos para a Rede 69 com variação da carga (Continuação).

Banco de 4200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
45	F/C	0,0000	44	F/C	0,0000
46	F/C	0,0000	45	F/C	0,0000
47	F/C	0,0000	46	F/C	0,0000
48	F/C	0,0000	47	F/C	0,0000
49	F/C	0,0000	48	F/C	0,0000
50	F/C	0,0000	49	F/C	0,0000
51	F/C	0,0000	50	F/C	0,0000
52	F/C	0,0000	51	F/C	0,0000
53	F/C	0,0000	52	F/C	0,0000
54	F/C	0,0000	53	F/C	0,0000

Novamente, os resultados obtidos pelo modelo proposto conseguiram encontrar na ampla maioria os mesmos resultados obtidos pelo modelo exato. Apenas para o banco de 1200 kvar, a resposta ótima aproximada não coincidiu com a resposta exata, esta sendo obtida na segunda melhor resposta do modelo proposto.

Como a rede 69 barras originalmente não apresenta grande violação, mesmo em seu carregamento máximo, se decidiu aumentar a carga da rede em 100%. A violação total, que antes era de 0,0819 pu, foi para 0,8490 pu com uma tensão mínima de 0,7944 pu. Os novos fatores de ajuste encontrados com carregamento dobrado estão dispostos na Tabela 5.12 .

Tabela 5.12: Fatores de ajuste para os carregamento nominal de cada ramo da Rede 69 com carregamento dobrado.

Carregamento Nominal Dobrado											
Nós	1-200	2-3	3-27	4-270	3-4	3-35	4-5	5-6	6-7	7-8	7-40
Fatores	1,3086	1,3322	1,0022	1,0058	1,3144	1,0405	1,2550	1,2548	1,2575	1,2663	1,0676
Nós	8-9	8-42	9-10	10-11	10-55	11-12	11-57	12-13	13-14	14-15	15-16
Fatores	1,1060	1,3372	1,1063	1,1134	1,0816	1,1243	1,0930	1,1243	1,1240	1,1236	1,1242
Nós	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24	24-25	25-26	27-28
Fatores	1,1261	1,1276	1,1275	1,1274	1,1279	1,1283	1,1283	1,1287	1,1286	1,1286	1,0029
Nós	28-29	29-30	30-31	31-32	32-33	33-34	35-36	36-37	37-38	40-41	42-43
Fatores	1,0023	1,0023	1,0023	1,0023	1,0025	1,0026	1,0387	1,0361	1,0334	1,0623	1,3377
Nós	43-44	44-45	45-46	46-47	47-48	48-49	49-50	50-51	51-52	52-53	53-54
Fatores	1,3413	1,3444	1,3182	1,3127	1,3092	1,3062	1,3404	1,3497	1,3508	1,3507	1,3527
Nós	55-56	57-58	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-88	88-89	89-90	200-2
Fatores	1,0813	1,0935	1,0045	1,0051	1,0059	1,0058	1,0057	1,0060	1,0059	1,0061	1,3085
Nós	270-280	280-65									
Fatores	1,0065	1,0045									

Os resultados obtidos para esta situação sem variação de carga são apresentados na Tabela 5.13. Estão dispostas as dez primeiras respostas encontradas, sendo a primeira, a resposta ótima encontrada por cada um dos métodos.

Tabela 5.13: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado sem variação da carga.

Banco de 600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
26	0,7414	0,7967	26	0,7393	0,7962
25	0,7414	0,7967	25	0,7395	0,7962
24	0,7418	0,7967	24	0,7402	0,7962
23	0,7429	0,7967	23	0,7421	0,7962
22	0,7438	0,7967	22	0,7433	0,7962
21	0,7442	0,7967	21	0,7439	0,7962
20	0,7443	0,7967	20	0,7439	0,7962
19	0,7461	0,7967	19	0,7460	0,7962
18	0,7474	0,7967	18	0,7477	0,7962
17	0,7495	0,7967	17	0,7501	0,7962

Banco de 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
25	0,6484	0,7987	26	0,6356	0,7980
26	0,6486	0,7987	25	0,6360	0,7980
24	0,6487	0,7987	24	0,6375	0,7980
23	0,6496	0,7988	23	0,6412	0,7980
22	0,6508	0,7988	22	0,6438	0,7980
21	0,6514	0,7988	21	0,6449	0,7980
20	0,6515	0,7988	20	0,6451	0,7980
19	0,6546	0,7988	19	0,6492	0,7980
18	0,6570	0,7988	18	0,6523	0,7980
17	0,6607	0,7988	17	0,6574	0,7980

Banco de 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
18	0,5958	0,8007	17	0,6000	0,7999
19	0,5960	0,8008	18	0,6000	0,7999
20	0,5962	0,8007	19	0,6000	0,7999
21	0,5962	0,8007	20	0,6000	0,7999
22	0,5963	0,8007	21	0,6000	0,7999
23	0,5965	0,8007	22	0,6000	0,7999
17	0,5966	0,8008	23	0,6000	0,7999
24	0,5970	0,8006	24	0,6000	0,7999
25	0,5972	0,8005	25	0,6000	0,7999
26	0,5974	0,8005	26	0,6000	0,7999

Tabela 5.13: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado sem variação da carga (Continuação).

Banco de 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
53	0,5743	0,8366	54	0,5813	0,8352
54	0,5756	0,8362	53	0,5893	0,8352
52	0,5796	0,8326	17	0,5910	0,7980
51	0,5807	0,8318	18	0,5910	0,7980
50	0,5820	0,8313	19	0,5910	0,7980
22	0,5879	0,8024	22	0,5910	0,7980
23	0,5884	0,8023	23	0,5910	0,7980
24	0,5894	0,8021	24	0,5910	0,7980
25	0,5898	0,8020	25	0,5910	0,7980
26	0,5900	0,8020	26	0,5910	0,7980

Banco de 3000 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
53	0,5161	0,8453	54	0,5169	0,8435
54	0,5208	0,8434	53	0,5268	0,8435
52	0,5209	0,8414	52	0,5403	0,8386
51	0,5219	0,8404	51	0,5430	0,8373
50	0,5234	0,8398	50	0,5458	0,8363
49	0,5415	0,8353	49	0,5652	0,8315
48	0,5498	0,8333	48	0,5739	0,8293
47	0,5589	0,8314	26	0,5818	0,8035
12	0,5743	0,8052	12	0,5818	0,8035
13	0,5760	0,8048	13	0,5818	0,8035

Banco de 3600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
53	0,4618	0,8526	54	0,4524	0,8519
52	0,4652	0,8498	53	0,4643	0,8519
51	0,4660	0,8487	52	0,4805	0,8475
50	0,4675	0,8479	51	0,4838	0,8458
54	0,4714	0,8498	50	0,4872	0,8389
49	0,4884	0,8427	49	0,5104	0,8389
48	0,4975	0,8404	48	0,5209	0,8363
47	0,5078	0,8382	47	0,5322	0,8340
46	0,5353	0,8326	46	0,5618	0,8281
12	0,5651	0,8070	45	0,5725	0,8054

Tabela 5.13: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado sem variação da carga (Continuação).

Banco de 4200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
53	0,4124	0,8595	54	0,3887	0,8603
52	0,4140	0,8578	53	0,4026	0,8603
51	0,4145	0,8565	52	0,4215	0,8563
50	0,4160	0,8557	51	0,4254	0,8544
54	0,4281	0,8554	50	0,4293	0,8531
49	0,4391	0,8498	49	0,4563	0,8463
48	0,4489	0,8472	48	0,4686	0,8433
47	0,4602	0,8448	47	0,4819	0,8406
46	0,4906	0,8385	46	0,5162	0,8337
11	0,5528	0,8095	45	0,5635	0,8072

Banco de 4800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Violação Exata [pu]	Tensão Mínima [pu]	Barra	Violação Aproximada [pu]	Tensão Mínima [pu]
51	0,3663	0,8640	54	0,3260	0,8687
52	0,3664	0,8653	53	0,3419	0,8687
50	0,3676	0,8631	52	0,3636	0,8652
53	0,3680	0,8657	51	0,3680	0,8630
54	0,3919	0,8602	50	0,3724	0,8615
49	0,3927	0,8566	49	0,4033	0,8538
48	0,4026	0,8537	48	0,4173	0,8503
47	0,4148	0,8512	47	0,4324	0,8472
46	0,4475	0,8442	46	0,4718	0,8394
45	0,5193	0,8289	45	0,5518	0,8234

Tendo em vista os resultados apresentados na Tabela 5.13, é possível constatar a proximidade dos resultados encontrados. Para maioria das potências dos bancos de capacitores, a resposta ótima exata foi encontrada pelo modelo proposto na sua segunda melhor resposta, ocorrendo o pior caso para o banco de 4800 kvar, quando esta foi encontrada na quarta melhor resposta.

Em relação as dez respostas apresentadas para cada banco de capacitor, o banco de 2400 kvar foi o que apresentou o menor número de respostas coincidentes, sendo que apenas três respostas exatas não foram encontradas pelo modelo proposto.

A maior diferença percentual entre a violação total de tensão exata e aproximada se deu para a situação do banco com 4800 kvar com valor de 6,6%, o que significa uma média de 0,01% por barra do sistema.

Para o caso com variação de carga, os novos fatores de ajuste obtidos para a rede de 69 barras com carregamentos de 70% e 30% são mostrados na Tabela 5.14.

Tabela 5.14: Fatores de ajuste para os carregamentos médio e leve para cada ramo da Rede 69 com carregamento dobrado.

Carregamento de 70% do Nominal											
Nós	1-200	2-3	3-27	4-270	3-4	3-35	4-5	5-6	6-7	7-8	7-40
Fatores	1,1871	1,2013	1,0016	1,0041	1,1896	1,0281	1,1537	1,1536	1,1551	1,1603	1,0436
Nós	8-9	8-42	9-10	10-11	10-55	11-12	11-57	12-13	13-14	14-15	15-16
Fatores	1,0684	1,2006	1,0686	1,0732	1,0528	1,0801	1,0601	1,0801	1,0799	1,0797	1,0800
Nós	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24	24-25	25-26	27-28
Fatores	1,0813	1,0822	1,0822	1,0821	1,0824	1,0827	1,0827	1,0829	1,0829	1,0829	1,0020
Nós	28-29	29-30	30-31	31-32	32-33	33-34	35-36	36-37	37-38	40-41	42-43
Fatores	1,0016	1,0016	1,0016	1,0016	1,0018	1,0018	1,0269	1,0251	1,0232	1,0402	1,2009
Nós	43-44	44-45	45-46	46-47	47-48	48-49	49-50	50-51	51-52	52-53	53-54
Fatores	1,2029	1,2047	1,1888	1,1856	1,1835	1,1816	1,2020	1,2071	1,2077	1,2076	1,2087
Nós	55-56	57-58	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-88	88-89	89-90	200-2
Fatores	1,0526	1,0605	1,0031	1,0035	1,0041	1,0040	1,0040	1,0042	1,0041	1,0042	1,1870
Nós	270-280	280-65									
Fatores	1,0045	1,0031									

Carregamento de 30% do Nominal											
Nós	1-200	2-3	3-27	4-270	3-4	3-35	4-5	5-6	6-7	7-8	7-40
Fatores	1,0693	1,0746	1,0007	1,0017	1,0699	1,0119	1,0566	1,0565	1,0571	1,0589	1,0172
Nós	8-9	8-42	9-10	10-11	10-55	11-12	11-57	12-13	13-14	14-15	15-16
Fatores	1,0269	1,0729	1,0269	1,0287	1,0208	1,0314	1,0237	1,0314	1,0313	1,0312	1,0314
Nós	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24	24-25	25-26	27-28
Fatores	1,0318	1,0322	1,0322	1,0321	1,0323	1,0324	1,0324	1,0324	1,0324	1,0324	1,0008
Nós	28-29	29-30	30-31	31-32	32-33	33-34	35-36	36-37	37-38	40-41	42-43
Fatores	1,0007	1,0007	1,0007	1,0007	1,0008	1,0008	1,0114	1,0106	1,0098	1,0158	1,0730
Nós	43-44	44-45	45-46	46-47	47-48	48-49	49-50	50-51	51-52	52-53	53-54
Fatores	1,0737	1,0743	1,0684	1,0673	1,0665	1,0658	1,0732	1,0749	1,0751	1,0751	1,0754
Nós	55-56	57-58	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-88	88-89	89-90	200-2
Fatores	1,0207	1,0238	1,0013	1,0015	1,0018	1,0017	1,0017	1,0018	1,0018	1,0018	1,0693
Nós	270-280	280-65									
Fatores	1,0019	1,0013									

Para este caso, a violação total de tensão com variação do carregamento atingiu 0,3296 pu em condição nominal sem bancos de capacitores. Na Tabela 5.15 são apresentados os resultados para a Rede 69 barras com variação de carga. Novamente, as violações para ambos os modelos nos casos com variação de carga são ponderadas de acordo com a duração de cada carregamento.

Tabela 5.15: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado com variação da carga.

Banco de 600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
54	F/C	0,2903	54	F/C	0,2929
53	F/C	0,2912	53	F/C	0,2942
52	F/C	0,2927	52	F/C	0,2960
51	F/C	0,2930	51	F/C	0,2963
50	F/C	0,2933	50	F/C	0,2967
49	F/C	0,2959	26	F/C	0,2983
48	F/C	0,2972	25	F/C	0,2983
26	F/C	0,2985	24	F/C	0,2985
25	F/C	0,2985	23	F/C	0,2990
24	F/C	0,2986	22	F/C	0,2993

Banco de 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
54	F/C	0,2537	54	F/C	0,2567
53	F/C	0,2550	53	F/C	0,2594
52	F/C	0,2577	52	F/C	0,2630
51	F/C	0,2582	51	F/C	0,2638
50	F/C	0,2588	50	F/C	0,2645
49	F/C	0,2639	26	F/C	0,2685
48	F/C	0,2664	25	F/C	0,2686
47	F/C	0,2690	24	F/C	0,2690
25	F/C	0,2715	49	F/C	0,2693
24	F/C	0,2715	23	F/C	0,2699

Banco de 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
54	F/C	0,2195	54	F/C	0,2208
53	F/C	0,2206	53	F/C	0,2248
52	F/C	0,2242	52	F/C	0,2302
51	F/C	0,2249	51	F/C	0,2313
50	F/C	0,2257	50	F/C	0,2324
49	F/C	0,2332	49	F/C	0,2401
48	F/C	0,2367	48	F/C	0,2437
47	F/C	0,2405	47	F/C	0,2475
46	F/C	0,2504	24	F/C	0,2559
18	F/C	0,2545	23	F/C	0,2559

Tabela 5.15: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado com variação da carga (Continuação).

Banco de 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
54	F/C	0,1881	54	F/C	0,1853
53	F/C	0,1883	53	F/C	0,1906
52	F/C	0,1923	52	F/C	0,1979
51	F/C	0,1932	51	F/C	0,1994
50	F/C	0,1942	50	F/C	0,2008
49	F/C	0,2038	49	F/C	0,2112
48	F/C	0,2082	48	F/C	0,2159
47	F/C	0,2131	47	F/C	0,2209
46	F/C	0,2258	46	F/C	0,2340
13	F/C	0,2478	26	F/C	0,2498

Banco de 3000 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53	F/C	0,1578	54	F/C	0,1499
54	F/C	0,1593	53	F/C	0,1566
52	F/C	0,1619	52	F/C	0,1656
51	F/C	0,1628	51	F/C	0,1674
50	F/C	0,1639	50	F/C	0,1693
49	F/C	0,1756	49	F/C	0,1822
48	F/C	0,1807	48	F/C	0,1881
47	F/C	0,1865	47	F/C	0,1943
46	F/C	0,2019	46	F/C	0,2108
45	F/C	0,2346	23	F/C	0,2437

Banco de 3600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53	F/C	0,1295	54	F/C	0,1196
52	F/C	0,1332	53	F/C	0,1232
51	F/C	0,1341	52	F/C	0,1340
54	F/C	0,1343	51	F/C	0,1363
50	F/C	0,1354	50	F/C	0,1386
49	F/C	0,1489	49	F/C	0,1540
48	F/C	0,1548	48	F/C	0,1611
47	F/C	0,1608	47	F/C	0,1676
46	F/C	0,1785	46	F/C	0,1875
45	F/C	0,2166	45	F/C	0,2274

Tabela 5.15: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado com variação da carga (Continuação).

Banco de 4200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53	F/C	0,1071	54	F/C	0,0972
52	F/C	0,1086	53	F/C	0,1007
51	F/C	0,1094	52	F/C	0,1057
50	F/C	0,1107	51	F/C	0,1083
54	F/C	0,1152	50	F/C	0,1104
49	F/C	0,1260	49	F/C	0,1281
48	F/C	0,1323	48	F/C	0,1363
47	F/C	0,1387	47	F/C	0,1441
46	F/C	0,1562	46	F/C	0,1643
45	F/C	0,1992	45	F/C	0,2109

Banco de 4800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
51	F/C	0,0916	54	F/C	0,0815
52	F/C	0,0916	53	F/C	0,0855
50	F/C	0,0919	52	F/C	0,0909
53	F/C	0,0920	51	F/C	0,0920
54	F/C	0,1020	50	F/C	0,0931
49	F/C	0,1042	49	F/C	0,1033
48	F/C	0,1109	48	F/C	0,1118
47	F/C	0,1177	47	F/C	0,1206
46	F/C	0,1365	46	F/C	0,1436
45	F/C	0,1820	45	F/C	0,1949

Através das respostas apresentadas na Tabela 5.15, se observa novamente que a ampla maioria dos resultados exatos foram encontrados pelo modelo proposto. Para as quatro primeiras potências de bancos de capacitores as respostas ótimas foram coincidentes. Nas demais respostas, a resposta ótima exata foi encontrada na segunda melhor resposta do método proposto, com exceção do banco de 4800 kvar, que a obteve na quarta melhor resposta.

As respostas obtidas com a utilização de dois bancos de capacitores estão mostradas na Tabela 5.16 para as mesmas condições da situação anterior.

Tabela 5.16: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado para 2 bancos e variação da carga.

Banco de 2 x 600 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2541	53(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2581
52(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2552	52(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2599
51(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2555	51(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2602
50(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2558	50(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2606
52(600) - 53(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2562	52(600) - 53(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2612
51(600) - 53(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2564	51(600) - 53(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2616
50(600) - 53(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2567	50(600) - 53(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2620
49(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2582	26(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2623
49(600) - 53(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2591	25(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2624
48(600) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2594	24(600) - 52(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2626

Banco de 600 kvar e 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2193	53(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2221
53(1200) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2197	53(1200) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2235
52(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2201	52(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2240
51(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2203	51(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2243
50(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2205	50(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2247
52(600) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2214	52(600) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2266
51(600) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2216	26(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2269
52(1200) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2217	25(600) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2269
50(600) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2218	51(600) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2270
51(1200) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2221	52(1200) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2271

Tabela 5.16: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado para 2 bancos e variação da carga (Continuação).

Banco de 600 kvar e 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1872	53(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1867
53(1800) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1873	52(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1885
52(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1877	51(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1889
51(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1878	50(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1892
50(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1879	53(1800) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1893
52(600) - 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1887	26(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1914
51(600) - 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1888	52(600) - 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1924
50(600) - 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1890	51(600) - 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1928
52(1800) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1898	50(600) - 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1932
49(600) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1900	52(1800) - 54(600)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1948

Banco de 2 x 1200 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1870	53(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1880
52(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1882	52(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1916
51(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1885	51(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1924
50(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1889	50(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1931
52(1200) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1895	52(1200) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1943
51(1200) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1898	51(1200) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1950
50(1200) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1902	50(1200) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1957
49(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1933	49(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1983
49(1200) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1946	26(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2004
48(1200) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1176	49(1200) - 53(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,2009

Tabela 5.16: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado para 2 bancos e variação da carga (Continuação).

Banco de 1200 kvar e 1800 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53(1800) – 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1566	53(1200) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1526
53(1200) – 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1569	53(1800) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1539
52(1200) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1573	52(1200) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1562
51(1200) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1574	51(1200) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1570
50(1200) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1577	50(1200) - 54(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1577
52(1800) – 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1578	52(1800) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1593
51(1800) – 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1581	52(1200) - 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1602
52(1200) – 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1583	51(1800) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1604
51(1200) – 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1584	51(1200) - 53(1800)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1609
50(1800) – 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1587	50(1800) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1616

Banco de 1200 kvar e 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
53(2400) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1282	53(1200) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1206
51(1200) – 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1290	53(2400) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1216
52(2400) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1290	52(1200) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1230
51(1200) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1290	51(1200) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1236
52(1200) – 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1291	50(1200) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1242
52(1200) – 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1291	52(1200) - 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1268
50(1200) – 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1292	51(1200) - 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1276
50(1200) – 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1292	52(2400) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1278
51(2400) – 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1292	50(1200) - 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1283
53(1200) – 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1296	51(2400) - 54(1200)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,1292

Tabela 5.16: Resultados obtidos para a Rede 69 com 2 bancos e variação da carga (Continuação).

Banco de 2 x 2400 kvar					
Modelo Exato			Modelo Proposto		
Barra	Tipo	Violação Exata [pu]	Barra	Tipo	Violação Aprox. [pu]
50(2400) – 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0899	53(2400) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0835
51(2400) – 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0900	52(2400) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0862
52(2400) – 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0903	51(2400) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0868
50(2400) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0903	50(2400) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0873
51(2400) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0904	52(2400) - 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0882
52(2400) – 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0907	51(2400) - 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0888
49(2400) – 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0921	50(2400) - 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0893
49(2400) – 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0925	49(2400) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0912
48(2400) – 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0926	48(2400) - 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0929
53(2400) – 54(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0930	49(2400) - 53(2400)	F-C/C-F /C-C/F-F	0,0932

Com a análise dos resultados apresentados na Tabela 5.16 podemos verificar que as repostas ótimas de ambos os métodos coincidiram nas mesmas barras para os cinco primeiros pares de bancos de capacitores. No pior caso, os dois bancos de 2400 kvar, a resposta ótima exata foi encontrada na sétima melhor resposta pela metodologia proposta. Outra vez, grande parte das respostas encontradas pela metodologia proposta são correspondentes às respostas obtidas pelo modelo exato.

O tempo de simulação para este caso foi de 2 horas e 25 minutos para a enumeração exaustiva e em média de 15 segundos para cada solução pelo modelo proposto.

Assim como feito no sistema anterior, liberou-se as derivações dos transformadores de distribuição, sendo que das 69 barras apenas 48 delas possuem cargas conectadas. Logo, apenas as barras com carga terão possibilidade de mudança de derivação. Na Tabela 5.17 são apresentados apenas um dos resultados obtidos pelo modelo proposto. Este resultado é comparado com a resposta exata com as derivações em suas posições mínimas para a situação obtida pelo método proposto.

Tabela 5.17: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado, variação da carga e com as derivações disponíveis nos transformadores.

Sem Capacitores																	
Modelo Exato									Modelo Proposto								
Barra	Violação Exata [pu]			Tipo					Barra	Violação Aproximada [pu]			Tipo				
–	0,0492			–					–	0,0492			–				
Derivações dos Transformadores																	
Barras	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23	
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
Barras	25	26	27	28	32	33	34	36	37	38	40	41	42	43	44	48	
Tap	Proposto	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	
	Exato	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	
Barras	50	51	53	54	55	56	57	58	66	67	68	70	89	90	270	280	
Tap	Proposto	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	Exato	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

Banco de 600 kvar																	
Modelo Exato									Modelo Proposto								
Barra	Violação Exata [pu]			Tipo					Barra	Violação Aproximada [pu]			Tipo				
54	0,0368			Chaveado					54	0,0376			Chaveado				
Derivações dos Transformadores																	
Barras	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23	
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
Barras	25	26	27	28	32	33	34	36	37	38	40	41	42	43	44	48	
Tap	Proposto	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	
	Exato	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	
Barras	50	51	53	54	55	56	57	58	66	67	68	70	89	90	270	280	
Tap	Proposto	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	Exato	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

Banco de 1200 kvar																	
Modelo Exato									Modelo Proposto								
Barra	Violação Exata [pu]			Tipo					Barra	Violação Aproximada [pu]			Tipo				
54	0,0265			Chaveado					54	0,0277			Chaveado				
Derivações dos Transformadores																	
Barras	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23	
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
Barras	25	26	27	28	32	33	34	36	37	38	40	41	42	43	44	48	
Tap	Proposto	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	
	Exato	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	
Barras	50	51	53	54	55	56	57	58	66	67	68	70	89	90	270	280	
Tap	Proposto	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	Exato	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

Tabela 5.17: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado e com variação da carga com as derivações disponíveis nos transformadores.

Banco de 1800 kvar																	
Modelo Exato									Modelo Proposto								
Barra	Violação Exata [pu]			Tipo					Barra	Violação Aproximada [pu]			Tipo				
–	0,0169			Chaveado					–	0,0178			Chaveado				
Derivações dos Transformadores																	
	Barras	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	Barras	25	26	27	28	32	33	34	36	37	38	40	41	42	43	44	48
Tap	Proposto	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
	Exato	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
	Barras	50	51	53	54	55	56	57	58	66	67	68	70	89	90	270	280
Tap	Proposto	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Exato	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Banco de 2400 kvar																	
Modelo Exato									Modelo Proposto								
Barra	Violação Exata [pu]			Tipo					Barra	Violação Aproximada [pu]			Tipo				
54	0,0090			Chaveado					54	0,0096			Chaveado				
Derivações dos Transformadores																	
	Barras	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	Barras	25	26	27	28	32	33	34	36	37	38	40	41	42	43	44	48
Tap	Proposto	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
	Exato	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
	Barras	50	51	53	54	55	56	57	58	66	67	68	70	89	90	270	280
Tap	Proposto	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Exato	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Banco de 3000 kvar																	
Modelo Exato									Modelo Proposto								
Barra	Violação Exata [pu]			Tipo					Barra	Violação Aproximada [pu]			Tipo				
51	0,0086			Chaveado					51	0,0085			Chaveado				
Derivações dos Transformadores																	
	Barras	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	Barras	25	26	27	28	32	33	34	36	37	38	40	41	42	43	44	48
Tap	Proposto	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
	Exato	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
	Barras	50	51	53	54	55	56	57	58	66	67	68	70	89	90	270	280
Tap	Proposto	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Exato	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabela 5.17: Resultados obtidos para a Rede 69 com carregamento dobrado e com variação da carga com as derivações disponíveis nos transformadores (Continuação).

Banco de 3600 kvar																	
Modelo Exato									Modelo Proposto								
Barra	Violação Exata [pu]			Tipo					Barra	Violação Aproximada [pu]			Tipo				
50	0,0071			Chaveado					50	0,0076			Chaveado				
Derivações dos Transformadores																	
	Barras	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	Barras	25	26	27	28	32	33	34	36	37	38	40	41	42	43	44	48
Tap	Proposto	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
	Exato	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
	Barras	50	51	53	54	55	56	57	58	66	67	68	70	89	90	270	280
Tap	Proposto	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Exato	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Banco de 4200 kvar																	
Modelo Exato									Modelo Proposto								
Barra	Violação Exata [pu]			Tipo					Barra	Violação Aproximada [pu]			Tipo				
48	0,0054			Chaveado					48	0,0059			Chaveado				
Derivações dos Transformadores																	
	Barras	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	Barras	25	26	27	28	32	33	34	36	37	38	40	41	42	43	44	48
Tap	Proposto	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
	Exato	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
	Barras	50	51	53	54	55	56	57	58	66	67	68	70	89	90	270	280
Tap	Proposto	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Exato	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Banco de 4800 kvar																	
Modelo Exato									Modelo Proposto								
Barra	Violação Exata [pu]			Tipo					Barra	Violação Aproximada [pu]			Tipo				
54	0,0047			Chaveado					54	0,0044			Chaveado				
Derivações dos Transformadores																	
	Barras	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23
Tap	Proposto	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
	Exato	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
	Barras	25	26	27	28	32	33	34	36	37	38	40	41	42	43	44	48
Tap	Proposto	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
	Exato	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
	Barras	50	51	53	54	55	56	57	58	66	67	68	70	89	90	270	280
Tap	Proposto	3	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Exato	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Através dos resultados dispostos na Tabela 5.17 é possível comparar os estados das derivações encontrados pelo método proposto em relação aos valores exatos. Em

todos os casos, com exceção da situação com o capacitores de 4800 kvar, as derivações encontradas pelo método proposto se mantiveram iguais ao método exato. O caso em exceção apresentou em três barras (48, 53 e 54) derivações inferiores em relação as derivações mínimas exatas encontradas. Entretanto, na grande maioria das situações o modelo proposto se mostrou coerente ao modelo exato. O tempo máximo para cada solução para o método proposto foi de no máximo 35 segundos.

Baseado na totalidade dos resultados apresentados neste capítulo, é possível fazer uma análise global da metodologia proposta. Para os resultados obtidos com apenas um banco de capacitores, todas as respostas ótimas exatas para os banco de 600 kvar foram encontradas pelo método proposto em ambas as redes de distribuição testadas e para todos os níveis de carregamento.

Para os bancos de 1200 kvar, as respostas ótimas exatas foram encontradas pela metodologia em três casos de seis, sendo que nas demais foi encontrada na segunda melhor resposta.

Nestas duas situações o erro máximo entre as violações de tensão exata e aproximada foi de 3,7162 % para a rede de 23 barras com capacitor de 1200 kvar e com variação de carga, tendo o erro médio máximo por barra de 0,1689%. Estes resultados são satisfatórios já que estas duas potências de bancos de capacitores são as mais utilizadas entre as concessionárias.

Para as demais potências, a metodologia obteve resultados irregulares, apesar de diversas vezes ter encontrado as respostas ótimas exatas. Entretanto, isto já era esperado tendo em vista que a linearização utilizada pela metodologia foi desenvolvida em torno do ponto de operação sem bancos de capacitores.

Na utilização de dois bancos de capacitores, com bancos de potência máxima de 1200 kvar, as respostas encontradas pela metodologia desenvolvida novamente coincidiram com as respostas exatas em ambas as redes testadas e para todos os carregamentos, com exceção para a rede de 23 barras com dois bancos de 1200 kvar, a qual foi encontrada na segunda melhor resposta pelo método proposto.

O erro máximo entre as violações de tensão exata e aproximada encontrados nestes casos foi de 14,1304 % para a rede de 23 barras com dois bancos de 1200 kvar e com variação de carga, tendo o erro médio máximo por barra de 0,6429 %. Mesmo

com dois bancos de capacitores, os resultados permaneceram satisfatórios confirmando os resultados anteriores.

Quanto a utilização da restrição de corrente máxima nos ramos da rede de distribuição, os resultados obtidos tiveram amplo acerto na situação testada em comparação a resposta exata obtida por fluxo de carga convencional. Sendo bastante útil ao diminuir espaço de busca e evitar respostas impraticáveis na implementação real da resposta obtida.

Outra característica testada foi a utilização das derivações dos transformadores de distribuição. Os resultados se demonstraram certos na quase totalidade das respostas para ambas as redes testadas e com variações de níveis de carregamento. Esta possibilidade tem grande valia, pois implica em redução direta da violação de tensão e na conseqüente diminuição da necessidade de instalação de bancos de capacitores utilizando equipamentos já disponíveis na rede. Além disso, mesmo quando usando todas os recursos da metodologia proposta, o tempo de simulação permanece pequeno, principalmente se tratando de um sistema para o planejamento do sistema elétrico.

Ao longo deste capítulo foram apresentados resultados numéricos obtidos através da metodologia proposta para alocação ótima de bancos de capacitores objetivando a minimização da violação de tensão e custos relacionados a instalação de equipamentos em redes de distribuição de energia elétrica, os quais servirão de base para as conclusões finais sobre o trabalho, estas apresentadas no capítulo que segue.

6. Conclusão

Este trabalho se propôs apresentar uma metodologia alternativa para o problema de alocação ótima de bancos de capacitores para a regulação da tensão. A metodologia apresentada utiliza equações lineares para a representação das redes de distribuição de energia elétrica, em contraste com as equações não lineares utilizadas pelos métodos usuais, viabilizando a utilização de programação linear para a solução destes problemas. O problema de alocação ótima de bancos de capacitores tem por objetivo minimizar as violações de tensão nas barras e os custos envolvidos na instalação dos equipamentos.

O Modelo Simplificado 2 apresentado neste trabalho é capaz de representar de forma adequada a rede de distribuição de energia elétrica nos problemas relacionados com a instalação de equipamentos de compensação de potência reativa. Os resultados obtidos com a utilização deste modelo linearizado mostram excelente proximidade com relação à solução do fluxo de carga não linear (PEREIRA, 2008).

Associado ao Modelo Simplificado 2, foi apresentado um método aproximado para representação da variação da carga, por intermédio de curvas de duração individuais para cada barra. Assim, é possível representar o comportamento diário de uma rede de distribuição por intermédio de relações lineares, escritas para um número reduzido de níveis de carregamento.

A utilização do Modelo Simplificado 2 apresentado neste trabalho viabilizou uma nova abordagem para os problemas relacionados com a rede de distribuição de energia, permitindo que equações lineares que a representam sejam diretamente incorporadas aos modelos de otimização

Assim sendo, como uma alternativa para a abordagem mais freqüente, que consiste em empregar as equações não lineares do fluxo de carga convencional em conjunto com métodos heurísticos de otimização (CARLISLE, 1997; NG et al, 2000), foi apresentado um modelo de otimização linear inteiro misto para alocação e re-alocação

de bancos de capacitores fixos e chaveados em redes de distribuição de energia elétrica, considerando a variação diária da carga. O modelo permite minimizar os custos de investimento e operação do sistema além de minimizar os custos relacionados com o não atendimento dos limites de tensão.

Na formulação descrita foram introduzidas duas alternativas para a tradicional abordagem não-linear: 1) os valores absolutos das violações foram tratados pela inclusão de uma variável auxiliar e restrições lineares; 2) a restrição que limita a magnitude da corrente nos condutores é representada de modo quase exato por restrições lineares de canalização.

Além disto, o modelo inclui a representação de limites móveis de tensão, que dependem da derivação que o transformador de distribuição está operando. Isto permite definir de forma integrada a melhor derivação de operação dos transformadores de distribuição em conjunto com os bancos de capacitores fixos e chaveáveis, implicando a obtenção de melhores resultados.

O fato do problema de alocação ótima de bancos de capacitores ter sido abordado através de modelos matemáticos de otimização faz com que as restrições de investimento sejam facilmente incorporadas ao problema contribuindo também na redução do espaço de busca.

Com base nos resultados apresentados, a metodologia proposta apresentou desempenho satisfatório para ambas as redes e mesmo para diferentes níveis de carregamento para a determinação da alocação ótima de bancos de capacitores com potência até 1200 kvar, o que já era esperado devido ao afastamento do ponto de operação da rede de distribuição com os capacitores instalados em relação ao ponto de operação onde o modelo linearizado foi calculado. As respostas ótimas foram encontradas, mesmo quando da existência de soluções múltiplas, o que vem ao encontro das necessidades do planejador do sistema de distribuição de energia elétrica, uma vez que este poderá ter problemas de ordem prática na implementação física da solução. A utilização das restrições de fluxo nos ramos se mostrou eficiente ao limitar corretamente quanto a capacidade dos condutores, além de facilitar a resolução do problema com a redução do espaço de busca. A inclusão dos limites móveis de tensão apresentou resultados adequados para todas as situações impostas possibilitando a utilização das derivações dos transformadores de distribuição

acarretando em redução direta da violação de tensão e, portanto, na diminuição da necessidade de instalação de bancos de capacitores utilizando equipamentos já disponíveis na rede. Mesmo empregando todos os recursos da metodologia proposta, o tempo de simulação permanece reduzido, principalmente se tratando de um sistema para o planejamento do sistema elétrico.

Este trabalho apresentou uma metodologia simples e rápida para alocação ótima de bancos de capacitores para minimização da violação da tensão e dos custos relacionados na instalação de bancos de capacitores, a qual faz uso de modelos lineares para representação das redes de distribuição e programação linear como alternativa as equações não lineares do fluxo de carga convencional em conjunto com métodos heurísticos de otimização.

6.1. Sugestões para Trabalhos Futuros

A partir desse trabalho surgem novos possíveis estudos ou melhorias para o problema da alocação ótima de bancos de capacitores, dos quais pode-se destacar:

- Ampliação do metodologia para alocação simultânea de bancos de capacitores e reguladores de tensão. Esta melhoria seria de grande valia, pois iria confrontar dois equipamentos utilizados para resolver problemas de regulação de tensão com características e custos distintos, entretanto, complementares;
- Ampliação do metodologia para a consideração das perdas elétricas do sistema elétrico na alocação dos bancos de capacitores. Problema bastante presente principalmente em alimentadores longos e bastante carregados, a redução das perdas elétricas é um dos principais objetivos das concessionárias de energia elétrica;
- Maiores estudos sobre a influência da geração distribuída nos modelos lineares de representação das redes de distribuição. Por ser a base da metodologia apresentada nesse trabalho, deve-se verificar se as premissas utilizadas para os modelos lineares permanecerão verdadeiras quando este tipo de geração estiver conectada a rede de distribuição;

- Decorrente a sugestão anterior, surge a representação de barras de tensão controlada (PVs), já que esta pode ser um meio de representação das unidades de geração distribuídas no modelo linear e na formulação do problema de otimização.
- Adaptação dos modelos lineares para possibilitar o estudo em redes de distribuição malhadas. O modelo linear apresentado neste trabalho foi desenvolvido para redes radiais, característica da grande maioria das redes de distribuição, porém a utilização de redes malhadas tem aumentado em busca de maior confiabilidade.

Estes tópicos, constituem pesquisas em potencial identificadas durante a execução deste estudo que podem contribuir efetivamente com o presente trabalho.

7. Bibliografia

- Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) – “Resolução nº 505, 26 de novembro de 2001”.
- Ajjarapu, V., Albanna Z. (1991). “Application of genetic based algorithms to optimal capacitor placement”, Proceedings of the First International Forum on Applications of neural Networks to Power Systems, PP. 251-255, July.
- Alves, M. L. (2005). “Módulo de Alocação Otimizada de reguladores de tensão e bancos de capacitores em alimentadores de distribuição”. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS.
- Bae, Y. G. (1978). “Analytical method of capacitor allocation on distribution primary feeders”, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. 97, nº. 11, pp. 1232-1238, Oct.
- Bala, J. L., Kuntz, P. A., Taylor, R. M. (1995). “Sensitivity-Based Optimal Capacitor Placement on a Radial Distribution Systems”, IEEE Technical Applications Conference and Workshops, NorthCon95, pp. 225-230.
- Balas, E. (1965). “An additive algorithm for solving linear programs with zero-one variables”, Oper. Res. 13:517-46.
- Baran, M. E. e Wu, F. F. (1989). “Optimal capacitor placement on radial distribution systems”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, Nº. 1, January, pp. 725-734.
- Barreto, L. S. (2007). “Modelo de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando geração distribuída”. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS.
- Boone, G., Chiang, H. D. (1993). “Optimal capacitor placement in distribution systems by genetic algorithm”, Electrical Power & Energy Systems, vol. 15, no. 3, pp. 155-162.
- Bortignon, G. A., El-Hawary, M. E. (1995). “A review of capacitor placement techniques for loss reduction in primary feeders on distribution systems” Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Vol. 2, pp. 684-687.

- Carlisle, J. C., El-Keib, A. A., Boyd, D., Nolan, K. (1997). "A Review of Capacitor Placement Techniques on distribution Feeders", Proceedings of The twenty-ninth South-eastern Symposium, pp. 366-371, March.
- Chang, N. E. (1969). "Locating shunt capacitors on primary feeder for voltage control and loss reduction", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. 88, no. 10, pp. 1574-1577, Oct.
- Chiang, H. D., Wang, J. C., Orville, C. e Hyoun-Duck S., (1990). "Optimal Capacitor Placements in Distribution System: Part 1: A New Formulation and the Overall Problem", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, Nº 2, April.
- Chiang, H. D., Wang, J. C., Orville, C. e Hyoun-Duck S., (1990). "Optimal Capacitor Placements in Distribution System: Part 2: Solution Algorithms and Numerical Results", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, Nº 2, April.
- Cook, R. F. (1959). "Analysis of capacitor application as affected by load cycle", AIEE Trans., vol. 78, pp. 950-957, Oct.
- Cook, R. F. (1961). "Optimizing the application of shunt capacitors for reactive-voltampere control and loss reduction", AIEE Trans., vol. 80, pp. 430-444, Oct.
- Eletróbras (1985). Controle de tensão de Sistemas de Distribuição. Rio de Janeiro: Ed. Campus; Eletróbras.
- Gallego, R. A., Monticelli, J. A., Romero, R. (2001). "Optimal Capacitor Placement in Radial Distribution Networks", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 16, Nº 4, November.
- Geoffrion, A. M., Marsten, R. E. (1972). "Integer Programming Algorithms: A Framework and State-of-the-art Survey", Management Science, Vol. 18, No. 9, Theory Series (May, 1972), pp. 465-491.
- Grainger, J. J., Civanlar, S. (1985). "Volt/Var control on distribution system with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators, Part I: The overall problem", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. 104, nº. 11, pp. 3278-3283, Nov.
- Grainger, J. J., Lee, S. H., (1981). "Optimum placement of fixed and switched capacitors on primary distributions feeders", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 100, nº. 1, pp. 345-352, Jan.
- Grainger, J. J., Lee, S. H., (1981). "Optimum size and location of shunt capacitors for reduction of losses on distribution feeders", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, nº. 3, pp. 1105-1118, March.

- Grainger, J. J., Lee, S. H., (1982). "Capacity Release by Shunt Capacitor Placement on Distributions Feeders: A New Voltage-Dependent Model", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, nº. 5, pp. 1236-1244, May.
- Gönen, T., (1986). Electric Power Distribution System Engineering. McGraw-Hill, 739 p.
- Gasperin, L. V., (2006). "Modelos para Otimização em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica". Monografia de graduação, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
- Gasperin, L. V., Haffner, S.; Pereira, L. A., (2008). "Modelos alternativos para determinação das tensões nodais em redes de distribuição de energia em problemas de alocação ótima de bancos de capacitores". Anais do XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica, v. 1. p. 1-10.
- Haffner, S., Alves, M. L. (2005). "Alocação ótima de bancos de capacitores e reguladores de tensão em redes de distribuição de energia elétrica", Book of Abstracts and Proceeding of the 6th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission".
- Haffner, S., Pereira, L. A., Pereira, L. F. A., Lemos, F. A. B., Lima, A. L., Brixius, C. A. e Giron, L. R. (2004). "Optimization model for distribution network expansion planning", IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America, São Paulo, pp. 457-463.
- Haffner, S., Pereira, L. A., Pereira, L. F. A., Barreto, L. S., Schütz, C. A., (2006). "Optimization Soft-ware for Distribution Systems Expansion Planning", IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America, v. 1. p. 1-5.
- Haffner, S., Pereira, L. A., Pereira, L. F. A., Barreto, L. S., (2006). "Modelo de Otimização para o Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição considerando Geração Distribuída", Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2006), v. 1. p. 1-6.
- Haffner, S., Pereira, L. F. A., Pereira, L. A., Barreto, L. S., (2006). "Modelo Multi-Estágio de Otimização para o Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição", Sociedade Brasileira de Automática, v. 17, p. 478-492.
- Haffner, S., Pereira, L. F. A., Pereira, L. A., Barreto, L. S., (2006). "Multistage Model for Distribution Expansion Planning with Distributed Generation – Part I: Problem Formulation", IEEE Transactions on Power Delivery, v. 23, p. 915-923.
- Haffner, S., Pereira, L. F. A., Pereira, L. A., Barreto, L. S., (2006). "Multistage Model for Distribution Expansion Planning with Distributed Generation – Part II: Numerical Results", IEEE Transactions on Power Delivery, v. 23, p.

924-929.

Haffner, S., Pereira, L. A., Gasperin, L. V., (2008). “Modelo aproximado para representação de redes de distribuição de energia elétrica”, Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática, v. 1. p. 1-8.

Haffner, S., Pereira, L. A., Gasperin, L. V., Barreto, L. S., (2008). “Modelo para alocação de bancos de capacitores para regulação de tensão em redes de distribuição”, Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática, v. 1. p. 1-6.

Huang, Y., Yang, H., Huang, C. (1996). “Solving the Capacitor Placement Problem in a Radial Distribution System Using Tabu Search Approach”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 4, November.

Lauby, M. G. (1988). “Evaluation of a local DC load flow screening method for branch contingency selection of overloads”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 3, August, pp. 923-928.

Marquesan, M. M., Haffner, S., Lemos, F.A.B., Pereira, L.A. e Gasperin L.V.(2005). “Modelos simplificados para otimização de redes de distribuição de energia elétrica”, Book of Abstracts and Proceeding of the 6th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission.

Mekhmer, S. F., El-Hawary, M. E., Mansour, M. M., Moustafa, M. A., Soliman, S. A. (2002). “State of Art in Optimal capacitor Allocation for Reactive Power Compensation in Distribution Feeders”, Proceedings of the 2002 Large Engineering Systems Conference on Power Engineering, pp. 61-75.

Monticelli, A. e Garcia, A. (2003). Introdução a sistemas de energia elétrica. Editora da Unicamp, 251 p.

Neagle, N. M., Samson, D. R. (1956). “Loss reduction from capacitors installed on primary feeders”, AIEE Trans., vol. 75, pp. 950-959, Oct.

Ng, H. N., Salama, M. M. A., Chikhani, A. Y. (1996). “Capacitor Placement in distribution Systems Using Fuzzy Technique”, Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Vol. 2, pp. 790-793.

Ng, H. N., Salama, M. M. A., Chikhani, A. Y. (1997). “A Survey of the Application of AI in Capacitor Allocation and Control”, IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Vol. 1, pp. 161-164.

Ng, H. N., Salama, M. M. A., Chikhani, A. Y. (2000). “Classification of Capacitor Allocation Techniques”, IEEE Trans. On Power Delivery, Vol. 15, No. 1, pp. 387-392.

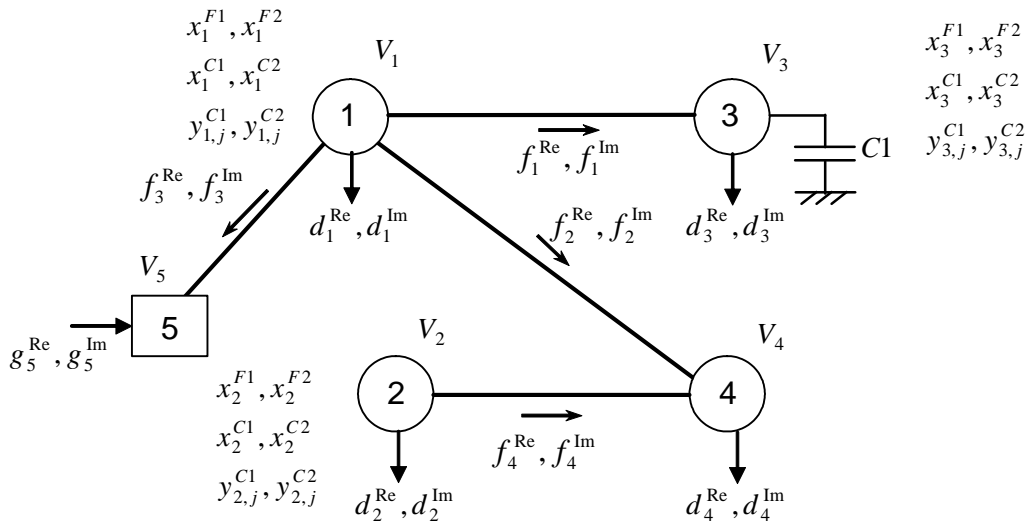
Pereira, L. A., Haffner, S., Gasperin, L. V., (2008). “Simplified models to determine nodal voltages in problems of optimal allocation of capacitor bank in power distribution networks”, International Journal of Electrical Power and

Energy Systems Engineering (IJEPESE), v. 1, p. 17-23.

- Pereira, L. A., Haffner, S., Gasperin, L. V., (2008). "Simplified models to determine nodal voltages in problems of optimal allocation of capacitor bank in power distribution networks", Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, v. 30. p. 101-107.
- Romero, R, Monticelli, A., Garcia, A. e Haffner, S. (2002). "Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning", IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol 149, No. 1, January, pp. 27-36.
- Salama, M. M., Mansour, E. A. A., Chikhani, A. Y., Hackam, R. (1985). "Control of reactive power in distribution system with an end-load and varying load conditions", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. 104, no. 4, pp. 941-947, Oct.
- Salama, M. M., Chikhani, A. Y., Hackam, R. (1985). "Control of reactive power in distribution system with an end-load and fixed load conditions", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. 104, no. 10, pp. 2779-2788, Oct.
- Schmill, J. V. (1965). "Optimum size and location of shunt capacitors on distribution feeders", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. 84, no. 9, pp. 825-832, Sept.
- Stott, B. (1974). "Review of load-flow calculation methods", Proceedings of the IEEE, vol. 62, no. 7, 916-929, July.
- Sundhararajan, S., Pahwa, A., (1994). "Optimal selection of capacitors for radial distribution systems using a genetic algorithm", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, N° 03, August.
- Willis, H. L. (2004). "Power distribution planning reference book", Second Edition, Marcel Dekker, Inc. 1217 pag.

Anexo A: Formulação expandida para uma rede de 5 barras (uma subestação, quatro nós de carga e quatro ramos)

A formulação expandida apresentada neste anexo considera a rede mostrada na figura abaixo, tendo as barras 1, 2 e 3 como barras candidatas à alocação e 4 tipos de capacitores, sendo dois fixos e dois chaveados.



Função Objetivo

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = C^{\text{inv}}(\mathbf{x}) + \delta_T(I) \left(C^{\text{man}}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{NC} C_j^{\text{vio}}(\mathbf{z}_j) \right)$$

$$C^{\text{inv}}(\mathbf{x}) = \left\{ \begin{aligned} & \left[CR_1^{F1} + (CA^{F1} + CI_1^{F1} - CR_1^{F1})x_1^{F1} + CR_1^{F2} + (CA^{F2} + CI_1^{F2} - CR_1^{F2})x_1^{F2} \right] + \\ & \left[CR_1^{C1} + (CA^{C1} + CI_1^{C1} - CR_1^{C1})x_1^{C1} + CR_1^{C2} + (CA^{C2} + CI_1^{C2} - CR_1^{C2})x_1^{C2} \right] + \\ & \left[CR_2^{F1} + (CA^{F1} + CI_2^{F1} - CR_2^{F1})x_2^{F1} + CR_2^{F2} + (CA^{F2} + CI_2^{F2} - CR_2^{F2})x_2^{F2} \right] + \\ & \left[CR_2^{C1} + (CA^{C1} + CI_2^{C1} - CR_2^{C1})x_2^{C1} + CR_2^{C2} + (CA^{C2} + CI_2^{C2} - CR_2^{C2})x_2^{C2} \right] + \\ & \left[CR_3^{F1} + (CA^{F1} + CI_3^{F1} - CR_3^{F1})x_3^{F1} + CR_3^{F2} + (CA^{F2} + CI_3^{F2} - CR_3^{F2})x_3^{F2} \right] + \\ & \left[CR_3^{C1} + (CA^{C1} + CI_3^{C1} - CR_3^{C1})x_3^{C1} + CR_3^{C2} + (CA^{C2} + CI_3^{C2} - CR_3^{C2})x_3^{C2} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$C^{\text{man}}(\mathbf{x}) = \left\{ \begin{aligned} & \left[CM^{F1}x_1^{F1} + CM^{F2}x_1^{F2} \right] + \left[CM^{F1}x_2^{F1} + CM^{F2}x_2^{F2} \right] + \left[CM^{F1}x_3^{F1} + CM^{F2}x_3^{F2} \right] + \\ & \left[CM^{C1}x_1^{C1} + CM^{C2}x_1^{C2} \right] + \left[CM^{C1}x_2^{C1} + CM^{C2}x_2^{C2} \right] + \left[CM^{C1}x_3^{C1} + CM^{C2}x_3^{C2} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$C_1^{\text{vio}}(\mathbf{z}_1) = \Delta T_1 [CV_1 z_{1,1} + CV_2 z_{2,1} + CV_3 z_{3,1} + CV_4 z_{4,1}]$$

$$C_2^{\text{vio}}(\mathbf{z}_2) = \Delta T_2 [CV_1 z_{1,2} + CV_2 z_{2,2} + CV_3 z_{3,2} + CV_4 z_{4,2}]$$

$$C_3^{\text{vio}}(\mathbf{z}_3) = \Delta T_3 [CV_1 z_{1,3} + CV_2 z_{2,3} + CV_3 z_{3,3} + CV_4 z_{4,3}]$$

Variáveis inteiras do modelo de otimização

Tipo	Descrição	Variáveis			
		Quantidade	Índices		
Inteira	Investimento $(F + C)BC$ $(2 + 2)3 = 12$	x_1^{F1}, x_1^{F2} instalação de capacitores fixos nó 1 alternativas 1 e 2	2	1...2	
		x_2^{F1}, x_2^{F2} instalação de capacitores fixos nó 2 alternativas 1 e 2	2	3...4	
		x_3^{F1}, x_3^{F2} instalação de capacitores fixos nó 3 alternativas 1 e 2	2	5...6	
		x_1^{C1}, x_1^{C2} instalação de capacitores chaveados nó 1 alternativas 1 e 2	2	7...8	
		x_2^{C1}, x_2^{C2} instalação de capacitores chaveados nó 2 alternativas 1 e 2	2	9...10	
		x_3^{C1}, x_3^{C2} instalação de capacitores chaveados nó 3 alternativas 1 e 2	2	11...12	
	Barras candidatas $\Psi^{BC} = \{1,2,3\}$ Níveis de carregamento $\Psi^{NC} = \{1,2,3\}$	Operação (uso) Carregamento 1 $C \cdot BC$ $2 \times 3 = 6$	$y_{1,1}^{C1}, y_{1,1}^{C2}$ uso capacitores chaveados nó 1 alternativas 1 e 2	2	13...14
			$y_{2,1}^{C1}, y_{2,1}^{C2}$ uso capacitores chaveados nó 2 alternativas 1 e 2	2	15...16
			$y_{3,1}^{C1}, y_{3,1}^{C2}$ uso capacitores chaveados nó 3 alternativas 1 e 2	2	17...18
		Operação (uso) Carregamento 2 $C \cdot BC$ $2 \times 3 = 6$	$y_{1,2}^{C1}, y_{1,2}^{C2}$ uso capacitores chaveados nó 1 alternativas 1 e 2	2	19...20
			$y_{2,2}^{C1}, y_{2,2}^{C2}$ uso capacitores chaveados nó 2 alternativas 1 e 2	2	21...22
			$y_{3,2}^{C1}, y_{3,2}^{C2}$ uso capacitores chaveados nó 3 alternativas 1 e 2	2	23...24
Operação (uso) Carregamento 3 $C \cdot BC$ $2 \times 3 = 6$	$y_{1,3}^{C1}, y_{1,3}^{C2}$ uso capacitores chaveados nó 1 alternativas 1 e 2	2	25...26		
	$y_{2,3}^{C1}, y_{2,3}^{C2}$ uso capacitores chaveados nó 2 alternativas 1 e 2	2	27...28		
	$y_{3,3}^{C1}, y_{3,3}^{C2}$ uso capacitores chaveados nó 3 alternativas 1 e 2	2	29...30		

12 Variáveis inteiras (binárias) de investimento x	
Capacitor Fixo: 1 a 6	Capacitor Chaveado: 7 a 12
18 Variáveis inteiras (binárias) de operação y	
Capacitor Chaveado: 13 a 30	

x_1^{F1}	1	x_3^{C1}	11	$y_{2,2}^{C1}$	21
x_1^{F2}	2	x_3^{C2}	12	$y_{2,2}^{C2}$	22
x_2^{F1}	3	$y_{1,1}^{C1}$	13	$y_{3,2}^{C1}$	23
x_2^{F2}	4	$y_{1,1}^{C2}$	14	$y_{3,2}^{C2}$	24
x_3^{F1}	5	$y_{2,1}^{C1}$	15	$y_{1,3}^{C1}$	25
x_3^{F2}	6	$y_{2,1}^{C2}$	16	$y_{1,3}^{C2}$	26
x_1^{C1}	7	$y_{3,1}^{C1}$	17	$y_{2,3}^{C1}$	27
x_1^{C2}	8	$y_{3,1}^{C2}$	18	$y_{2,3}^{C2}$	28
x_2^{C1}	9	$y_{1,2}^{C1}$	19	$y_{3,3}^{C1}$	29
x_2^{C2}	10	$y_{1,2}^{C2}$	20	$y_{3,3}^{C2}$	30

Variáveis contínuas do modelo de otimização

Tipo	Descrição	Variáveis		
		Quantidade	Índices	
Contínua	Tensão Carregamento 1	$V_{1,1}, V_{2,1}, V_{3,1}, V_{4,1}, V_{5,1}$ tensão nós 1, 2, 3, 4 e 5	5	31...35
	Tensão Carregamento 2	$V_{1,2}, V_{2,2}, V_{3,2}, V_{4,2}, V_{5,2}$ tensão nós 1, 2, 3, 4 e 5	5	36...40
	Tensão Carregamento 3	$V_{1,3}, V_{2,3}, V_{3,3}, V_{4,3}, V_{5,3}$ tensão nós 1, 2, 3, 4 e 5	5	41...45
	Fluxo Carregamento 1	$f_{1,1}^{Re}, f_{2,1}^{Re}, f_{3,1}^{Re}, f_{4,1}^{Re}$ corrente real ramo 1, 2, 3 e 4	4	46...49
		$f_{1,1}^{Im}, f_{2,1}^{Im}, f_{3,1}^{Im}, f_{4,1}^{Im}$ corrente imaginária ramo 1, 2, 3 e 4	4	50...53
	Fluxo Carregamento 2	$f_{1,2}^{Re}, f_{2,2}^{Re}, f_{3,2}^{Re}, f_{4,2}^{Re}$ corrente real ramos 1, 2, 3 e 4	4	54...57
		$f_{1,2}^{Im}, f_{2,2}^{Im}, f_{3,2}^{Im}, f_{4,2}^{Im}$ corrente imaginária ramos 1, 2, 3 e 4	4	58...61
	Fluxo Carregamento 3	$f_{1,3}^{Re}, f_{2,3}^{Re}, f_{3,3}^{Re}, f_{4,3}^{Re}$ corrente real ramos 1, 2, 3 e 4	4	62...65
		$f_{1,3}^{Im}, f_{2,3}^{Im}, f_{3,3}^{Im}, f_{4,3}^{Im}$ corrente imaginária ramos 1, 2, 3 e 4	4	66...69
	Violação na Tensão Carregamento 1	$z_{1,1}, z_{2,1}, z_{3,1}, z_{4,1}$ violação nós 1, 2, 3 e 4	4	70...73
	Violação na Tensão Carregamento 2	$z_{1,2}, z_{2,2}, z_{3,2}, z_{4,2}$ violação nós 1, 2, 3 e 4	4	74...77
	Violação na Tensão Carregamento 3	$z_{1,3}, z_{2,3}, z_{3,3}, z_{4,3}$ violação nós 1, 2, 3 e 4	4	78...81
	Geração Carregamento 1	$g_{5,1}^{Re}, g_{5,1}^{Im}$ injeção de corrente real e imaginária nó 5	2	82...83
Geração Carregamento 2	$g_{5,2}^{Re}, g_{5,2}^{Im}$ injeção de corrente real e imaginária nó 5	2	84...85	
Geração Carregamento 3	$g_{5,3}^{Re}, g_{5,3}^{Im}$ injeção de corrente real e imaginária nó 5	2	86...87	
Referência de tensão	$V_1^{ref}, V_2^{ref}, V_3^{ref}, V_4^{ref}$ limite inferior nós 1, 2, 3 e 4	4	88...91	

61 Variáveis contínuas de operação					
Nível de Carregamento	V	f	z	g	V^{ref}
1	31 a 35	46 a 53	70 a 73	82 a 83	88 a 91
2	36 a 40	54 a 61	74 a 77	84 a 85	
3	41 a 45	62 a 69	78 a 81	86 a 87	

$V_{1,1}$	31	$f_{3,1}^{Re}$	48	$f_{4,3}^{Re}$	65	$g_{5,1}^{Re}$	82
$V_{2,1}$	32	$f_{4,1}^{Re}$	49	$f_{1,3}^{Im}$	66	$g_{5,1}^{Im}$	83
$V_{3,1}$	33	$f_{1,1}^{Im}$	50	$f_{2,3}^{Im}$	67	$g_{5,2}^{Re}$	84
$V_{4,1}$	34	$f_{2,1}^{Im}$	51	$f_{3,3}^{Im}$	68	$g_{5,2}^{Im}$	85
$V_{5,1}$	35	$f_{3,1}^{Im}$	52	$f_{4,3}^{Im}$	69	$g_{5,3}^{Re}$	86
$V_{1,2}$	36	$f_{4,1}^{Im}$	53	$z_{1,1}$	70	$g_{5,3}^{Im}$	87
$V_{2,2}$	37	$f_{1,2}^{Re}$	54	$z_{2,1}$	71	V_1^{ref}	88
$V_{3,2}$	38	$f_{2,2}^{Re}$	55	$z_{3,1}$	72	V_2^{ref}	89
$V_{4,2}$	39	$f_{3,2}^{Re}$	56	$z_{4,1}$	73	V_3^{ref}	90
$V_{5,2}$	40	$f_{4,2}^{Re}$	57	$z_{1,2}$	74	V_4^{ref}	91
$V_{1,3}$	41	$f_{1,2}^{Im}$	58	$z_{2,2}$	75		
$V_{2,3}$	42	$f_{2,2}^{Im}$	59	$z_{3,2}$	76		
$V_{3,3}$	43	$f_{3,2}^{Im}$	60	$z_{4,2}$	77		
$V_{4,3}$	44	$f_{4,2}^{Im}$	61	$z_{1,3}$	78		
$V_{5,3}$	45	$f_{1,3}^{Re}$	62	$z_{2,3}$	79		
$f_{1,1}^{Re}$	46	$f_{2,3}^{Re}$	63	$z_{3,3}$	80		
$f_{2,1}^{Re}$	47	$f_{3,3}^{Re}$	64	$z_{4,3}$	81		

Limites nas variáveis inteiras e contínuas

Limites nas variáveis			Quantidade
$\forall i \in \Psi^{BC}$	$0 \leq x_i^{FI} \leq 1$	$\forall I \in \Psi^F$	$3 \times 2 = 6$
	$0 \leq x_i^{CI} \leq 1$	$\forall I \in \Psi^C$	$3 \times 2 = 6$
$\forall i \in \Psi^{BC}$ e $\forall j \in \Psi^{NC}$	$0 \leq y_{i,j}^{CI} \leq 1$		$3 \times 3 \times 2 = 18$
$\forall i \in \Psi^N, \forall i \notin \Psi^G$ e $\forall j \in \Psi^{NC}$	$0 \leq V_{i,j} \leq 2$		$4 \times 3 = 12$
$\forall i \in \Psi^R$ e $\forall j \in \Psi^{NC}$	$-f_i^{\max} \leq f_{i,j}^{\text{Re}} \leq f_i^{\max}$		$4 \times 3 = 12$
	$-f_i^{\max} \leq f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\max}$		$4 \times 3 = 12$
$\forall i \in \Psi^D$ e $\forall j \in \Psi^{NC}$	$0 \leq z_{i,j} \leq \infty$		$4 \times 3 = 12$
$\forall i \in \Psi^G$ e $\forall j \in \Psi^{NC}$	$0 \leq g_{i,j}^{\text{Re}} \leq \infty$		$1 \times 3 = 3$
	$0 \leq g_{i,j}^{\text{Im}} \leq \infty$		$1 \times 3 = 3$
	$V_i^{\min} \leq V_{i,j} \leq V_i^{\max}$		$1 \times 3 = 3$
$\forall i \in \Psi^D$	$V_i^{\min} \leq V_i^{\text{ref}} \leq V_i^{\max} / 1,1290$		4
Total			91

Restrições do modelo de otimização

Tipo	Descrição	Restrição			
		Quantidade	Índices		
Igualdade	Carregamento 1	Equação do nó 1, 2, 3, 4 e 5 (corrente real)	5	1...5	
	Carregamento 2	Equação do nó 1, 2, 3, 4 e 5 (corrente real)	5	6...10	
	Carregamento 3	Equação do nó 1, 2, 3, 4 e 5 (corrente real)	5	11...15	
	Carregamento 1	Equação do nó 1, 2, 3, 4 e 5 (corrente imaginária)	5	16...20	
	Carregamento 2	Equação do nó 1, 2, 3, 4 e 5 (corrente imaginária)	5	21...25	
	Carregamento 3	Equação do nó 1, 2, 3, 4 e 5 (corrente imaginária)	5	26...30	
	Carregamento 1	Queda de tensão nos ramos 1, 2, 3 e 4	4	31...34	
	Carregamento 2	Queda de tensão nos ramos 1, 2, 3 e 4	4	35...38	
	Carregamento 3	Queda de tensão nos ramos 1, 2, 3 e 4	4	39...42	
Desigualdade	Carregamento 1	fluxo máximo ramo 1, 2, 3 e 4	6x4 = 24	43...66	
	Carregamento 2	fluxo máximo ramo 1, 2, 3 e 4	6x4 = 24	67...90	
	Carregamento 3	fluxo máximo ramo 1, 2, 3 e 4	6x4 = 24	91...114	
	Carregamento 1	Restrições de utilização	8	115...120	
	Carregamento 2	Restrições de utilização	8	121...126	
	Carregamento 3	Restrições de utilização	8	127...132	
	Carregamento 1	Equação do desvio de tensão nós 1, 2, 3, 4 e 5	2x4 = 8	133...140	
	Carregamento 2	Equação do desvio de tensão nós 1, 2, 3, 4 e 5	2x4 = 8	141...148	
	Carregamento 3	Equação do desvio de tensão nós 1, 2, 3, 4 e 5	2x4 = 8	149...156	
	Número máximo de capacitores	Número máximo de capacitores	Número máximo nós 1, 2 e 3	3	157...159
			Número máximo de capacitores fixos de cada tipo	2x1 = 2	160...161
			Número máximo de capacitores chaveados de cada tipo	2x1 = 2	162...163
			Número máximo de capacitores fixos	1	164
			Número máximo de capacitores chaveados	1	165
			Número máximo total de capacitores	1	166
Inv. máximo	Valor máximo total de investimento	1	167		

Equações dos Nós (LKC), parcela real:

$-f_{1,1}^{\text{Re}}$	$-f_{2,1}^{\text{Re}}$	$-f_{3,1}^{\text{Re}}$	
			$-f_{4,1}^{\text{Re}}$
$f_{1,1}^{\text{Re}}$			
	$f_{2,1}^{\text{Re}}$		$f_{4,1}^{\text{Re}}$
		$f_{3,1}^{\text{Re}}$	
46	47	48	49

	=		=	$d_{1,1}^{\text{Re}}$	1
				$d_{2,1}^{\text{Re}}$	2
				$d_{3,1}^{\text{Re}}$	3
				$d_{4,1}^{\text{Re}}$	4
				$d_{5,1}^{\text{Re}}$	5
				$g_{5,1}^{\text{Re}}$	82

$-f_{1,2}^{\text{Re}}$	$-f_{2,2}^{\text{Re}}$	$-f_{3,2}^{\text{Re}}$	
			$-f_{4,2}^{\text{Re}}$
$f_{1,2}^{\text{Re}}$			
	$f_{2,2}^{\text{Re}}$		$f_{4,2}^{\text{Re}}$
		$f_{3,2}^{\text{Re}}$	
54	55	56	57

	=		=	$d_{1,2}^{\text{Re}}$	6
				$d_{2,2}^{\text{Re}}$	7
				$d_{3,2}^{\text{Re}}$	8
				$d_{4,2}^{\text{Re}}$	9
				$d_{5,2}^{\text{Re}}$	10
				$g_{5,2}^{\text{Re}}$	84

$-f_{1,3}^{\text{Re}}$	$-f_{2,3}^{\text{Re}}$	$-f_{3,3}^{\text{Re}}$	
			$-f_{4,3}^{\text{Re}}$
$f_{1,3}^{\text{Re}}$			
	$f_{2,3}^{\text{Re}}$		$f_{4,3}^{\text{Re}}$
		$f_{3,3}^{\text{Re}}$	
62	63	64	65

	=		=	$d_{1,3}^{\text{Re}}$	11
				$d_{2,3}^{\text{Re}}$	12
				$d_{3,3}^{\text{Re}}$	13
				$d_{4,3}^{\text{Re}}$	14
				$d_{5,3}^{\text{Re}}$	15
				$g_{5,3}^{\text{Re}}$	86

Equações dos Nós (LKC), parcela imaginária:

$Q^{F1}x_1^{F1} \quad Q^{F2}x_1^{F2}$ $Q^{F1}x_2^{F1} \quad Q^{F2}x_2^{F2}$ $Q^{F1}x_3^{F1} \quad Q^{F2}x_3^{F2}$	$Q^{C1}y_{1,1}^{C1} \quad Q^{C2}y_{1,1}^{C2}$ $Q^{C1}y_{2,1}^{C1} \quad Q^{C2}y_{2,1}^{C2}$ $Q^{C1}y_{3,1}^{C1} \quad Q^{C2}y_{3,1}^{C2}$	$-f_{1,1}^{Im} - f_{2,1}^{Im} - f_{3,1}^{Im}$ $-f_{4,1}^{Im}$ $f_{1,1}^{Im}$ $f_{2,1}^{Im} \quad f_{4,1}^{Im}$ $f_{3,1}^{Im}$	$g_{5,1}^{Im} = d_{1,1}^{Im}$ $= d_{2,1}^{Im}$ $= d_{3,1}^{Im}$ $= d_{4,1}^{Im}$ $= d_{5,1}^{Im}$	<p>16</p> <p>17</p> <p>18</p> <p>19</p> <p>20</p>
1 2 3 4 5 6	13 14 15 16 17 18	50 51 52 53	83	
$Q^{F1}x_1^{F1} \quad Q^{F2}x_1^{F2}$ $Q^{F1}x_2^{F1} \quad Q^{F2}x_2^{F2}$ $Q^{F1}x_3^{F1} \quad Q^{F2}x_3^{F2}$	$Q^{C1}y_{1,2}^{C1} \quad Q^{C2}y_{1,2}^{C2}$ $Q^{C1}y_{2,2}^{C1} \quad Q^{C2}y_{2,2}^{C2}$ $Q^{C1}y_{3,2}^{C1} \quad Q^{C2}y_{3,2}^{C2}$	$-f_{1,2}^{Im} - f_{2,2}^{Im} - f_{3,2}^{Im}$ $-f_{4,2}^{Im}$ $f_{1,2}^{Im}$ $f_{2,2}^{Im} \quad f_{4,2}^{Im}$ $f_{3,2}^{Im}$	$g_{5,2}^{Im} = d_{1,2}^{Im}$ $= d_{2,2}^{Im}$ $= d_{3,2}^{Im}$ $= d_{4,2}^{Im}$ $= d_{5,2}^{Im}$	<p>21</p> <p>22</p> <p>23</p> <p>24</p> <p>25</p>
1 2 3 4 5 6	19 20 21 22 23 24	58 59 60 61	85	
$Q^{F1}x_1^{F1} \quad Q^{F2}x_1^{F2}$ $Q^{F1}x_2^{F1} \quad Q^{F2}x_2^{F2}$ $Q^{F1}x_3^{F1} \quad Q^{F2}x_3^{F2}$	$Q^{C1}y_{1,3}^{C1} \quad Q^{C2}y_{1,3}^{C2}$ $Q^{C1}y_{2,3}^{C1} \quad Q^{C2}y_{2,3}^{C2}$ $Q^{C1}y_{3,3}^{C1} \quad Q^{C2}y_{3,3}^{C2}$	$-f_{1,3}^{Im} - f_{2,3}^{Im} - f_{3,3}^{Im}$ $-f_{4,3}^{Im}$ $f_{1,3}^{Im}$ $f_{2,3}^{Im} \quad f_{4,3}^{Im}$ $f_{3,3}^{Im}$	$g_{5,3}^{Im} = d_{1,3}^{Im}$ $= d_{2,3}^{Im}$ $= d_{3,3}^{Im}$ $= d_{4,3}^{Im}$ $= d_{5,3}^{Im}$	<p>26</p> <p>27</p> <p>28</p> <p>29</p> <p>30</p>
1 2 3 4 5 6	25 26 27 28 29 30	66 67 68 69	87	

Equações Queda de Tensão (LKT), Modelo Simplificado 2:

$V_{1,1}$	$-V_{3,1}$				$-K_{1,1}R_1f_{1,1}^{Re}$			$X_1f_{1,1}^{Im}$	= 0	31		
$V_{1,1}$		$-V_{4,1}$				$-K_{2,1}R_2f_{2,1}^{Re}$		$X_2f_{2,1}^{Im}$	= 0	32		
$V_{1,1}$			$-V_{5,1}$				$-K_{3,1}R_3f_{3,1}^{Re}$	$X_3f_{3,1}^{Im}$	= 0	33		
	$V_{2,1}$		$-V_{4,1}$				$-K_{4,1}R_4f_{4,1}^{Re}$	$X_4f_{4,1}^{Im}$	= 0	34		
31	32	33	34	35	46	47	48	49	50	51	52	53
$V_{1,2}$	$-V_{3,2}$				$-K_{1,2}R_1f_{1,2}^{Re}$			$X_1f_{1,2}^{Im}$	= 0	35		
$V_{1,2}$		$-V_{4,2}$				$-K_{2,2}R_2f_{2,2}^{Re}$		$X_2f_{2,2}^{Im}$	= 0	36		
$V_{1,2}$			$-V_{5,2}$				$-K_{3,2}R_3f_{3,2}^{Re}$	$X_3f_{3,2}^{Im}$	= 0	37		
	$V_{2,1}$		$-V_{4,2}$				$-K_{4,2}R_4f_{4,2}^{Re}$	$X_4f_{4,2}^{Im}$	= 0	38		
36	37	38	39	40	54	55	56	57	58	59	60	61
$V_{1,3}$	$-V_{3,3}$				$-K_{1,3}R_1f_{1,3}^{Re}$			$X_1f_{1,3}^{Im}$	= 0	39		
$V_{1,3}$		$-V_{4,3}$				$-K_{2,3}R_2f_{2,3}^{Re}$		$X_2f_{2,3}^{Im}$	= 0	40		
$V_{1,3}$			$-V_{5,3}$				$-K_{3,3}R_3f_{3,3}^{Re}$	$X_3f_{3,3}^{Im}$	= 0	41		
	$V_{2,3}$		$-V_{4,3}$				$-K_{4,3}R_4f_{4,3}^{Re}$	$X_4f_{4,3}^{Im}$	= 0	42		
41	42	33	44	45	62	63	64	65	66	67	68	69

Limites de fluxo nos ramos

$-f_1^{\max}$	\leq	$f_{1,1}^{\text{Re}}$		$(2-\sqrt{3})f_{1,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	43		
$-f_1^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{1,1}^{\text{Re}}$		$(\sqrt{3}-1)f_{1,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	44		
$-f_1^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{1,1}^{\text{Re}}$		$f_{1,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	45		
$-f_1^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{1,1}^{\text{Re}}$		$f_{1,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	46		
$-f_1^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{1,1}^{\text{Re}}$		$(\sqrt{3}-1)f_{1,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	47		
$-f_1^{\max}$	\leq	$-f_{1,1}^{\text{Re}}$		$(2-\sqrt{3})f_{1,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	48		
$-f_2^{\max}$	\leq	$f_{2,1}^{\text{Re}}$		$(2-\sqrt{3})f_{2,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	49		
$-f_2^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{2,1}^{\text{Re}}$		$(\sqrt{3}-1)f_{2,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	50		
$-f_2^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{2,1}^{\text{Re}}$		$f_{2,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	51		
$-f_2^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{2,1}^{\text{Re}}$		$f_{2,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	52		
$-f_2^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{2,1}^{\text{Re}}$		$(\sqrt{3}-1)f_{2,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	53		
$-f_2^{\max}$	\leq	$-f_{2,1}^{\text{Re}}$		$(2-\sqrt{3})f_{2,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	54		
$-f_3^{\max}$	\leq	$f_{3,1}^{\text{Re}}$		$(2-\sqrt{3})f_{3,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	55		
$-f_3^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{3,1}^{\text{Re}}$		$(\sqrt{3}-1)f_{3,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	56		
$-f_3^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{3,1}^{\text{Re}}$		$f_{3,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	57		
$-f_3^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{3,1}^{\text{Re}}$		$f_{3,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	58		
$-f_3^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{3,1}^{\text{Re}}$		$(\sqrt{3}-1)f_{3,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	59		
$-f_3^{\max}$	\leq	$-f_{3,1}^{\text{Re}}$		$(2-\sqrt{3})f_{3,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	60		
$-f_4^{\max}$	\leq	$f_{4,1}^{\text{Re}}$		$(2-\sqrt{3})f_{4,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	61		
$-f_4^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{4,1}^{\text{Re}}$		$(\sqrt{3}-1)f_{4,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	62		
$-f_4^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{4,1}^{\text{Re}}$		$f_{4,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	63		
$-f_4^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{4,1}^{\text{Re}}$		$f_{4,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	64		
$-f_4^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{4,1}^{\text{Re}}$		$(\sqrt{3}-1)f_{4,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	65		
$-f_4^{\max}$	\leq	$-f_{4,1}^{\text{Re}}$		$(2-\sqrt{3})f_{4,1}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	66		
		46	47	48	49	50	51	52	53	

$-f_1^{\max}$	\leq	$f_{1,2}^{\text{Re}}$				$(2-\sqrt{3})f_{1,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	67
$-f_1^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{1,2}^{\text{Re}}$				$(\sqrt{3}-1)f_{1,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	68
$-f_1^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{1,2}^{\text{Re}}$				$f_{1,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	69
$-f_1^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{1,2}^{\text{Re}}$				$f_{1,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	70
$-f_1^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{1,2}^{\text{Re}}$				$(\sqrt{3}-1)f_{1,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	71
$-f_1^{\max}$	\leq	$-f_{1,2}^{\text{Re}}$				$(2-\sqrt{3})f_{1,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_1^{\max}	72
$-f_2^{\max}$	\leq	$f_{2,2}^{\text{Re}}$				$(2-\sqrt{3})f_{2,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	73
$-f_2^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{2,2}^{\text{Re}}$				$(\sqrt{3}-1)f_{2,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	74
$-f_2^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{2,2}^{\text{Re}}$				$f_{2,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	75
$-f_2^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{2,2}^{\text{Re}}$				$f_{2,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	76
$-f_2^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{2,2}^{\text{Re}}$				$(\sqrt{3}-1)f_{2,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	77
$-f_2^{\max}$	\leq	$-f_{2,2}^{\text{Re}}$				$(2-\sqrt{3})f_{2,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_2^{\max}	78
$-f_3^{\max}$	\leq		$f_{3,2}^{\text{Re}}$			$(2-\sqrt{3})f_{3,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	79
$-f_3^{\max}$	\leq		$(\sqrt{3}-1)f_{3,2}^{\text{Re}}$			$(\sqrt{3}-1)f_{3,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	80
$-f_3^{\max}$	\leq		$(2-\sqrt{3})f_{3,2}^{\text{Re}}$			$f_{3,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	81
$-f_3^{\max}$	\leq		$(\sqrt{3}-2)f_{3,2}^{\text{Re}}$			$f_{3,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	82
$-f_3^{\max}$	\leq		$(1-\sqrt{3})f_{3,2}^{\text{Re}}$			$(\sqrt{3}-1)f_{3,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	83
$-f_3^{\max}$	\leq		$-f_{3,2}^{\text{Re}}$			$(2-\sqrt{3})f_{3,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_3^{\max}	84
$-f_4^{\max}$	\leq		$f_{4,2}^{\text{Re}}$			$(2-\sqrt{3})f_{4,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	85
$-f_4^{\max}$	\leq		$(\sqrt{3}-1)f_{4,2}^{\text{Re}}$			$(\sqrt{3}-1)f_{4,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	86
$-f_4^{\max}$	\leq		$(2-\sqrt{3})f_{4,2}^{\text{Re}}$			$f_{4,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	87
$-f_4^{\max}$	\leq		$(\sqrt{3}-2)f_{4,2}^{\text{Re}}$			$f_{4,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	88
$-f_4^{\max}$	\leq		$(1-\sqrt{3})f_{4,2}^{\text{Re}}$			$(\sqrt{3}-1)f_{4,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	89
$-f_4^{\max}$	\leq		$-f_{4,2}^{\text{Re}}$			$(2-\sqrt{3})f_{4,2}^{\text{Im}}$		\leq	f_4^{\max}	90
		54	55	56	57	58	59	60	61	

$-f_1^{\max}$	\leq	$f_{1,3}^{\text{Re}}$	$(2-\sqrt{3})f_{1,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_1^{\max}	91
$-f_1^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{1,3}^{\text{Re}}$	$(\sqrt{3}-1)f_{1,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_1^{\max}	92
$-f_1^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{1,3}^{\text{Re}}$	$f_{1,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_1^{\max}	93
$-f_1^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{1,3}^{\text{Re}}$	$f_{1,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_1^{\max}	94
$-f_1^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{1,3}^{\text{Re}}$	$(\sqrt{3}-1)f_{1,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_1^{\max}	95
$-f_1^{\max}$	\leq	$-f_{1,3}^{\text{Re}}$	$(2-\sqrt{3})f_{1,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_1^{\max}	96
62						
$-f_2^{\max}$	\leq	$f_{2,3}^{\text{Re}}$	$(2-\sqrt{3})f_{2,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_2^{\max}	97
$-f_2^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{2,3}^{\text{Re}}$	$(\sqrt{3}-1)f_{2,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_2^{\max}	98
$-f_2^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{2,3}^{\text{Re}}$	$f_{2,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_2^{\max}	99
$-f_2^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{2,3}^{\text{Re}}$	$f_{2,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_2^{\max}	100
$-f_2^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{2,3}^{\text{Re}}$	$(\sqrt{3}-1)f_{2,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_2^{\max}	101
$-f_2^{\max}$	\leq	$-f_{2,3}^{\text{Re}}$	$(2-\sqrt{3})f_{2,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_2^{\max}	102
63						
$-f_3^{\max}$	\leq	$f_{3,3}^{\text{Re}}$	$(2-\sqrt{3})f_{3,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_3^{\max}	103
$-f_3^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{3,3}^{\text{Re}}$	$(\sqrt{3}-1)f_{3,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_3^{\max}	104
$-f_3^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{3,3}^{\text{Re}}$	$f_{3,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_3^{\max}	105
$-f_3^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{3,3}^{\text{Re}}$	$f_{3,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_3^{\max}	106
$-f_3^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{3,3}^{\text{Re}}$	$(\sqrt{3}-1)f_{3,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_3^{\max}	107
$-f_3^{\max}$	\leq	$-f_{3,3}^{\text{Re}}$	$(2-\sqrt{3})f_{3,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_3^{\max}	108
64						
$-f_4^{\max}$	\leq	$f_{4,3}^{\text{Re}}$	$(2-\sqrt{3})f_{4,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_4^{\max}	109
$-f_4^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-1)f_{4,3}^{\text{Re}}$	$(\sqrt{3}-1)f_{4,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_4^{\max}	110
$-f_4^{\max}$	\leq	$(2-\sqrt{3})f_{4,3}^{\text{Re}}$	$f_{4,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_4^{\max}	111
$-f_4^{\max}$	\leq	$(\sqrt{3}-2)f_{4,3}^{\text{Re}}$	$f_{4,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_4^{\max}	112
$-f_4^{\max}$	\leq	$(1-\sqrt{3})f_{4,3}^{\text{Re}}$	$(\sqrt{3}-1)f_{4,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_4^{\max}	113
$-f_4^{\max}$	\leq	$-f_{4,3}^{\text{Re}}$	$(2-\sqrt{3})f_{4,3}^{\text{Im}}$	\leq	f_4^{\max}	114
65						
66						
67						
68						
69						

Restrições de utilização

$-x_1^{C1}$					
	$-x_1^{C2}$				
		$-x_2^{C1}$			
			$-x_2^{C2}$		
				$-x_3^{C1}$	
					$-x_3^{C2}$
7	8	9	10	11	12

$y_{1,1}^{C1}$						\leq	0	115
	$y_{1,1}^{C2}$					\leq	0	116
		$y_{2,1}^{C1}$				\leq	0	117
			$y_{2,1}^{C2}$			\leq	0	118
				$y_{3,1}^{C1}$		\leq	0	119
					$y_{3,1}^{C2}$	\leq	0	120
13	14	15	16	17	18			

$y_{1,2}^{C1}$						\leq	0	121
	$y_{1,2}^{C2}$					\leq	0	122
		$y_{2,2}^{C1}$				\leq	0	123
			$y_{2,2}^{C2}$			\leq	0	124
				$y_{3,2}^{C1}$		\leq	0	125
					$y_{3,2}^{C2}$	\leq	0	126
19	20	21	22	23	24			

$y_{1,3}^{C1}$						\leq	0	127
	$y_{1,3}^{C2}$					\leq	0	128
		$y_{2,3}^{C1}$				\leq	0	129
			$y_{2,3}^{C2}$			\leq	0	130
				$y_{3,3}^{C1}$		\leq	0	131
					$y_{3,3}^{C2}$	\leq	0	132
25	26	27	28	29	30			

Desvios de tensão

$V_{1,1}$	$-z_{1,1}$	$-1,1290V_1^{\text{ref}}$	≤ 0	133
$-V_{1,1}$	$-z_{1,1}$	V_1^{ref}	≤ 0	134
$V_{2,1}$	$-z_{2,1}$	$-1,1290V_2^{\text{ref}}$	≤ 0	135
$-V_{2,1}$	$-z_{2,1}$	V_2^{ref}	≤ 0	136
$V_{3,1}$	$-z_{3,1}$	$-1,1290V_3^{\text{ref}}$	≤ 0	137
$-V_{3,1}$	$-z_{3,1}$	V_3^{ref}	≤ 0	138
$V_{4,1}$	$-z_{4,1}$	$-1,1290V_4^{\text{ref}}$	≤ 0	139
$-V_{4,1}$	$-z_{4,1}$	V_4^{ref}	≤ 0	140
31 32 33 34 35	70 71 72 73			
$V_{1,2}$	$-z_{1,2}$	$-1,1290V_1^{\text{ref}}$	≤ 0	141
$-V_{1,2}$	$-z_{1,2}$	V_1^{ref}	≤ 0	142
$V_{2,2}$	$-z_{2,2}$	$-1,1290V_2^{\text{ref}}$	≤ 0	143
$-V_{2,2}$	$-z_{2,2}$	V_2^{ref}	≤ 0	144
$V_{3,2}$	$-z_{3,2}$	$-1,1290V_3^{\text{ref}}$	≤ 0	145
$-V_{3,2}$	$-z_{3,2}$	V_3^{ref}	≤ 0	146
$V_{4,2}$	$-z_{4,2}$	$-1,1290V_4^{\text{ref}}$	≤ 0	147
$-V_{4,2}$	$-z_{4,2}$	V_4^{ref}	≤ 0	148
36 37 38 39 40	74 75 76 77			
$V_{1,3}$	$-z_{1,3}$	$-1,1290V_1^{\text{ref}}$	≤ 0	149
$-V_{1,3}$	$-z_{1,3}$	V_1^{ref}	≤ 0	150
$V_{2,3}$	$-z_{2,3}$	$-1,1290V_2^{\text{ref}}$	≤ 0	151
$-V_{2,3}$	$-z_{2,3}$	V_2^{ref}	≤ 0	152
$V_{3,3}$	$-z_{3,3}$	$-1,1290V_3^{\text{ref}}$	≤ 0	153
$-V_{3,3}$	$-z_{3,3}$	V_3^{ref}	≤ 0	154
$V_{4,3}$	$-z_{4,3}$	$-1,1290V_4^{\text{ref}}$	≤ 0	155
$-V_{4,3}$	$-z_{4,3}$	V_4^{ref}	≤ 0	156
41 42 43 44 45	78 79 80 81	88 89 90 91		

Número máximo de capacitores

x_1^{F1}	x_1^{C1}	≤ 1	157
x_1^{F2}	x_1^{C2}	≤ 1	158
x_2^{F1}	x_2^{C1}	≤ 1	159
x_2^{F2}	x_2^{C2}		
x_3^{F1}	x_3^{C1}		
x_3^{F2}	x_3^{C2}		
x_1^{F1}	x_1^{C1}	$\leq NBF1^{\text{max}}$	160
x_2^{F1}	x_2^{C1}	$\leq NBF2^{\text{max}}$	161
x_3^{F1}	x_3^{C1}	$\leq NBC1^{\text{max}}$	162
x_1^{F2}	x_1^{C2}	$\leq NBF2^{\text{max}}$	163
x_2^{F2}	x_2^{C2}	$\leq NBF^{\text{max}}$	164
x_3^{F2}	x_3^{C2}	$\leq NBC^{\text{max}}$	165
x_1^{F1}	x_1^{C1}	$\leq NBT^{\text{max}}$	166
x_1^{F2}	x_1^{C2}		
x_2^{F1}	x_2^{C1}		
x_2^{F2}	x_2^{C2}		
x_3^{F1}	x_3^{C1}		
x_3^{F2}	x_3^{C2}		
1 2 3 4 5 6	7 8 9 10 11 12		

Investimento máximo

$$\begin{array}{c|cccccc|cccccc}
 5 & 10x_1^{F1} & 192x_1^{F2} & 10x_2^{F1} & 192x_2^{F2} & -5x_3^{F1} & 192x_3^{F2} & 220x_1^{C1} & 305x_1^{C2} & 220x_2^{C1} & 305x_2^{C2} & 220x_3^{C1} & 305x_3^{C2} & \leq & CI^{\max} & 163 \\
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & & &
 \end{array}$$

Anexo B: ALOC – Alocação Ótima de Bancos de Capacitores

O sistema computacional ALOC – Alocação Ótima de Bancos de Capacitores foi o resultado final do projeto de pesquisa Alocação Ótima de Reguladores de Tensão e Bancos de capacitores fomentado pela Companhia Estadual de Energia Elétrica (CEEE), dentro do qual este trabalho foi desenvolvido. Neste sistema computacional está implementada toda a metodologia desenvolvida e apresentada neste trabalho.

O sistema computacional foi desenvolvido como um módulo a ser acoplado a um sistema de análise de redes de energia já existente, o PSL® DMS (Distribution Management System), da empresa PowerSysLab, o qual foi devidamente adaptado para a inclusão do módulo de otimização. O PSL® DMS é responsável pela entrada de todos os dados relativos as rede de distribuição e onde são resolvidos os fluxos de potência utilizados na linearização dos modelos simplificados. O ALOC foi implementado de forma a integrar o PSL® DMS com os algoritmos da modelagem de otimização e os solvers matemáticos para a resolução do problemas de otimização. Além disso, desenvolveu-se um interface gráfica para facilitar interação do usuário com o programa. Abaixo é mostrado um diagrama com as partes que compõem todo o sistema.

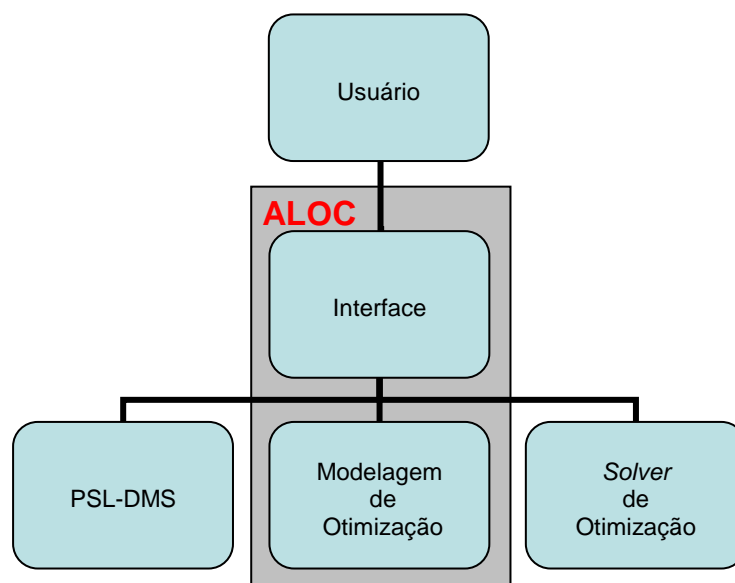


Figura 1: Diagrama com as partes do sistema computacional implementado.

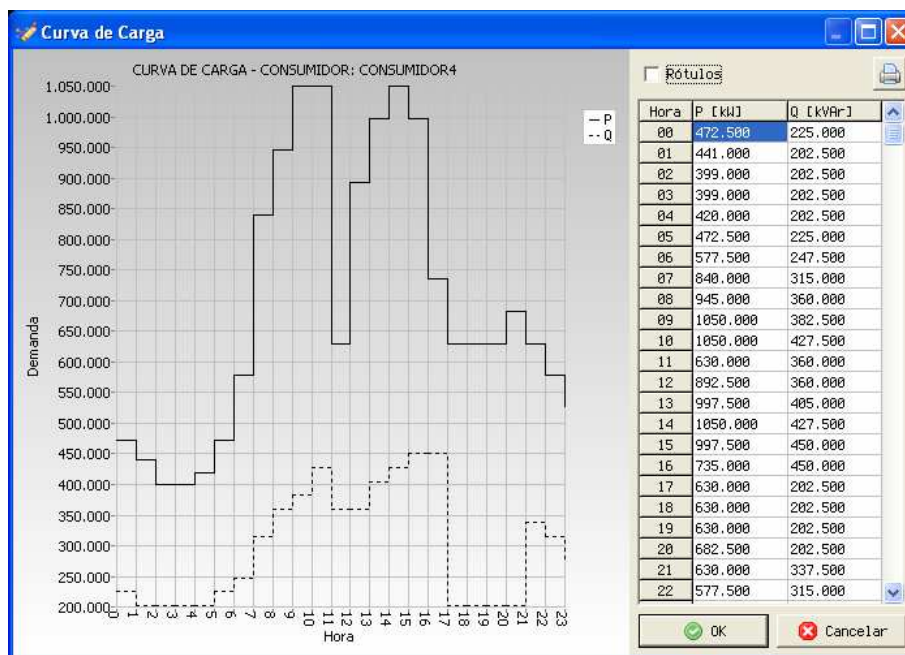


Figura 3: Tela para entrada de dados da curva de carga.

Uma biblioteca foi desenvolvida em com o objetivo de integrar as informações disponibilizadas pelo software PSL® DMS, as informações fornecidas pelo usuário e as rotinas de otimização. Nesta biblioteca estão inclusas todas as rotinas necessárias para comunicar-se com o PSL® DMS e guardar todas as informações disponibilizadas pelo mesmo. Nela também está previsto área de memória para guardar as informações fornecidas pelo usuário assim como os valores resultados de operações realizadas por rotinas da biblioteca.

A interface gráfica desenvolvida possui um ambiente intuitivo onde o usuário deve informar os valores que são solicitados para realizar a otimização da rede de distribuição. Na Figura 4 é apresentada a tela inicial do programa, onde o usuário pode realizar a comunicação com o PSL® DMS a fim de obter todas as informações sobre a rede a ser otimizada. Nesta tela ainda, o usuário deve selecionar o alimentador da rede que deseja realizar a otimização, os nós candidatos à alocação de capacitores e os capacitores que poderão ser realocados.

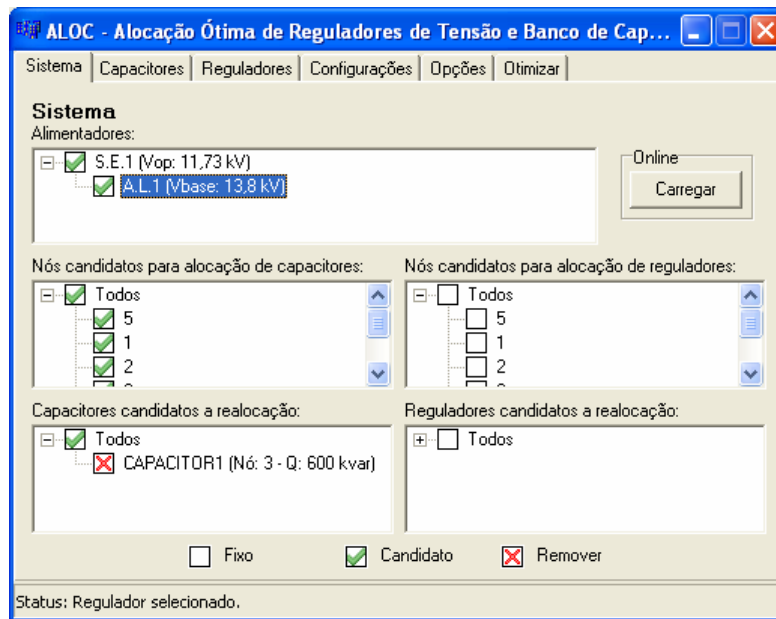


Figura 4: Tela inicial do ALOC.

Na tela mostrada na Figura 5, o usuário deve informar os tipos de capacitores que podem ser adicionados na rede informando tanto as características elétricas quanto como os custos de cada tipo. Esta tela oferece uma lista com os capacitores selecionados na tela anterior para serem realocados. O usuário deve preencher os campos com os respectivos custos de cada tipo de capacitor.



Figura 5: Tela de declaração dos capacitores candidatos.

Na tela mostrada na Figura 6, o usuário deve informar as variáveis econômicas, restrições quanto a quantidade de equipamentos e informações sobre os níveis de carregamento.

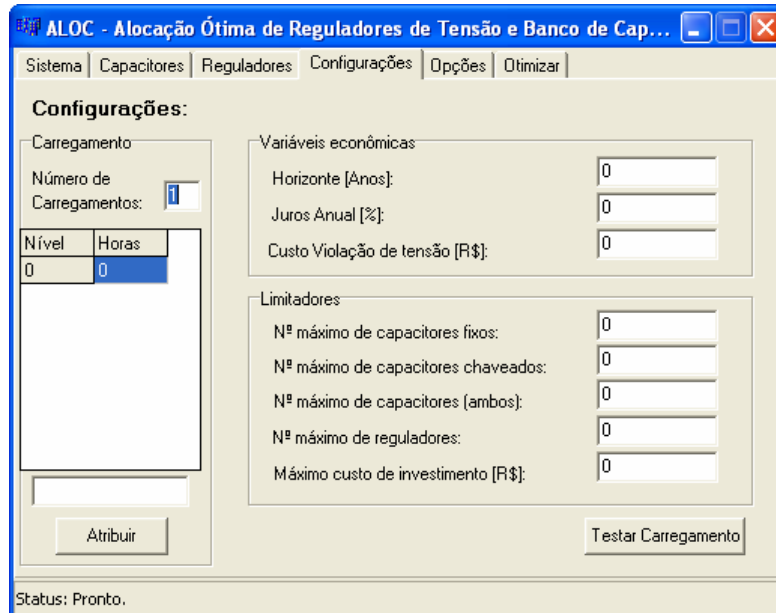


Figura 6: Configurações gerais para a otimização.

Na tela mostrada na Figura 7, o usuário poderá optar por quais recursos serão usados, como troca de derivações dos transformadores de distribuição, os limites de tensão toleráveis e restrições de corrente máxima.

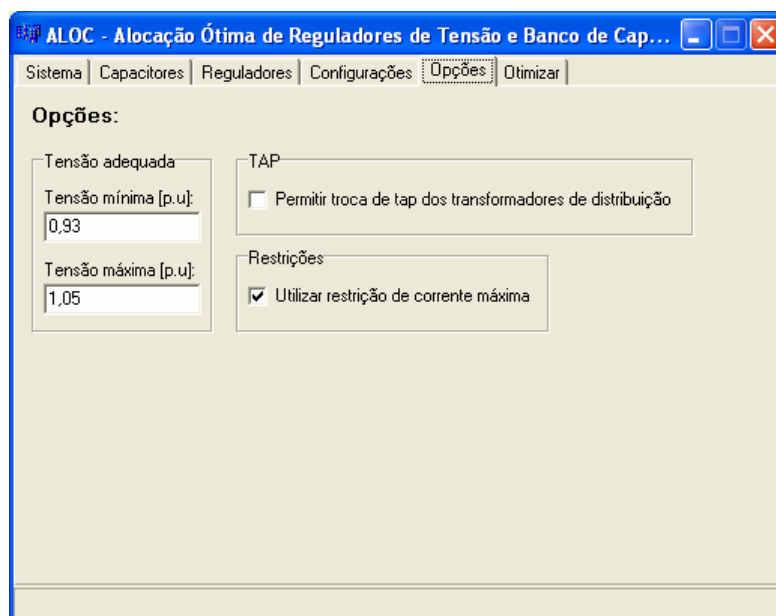


Figura 7: Opções de restrições disponíveis.

Para as derivações foi fixado o número de três derivações sendo cada valor respectivo a uma relação de transformação diferente, tal como definido no capítulo 4.

Na tela mostrada na Figura 8, o usuário cria o arquivo de otimização e manda executar a otimização. Ao término da execução poderá carregar as respostas obtidas e exibi-las no PSL® DMS. Também será possível salvar os dados da otimização para trabalhos futuros.



Figura 8: Tela final com seleção de solvers e das respostas obtidas.

Anexo C: Artigos desenvolvidos como consequência da presente dissertação de mestrado

1. HAFFNER, S.; PEREIRA, Luís Alberto; GASPERIN, Leonardo Varaschin; BARRETO, Lucio Sangoi. Modelo para alocação de bancos de capacitores para regulação de tensão em redes de distribuição. In: Congresso Brasileiro de Automática, 2008, Juiz de Fora, MG. Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática, 2008. v. 1. p. 1-6.
2. HAFFNER, S.; PEREIRA, Luís Alberto; GASPERIN, Leonardo Varaschin. Modelo aproximado para representação de redes de distribuição de energia elétrica. In: Congresso Brasileiro de Automática, 2008, Juiz de Fora. Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática, 2008. v. 1. p. 1-8.
3. PEREIRA, Luís Alberto; HAFFNER, S.; GASPERIN, Leonardo Varaschin. Simplified models to determine nodal voltages in problems of optimal allocation of capacitor bank in power distribution networks. In: World Congress on Science, Engineering and Technology, 2008, Paris, França. Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, 2008. v. 30. p. 101-107.
4. PEREIRA, Luís Alberto; HAFFNER, S.; GASPERIN, Leonardo Varaschin. Simplified models to determine nodal voltages in problems of optimal allocation of capacitor bank in power distribution networks. International Journal of Electrical Power and Energy Systems Engineering (IJEPESE), v. 1, p. 17-23, 2008.
5. GASPERIN, Leonardo Varaschin; HAFFNER, S.; PEREIRA, Luís Alberto. Modelos alternativos para determinação das tensões nodais em redes de distribuição de energia em problemas de alocação ótima de bancos de capacitores. In: XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica (SENDI 2008), 2008, Olinda, PE. Anais do XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica (SENDI 2008), 2008. v. 1. p. 1-10.

MODELO PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES PARA REGULAÇÃO DE TENSÃO EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO

SÉRGIO HAFFNER

*Departamento de Engenharia Elétrica, UDESC-CCT
Campus Universitário Prof. Avelino Marcante s/n – Bairro Bom Retiro – 89223-100 – Joinville-SC – Brasil
E-mail: slhaffner@gmail.com*

LUÍS A. PEREIRA, LEONARDO V. GASPERIN, LUCIO S. BARRETO

*Grupo de Sistemas de Energia Elétrica (GSEE) – FENG – PUCRS
Av. Ipiranga, 6681 – Prédio 30 – Sala 150 – 90.619-900 – Porto Alegre – RS – BRASIL
E-mails: lpereira@pucrs.br, leonardo.gasperin@pucrs.br, luciobarreto@gmail.com*

Abstract— This paper presents an optimization model to be applied to the problem of optimal capacitor banks allocation in power distribution feeders. One of the main advantages of the proposed model is that it employs only linear constraints and objective function in comparison to traditional models which in general work with non-linear ones. In this way, the optimal solution can be found faster and with less computational effort using methods suited for linear problems. The problem described here aims to determine the best location and reallocation nodes along the network for fixed and switched capacitor banks. The objective function seeks to minimize node voltages outside a prescribed range (voltage violations) and also to minimize acquisition and maintenance costs of capacitor banks. The evaluation of voltage violations is performed for different network load levels being switched capacitor banks only used when they are really needed. The solution of the optimization problem provides the location and rating of the capacitor banks needed for keeping the voltage levels inside the prescribed range. In addition, the solution also indicates when the capacitor banks have to be switched on and how long they have to be on.

Keywords— Power distribution; power distribution planning; voltage regulation; mixed integer programming.

Resumo— Neste trabalho apresenta-se um modelo de otimização para o problema de alocação de bancos de capacitores em alimentadores de distribuição de energia elétrica. Uma das principais vantagens do modelo proposto é empregar função objetivo e restrições lineares, diferenciando-se das abordagens usuais nas quais são utilizadas equações não-lineares. Isto permite que a solução ótima possa ser obtida por intermédio de métodos desenvolvidos para problemas lineares. O problema de alocação representado consiste em determinar o local ótimo de instalação e realocação de bancos de capacitores fixos e chaveados com o objetivo de minimizar as violações nas tensões e os custos de aquisição, instalação e manutenção dos bancos de capacitores. A avaliação das violações nas tensões é realizada para diferentes níveis de carregamento e as unidades chaveadas são utilizadas apenas quando necessário. Juntamente com a localização e a capacidade das unidades, a solução do modelo de otimização indica quando as unidades chaveadas devem permanecer ligadas.

Palavras-chave— Distribuição de energia elétrica, planejamento da expansão, regulação de tensão, programação inteira mista.

1 Introdução

Impulsionado por uma pressão internacional, iniciada no final da década de 1980, nos últimos 10 anos o setor elétrico brasileiro vivenciou expressivas alterações de estrutura e regulamentação. Esta reestruturação tem sido marcada pela consolidação de algumas entidades, como o Operador Nacional do Sistema (ONS) e a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), e pela alteração de outras, como o Mercado Atacadista de Energia (MAE) que foi substituído pela Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE). Como resultado direto da atuação da agência reguladora do setor (ANEEL), índices de qualidade de atendimento cada vez mais severos estão sendo exigidos das concessionárias de distribuição.

Dentre os vários aspectos que são regulados e fiscalizados pela ANEEL está o nível e qualidade da tensão disponibilizada aos consumidores, regulamentados pela Resolução ANEEL 505, de novembro de 2001, que estabelece limites de variação da tensão e penalidades em caso de não conformidade. A partir de 2007, quando os limites de variação e os prazos

para regularização atingem seus valores finais mínimos, a necessidade de manter a tensão de todos os consumidores dentro da faixa adequada torna-se uma obrigação, pois são tolerados desvios de apenas 3% das medidas com valores precários (entre 90 e 93% do valor nominal) e 0,5% de valores críticos (abaixo de 90% ou acima de 105% do valor nominal). Isto praticamente obriga as empresas a investirem fortemente na melhoria e na regulação da tensão dos alimentadores de distribuição, ou seja, limitar a variação da tensão que ocorre com a variação da carga ao longo do tempo.

Os bancos de capacitores em derivação são utilizados geralmente para corrigir o fator de potência, fazendo um controle da potência reativa injetada no sistema. Eles podem ser de dois tipos: 1) fixos, que apresentam menor custo e ficam constantemente ligados; e 2) chaveados, que são ligados de acordo com o nível de carregamento da rede, permitindo que a tensão seja regulada para manter-se dentro de determinados limites, mesmo com a variação da carga.

Embora diversos trabalhos tenham sido realizados na área de alocação de bancos de capacitores,

estes trabalhos abordam geralmente o problema de redução de perdas, com foco nos períodos de maior carregamento, quando as perdas são mais representativas. Em função das não-linearidades inerentes a este tipo de abordagem, modelos baseados em métodos heurísticos de otimização têm sido utilizados com frequência (Carlisle *et al*, 1997 e Ng *et al*, 2000).

Neste trabalho, o problema de alocação tem por objetivo eliminar as violações dos limites de tensão que são definidos pela Resolução 505 da ANEEL, por intermédio da instalação de unidades fixas e chaveadas, considerando a variação horária da carga. A formulação apresentada minimiza os custos de aquisição, instalação, remoção e manutenção das unidades por intermédio de um modelo linear de otimização que é resolvido por intermédio de um algoritmo *branch-and-bound*. No modelo apresentado, foram desenvolvidas soluções lineares para vários problemas: 1) o valor absoluto da violação dos limites de tensão é representado por intermédio da inclusão de uma variável auxiliar e restrições lineares; 2) os limites móveis de tensão, que dependem da derivação (tap) que o transformador está operando, são representados por uma tensão de referência que pode ser ajustada dentro dos limites físicos de cada transformador; e 3) a restrição não-linear que limita a magnitude da corrente nos condutores é representada de modo quase exato por restrições lineares de canalização.

No modelo de rede utilizado, detalhado em (Haffner *et al*, 2008), os fluxos nos ramos, as demandas e as injeções nodais são representados por duas parcelas: uma relacionada com a potência ativa, outra com a potência reativa. A magnitude da tensão nodal é determinada por intermédio da superposição dos efeitos destas duas parcelas, sendo as quedas de tensão nos ramos determinadas por uma relação linear. O modelo de otimização apresentado neste trabalho tem por objetivo minimizar os custos de aquisição, instalação e manutenção dos bancos de capacitores de modo que as violações nos limites de tensão sejam minimizadas, considerando os limites de capacidade dos condutores, os limites de investimento, a variação da carga, a possibilidade de ajustar o tap de operação dos transformadores e a melhor forma de operação das unidades chaveáveis.

O artigo está organizado de acordo com a seguinte seqüência. Na seção 2, é apresentada a notação empregada na formulação do problema. Na seção 3, apresentam-se as características fundamentais do modelo apresentado. Na seção 4, descreve-se a forma de representação do desvio de tensão. O modelo de otimização é descrito na seção 5. Para finalizar são apresentadas as conclusões.

2 Notação

Ψ^N e N – conjunto e cardinalidade dos nós da rede;
 Ψ^R e R – conjunto e cardinalidade dos ramos da rede;

Ψ^D e D – conjunto e cardinalidade dos nós com demanda, cuja tensão deve ser regulada;
 Ψ^G e G – conjunto e cardinalidade dos nós da rede onde existe capacidade de injeção de potência e a tensão pode ser controlada (subestação e barras de tensão controlada);
 Ψ^{BC} e BC – conjunto e cardinalidade dos nós candidatos a instalação de bancos de capacitores;
 Ψ^F e F – conjunto e cardinalidade dos tipos de bancos de capacitores fixos que podem ser instalados ou remanejados;
 Ψ^C e C – conjunto e cardinalidade dos tipos de bancos de capacitores chaveáveis que podem ser instalados ou remanejados;
 Ψ^{NC} e NC – conjunto e cardinalidade dos níveis de carregamento a serem considerados para representar a variação da carga;
 x_i^{FI} – variável de decisão binária que indica a instalação do banco de capacitor fixo do tipo FI na barra i ;
 x^F – vetor das variáveis de investimento relacionadas com os bancos de capacitor fixos;
 x_i^{CI} – variável de decisão binária que indica a instalação do banco de capacitor chaveável do tipo CI na barra i ;
 $y_{i,j}^{CI}$ – variável de utilização binária que indica que a unidade chaveável do tipo CI na barra i está ligada no nível de carregamento j ;
 y_j^C – vetor das variáveis de operação dos bancos de capacitores chaveáveis no nível de carregamento j ;
 $V_{i,j}$ – magnitude da tensão na barra i no nível de carregamento j ;
 V_j – vetor das tensões no nível de carregamento j ;
 $f_{i,j}^{Re}$ e $f_{i,j}^{Im}$ – partes real e imaginária da corrente no ramo i no nível de carregamento j ;
 f_j^{Re} e f_j^{Im} – vetor das partes real e imaginária das correntes nos ramos no nível de carregamento j ;
 f_i^{max} – corrente máxima admissível no ramo i ;
 $g_{i,j}^{Re}$ e $g_{i,j}^{Im}$ – partes real e imaginária da injeção de corrente da barra i no nível de carregamento j ;
 $g_{max,i,j}^{Re}$ – injeção máxima de corrente real da barra i no nível de carregamento j ;
 $g_{min,i,j}^{Im}$ e $g_{max,i,j}^{Im}$ – injeções mínima e máxima de corrente imaginária da barra i no nível de carregamento j ;
 $\Delta V_{i,j}$ – violação dos limites de tensão na barra i no nível de carregamento j ;
 V^{ref} – tensão de referência para definição do tap de operação do transformador da barra i ;
 V_i^{min} e V_i^{max} – limites de tensão da barra i , considerando a possibilidade de alteração do tap de operação do transformador;
 $d_{i,j}^{Re}$ e $d_{i,j}^{Im}$ – partes real e imaginária da demanda de corrente da barra i no nível de carregamento j ;

R_i e X_i – partes real e imaginária da impedância do ramo i ;
 $K_{i,j}$ – fator de ajuste calculado para o ramo i no nível de carregamento j ;
 S – matriz incidência nó-ramo da rede;
 Q^F e Q^C – matrizes das injeções de corrente relacionadas com os bancos de capacitores fixos e chaveáveis que são candidatos a instalação ou realocação;
 CA^{FI} e CM^{FI} – custos de aquisição e de manutenção do banco de capacitor fixo do tipo I ;
 CI_i^{FI} e CR_i^{FI} – custos de instalação e de remoção para a barra i do banco de capacitor fixo do tipo I ;
 CA^{CI} e CM^{CI} – custos de aquisição e de manutenção do banco de capacitor chaveável do tipo I ;
 CI_i^{CI} e CR_i^{CI} – custos de instalação e de remoção para a barra i do banco de capacitor chaveável do tipo I ;
 NB_{\max}^{FI} e NB_{\max}^F – número de bancos fixos do tipo I disponíveis e número máximo de bancos fixos que podem ser instalados;
 NB_{\max}^{CI} e NB_{\max}^C – número de bancos chaveáveis do tipo I disponíveis e número máximo de bancos chaveáveis que podem ser instalados;
 NB_{\max} – número máximo de bancos;
 B_{\max} – recurso disponível para aquisição de bancos de capacitores;
 CV_i – custo associado à violação da tensão na barra i ;
 ΔT_j – duração em horas por ano do nível de carregamento j ;
 δ – fator para converter custos anuais de operação no valor presente dos custos de operação;
 T – duração em anos do horizonte de planejamento;
 $i\%$ – taxa de juros anuais em percentual.

3 Características fundamentais

O modelo de otimização descrito a seguir tem por objetivo definir os locais e os tipos de bancos de capacitores fixos e chaveáveis que devem ser instalados de modo que o custo de aquisição, instalação e manutenção e as violações nos limites de tensão sejam minimizados. O problema de alocação e realocação de bancos de capacitores em alimentadores de distribuição leva em conta os seguintes fatores:

- a rede de distribuição é dividida em nós, nos quais as cargas e fontes são concentradas, e ramos que realizam a conexão entre os nós, representando o percurso dos alimentadores;
- a variação horária da demanda é representada por NC níveis de carregamento, sendo as variáveis relacionadas com a operação da rede (demanda, tensão e fluxo) associadas a cada um destes níveis de carregamento;
- aos nós são associadas três variáveis para cada nível de carregamento (magnitude da tensão nodal; partes real e imaginária da demanda de corrente); aos ramos são associadas duas variáveis para cada nível de carregamento: partes real e imaginária da corrente;

- a instalação, remoção ou realocação dos bancos de capacitores constituem o conjunto das alternativas de investimento que serão empregadas para solução do problema de expansão;
- a instalação de uma nova unidade ou a utilização de um banco pré-existente está associada a uma variável binária que assume o valor unitário quando a alternativa for selecionada (instalação de uma unidade ou a permanência de um banco no local em que estava previamente instalado) e o valor zero quando a alternativa não for selecionada (não instalação do banco ou remoção de um banco pré-existente);
- para as unidades fixas e chaveáveis estão associados custos de aquisição, de instalação, de manutenção e, para as unidades pré-existentes, custos de remoção, instalação e manutenção;
- a utilização dos bancos chaveáveis em cada nível de carregamento está associada a variáveis binárias, que assumem valor unitário quando o banco estiver ligado e o valor zero quando o banco estiver desligado;
- os bancos de capacitores fixos são considerados em operação em todos os níveis de carregamento; os bancos chaveáveis entram em operação apenas quando são necessários;
- a carga é representada por demandas constantes de corrente, com valores conhecidos para cada nível de carregamento;
- as tensões nodais e os fluxos nos ramos são determinados através das duas Leis de Kirchhoff;
- os limites de capacidade dos condutores e as capacidades das subestações;
- as quedas de tensão na rede de distribuição são calculadas a partir de um modelo simplificado levando em conta a impedância dos ramos e a corrente em cada nível de carregamento;
- as violações nas tensões são avaliadas em todas as barras onde existe demanda ou injeção, para todos os níveis de carregamento considerados;
- a função objetivo corresponde a minimização do valor presente dos custos de investimento (considerados apenas uma vez e relacionados com a aquisição, instalação e remoção dos bancos de capacitores) e de operação (considerados ao longo do horizonte de planejamento e relacionados com a manutenção dos bancos de capacitores e com as multas advindas da violação dos limites de tensão);
- são considerados limites para os custos de investimento e manutenção.

4 Representação do desvio de tensão

O desvio da tensão nodal com relação aos seus limites mínimo e máximo é definido $\forall i \in \Psi^D$ e $\forall j \in \Psi^{NC}$ como:

$$\Delta V_{i,j} = \begin{cases} V_{i,j} - V_i^{\max}, & \text{se } V_{i,j} > V_i^{\max} \\ V_i^{\min} - V_{i,j}, & \text{se } V_{i,j} < V_i^{\min} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (1)$$

Neste trabalho, a expressão linear por partes (1) é substituída pela seguinte forma equivalente, que evita a inclusão de variáveis adicionais:

$$\begin{aligned} \min \quad & \Delta V_{i,j} \\ \text{s.a.} \quad & \Delta V_{i,j} \geq V_{i,j} - V_i^{\max} \\ & \Delta V_{i,j} \geq V_i^{\min} - V_{i,j} \\ & \Delta V_{i,j} \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Os valores mínimos e máximos utilizados nas expressões (1) e (2) podem ser obtidos a partir da Resolução N-505/2001 da ANEEL que apresenta uma classificação para a tensão de atendimento, definido como “adequada” quando entre 93% e 105% da Tensão Nominal (para os consumidores em baixa tensão) ou da Tensão Contratada (para os consumidores em alta tensão). Assim, para fazer com que as tensões se mantenham dentro da faixa “adequada” os limites mínimo e máximo em pu são 0,93 e 1,05, respectivamente.

Por outro lado, como os transformadores de distribuição possuem derivações (taps) em seu lado de média tensão e busca-se regular a tensão fornecida aos consumidores na baixa tensão, os limites mínimo e máximo da tensão no circuito de média tensão são móveis, pois dependem do tap que o transformador está operando. Levando em conta as relações de tensão usuais dos transformadores de distribuição, observa-se que além da tensão nominal existem duas outras derivações no lado de média tensão, com valores próximos a 0,95 e 0,90 pu. Levando em consideração a possibilidade de utilização destas derivações, os valores mínimos e máximos para o lado de média tensão visando obter uma tensão adequada no lado de baixa tensão são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1. Limites para tensão adequada considerando as derivações (valores em pu).

Derivação (tap)	Relação de transformação	Média tensão		Baixa tensão	
		V_i^{\min}	V_i^{\max}	V_i^{\min}	V_i^{\max}
1	1:1	0,93	1,05	0,93	1,05
2	1:1,0525	0,8835	0,9975	0,93	1,05
3	1:1,1111	0,8370	0,9450	0,93	1,05

Caso o tap de operação não seja definido a priori, é possível incorporar ao modelo a definição do melhor tap de modo que a tensão no enrolamento de baixa tensão seja considerada adequada, segundo a Resolução N-505/2001 da ANEEL. Observa-se que independente do tap empregado, a relação entre o limite superior e o inferior é sempre de aproximadamente 1,290. Considerando esta proporção, que define a máxima variação, e os limites extremos mostrados na Tabela 1, os limites fixos V_i^{\min} e V_i^{\max} podem ser substituídos por limites móveis conforme

ilustrado na Figura 1, definidos a partir de uma tensão de referência V_i^{ref} :

$$\begin{aligned} V_i^{\text{ref}} &\geq V_i^{\min} = 0,8370 \\ 1,1290V_i^{\text{ref}} &\leq V_i^{\max} = 1,05 \end{aligned} \quad (3)$$

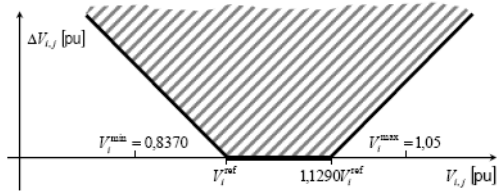


Figura 1. Limites móveis considerando a possibilidade de selecionar a derivação.

Para considerar a possibilidade de selecionar a derivação a ser utilizada segundo a Tabela 1, é introduzida uma tensão de referência V_i^{ref} (que representa a menor tensão admitida) e o limite superior é substituído por $1,1290V_i^{\text{ref}}$, chegando-se à:

$$\begin{aligned} \min \quad & \Delta V_{i,j} \\ \text{s.a.} \quad & \Delta V_{i,j} \geq V_{i,j} - 1,1290V_i^{\text{ref}} \\ & \Delta V_{i,j} \geq V_i^{\text{ref}} - V_{i,j} \\ & \Delta V_{i,j} \geq 0 \\ & V_i^{\text{ref}} \geq V_i^{\min} = 0,8370 \\ & V_i^{\text{ref}} \leq 0,8857V_i^{\max} = 0,93 \end{aligned} \quad (4)$$

O valor obtido para V_i^{ref} na solução do modelo de otimização indicará qual a derivação mais adequada para cada transformador, sendo selecionada aquela em que o valor mínimo V_i^{\min} da média tensão estiver mais próximo. Para transformadores com mais derivações ou valores diferentes dos mostrados na Tabela 1 as constantes utilizadas na expressão (4) serão ligeiramente diferentes, sendo determinadas de forma análoga. Caso seja necessário manter os valores obtidos restritos apenas às três faixas mostradas na Tabela 1, basta fazer com que a tensão de referência da equação (4) seja substituída por:

$$V_i^{\text{ref}} = 0,93[1 - 0,05(a_i - 1)] \quad (5)$$

sendo a_i um número inteiro positivo, $1 \leq a_i \leq 3$, que representa a derivação utilizada no enrolamento de média tensão, segundo a Tabela 1. Utilizando-se a expressão (5) a derivação mais adequada segundo valores mostrados na Tabela 1 será determinada diretamente pelo valor da variável a_i na solução do modelo de otimização.

5 Modelo de otimização

5.1 Função objetivo

A função objetivo do problema de expansão possui duas partes: custo de investimento (C^{inv}) e custo de operação ($C^{\text{oper}} = C^{\text{man}} + \sum_{i=1}^{NC} C_i^{\text{vio}}$), conforme apresentado na Figura 2 que ilustra o caso de serem considerados três níveis de carregamento. O custo de investimento é efetivado uma única vez, no início do

horizonte de planejamento considerado, e corresponde aos custos associados à aquisição, instalação e remoção dos bancos de capacitores. O custo de operação é considerado no início de cada ano do horizonte de planejamento e corresponde ao custo anual de manutenção dos bancos de capacitores mais uma parcela relacionada com as violações nos limites de tensão que são ponderadas pela duração de cada nível de carregamento.

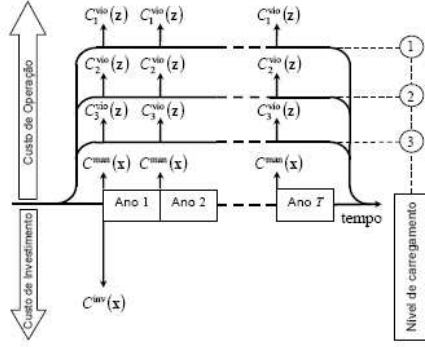


Figura 2. Instantes de efetivação dos custos de operação (para três níveis de carregamento) e de investimento.

Para um horizonte de planejamento de T anos, a função objetivo corresponde à minimização do valor presente do custo de investimento mais os custos de operação que são distribuídos ao longo do tempo, sendo dada pela seguinte expressão:

$$C = C^{\text{inv}} + \delta \left(C^{\text{man}} + \sum_{j \in \Psi^{\text{NC}}} C_j^{\text{vivo}} \right) \quad (6)$$

$$C^{\text{inv}} = \sum_{i \in \Psi^{\text{BC}}} \left[\sum_{i \in \Psi^{\text{FI}}} [CR_i^{\text{FI}} + (CA^{\text{FI}} + CI_i^{\text{FI}} - CR_i^{\text{FI}}) \chi_i^{\text{FI}}] + \sum_{i \in \Psi^{\text{CT}}} [CR_i^{\text{CT}} + (CA^{\text{CT}} + CI_i^{\text{CT}} - CR_i^{\text{CT}}) \chi_i^{\text{CT}}] \right] \quad (7)$$

$$C^{\text{man}} = \sum_{i \in \Psi^{\text{BC}}} \left[\sum_{i \in \Psi^{\text{FI}}} CM^{\text{FI}} \chi_i^{\text{FI}} + \sum_{i \in \Psi^{\text{CT}}} CM^{\text{CT}} \chi_i^{\text{CT}} \right] \quad (8)$$

$$C_j^{\text{vivo}} = \Delta T_j \sum_{i \in \Psi^{\text{D}}} CV_i \Delta V_{i,j} \quad (9)$$

$$\delta = \sum_{t=1}^T \frac{1}{\left(1 + \frac{i_s}{100}\right)^{t-1}} \quad (10)$$

5.2. Restrições

As restrições do problema estão divididas em quatro blocos e são oriundas da aplicação das Leis de Kirchhoff, da imposição dos limites operacionais dos equipamentos para todos os níveis de carregamento e dos recursos disponíveis (limitação financeiras e de equipamentos). O primeiro bloco de restrições é obtido com a imposição da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) para todos os níveis de carregamento ($\forall j \in \Psi^{\text{NC}}$), sendo composta por dois conjuntos de equações (relacionados com as potências ativa e reativa, respectivamente):

$$\mathbf{S} \mathbf{f}_j^{\text{Re}} + \mathbf{g}_j^{\text{Re}} = \mathbf{d}_j^{\text{Re}} \quad (11)$$

$$\mathbf{Q} \mathbf{x}^{\text{F}} + \mathbf{Q} \mathbf{y}_j^{\text{C}} + \mathbf{S} \mathbf{f}_j^{\text{Im}} + \mathbf{g}_j^{\text{Im}} = \mathbf{d}_j^{\text{Im}} \quad (12)$$

É importante observar que a equação (12), relacionada com o balanço de potência reativa, inclui a contribuição dos bancos de capacitores fixos a serem instalados e os bancos de capacitores chaveados em operação nos respectivos níveis de carregamento.

O segundo bloco de restrições advém da aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT), para todos os ramos $i \in \Psi^{\text{R}}$ e para todos os níveis de carregamento $j \in \Psi^{\text{NC}}$:

$$K_{i,j} R_i f_{i,j}^{\text{Re}} - X_i f_{i,j}^{\text{Im}} + \left[\mathbf{S}^{\text{T}} \right]_{\text{linha } i} \mathbf{V}_j = 0 \quad (13)$$

onde o sobrescrito T indica matriz transposta. Detalhes de como o fator de ajuste $K_{i,j}$ é determinado e do modelo de rede empregado, baseado em injeções de corrente, podem ser obtidos em (Haffner *et al.*, 2008).

O terceiro bloco de restrições inclui os limites operacionais dos equipamentos e os limites de investimento. Os limites de fluxo nos ramos, relacionados com a magnitude da corrente (cujas partes real e imaginária são dadas por $f_{i,j}^{\text{Re}}$ e $f_{i,j}^{\text{Im}}$), são aproximados por restrições lineares que constituem as arestas do dodecágono inscrito na circunferência cujo raio é a capacidade máxima f_i^{max} , conforme mostrado na Figura 3.

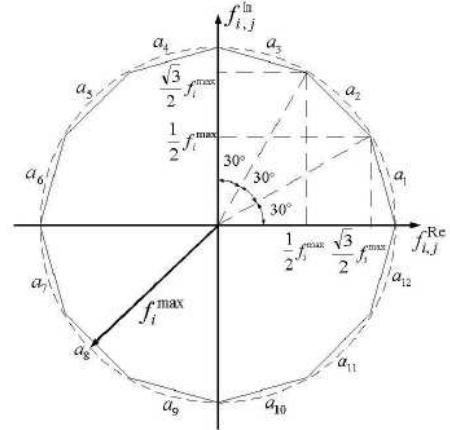


Figura 3. Restrições lineares utilizadas para aproximar o limite de fluxo nas linhas.

Assim, as seis restrições utilizadas para representar o limite de um ramo qualquer $i \in \Psi^{\text{R}}$ para o nível de carregamento $j \in \Psi^{\text{NC}}$ são:

$$-f_i^{\text{max}} \leq f_{i,j}^{\text{Re}} + (2 - \sqrt{3}) f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\text{max}} \quad (14)$$

$$-f_i^{\text{max}} \leq (\sqrt{3} - 1) f_{i,j}^{\text{Re}} + (\sqrt{3} - 1) f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\text{max}} \quad (15)$$

$$-f_i^{\text{max}} \leq (2 - \sqrt{3}) f_{i,j}^{\text{Re}} + f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\text{max}} \quad (16)$$

$$-f_i^{\text{max}} \leq (\sqrt{3} - 2) f_{i,j}^{\text{Re}} + f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\text{max}} \quad (17)$$

$$-f_i^{\text{max}} \leq (1 - \sqrt{3}) f_{i,j}^{\text{Re}} + (\sqrt{3} - 1) f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\text{max}} \quad (18)$$

$$-f_i^{\text{max}} \leq -f_{i,j}^{\text{Re}} + (2 - \sqrt{3}) f_{i,j}^{\text{Im}} \leq f_i^{\text{max}} \quad (19)$$

Na Figura 3, as arestas a_1 e a_7 são definidas pela restrição (14); as arestas a_2 e a_8 são definidas pela

restrição (15); e assim sucessivamente. Em conjunto, as restrições (14) a (19) definem como viável a superfície do dodecágono, que define a capacidade do ramo. Desta forma, o uso de restrições não-lineares é evitado.

Para representação dos limites de tensão, são utilizadas as equações (4). Observar que a minimização dos desvios de tensão já foi incorporada à função objetivo na equação (9).

Para as barras com capacidade de geração (subestações ou geração distribuída) $i \in \Psi^G$, os limites de injeção e de tensão de operação para todos os níveis de carregamento $j \in \Psi^{NC}$, são dados por:

$$0 \leq g_{i,j}^{Re} \leq g_{\max,i,j}^{Re} \quad (20)$$

$$g_{\min,i,j}^{Im} \leq g_{i,j}^{Re} \leq g_{\max,i,j}^{Im} \quad (21)$$

$$V_{i,j}^{\min} \leq V_{i,j} \leq V_{i,j}^{\max} \quad (22)$$

Diversos limites podem ser definidos para os investimentos em aquisição de cada tipo de banco, para os custos de instalação e manutenção, ou para os custos totais. Por exemplo, a restrição que limita os custos totais de aquisição é dada por:

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} \left(\sum_{I \in \Psi^F} CA^{FI} x_i^{FI} + \sum_{I \in \Psi^C} CA^{CI} x_i^{CI} \right) \leq B_{\max} \quad (23)$$

O quarto bloco consiste nas restrições lógicas do problema, sendo formado pelas seguintes restrições:

- só é permitida a instalação de um banco de capacitor por barra candidata

$$\sum_{I \in \Psi^F} x_i^{FI} + \sum_{I \in \Psi^C} x_i^{CI} \leq 1, \quad \forall i \in \Psi^{BC} \quad (24)$$

- cada tipo de banco possui uma quantidade máxima disponível (por exemplo, bancos candidatos a realocação estão limitados às quantidades pré-existentis):

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} x_i^{FI} \leq NB_{\max}^{FI}, \quad \forall I \in \Psi^F \quad (25)$$

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} x_i^{CI} \leq NB_{\max}^{CI}, \quad \forall I \in \Psi^C \quad (26)$$

- quantidade máxima de bancos fixos, chaveados e total:

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} \sum_{I \in \Psi^F} x_i^{FI} \leq NB_{\max}^F, \quad \forall I \in \Psi^F \quad (27)$$

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} \sum_{I \in \Psi^C} x_i^{CI} \leq NB_{\max}^C, \quad \forall I \in \Psi^C \quad (28)$$

$$\sum_{i \in \Psi^{BC}} \left(\sum_{I \in \Psi^F} x_i^{FI} + \sum_{I \in \Psi^C} x_i^{CI} \right) \leq NB_{\max} \quad (29)$$

Apesar de sua grande simplicidade, as restrições (23) a (29) desempenham um importante papel na redução do espaço de busca, tornando o problema de otimização tratável até mesmo por meio de métodos de otimização exata, tais como o algoritmo *branch-and-bound*. Deve-se observar que a imposição de restrições financeiras ou limitações no número de unidades a serem instaladas pode implicar a obtenção de soluções que apresentem violações nos limites de tensão, mas estas serão mínimas. Ainda, é possível ponderar pela carga demandada os termos na função

objetivo relacionados com as violações de tensão, para quantificar as “compensações ao serviço inadequado” (ANEEL, 2001) a que as concessionárias estarão sujeitas. Assim, os desvios associados aos locais mais críticos serão evitados com maior veemência. Esta abordagem é bastante superior a lidar com restrições nas tensões, pois estas podem tornar o problema infactível.

6 Conclusão

Foi apresentado um modelo de otimização linear inteiro misto para alocação e re-alocação de bancos de capacitores fixos e chaveados em redes de distribuição de energia elétrica, considerando a variação diária da carga. O modelo permite minimizar os custos de investimento e operação do sistema além de minimizar os custos relacionados como o não atendimento dos limites de tensão.

Na formulação descrita foram introduzidas duas alternativas para a tradicional abordagem não-linear: 1) os valores absolutos das violações foram tratados pela inclusão de uma variável auxiliar e restrições lineares; 2) a restrição que limita a magnitude da corrente nos condutores é representada de modo quase exato por restrições lineares de canalização.

Além disto, o modelo inclui a representação de limites móveis de tensão, que dependem da derivação que o transformador está operando. Isto permite definir de forma integrada o melhor tap de operação dos transformadores de distribuição em conjuntos com os bancos de capacitores fixos e chaveáveis, implicando a obtenção de melhores resultados.

Agradecimentos

O desenvolvimento deste trabalho foi parcialmente apoiado pela Companhia Estadual de Energia Elétrica (CEEE), através de seus programas P&D ANEEL.

Referências Bibliográficas

- Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). *Resolução no 505, 26 de novembro de 2001*.
- Carlisle, J. C., El-Keib, A. A., Boyd, D., Nolan, K. (1997). A review of capacitor placement techniques on distribution feeders, *Proceedings of the Twenty-Ninth Symposium on System Theory*, pp.359–365.
- Haffner, S., Pereira, L. A. e Gasperin, L. (2008). Modelo aproximado para representação de redes de distribuição de energia elétrica. *Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática*, pp.1–8.
- Ng, H. N., Salama, M. M., Chikhani, A. Y. (2000). Classification of Capacitor Allocation Techniques, *IEEE Transactions on Power Delivery*, **15**(1): 387–392.

MODELO APROXIMADO PARA REPRESENTAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

SÉRGIO HAFFNER

*Departamento de Engenharia Elétrica, UDESC-CCT
Campus Universitário Prof. Avelino Marcante s/n – Bairro Bom Retiro – 89223-100 – Joinville-SC – Brasil
E-mail: slhaffner@gmail.com*

LUÍS A. PEREIRA, LEONARDO V. GASPERIN

*Grupo de Sistemas de Energia Elétrica (GSEE) – FENG – PUCRS
Av. Ipiranga, 6681 – Prédio 30 – Sala 150 – 90.619-900 – Porto Alegre – RS – BRASIL
E-mails: lpereira@pucrs.br, leonardo.gasperin@pucrs.br*

Abstract—The paper presents an approximate model to calculate currents and voltages in electric power distribution networks. In general the non-linear equations of the steady state power flow problem are described by means of phasors being necessary to determine their magnitude and phase angle. In the model proposed here the non-linear power flow equations are approximated by linear equations using only the magnitude of the nodal voltages and the current phasors, which are the most interesting variables for distribution networks. Furthermore, the model presented here has been specially developed for networks with high relation between resistance and reactance (R/X); their derivation follows the same procedure applied to obtain equations of the linearized power flow, which is widely used for analysis of high voltage transmission systems. The paper shows that introducing some simplifications, valid for high R/X relations, and considering the two components of the current phasor, it is possible to determine the effect of the installation of capacitor banks on the voltages and currents in an easy fashion. In addition, the paper presents a method to represent the daily load curve by means of duration curves for each network node. These curves approximate the power system behavior with good accuracy. The performance and accuracy of the method are evaluated by means of several tests using example networks for which the results are compared with the exact results obtained with the solution of the non-linear power flow.

Keywords—Power distribution; power distribution planning; voltage regulator; mixed integer programming.

Resumo—Neste trabalho é apresentado um modelo aproximado para representar as equações que descrevem os fluxos e tensões em redes de distribuição de energia elétrica. As equações não lineares do fluxo de potência, que utilizam grandezas fasoriais, são aproximadas por equações lineares que utilizam as magnitudes das tensões nodais e as correntes dos ramos que são as grandezas de maior interesse nesta classe de sistema elétrico. O modelo proposto foi desenvolvido para redes com alta relação entre resistência e reatância (R/X), usando procedimentos similares aos empregados no fluxo de potência linear para redes de transmissão em alta tensão. Como as correntes são representadas por duas parcelas, é possível determinar o efeito dos bancos de capacitores nas tensões e fluxos da rede. Além disto, é apresentada uma forma de representar a variação horária de cada carga individualmente por intermédio de curvas de duração que aproximam o comportamento da rede de energia. Os resultados obtidos utilizando o modelo proposto são comparados com a solução exata do fluxo de carga a fim de validar a metodologia proposta.

Palavras-chave—Distribuição de energia elétrica, modelo linear de rede, curva de duração de carga.

1 Introdução

Na análise de sistemas elétricos, geralmente, a carga é representada por injeções de potência constante e as linhas de transmissão e os transformadores são representados por impedâncias, fazendo com que as equações de balanço de potência constituam um problema denominado fluxo de carga. Este problema é descrito por expressões não lineares que relacionam as injeções de potência com as magnitudes e ângulos de fase das tensões nodais (Monticelli e Garcia, 2003). A consideração explícita destas relações torna os modelos de otimização associados bastante complicados, por lidarem com restrições não-lineares que relacionam os fluxos de potência com os fasores que representam as tensões nodais. Para contornar esta dificuldade, no problema de planejamento da expansão de sistemas de alta e extra-alta tensão, são empregados modelos bem mais simples para representar a rede, com resultados satisfatórios (Romero *et al*,

2002). Entretanto, nas redes de distribuição de energia em média tensão, em função da sua natureza diversa (configuração radial e relações R/X mais elevadas), os modelos simplificados elaborados para as redes de alta tensão apresentam resultados inadequados (Marchesan *et al*, 2005). Além disto, no modelo linearizado desenvolvido para a rede de transmissão, não é possível determinar a magnitude da tensão nodal, que é uma das grandezas de maior interesse, pois esta é assumida igual a um para todo sistema. A determinação dos níveis de tensão adquiriu maior importância após a regulamentação dos níveis de qualidade da tensão disponibilizada aos consumidores, pela Resolução ANEEL 505, de novembro de 2001.

Um conjunto de modelos elaborados para a representação da rede de distribuição de energia foi apresentado por Marchesan *et al* (2005), tendo sido utilizado com sucesso em um problema de expansão multi-estágio para determinação da rota de alimentadores e seleção da bitola dos condutores (Haffner *et*

al, 2006, 2008a e 2008b). Embora adequados para a expansão da rede de média tensão, estes modelos não permitem representar o efeito de bancos de capacitores, pois as correntes são representadas apenas pela sua magnitude, não havendo distinção entre as parcelas relacionadas com a potência ativa e reativa.

No modelo apresentado neste trabalho, os fluxos nos ramos, as demandas e as injeções nodais são representados por duas parcelas: uma relacionada com a potência ativa, outra com a potência reativa. A magnitude da tensão nodal é então determinada por intermédio da superposição dos efeitos destas duas parcelas, sendo as quedas de tensão nos ramos determinadas por uma relação linear. Isto possibilita que sejam obtidas restrições lineares para descrever o funcionamento da rede de distribuição, simplificando de forma expressiva os modelos de otimização que representam os problemas relacionados com a operação ou expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica. A formulação do modelo aproximado é realizada em termos das correntes nos ramos e das magnitudes das tensões nodais que são as grandezas de maior interesse nesta classe de sistema elétrico. Considerando que as correntes são constituídas por duas parcelas (ativa e reativa), através de simplificações, é possível representar de forma aproximada o efeito dos bancos de capacitores nas tensões e fluxos da rede. Além disto, o modelo apresentado permite representar a variação horária de cada carga individualmente por intermédio de curvas de duração que aproximam o comportamento da rede de energia.

O artigo está organizado da seguinte forma. Inicialmente é descrito o processo de representação da variação demanda e de transformação desta demanda de potência em correntes nodais. Para facilitar a apresentação é utilizada uma rede exemplo de cinco barras. A seguir apresenta-se a forma de representa-

ção dos bancos de capacitores por intermédio de injeções de corrente. Na seção seguinte apresenta-se o modelo aproximado desenvolvido. São apresentados, então, os testes com o modelo aproximado, por intermédio de comparações com os resultados exatos. Para finalizar são apresentadas as conclusões.

2 Representação da variação da demanda

Considere um alimentador de distribuição em 13,8 kV, formado por cinco nós (uma subestação mais quatro nós de carga) e quatro ramos, conforme mostrado na Figura 1, cujos valores das impedâncias dos trechos de alimentador estão mostrados na Tabela 1 (valores em pu na base de 1 MVA, 13,8 kV).

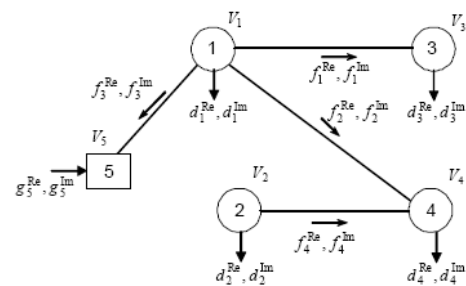


Figura 1. Sistema de cinco barras.

Tabela 1. Impedância e capacidade dos trechos de alimentador.

Ramo k	Extremos	R_k [pu]	X_k [pu]
1	1-3	0,0219	0,0164
2	1-4	0,0116	0,0150
3	1-5	0,0080	0,0163
4	2-4	0,0219	0,0164

As demandas horárias de potência ativa e reativa para um dia típico do sistema de cinco barras encon-

Tabela 2. Demandas horárias de potência ativa e reativa.

Hora	Barra 1		Barra 2		Barra 3		Barra 4	
	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar
1	306,25	262,50	472,50	225,00	315,00	150,00	236,25	112,50
2	269,50	236,25	441,00	202,50	294,00	135,00	220,50	101,25
3	220,50	236,25	399,00	202,50	266,00	135,00	199,50	101,25
4	220,50	236,25	399,00	202,50	266,00	135,00	199,50	101,25
5	245,00	236,25	420,00	202,50	280,00	135,00	210,00	101,25
6	306,25	262,50	472,50	225,00	315,00	150,00	236,25	112,50
7	428,75	288,75	577,50	247,50	385,00	165,00	288,75	123,75
8	551,25	367,50	840,00	315,00	560,00	210,00	420,00	180,00
9	490,00	420,00	945,00	360,00	630,00	240,00	472,50	202,50
10	551,25	446,25	1050,00	382,50	700,00	255,00	525,00	225,00
11	490,00	498,75	1050,00	427,50	700,00	285,00	525,00	225,00
12	490,00	420,00	630,00	360,00	420,00	240,00	315,00	180,00
13	551,25	420,00	892,50	360,00	595,00	240,00	446,25	191,25
14	490,00	472,50	997,50	405,00	630,00	270,00	498,75	213,75
15	428,75	498,75	1050,00	427,50	630,00	285,00	525,00	225,00
16	551,25	525,00	997,50	450,00	665,00	285,00	498,75	225,00
17	796,25	525,00	735,00	450,00	490,00	285,00	367,50	225,00
18	918,75	472,50	630,00	202,50	700,00	300,00	525,00	225,00
19	1225,00	472,50	630,00	202,50	700,00	300,00	525,00	225,00
20	1225,00	498,75	630,00	202,50	700,00	300,00	525,00	225,00
21	1225,00	420,00	682,50	202,50	700,00	285,00	525,00	225,00
22	1041,30	393,75	630,00	337,50	420,00	225,00	446,25	191,25
23	735,00	367,50	577,50	315,00	385,00	210,00	315,00	157,50
24	490,00	315,00	525,00	270,00	350,00	180,00	262,50	135,00

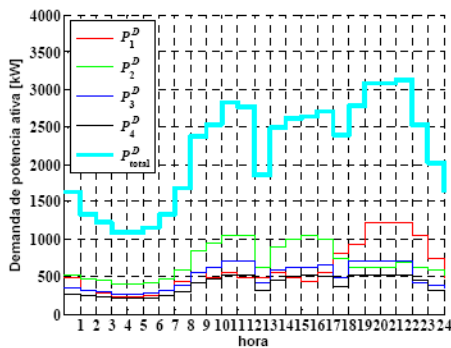
tram-se na Tabela 2, sendo a curva de carga correspondente mostrada na Figura 2. Neste sistema podem-se observar diferentes tipos de curvas de carga. A Barra 1 apresenta característica tipicamente residencial (maior consumo no horário da ponta); a Barra 2 apresenta característica tipicamente industrial (consumo reduzido no horário da ponta); as demais barras apresentam características híbridas.

Da mesma forma, como ilustrado na Figura 2, observa-se uma significativa variação nas demandas de potência ativa e reativa nas cargas de um alimentador qualquer do sistema de distribuição. Tal variação ocorre ao longo das horas do dia, entre os dias da semana e no decorrer das estações do ano. A representação de cada um destes instantes não é viável, pois torna os problemas de otimização associados intratáveis, razão pela qual geralmente são empregados valores máximos ou médios. Contudo, o uso dos valores máximos ou médios não é adequado quando se deseja verificar a regulação da tensão nodal (como definido pela Resolução 505 da ANEEL), pois é necessário determinar a variação da tensão de atendimento. Deve-se ainda observar que os consumos máximos e mínimos não são simultâneos para todos consumidores.

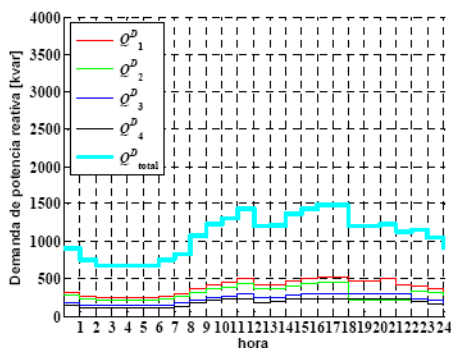
Assim, para a análise do impacto provocado pela inclusão de bancos de capacitores fixos e chaveáveis, é necessário considerar a variação diária do carregamento, podendo esta análise ser realizada para cada uma das horas do dia ou por intermédio de alguma

aproximação que possa ser representativa. Neste trabalho, para descrever a variação da carga são empregados alguns níveis de carregamento (por exemplo, três níveis) com duração variável (por exemplo, de 4, 12 e 8 horas, respectivamente), representando as situações de carregamento variado (para o exemplo, máximo, médio e mínimo, respectivamente). Caso necessário, um número de níveis maior ou menor pode ser empregado, sem alterações no processo utilizado. No caso de se utilizar 24 níveis, a representação será exata.

Os horários associados aos carregamentos máximo, médio e mínimo são determinados a partir da curva de demanda total de potência ativa diária do alimentador, mostrada na Figura 2(a), que é ordenada da maior demanda de potência ativa para a menor, conforme mostrado na Figura 3(a). Utilizando esta mesma ordenação horária, as demandas de potência reativa são apresentadas na Figura 3(b). Observar que a Figura 3 também mostra os valores médios de potência ativa e reativa que são demandados nos horários que definem os três níveis de carregamento considerados. Os quatro horários de maior demanda do alimentador, que correspondem ao carregamento máximo, são respectivamente os seguintes: 21, 19, 20 e 10 horas. Os doze horários seguintes, que correspondem ao carregamento médio, são: 8, 9, 11 a 18, 22 e 23 horas. Os oito horários restantes correspondem ao carregamento mínimo. A Tabela 3 apresenta os valores médios obtidos para cada nível de carre-

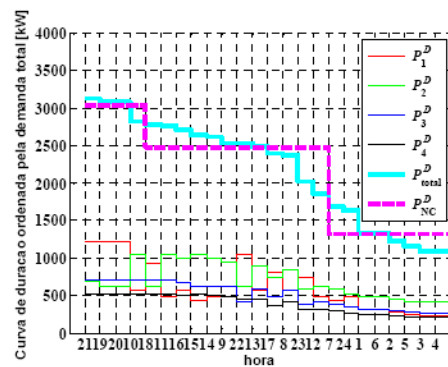


(a) Demanda de potência ativa.

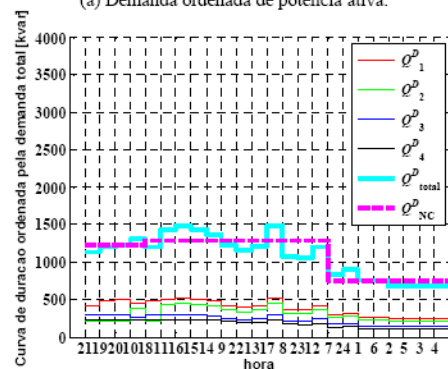


(b) Demanda de potência reativa.

Figura 2. Demanda horária de potência ativa e reativa.



(a) Demanda ordenada de potência ativa.



(b) Demanda ordenada de potência reativa.

Figura 3. Demanda ordenada de potência ativa e reativa para obtenção dos níveis médios de carregamento.

gamento, considerando os horários definidos anteriormente.

Nas Figuras 4 e 5 são apresentados os valores horários de demanda de potência ativa e reativa em cada uma das quatro barras do sistema e os valores médios, utilizados para representar a variação da carga segundo os três níveis de carregamento. Observar que nem sempre os horários de maior carregamento do alimentador coincidem com os horários de maior demanda de uma barra específica. Por exem-

plo, a Barra 2, durante os horários de maior demanda do alimentador, apresenta uma demanda média inferior à demanda observada durante os horários nos quais o alimentador apresenta carregamento médio.

Diferentemente do fluxo de carga convencional, onde cargas são representadas por demandas constantes de potência, no modelo simplificado apresentado neste trabalho, as cargas são representadas por intermédio de demandas constantes de corrente, constituídas por duas parcelas: 1) uma real, relacionada com a

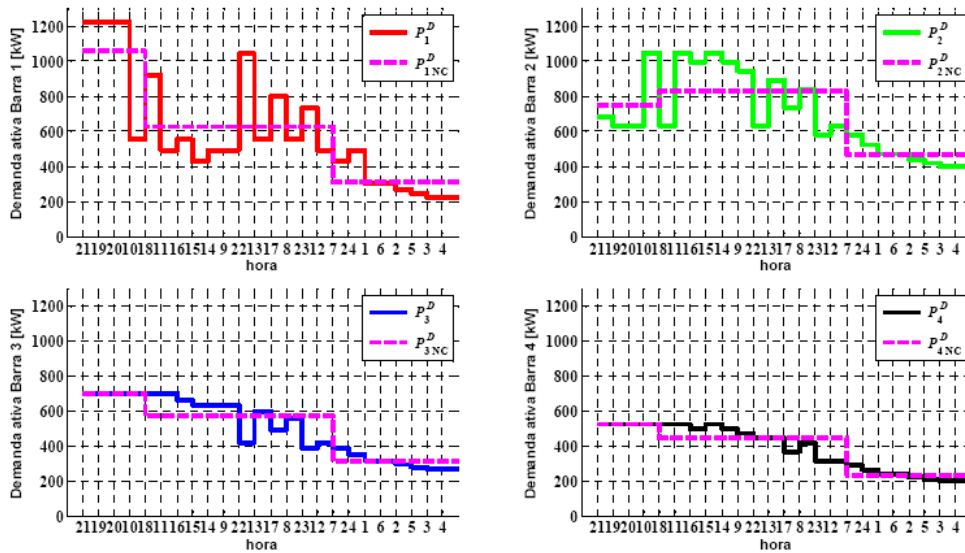


Figura 4. Demanda de potência ativa horária e valores médios de cada nível de carregamento.

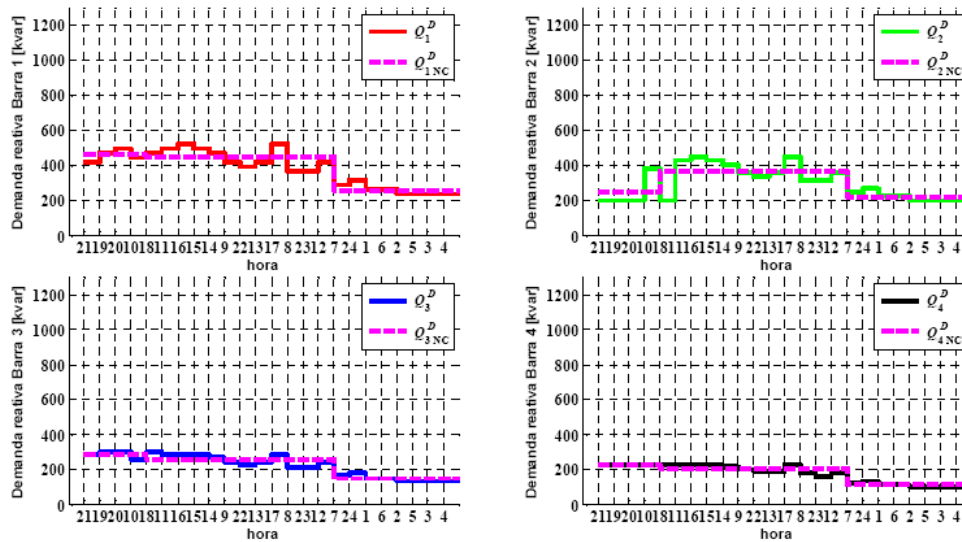


Figura 5. Demanda de potência reativa horária e valores médios de cada nível de carregamento.

Tabela 3. Demandas das barras para cada nível de carregamento.

Nível de carregamento	Duração [horas/dia]	Barra 1		Barra 2		Barra 3		Barra 4	
		kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar
1 (máximo)	4	1056,56	459,38	748,13	247,50	700,00	285,00	525,00	225,00
2 (médio)	12	627,81	448,44	831,25	367,50	568,75	256,25	446,25	203,44
3 (mínimo)	8	310,84	259,22	463,31	222,19	308,88	148,13	231,66	111,09

potência ativa; e 2) outra imaginária, relacionada com a potência reativa. Os fluxos nos ramos também são constituídos por estas mesmas parcelas, sendo obtidos a partir da imposição da Lei de Kirchhoff das Correntes para todos os nós da rede, considerando as duas parcelas que constituem a corrente.

2.1. Determinação das correntes nodais

As correntes demandadas em cada nó são obtidas a partir das demandas de potência ativa e reativa da Tabela 3, considerando que todas as barras do sistema operam sob tensão nominal. Assim, a demanda de corrente só depende da demanda de potência ativa e reativa de cada nível de carregamento, sendo considerado que: 1) as cargas são trifásicas e equilibradas; 2) os ângulos de fase das tensões são idênticos e iguais a zero; e 3) as magnitudes das tensões são iguais aos seus valores nominais.

Considerando o circuito equivalente por fase e utilizando grandezas por unidade, as correntes demandadas pelas cargas para cada nível de carregamento são obtidas pela seguinte expressão:

$$d_{i,j}^{\text{Re}} + jd_{i,j}^{\text{Im}} = \left(\frac{\overline{S}_{i,j}^D}{\overline{V}_{i,j}} \right)^* \approx \left(\overline{S}_{i,j}^D \right)^* = P_{i,j}^D - jQ_{i,j}^D \quad (1)$$

sendo $d_{i,j}^{\text{Re}}$ e $d_{i,j}^{\text{Im}}$ as componentes real e imaginária da corrente demandada em pu na Barra i para o nível de carregamento j ; $\overline{S}_{i,j}^D = P_{i,j}^D + jQ_{i,j}^D$ a demanda de potência complexa em pu na Barra i para o nível de carregamento j ; e $\overline{V}_{i,j}$ o fasor tensão na Barra i em pu para o nível de carregamento j . Considera-se que $\overline{V}_{i,j} = 1 \angle 0$ pu, $\forall i, j$. Para as demandas médias de cada nível de carregamento da Tabela 3, podem-se obter as correntes demandadas mostradas na Tabela 4. Como as cargas desta rede têm natureza indutiva, são representadas por demandas com parte real positiva e parte imaginária negativa.

Utilizando as demandas da Tabela 3, pode-se resolver o fluxo de carga para os três níveis de carregamento, obtendo-se as tensões mostradas na Tabela 5. A comparação entre as tensões nodais obtidas utilizando-se os valores médios de cada nível de car-

regamento, mostrados na Tabela 3, e as tensões nodais obtidas considerando as demandas horárias encontra-se na Figura 6. Os valores obtidos a partir dos carregamentos médios são bastante próximos dos valores médios das tensões horárias, sendo as maiores diferenças observadas na Barra 2.

3 Representação dos bancos capacitores

No modelo apresentado neste trabalho, a instalação de um banco de capacitores em uma determinada barra corresponde à inclusão de uma demanda de corrente adiantada com relação à tensão, ou seja, uma demanda com parte imaginária positiva (indicando fornecimento de potência reativa). O valor da demanda de corrente associada a cada banco $(jd_{i,j}^{\text{Im}})^{\text{BC}}$ é determinado a partir da sua potência nominal, considerando que o mesmo opera com tensão nominal:

$$(jd_{i,j}^{\text{Im}})^{\text{BC}} = \left(\frac{jQ_i^{\text{BC}}}{\overline{V}_{i,j}} \right)^* \approx -jQ_i^{\text{BC}} \quad (2)$$

Sendo Q_i^{BC} a potência reativa em pu do banco instalado na Barra i para qualquer nível de carregamento j . Assim, a demanda associada a um banco de capacitores de -1200 kvar é igual a $j1,2$ pu. Para avaliar o impacto da inclusão de um banco de capacitores em um determinado nó da rede, o termo obtido pela expressão (2) deve ser acrescido à demanda deste nó, previamente calculada pela expressão (1).

4 Representação da rede

Para representar a rede de distribuição é utilizado um modelo linearizado, definido a partir dos pontos de operação que caracterizam os níveis de carregamento. No modelo desenvolvido, os fasores tensão são representados por grandezas reais que representam apenas a sua magnitude (o ângulo de fase é considerado nulo para todas as tensões); as impedâncias e as correntes são representadas por duas parcelas cada. As quedas de tensão nos ramos da rede são calculadas a partir de uma aproximação do produto do fasor corrente pelo seu respectivo fasor impedância.

As correntes que representam as demandas, fon-

Tabela 4. Correntes demandadas para cada nível de carregamento considerando tensão nominal (valores em pu).

Nível de carregamento	Barra 1		Barra 2		Barra 3		Barra 4	
	d_1^{Re}	d_1^{Im}	d_2^{Re}	d_2^{Im}	d_3^{Re}	d_3^{Im}	d_4^{Re}	d_4^{Im}
1 (máximo)	1,0566	-0,4594	0,7481	-0,2475	0,7000	-0,2850	0,5250	-0,2250
2 (médio)	0,6278	-0,4484	0,8313	-0,3675	0,5687	-0,2562	0,4462	-0,2034
3 (mínimo)	0,3108	-0,2592	0,4633	-0,2222	0,3089	-0,1481	0,2317	-0,1111

Tabela 5. Magnitude das tensões nodais em função do nível de carregamento.

Nível de carregamento	Duração [horas/dia]	Barra 1: V_1^{FC}		Barra 2: V_2^{FC}		Barra 3: V_3^{FC}		Barra 4: V_4^{FC}	
		pu	kV	pu	kV	pu	kV	pu	kV
1 (máximo)	4	0,9514	13,13	0,9047	12,48	0,9299	12,83	0,9273	12,80
2 (médio)	12	0,9556	13,19	0,9029	12,46	0,9378	12,94	0,9298	12,83
3 (mínimo)	8	0,9763	13,47	0,9481	13,08	0,9668	13,34	0,9626	13,28

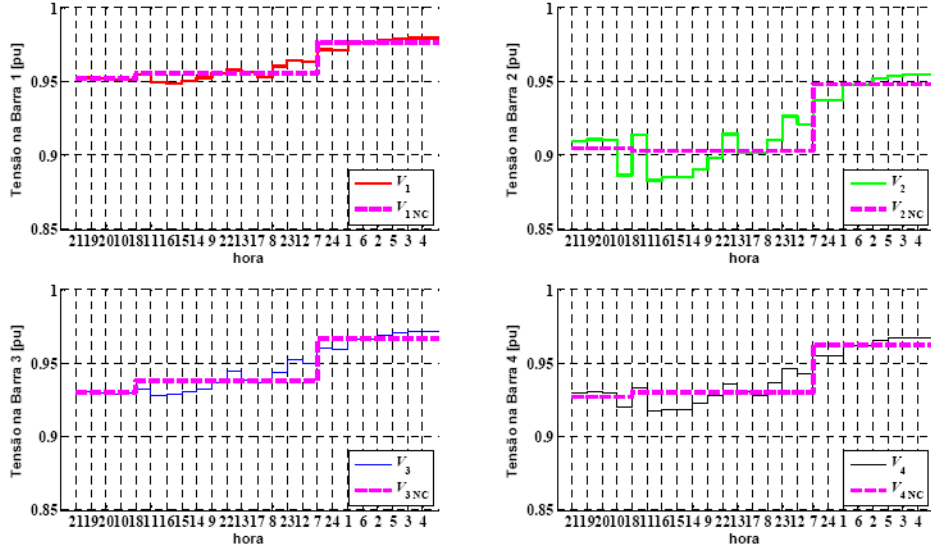


Figura 6. Tensões nodais obtidas com valores horários e médios por nível de carregamento.

tes e elementos de compensação em derivação (capacitores e reatores), possuem duas componentes: uma parcela real, relacionada com a potência ativa; outra parcela imaginária, relacionada com a potência reativa. Assim, os fluxos e demandas de corrente mostrados na Figura 7 apresentam a seguinte forma:

$$f_{b1} = f_{b1}^{\text{Re}} + jf_{b1}^{\text{Im}} \quad (3)$$

$$d_{n2} = d_{n2}^{\text{Re}} + jd_{n2}^{\text{Im}} \quad (4)$$

sendo f_{b1}^{Re} e f_{b1}^{Im} as parcelas real e imaginária da corrente no ramo b1, e sendo d_{n2}^{Re} e d_{n2}^{Im} as parcelas real e imaginária da corrente demandada no nó n2.

Para cada nível de carregamento, as correntes demandadas são calculadas através da equação (1), considerando a tensão nominal de operação. As correntes nos ramos podem ser diretamente determinadas por intermédio da aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes. Para o ramo b1 da Figura 7, tem-se:

$$f_{b1} = d_{n2} + f_{b2} + f_{b3} \quad (5)$$

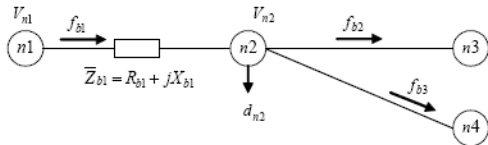


Figura 7. Trecho de rede entre dois nós.

Separando as partes real e imaginária da corrente do ramo b1, a expressão (5) pode ser substituída pelas seguintes expressões que envolvem apenas variáveis reais:

$$f_{b1}^{\text{Re}} = d_{n2}^{\text{Re}} + f_{b2}^{\text{Re}} + f_{b3}^{\text{Re}} \quad (6)$$

$$f_{b1}^{\text{Im}} = d_{n2}^{\text{Im}} + f_{b2}^{\text{Im}} + f_{b3}^{\text{Im}} \quad (7)$$

Da mesma forma que a corrente, a impedância série dos ramos apresenta duas componentes: uma real (resistência) e outra imaginária (reatância), conforme segue.

$$\bar{Z}_{b1} = R_{b1} + jX_{b1} \quad (8)$$

Considerando as correntes e impedâncias dos ramos definidas pelas expressões (6), (7) e (8), a queda de tensão complexa em um determinado trecho de alimentador é dada pelo produto da impedância série do ramo pela corrente. Para o trecho ilustrado na Figura 7, a queda de tensão é dada por:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{V}_{b1} &= \bar{V}_{n1} - \bar{V}_{n2} = (R_{b1} + jX_{b1})(f_{b1}^{\text{Re}} + jf_{b1}^{\text{Im}}) \\ \Delta \bar{V}_{b1} &= R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} + j(R_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} + X_{b1}f_{b1}^{\text{Re}}) \end{aligned}$$

Desprezando-se a parte imaginária, a expressão da queda de tensão pode ser simplificada para:

$$\Delta \bar{V}_{b1} = \bar{V}_{n1} - \bar{V}_{n2} \approx R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}}$$

Como os ângulos das tensões são considerados todos em fase e iguais a zero grau, os fasores tensão podem ser substituídos por suas magnitudes, resultando em:

$$\Delta V_{b1} = V_{n1} - V_{n2} = R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} \quad (9)$$

Por intermédio de diversos experimentos foi observado que o modelo linearizado da expressão (9) apresentava melhores resultados quando o fator de ajuste K_{b1} era introduzido no cálculo da queda de tensão, resultando no modelo aproximado (MA):

$$\Delta V_{b1}^{\text{MA}} = V_{n1} - V_{n2} = K_{b1}R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} \quad (10)$$

sendo o fator K_{b1} calculado para cada ramo do circuito, de forma que a solução obtida pelo MA seja igual à solução exata do fluxo de carga do caso base $\Delta V_{b1}^{\text{FC}}$, em torno do qual o modelo linear está sendo desenvolvido. Assim, o fator K_{b1} é dado por:

$$K_{b1} = \frac{\Delta V_{b1}^{\text{FC}} + X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}}}{R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}}} \quad (11)$$

Para a rede da Figura 1, com as demandas de corrente dadas pela Tabela 4, as correntes nos ramos podem ser determinadas por intermédio da aplicação

da Lei de Kirchhoff das Correntes, obtendo-se os valores mostrados na Tabela 6. Utilizando os valores exatos das tensões nodais da Tabela 5, são calculados fatores de ajuste, mostrados na Tabela 7, por intermédio da expressão (11). Observar que são obtidos fatores diferentes para cada ramo e para cada nível de carregamento.

Utilizando-se a expressão (10), juntamente com os fatores de ajuste da Tabela 7, obtém-se para o caso base a tensão exata, pois os fatores foram determinados utilizando a expressão (11). As quedas de tensão nos ramos obtidas por intermédio do MA – equação (10) – são apresentadas na Tabela 8.

5 Avaliação do modelo

Para avaliar o MA, foi realizada a simulação da instalação de bancos de capacitores banco de 1200 kvar (próximo à demanda máxima), em cada uma das barras da rede, implicando alterações na parte imaginária das correntes f_b^{im} (mostradas na Tabela 6) e nas quedas de tensão nos ramos (mostradas na Tabela 8), conforme o local de instalação do banco. A Tabela 9 mostra a comparação entre o resultado obtido pelo MA e a solução exata do fluxo de carga não linear. Para cada local de instalação do banco e nível de carregamento NC, apresentam-se as tensões obtidas

Tabela 6. Correntes nos ramos para cada nível de carregamento (valores em pu).

Nível de carregamento	Ramo 1-3		Ramo 1-4		Ramo 1-5		Ramo 2-4	
	f_1^{Re}	f_1^{Im}	f_2^{Re}	f_2^{Im}	f_3^{Re}	f_3^{Im}	f_4^{Re}	f_4^{Im}
1 (máximo)	0,7000	-0,2850	1,2731	-0,4725	-3,0297	1,2169	-0,7481	0,2475
2 (médio)	0,5687	-0,2562	1,2775	-0,5709	-2,4741	1,2756	-0,8313	0,3675
3 (mínimo)	0,3089	-0,1481	0,6950	-0,3333	-1,3147	0,7406	-0,4633	0,2222

Tabela 7. Fatores de ajuste para os ramos no MA (valores em pu).

NC	Ramo 1-3		Ramo 1-4		Ramo 1-5		Ramo 2-4	
	ΔV_{b1}^{FC}	K_{b1}	ΔV_{b2}^{FC}	K_{b2}	ΔV_{b3}^{FC}	K_{b3}	ΔV_{b4}^{FC}	K_{b4}
1	0,0215	1,0995	0,0241	1,1513	-0,0486	1,1894	-0,0226	1,1333
2	0,0178	1,0893	0,0258	1,1623	-0,0444	1,1976	-0,0269	1,1441
3	0,0095	1,0469	0,0137	1,0848	-0,0237	1,1039	-0,0146	1,0748

Tabela 8. Quedas de tensão nos ramos para cada nível de carregamento (valores em pu).

Nível de carregamento	ΔV_{b1}^{MS2}	ΔV_{b2}^{MS2}	ΔV_{b3}^{MS2}	ΔV_{b4}^{MS2}
1 (máximo)	0,0215	0,0241	-0,0486	-0,0226
2 (médio)	0,0178	0,0258	-0,0444	-0,0269
3 (mínimo)	0,0095	0,0137	-0,0237	-0,0146

Tabela 9. Resultados Modelo Aproximado (MA) versus fluxo de carga (valores em pu)

Banco de 1200 kvar na Barra 1												
NC	Barra 1			Barra 2			Barra 3			Barra 4		
	V_1^{MA}	V_1^{FC}	ϵ_1 [%]	V_2^{MA}	V_2^{FC}	ϵ_2 [%]	V_3^{MA}	V_3^{FC}	ϵ_3 [%]	V_4^{MA}	V_4^{FC}	ϵ_4 [%]
1	0,9710	0,9710	-0,01	0,9243	0,9254	-0,12	0,9494	0,9499	-0,06	0,9469	0,9475	-0,06
2	0,9751	0,9753	-0,02	0,9225	0,9238	-0,15	0,9573	0,9579	-0,05	0,9494	0,9501	-0,08
3	0,9959	0,9961	-0,02	0,9676	0,9684	-0,08	0,9864	0,9868	-0,04	0,9822	0,9827	-0,05
Banco de 1200 kvar na Barra 2												
NC	Barra 1			Barra 2			Barra 3			Barra 4		
	V_1^{MA}	V_1^{FC}	ϵ_1 [%]	V_2^{MA}	V_2^{FC}	ϵ_2 [%]	V_3^{MA}	V_3^{FC}	ϵ_3 [%]	V_4^{MA}	V_4^{FC}	ϵ_4 [%]
1	0,9710	0,9703	0,07	0,9619	0,9607	0,12	0,9494	0,9491	0,03	0,9649	0,9637	0,12
2	0,9751	0,9745	0,06	0,9601	0,9595	0,06	0,9573	0,9571	0,02	0,9673	0,9664	0,09
3	0,9959	0,9959	0,00	1,0052	1,0058	-0,06	0,9864	0,9865	-0,02	1,0001	1,0002	-0,01
Banco de 1200 kvar na Barra 3												
NC	Barra 1			Barra 2			Barra 3			Barra 4		
	V_1^{MA}	V_1^{FC}	ϵ_1 [%]	V_2^{MA}	V_2^{FC}	ϵ_2 [%]	V_3^{MA}	V_3^{FC}	ϵ_3 [%]	V_4^{MA}	V_4^{FC}	ϵ_4 [%]
1	0,9710	0,9706	0,04	0,9243	0,9249	-0,07	0,9691	0,9685	0,06	0,9469	0,9471	-0,02
2	0,9751	0,9750	0,02	0,9225	0,9235	-0,11	0,9770	0,9767	0,03	0,9494	0,9498	-0,04
3	0,9959	0,9960	-0,01	0,9676	0,9683	-0,07	1,0060	1,0063	-0,02	0,9822	0,9826	-0,04
Banco de 1200 kvar na Barra 4												
NC	Barra 1			Barra 2			Barra 3			Barra 4		
	V_1^{MA}	V_1^{FC}	ϵ_1 [%]	V_2^{MA}	V_2^{FC}	ϵ_2 [%]	V_3^{MA}	V_3^{FC}	ϵ_3 [%]	V_4^{MA}	V_4^{FC}	ϵ_4 [%]
1	0,9710	0,9708	0,02	0,9422	0,9430	-0,08	0,9494	0,9497	-0,03	0,9649	0,9647	0,02
2	0,9751	0,9750	0,01	0,9404	0,9417	-0,13	0,9573	0,9576	-0,03	0,9673	0,9674	-0,01
3	0,9959	0,9961	-0,02	0,9856	0,9867	-0,11	0,9864	0,9868	-0,04	1,0001	1,0007	-0,05

pelo MA (colunas V_i^{MA}), os valores exatos obtidos pelo fluxo de carga (colunas V_i^{FC}) e as diferenças percentuais com relação aos valores exatos (colunas ε_i). Observa-se que os valores obtidos pelo modelo simplificado para as tensões nodais são quase sempre muito próximos dos valores exatos e as diferenças sempre inferiores a 0,15%. Quando são utilizados bancos de capacitores de menor potência, ou quando esta potência é distribuída em algumas unidades, as diferenças com relação aos valores exatos são ainda menores. Embora a rede utilizada como exemplo seja constituída por um reduzido número de nós, deve, contudo, ser observado que foram analisadas situações bastante desfavoráveis, a saber: 1) demanda máxima superior a 3 MVA; 2) demanda concentrada em poucas barras; 3) grande variação nas curvas de carga entre as barras; 3) queda de tensão máxima próxima a 10%.

6 Conclusão

O modelo aproximado apresentado neste trabalho é capaz de representar de forma adequada a rede de distribuição de energia elétrica nos problemas relacionados com a instalação de equipamentos de compensação de potência reativa. Os resultados obtidos com a utilização deste modelo linearizado mostram excelente proximidade com relação à solução do fluxo de carga não linear.

Associado ao modelo aproximado de rede, foi apresentado um método simplificado para representação da variação da carga, por intermédio de curvas de duração individuais para cada barra. Assim, é possível representar o comportamento diário de uma rede de distribuição por intermédio de relações lineares, escritas para um número reduzido de níveis de carregamento.

Em virtude dos limites de variação de tensão e dos prazos para regularização impostos pela Resolução 505 da ANEEL terem atingido seus valores finais mínimos em 2007, os problemas relacionados com a regulação de tensão em redes de distribuição vêm adquirindo cada vez mais importância. Desta forma, a necessidade de manter a tensão de todos os consumidores dentro da faixa adequada torna-se uma obrigação, sujeita a severas penalidades. Assim, é essencial o desenvolvimento de modelos capazes de representar com fidelidade o comportamento de redes de distribuição.

A utilização do modelo aproximado apresentado neste trabalho viabiliza uma nova abordagem para os problemas relacionados com a rede de distribuição de energia, permitindo que restrições lineares que representam a rede sejam diretamente incorporadas a modelos de otimização. Trata-se de uma alternativa para a abordagem mais freqüente que consiste em empregar as equações não lineares do fluxo de carga con-

vencional em conjunto com métodos heurísticos de otimização (Carlisle, 1997; Ng *et al.*, 2000).

Os modelos simplificados apresentados foram elaborados levando em consideração que os alimentadores e cargas são trifásicos e equilibrados, representados por um circuito equivalente por fase. Caso existam cargas ou trechos de alimentadores monofásicos, bifásicos ou desequilibrados, é possível estender a formulação, utilizando um modelo trifásico de forma praticamente direta.

Agradecimentos

O desenvolvimento deste trabalho foi parcialmente apoiado pela Companhia Estadual de Energia Elétrica (CEEE), através de seus programas P&D ANEEL.

Referências Bibliográficas

- Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). *Resolução no 505, 26 de novembro de 2001.*
- Carlisle, J. C., El-Keib, A. A., Boyd, D., Nolan, K. (1997). A Review of Capacitor Placement Techniques on Distribution Feeders, *Proceedings of the Twenty-Ninth Symposium on System Theory*, pp.359–365.
- Haffner, S., Pereira, L. F., Pereira, L. A., Barreto, L. (2006). Modelo multi-estágio de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição. *Sba Controle & Automação*, 17(4): 478–492.
- Haffner, S., Pereira, L. F., Pereira, L. A., Barreto, L. (2008a). Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation - Part I: problem formulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2): 915–923.
- Haffner, S., Pereira, L. F., Pereira, L. A., Barreto, L. (2008b). Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation - Part II: numerical results. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2): 924–929.
- Marchesan, M. M., Haffner, S., Lemos, F. A. B., Pereira, L. A., Gasperin, L. V. (2005). Modelos simplificados para otimização de redes de distribuição de energia elétrica, *VI Congresso Latinoamericano de Generación y Transporte de Energía Eléctrica*, Mar del Plata, pp.1–6.
- Monticelli, A. e Garcia, A. (2003). *Introdução a sistemas de energia elétrica*. Editora da Unicamp, 251 p.
- Ng, H. N., Salama, M. M., Chikhani, A. Y. (2000). Classification of Capacitor Allocation Techniques, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 15(1): 387–392.
- Romero, R., Monticelli, A., Garcia, A. e Haffner, S. (2002). Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, 149(1): 27–36.

Simplified Models to Determine Nodal Voltages in Problems of Optimal Allocation of Capacitor Banks in Power Distribution Networks

L. A. Pereira, S. Haffner, and L. V. Gasperin

Abstract—This paper presents two simplified models to determine nodal voltages in power distribution networks. These models allow estimating the impact of the installation of reactive power compensations equipments like fixed or switched capacitor banks. The procedure used to develop the models is similar to the procedure used to develop linear power flow models of transmission lines, which have been widely used in optimization problems of operation planning and system expansion. The steady state non-linear load flow equations are approximated by linear equations relating the voltage amplitude and currents. The approximations of the linear equations are based on the high relationship between line resistance and line reactance (ratio R/X), which is valid for power distribution networks. The performance and accuracy of the models are evaluated through comparisons with the exact results obtained from the solution of the load flow using two test networks: a hypothetical network with 23 nodes and a real network with 217 nodes.

Keywords—Distribution network models, distribution systems, optimization, power system planning.

I. INTRODUCTION

PLANNING is a very important task for power system companies, as financial investment are based on the guidelines stated by the planning. In the specific case considered here the decision is about the location where new capacitor banks shall be installed. This action aims to adequate the distribution system to supply electric energy to new consumers and at the same time to keep node voltage levels within the required upper and lower limits. Costs and benefits coming from the choice of a specific location for the capacitors have to be judiciously evaluated once they have a strong influence on the final decision. Benefits from installing capacitors arise basically from: investment postponing, electric loss reduction, improvement of voltage profile,

This work has been partially supported by CEEE (State Electric Power Company, Brazil) through a research project. The authors would also thank to Eng. Jeferson de Oliveira Gonçalves (CEEE) by his collaboration and support during the development of this work.

L. A. Pereira and L. V. Gasperin are with the Electrical Engineering Department of Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul, Av. Ipiranga, 6681, Bairro Partenon – 90619-900, Porto Alegre, RS, Brazil – Tel: +55 (51) 3320 3540 (e-mail: lpereira@pucrs.br, leonardo.gasperin@pucrs.br).

S. Haffner is with the Electrical Engineering Department of Santa Catarina State University, Campus Universitário Prof. Avelino Marcante s/n, Bairro Bom Retiro – 89223-100, Joinville, SC, Brazil – Tel: +55 (47) 4009-7898, Fax: +55 (47) 4009-7940 (e-mail: haffner@ieee.org).

available capacity expansion, and load supply reliability [1]. These issues lead to development of software tools to aid decision makers in choosing the best alternative based on the technical and economic criteria. Reliable network models play in this context a crucial role, as they allow determining the network behavior under different conditions.

For power system analysis, loads are in general represented by constant current injections at the network nodes, while transmission lines and transformers are represented by fixed impedances. In this representation the power balance equations leads to a problem known as load flow, which is described by non-linear equations relating the constant power injections with the magnitude and phase angle of the nodal voltages [2]. Optimization problems that use this approach become very complicated, given that they have to handle non-linear constraints involving power flow and nodal voltage phasors. To overcome this difficulty in problems of planning and expansion of high and extra high voltage systems, network simplified models have been developed and successfully applied in [3]. Based on this approach new simplified models have been developed to represent distribution network for use in problems of feeder expansion. Excellent results were obtained with these models under several load conditions, network topology and conductor gauge, as reported in [4]. However, these models do not allow representing the effect of capacitor banks, as the nodal injection are represented only by the apparent power with no separation between reactive and active power. The present paper introduces an extension of the linearized models presented in [4], where the effect of capacitor banks is obtained by the superposition of the effects of active and reactive power. This kind of representation proved to be very adequate and allows representing the effect of installation of capacitor banks in the network with very good accuracy. The simplified models presented in this paper are derived from the models described in [5][6], where current injection has been successfully applied to the problem of expansion planning of distribution network.

In the first part of this paper classical network models are briefly reviewed. Next, in the second part, the simplified distribution network models are presented. These models have been developed mainly to determine nodal voltage in optimization problems. In the third part, comparisons between

exact results – obtained with the solution of load flow – and the corresponding results obtained with the simplified models are presented and discussed in order to assess the model performance and accuracy. Finally, the main conclusions about the model application are presented and the main results are commented.

II. CLASSICAL NETWORK MODELS

In classical network models, the electric power system is represented by a set of nodes, where loads and generators are assumed to be located, and branches, representing transmission lines and transformers, both connecting two nodes. For the steady state system analysis two basic models are in general used to represent the relationship between node and branch variables: the exact model, called conventional AC load flow, and the approximate linearized model, called DC load flow.

A. Conventional Load Flow Model

In the conventional load flow model there are four variables for each network node: voltage amplitude (V_k), voltage phase angle (θ_k), net active power injection (P_k) and net reactive power injection (Q_k). Network branches are associated with the current and power flow, which are obtained from the node voltages and from the parameters of the equivalent circuit. For each network branch having a transmission line – or a transformer – the current (\bar{I}_{km}), the active and reactive power flows (\bar{S}_{km}) are given by:

$$\bar{I}_{km} = -a_{km} \bar{y}_{km} \bar{V}_k + (\bar{y}_{km} + jb_{km}^{sh}) \bar{V}_m \quad (1)$$

$$\bar{S}_{km} = P_{km} + jQ_{km} = \bar{V}_k \bar{I}_{km}^* \quad (2)$$

Where $\bar{y}_{km} = g_{km} + jb_{km}$ is the series admittance, a_{km} is the transformer voltage ratio (for transmission lines $a_{km} = 1$ pu) and b_{km}^{sh} is the shunt admittance of the pi-model of the transmission line (for transformers $b_{km}^{sh} = 0$).

Given that the steady state currents and voltages are represented by phasors (complex numbers), in equations (1) and (2), current and power flows are described by non-linear equations in terms of amplitude and phase angle of their terminal voltages. For instance, the real part of the current and power flow (active power) from node k to m are defined as follows:

$$\text{Re}\{\bar{I}_{km}\} = a_{km}^2 V_k \left[g_{km} \cos \theta_k - (b_{km} + b_{km}^{sh}) \sin \theta_k \right] - a_{km} V_m (g_{km} \cos \theta_m - b_{km} \sin \theta_m) \quad (3)$$

$$\text{Re}\{\bar{S}_{km}\} = P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (4)$$

In the last expression the definition $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ was used. Applying the Kirchoff's Current Law (KCL) for each node, the following matrix relationship between current injections and nodal voltages can be obtained [2]:

$$\underline{I} = \underline{YV} \quad (5)$$

where \underline{I} is a vector of nodal current injections, \underline{V} is a vector of nodal voltages, and \underline{Y} is the nodal admittance matrix whose elements are given by:

$$Y_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km}^2 \bar{y}_{km} + jb_{km}^{sh})$$

$$Y_{km} = -a_{km} \bar{y}_{km} \quad m \in \Omega_k \quad (6)$$

$$Y_{km} = 0 \quad m \notin \Omega_k$$

where b_k^{sh} is the susceptance joining node k and the reference node (ground node), Ω_k is the set of all neighboring nodes of node k .

Applying equation (5) to a network with N nodes results in vectors with dimension N for voltages and currents, it also results in an admittance matrix of dimension $N \times N$. Finally, it must be pointed out that all voltages are referred to the ground node, whose order number is $N+1$.

B. Linearized Load Flow Model

The linearized load flow model can be viewed as an approximation of the conventional load flow model. It was developed to represent high and extra high voltage networks, it is typically applied in cases such as: solution of a number of load flow problems, problems where the convergence is difficult to achieve, simplified representation of load flow equations in optimization problems [3]. The approximations carried out in this model aim primarily avoiding the use of the non-linear equations given by (1) and (2). Furthermore, this model has been widely used in the analysis of contingences and in optimization models applied to planning, expansion and operation of power system [7]. The linearized load flow model is obtained introducing the following approximations in the equations of the conventional load flow model [2]: the voltage amplitudes are assumed to be equal to their rated values ($V_k \approx V_m \approx 1$ pu); active power losses are disregarded; load angles are assumed small, implying $\sin \theta_{km} \approx \theta_{km}$; branch resistance are much lower than the branch reactance ($b_{km} \approx -(x_{km})^{-1}$). These approximations lead to the linearized model, in which each node has now only two variables: nodal voltage phase angle (θ_k) and net active power injection (P_k). Each branch has an associated active power flow (P_{km}) that is determined from the terminal voltage phase angle and from the branch reactance (x_{km}) applying the following equation:

$$P_{km} = (x_{km})^{-1} \theta_{km} \quad (7)$$

$$P_{mk} = -P_{km} = (x_{km})^{-1} \theta_{mk} \quad (8)$$

In this way, the relationship between active power flow and load angle becomes linear. In addition, this relationship is similar to that one existing between current flow and nodal voltages of a DC circuit. The name DC Load Flow comes from this similarity. As the losses are neglected the system of equations is singular. Therefore, it is necessary to eliminate one equation and assume one node as being the angular

reference. As a consequence a system of $N-1$ non-singular equations and $N-1$ unknown variables arises [2].

III. SIMPLIFIED MODELS FOR DISTRIBUTION NETWORKS

In general for power transmission lines the relationship between branch resistance and branch reactance (R/X) lies between 0.1 and 0.3. In addition, the power flow is strongly dependent on the phase angle of the nodal voltage. On the other hand, for distribution lines R/X is higher than 1.0 and the power flow is strongly dependent on the magnitude of the nodal voltage. Considering this fact, the approximations commonly used to derive the linearized model are not valid for distribution networks because the R/X ratio is different from the assumed value. This can be better understood considering Fig. 1 where the correct values of the phase angle are plotted together with the phase angles calculated with the linearized model and for a varying ratio R/X . Fig. 1 was based on a distribution network with 23 nodes, for which the ratio R/X of each branch was allowed to vary. For the case shown in Fig. 1(a) the mean value of R/X is 0.22 and for the case in Fig. 1(b) the mean value is 2.2. Moreover, the first case (Fig. 1(a)) represents the typical case of transmission lines. In this

case a good agreement between both results can be observed. In the second case (Fig. 1(b)) very different results are obtained, making the linearized model inadequate for such cases.

The models described in what follows are modified versions of the linearized network model. They have been specifically developed to represent distribution networks with high ratio R/X . The conventional linearized model uses constant power injections, phase angles of the node voltages and branch reactances. Instead of using these parameters, the two simplified models presented here use constant current injections – determined under assumption that the node voltages are at their rated values –, node voltage amplitude, and branch impedances. In both models, loads are represented by current injections. This way of representing loads can be considered as a new approach, given that, in general, power injection – as in the case of conventional load flow – or constant impedances is used to represent load [8]. This new kind of approach has as main advantage the fact that the current injections become independent from the nodal voltages, simplifying the set of equations.

A. Simplified Model 1

This model has been primarily developed to simplify the determination of the nodal voltages in distribution networks. In addition, the model should also allow determining the effect of the installation of capacitor banks along the network feeders. In this model the complex nodal voltages are replaced by real voltages representing their amplitudes. The currents, however, keep their complex form, having both real and imaginary parts. As detailed in what follows, the voltage drops (ΔV_{km}) are calculated using only the real part of the product from the complex branch impedance (z_{km}) and the complex branch current (f_{km}). Thus, the following expression can be defined for ΔV_{km} :

$$\Delta V_{km} = z_{km} \cdot f_{km} = (r_{km} + jx_{km}) \cdot (\text{Re}\{f_{km}\} + j \text{Im}\{f_{km}\}) \quad (9)$$

$$\Delta V_{km} = r_{km} \cdot \text{Re}\{f_{km}\} - x_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} + j(r_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} + x_{km} \cdot \text{Re}\{f_{km}\}) \quad (10)$$

In distribution networks the imaginary part of the voltage drop ΔV_{km} has practically no influence on the amplitude of ΔV_{km} . Therefore, only the real part of ΔV_{km} is accounted, resulting in an approximate expression given by:

$$\Delta V_{km} \cong \text{Re}\{z_{km} \cdot f_{km}\} = r_{km} \text{Re}\{f_{km}\} - x_{km} \text{Im}\{f_{km}\} \quad (11)$$

According to the preceding expression the voltage drop ΔV_{km} in each branch of the network can be determined by adding the effects of the real and imaginary part of the complex current. Each part of the current can be considered as circulating in two separate circuits, one formed by the branch resistance (r_{km}) and the other formed by the branch reactance (x_{km}):

$$\Delta V_{km} \cong \Delta V_{km}^A + \Delta V_{km}^B \quad (12)$$

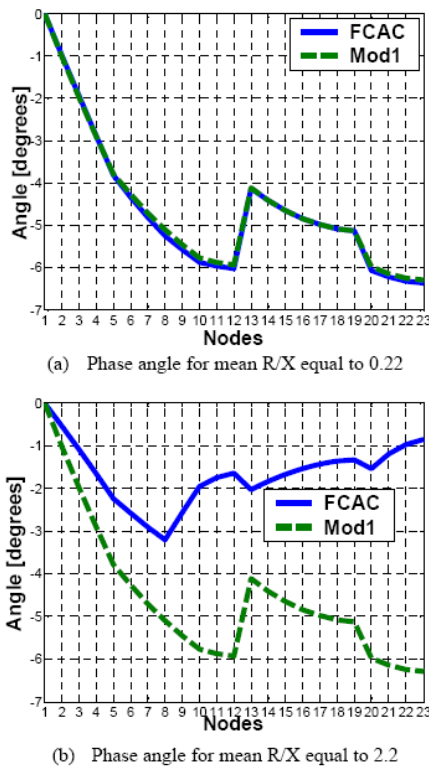


Fig. 1 Comparison of the results obtained with the linearized model (Mod1) and the exact model (FCAC) considering a varying ratio R/X and a distribution network with 23 nodes

The individual voltage drop is defined as:

$$\Delta V_{km}^A = r_{km} \cdot \text{Re}\{f_{km}\} = V_k^A - V_m^A \quad (13)$$

$$\Delta V_{km}^B = -x_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} = V_k^B - V_m^B \quad (14)$$

The amplitude of the nodal voltages can be obtained as follows:

$$\underline{V} = \underline{V}^A + \underline{V}^B \quad (15)$$

The terms \underline{V}^A and \underline{V}^B are obtained through the application of the Kirchhoff's Current Law to each network node, as stated by equation (5). Using the modified admittance matrix results in:

$$\underline{V}^A = [Y_R]^{-1} \cdot \text{Re}\{-d\} \quad (16)$$

$$\underline{V}^B = -[Y_X]^{-1} \cdot \text{Im}\{-d\} \quad (17)$$

$$d_k = \left(\frac{\bar{S}_k}{\bar{V}_k} \right)^* \bar{V}_k = 1, 0 \begin{matrix} 0 \\ -s \end{matrix} \quad (18)$$

where Y_R is the network modified admittance matrix that is obtained when only the branch resistances are considered; in a similar fashion Y_X is the modified admittance matrix which includes only branch reactances. With these definitions, equations (13) and (14) can now be rewritten in terms of nodal voltages:

$$\Delta V_{km}^A = V_k^A - V_m^A = \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^A \quad (19)$$

$$\Delta V_{km}^B = V_k^B - V_m^B = \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^B \quad (20)$$

The vector \underline{e}_{km}^T has zeros in all elements except in the positions k and m that have values $+1$ and -1 , respectively.

B. Simplified Model 2

Through several tests, performed with a number of different networks and under different conditions, it was observed that the accuracy of model 1 can be improved introducing a correction factor K_{km}^R into the real part of the impedance. The factor K_{km}^R is determined from the voltage drops calculated with the simplified model 1 (ΔV_{km}^{MA1}) and also from the exact voltage drops given by the solution of the non-linear load flow (ΔV_{km}^{FCAC}):

$$\Delta V_{km} = K_{km}^R \cdot r_{km} \cdot \text{Re}\{f_{km}\} + x_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} = K_{km}^R \cdot \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^A + \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^B \quad (21)$$

$$\Delta V_{km}^{FCAC} = \underline{e}_{km}^T \cdot (K_{km}^R \cdot \underline{V}^A + \underline{V}^B) \quad (22)$$

$$K_{km}^R = \frac{\Delta V_{km}^{FCAC} - \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^B}{\underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^A} \quad (23)$$

For a given network, the exact values of voltage amplitudes can be obtained, if the factor K_{km}^R is determined for each individual network branch. In optimization problems aiming to determine the best location for the capacitor banks, node voltages are sought for distinct network topologies and branch configurations. In such problems the node voltages have to be determined by an efficient algorithm, which allows the optimization problem to achieve a solution in reasonable time

and with affordable computational effort. Thus, the factors K_{km}^R are determined just once for the initial configuration of the network. They are then kept fixed for the whole optimization process.

IV. MODEL PERFORMANCE AND PRACTICAL RESULTS

The accuracy of the proposed simplified models has been evaluated based on two distribution networks: a theoretical network with 23 nodes and a real network with 217 nodes. The problem considered here is the optimal location of capacitor banks along the feeders of the distribution network. In fact, node voltage are an essential information for the optimization process, because the main reason to install capacitors in the network is namely to improve the voltage level at each node (voltage profile). The test consists in placing capacitor banks of 600 and 1,200 kVAr in several distinct network nodes and evaluating the model performance. After placing a capacitor bank, the errors in the node voltages are obtained through a comparison with the exact values from the AC flow solution. In what follows, the results for each example networks are presented and discussed.

A. Test Network with 23 Nodes

This network is analyzed in [9] and has 13.8 kV as rated voltage; its nodes are numbered from 2 to 23, as shown schematically in Fig. 2. For the sake of test each node is loaded with 189 kW and 124 kVAr summing up 4.158 MW e 2.728 MVar in the whole network. The network branches are all 2 km long and are wired with three different aluminum cable types: 336.4 AAC, 2/0 AAC e 1 AAC. The impedance of each cable type is $0.348+j0.854 \Omega$, $0.946+j0.844 \Omega$ and $1.528+j0.916 \Omega$, respectively.

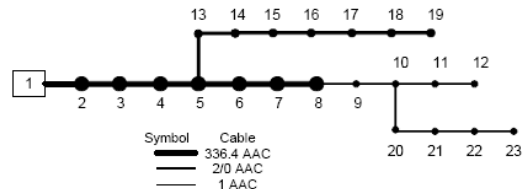


Fig. 2 Example network with 23 nodes

The first test consisted in placing a single capacitor bank of 600 kVAr in one of the 22 network nodes. For this network the correction factors calculated with equation (23) are within the range going from 1.2210 to 1.5089. The capacitor bank was located initially at node 2 and moved successively to the next, until all 22 nodes have been evaluated with the capacitor placed once at each node. Each time the capacitor bank was moved all node voltages were calculated and compared with their exact values obtained with the exact load flow. The plot in Fig. 3 shows the mean percent error – obtained considering all 23 nodes - for each of the 22 capacitor bank locations along the network. The biggest percent errors found in all the 22 situations analyzed were 3.19% and 0.19% for the

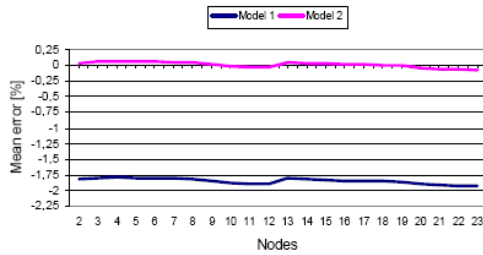


Fig. 3 Mean error in nodal voltages for the example network with 23 nodes and a capacitor bank of 600 kVAr placed one time at each node

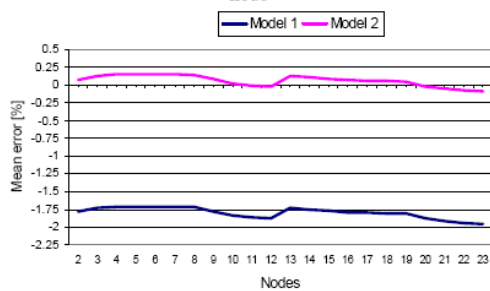


Fig. 4 Mean error in nodal voltages for the example network with 23 nodes and a capacitor bank of 1,200 kVAr placed one time at each node

simplified model 1 and 2 respectively and with the capacitor bank located at node 23. The errors resulting from model 1 are significantly bigger when compared to the errors obtained with the use of model 2. The latter performed very well, leading to errors below 0.25% in comparison to the exact node voltages in all situations studied. Furthermore, the mean error is about the same irrespective the capacitor location in the network.

Similar to the first test, for the second test a single capacitor bank of 1,200 kVAr was successively placed at each node. The same correction factors as in the preceding test have been used for this test. In this case, the biggest mean errors are 3.29% e 0.30% for the simplified model 1 and 2 respectively and with the capacitor bank located at node 23. Fig. 4 illustrates the mean percent errors which were obtained considering the voltage of all nodes for each capacitor bank location.

Also in this test the simplified model 2 performed better in terms of accuracy, as the errors are much smaller in comparison to the model 1. In all situations evaluated the error was less than 0.5% in relation to the exact value. Finally, it is worthwhile to note that Fig. 3 and 4 have practically the same shape but at different scales.

B. Test Network with 217 Nodes

This network is part of a real distribution network made up of a three phase distribution feeder which is 8.519 km long and operates at 13.8 kV as rated the voltage [9]. The feeder

total load is 7.46 MW and 2.64 MVar. The topology of this network is represented in Fig. 5, while a three dimensional view of the load distribution can be seen in Fig. 6.

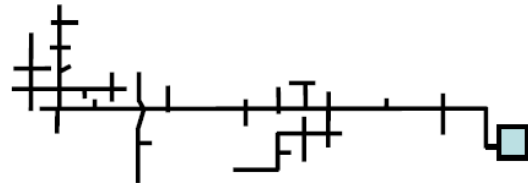


Fig. 5 Diagram of the example network with 217 nodes

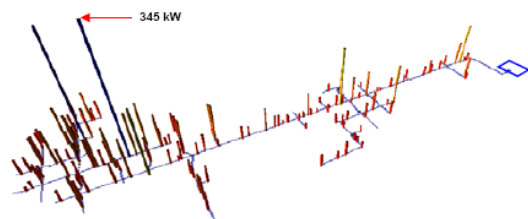


Fig. 6 Three dimensional view of the active load distribution along the network

Similar to the procedure adopted for the example network with 23 nodes, first the correction factors K_{km}^R for this network have been determined based on equation (23). This procedure resulted in values for the correction factors ranging from 1.0249 to 1.3554. In Fig. 7 the mean percent errors are plotted for the case of a single capacitor bank of 600 kVAr. The capacitor bank was successively placed at each of the network nodes, as proceeded before. The biggest errors in this case have been found as 1.14% for the simplified model 1 and 0.045% for the simplified model 2.

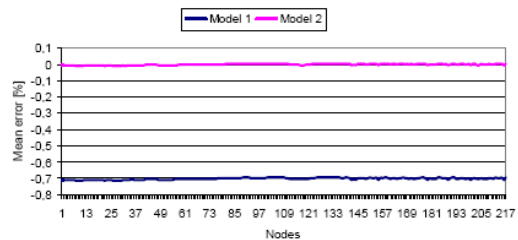


Fig. 7 Mean error in nodal voltages for the example network with 217 nodes and a capacitor bank of 600 kVAr placed one time at each node

It can be recognized from Fig. 7 that the model 2 performed better than model 1, as the mean errors are much smaller. Even for networks with a large number of nodes the mean percent errors are within acceptable limits.

For the next test a capacitor bank of 1,200 kVAr was used and the same procedure already outlined was repeated. The

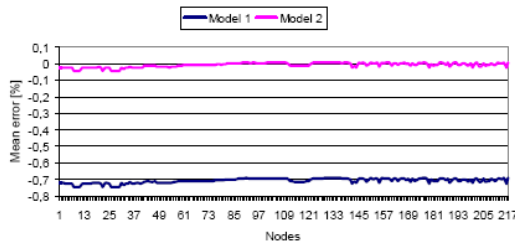


Fig. 8 Mean error in nodal voltages for the example network with 217 nodes and a capacitor bank of 1,200 kVAr placed one time at each node

mean errors for this case are reproduced in Fig. 8. The biggest mean error obtained with the simplified model 1 is 1.21%; using the model 2 the error becomes 0.11%. As in the preceding cases, the errors obtained with the model 2 are very low, they are, however, bigger for the capacitor bank of 1,200 kVAr than for 600 kVAr.

A further test has been carried out using this network, this time using two capacitor banks of 1,200 kVAr each one. Their locations have been chosen in such a way to improve the node voltages or to reduce the active power losses in the feeder, as described in [9]. The mean percent errors under this condition are reproduced in Table I. For both models the mean errors increased in comparison to the case of only one capacitor bank. However, the errors can still be considered acceptable considering the main purpose of the model. The first three rows in Table I refer to the choice of the capacitor location aiming at voltage level improvement. This strategy lead to bigger errors compared to the choice of the location aiming to reduce active power loss, given by the four last rows in Table I. The results obtained with model 2 are far better than those obtained with model 1, being the errors significantly smaller. The biggest mean error for the case of two capacitor banks was 1.26% for the model 1 and 0.16% for the model 2. These errors correspond to the location of the capacitor at nodes 7 and 27 respectively.

V. CONCLUSION

The simplified linear models of distribution network presented in this paper showed excellent results when applied to determine the node voltage amplitudes, as the practical test with example networks demonstrated. The differences in the voltage values obtained with the simplified models and the exact values obtained with the non-linear load flow are well acceptable, keeping in mind the context of optimization problems and approximate network representation. Thus, using the proposed models in optimization problems it is possible to handle voltage limit constraints and at the same time to keep the optimization problem linear. Non-linear optimization problems are far more complex than linear problems, being the solution more difficult to obtain, in some cases it is even impossible to obtain a solution.

The practical tests showed that the simplified model 2 give

better results than the model 1 due the difference in the correction factor used. The correction factors are determined only once and using the initial network topology with no capacitor banks. These factors are then kept the same during the whole optimization process despite the installation of capacitor banks at some nodes. The application of the model to example networks showed that the influence of capacitor banks in the correction factor is in practice very small, which validates the procedure adopted. These issues make the models very appropriated for using in optimization problems aiming to determine the best location for the capacitor banks to improve the network voltage profile. The use of the models allows solving a linear optimization problem instead of a non-linear problem, which is a very important advantage.

TABLE I
MEAN ERRORS IN THE NODE VOLTAGES CALCULATED WITH SIMPLIFIED MODELS. ERRORS ARE EXPRESSED IN PERCENT IN RELATION TO EXACT VALUES DETERMINED FROM THE SOLUTION OF THE LOAD FLOW

Nodes	Node voltage error (%)			
	Model 1		Model 2	
	Mean	Maximum	Mean	Maximum
23, 30	0.7834	1.2426	0.0845	0.1456
7, 27	0.7886	1.2588	0.0898	0.1607
7, 22	0.7883	1.2571	0.0895	0.1591
31, 77	0.7299	1.1154	0.0311	0.0397
20, 77	0.7289	1.1130	0.0301	0.0388
17, 77	0.7307	1.1172	0.0319	0.0404
52, 77	0.7282	1.1113	0.0294	0.0382

REFERENCES

- [1] Willis, H. L. (2004). "Power distribution planning reference book", Second Edition, Marcel Dekker, Inc. 1217 pag.
- [2] Monticelli, A. e Garcia, A. (2003). Introduction to Electric Power Systems (in portuguese). Editora da Unicamp, 251p.
- [3] Romero, R., Monticelli, A., Garcia, A. e Haffner, S. (2002). "Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning", IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol 149, No. 1, January, pp. 27-36.
- [4] Marquesan, M. M., Haffner, S., Lemos, F.A.B., Pereira, L.A. e Gasperin L.V. (2005). "Simplified models of distribution networks for use in optimization problems" (in portuguese), "Book of Abstracts and Proceeding of the 6th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission".
- [5] Haffner, S., Pereira, L. F. A., Pereira, L. A., Barreto, L., (2008). "Multistage Model for distribution Expansion Planning with Distributed Generation – Part I: Problem Formulation", IEEE Transactions on Power Delivery".
- [6] Haffner, S., Pereira, L. F. A., Pereira, L. A., Barreto, L., (2008). "Multistage Model for distribution Expansion Planning with Distributed Generation – Part II: Numerical Results", IEEE Transactions on Power Delivery".
- [7] Lauby, M. G. (1988). "Evaluation of a local DC load flow screening method for branch contingency selection of overloads", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 3, August, pp. 923-928.
- [8] Haque, M. H. (1996). "Load flow solution of distribution systems with voltage dependent load models", Electric Power Systems Research, 36, pp. 151-156.
- [9] Alves, M. L. (2005). "System for Optimal Capacitors and Voltage Regulators Allocation in Electric Power Distribution Networks" (in portuguese) - Msc Dissertation – PUCRS, Brazil.
- [10] Haffner, S., Alves, M. L. (2005). "Optimal allocation of capacitor banks and voltage regulator in electric power distribution networks" (in

portuguese), "Book of Abstracts and Proceeding of the 6th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission".

Luis Alberto Pereira received the B.E. degree in electrical engineering from the Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brazil. He received the Msc. degree from the Santa Catarina Federal University, Florianópolis, Brazil in 1992 and the Dr.-Ing. degree from the University of Kaiserslautern, Kaiserslautern, Germany, in 1997. Currently, He is a Professor of Electrical, Control and Computer Engineering at the Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul. His main research fields are design and analysis of electrical machines and power system planning.

Sérgio Haffner received the B.E. degree in electrical engineering from the Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul (PUCRS), Porto Alegre, Brazil, in 1987, and the M.S. and Dr. degrees in electrical engineering from Universidade de Campinas (UNICAMP), Campinas, Brazil, in 1990 and 2000. Currently, he is an Associate Professor of Electrical Engineering in the Electrical Engineering Department of the State University of Santa Catarina (UDESC). His research interests are in the area of power systems planning, operation and optimization areas.

Leonardo Varaschin Gasperin received the B.E. degree in electrical engineering from the Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul (PUCRS), Porto Alegre, Brazil, in 2006. Currently, he is a graduate student of Electrical Engineering at PUCRS.

Simplified Models to Determine Nodal Voltages in Problems of Optimal Allocation of Capacitor Banks in Power Distribution Networks

L. A. Pereira, S. Haffner, and L. V. Gasperin

Abstract—This paper presents two simplified models to determine nodal voltages in power distribution networks. These models allow estimating the impact of the installation of reactive power compensations equipments like fixed or switched capacitor banks. The procedure used to develop the models is similar to the procedure used to develop linear power flow models of transmission lines, which have been widely used in optimization problems of operation planning and system expansion. The steady state non-linear load flow equations are approximated by linear equations relating the voltage amplitude and currents. The approximations of the linear equations are based on the high relationship between line resistance and line reactance (ratio R/X), which is valid for power distribution networks. The performance and accuracy of the models are evaluated through comparisons with the exact results obtained from the solution of the load flow using two test networks: a hypothetical network with 23 nodes and a real network with 217 nodes.

Keywords—Distribution network models, distribution systems, optimization, power system planning.

I. INTRODUCTION

PLANNING is a very important task for power system companies, as financial investment are based on the guidelines stated by the planning. In the specific case considered here the decision is about the location where new capacitor banks shall be installed. This action aims to adequate the distribution system to supply electric energy to new consumers and at the same time to keep node voltage levels within the required upper and lower limits. Costs and benefits coming from the choice of a specific location for the capacitors have to be judiciously evaluated once they have a strong influence on the final decision. Benefits from installing capacitors arise basically from: investment postponing, electric loss reduction, improvement of voltage profile,

available capacity expansion, and load supply reliability [1]. These issues lead to development of software tools to aid decision makers in choosing the best alternative based on the technical and economic criteria. Reliable network models play in this context a crucial role, as they allow determining the network behavior under different conditions.

For power system analysis, loads are in general represented by constant current injections at the network nodes, while transmission lines and transformers are represented by fixed impedances. In this representation the power balance equations leads to a problem known as load flow, which is described by non-linear equations relating the constant power injections with the magnitude and phase angle of the nodal voltages [2]. Optimization problems that use this approach become very complicated, given that they have to handle non-linear constraints involving power flow and nodal voltage phasors. To overcome this difficulty in problems of planning and expansion of high and extra high voltage systems, network simplified models have been developed and successfully applied in [3]. Based on this approach new simplified models have been developed to represent distribution network for use in problems of feeder expansion. Excellent results were obtained with these models under several load conditions, network topology and conductor gauge, as reported in [4]. However, these models do not allow representing the effect of capacitor banks, as the nodal injection are represented only by the apparent power with no separation between reactive and active power. The present paper introduces an extension of the linearized models presented in [4], where the effect of capacitor banks is obtained by the superposition of the effects of active and reactive power. This kind of representation proved to be very adequate and allows representing the effect of installation of capacitor banks in the network with very good accuracy. The simplified models presented in this paper are derived from the models described in [5][6], where current injection has been successfully applied to the problem of expansion planning of distribution network.

In the first part of this paper classical network models are briefly reviewed. Next, in the second part, the simplified distribution network models are presented. These models have been developed mainly to determine nodal voltage in optimization problems. In the third part, comparisons between

This work has been partially supported by CEEE (State Electric Power Company, Brazil) through a research project. The authors would also thanks to Eng. Jeferson de Oliveira Gonçalves (CEEE) by his collaboration and support during the development of this work.

L. A. Pereira and L. V. Gasperin are with the Electrical Engineering Department of Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul, Av. Ipiranga, 6681, Bairro Partenon – 90619-900, Porto Alegre, RS, Brazil – Tel: +55 (51) 3320 3540 (e-mail: lpereira@puccs.br, leonardo.gasperin@puccs.br).

S. Haffner is with the Electrical Engineering Department of Santa Catarina State University, Campus Universitário Prof. Avelino Marcante s/n, Bairro Bom Retiro – 89223-100, Joinville, SC, Brazil – Tel: +55 (47) 4009-7898, Fax: +55 (47) 4009-7940 (e-mail: haffner@ieeee.org).

exact results – obtained with the solution of load flow – and the corresponding results obtained with the simplified models are presented and discussed in order to assess the model performance and accuracy. Finally, the main conclusions about the model application are presented and the main results are commented.

II. CLASSICAL NETWORK MODELS

In classical network models, the electric power system is represented by a set of nodes, where loads and generators are assumed to be located, and branches, representing transmission lines and transformers, both connecting two nodes. For the steady state system analysis two basic models are in general used to represent the relationship between node and branch variables: the exact model, called conventional AC load flow, and the approximate linearized model, called DC load flow.

A. Conventional Load Flow Model

In the conventional load flow model there are four variables for each network node: voltage amplitude (V_k), voltage phase angle (θ_k), net active power injection (P_k) and net reactive power injection (Q_k). Network branches are associated with the current and power flow, which are obtained from the node voltages and from the parameters of the equivalent circuit. For each network branch having a transmission line – or a transformer – the current (\bar{I}_{km}), the active and reactive power flows (\bar{S}_{km}) are given by:

$$\bar{I}_{km} = -a_{km}\bar{y}_{km}\bar{V}_k + (\bar{y}_{km} + jb_{km}^{sh})\bar{V}_m \quad (1)$$

$$\bar{S}_{km} = P_{km} + jQ_{km} = \bar{V}_k\bar{I}_{km}^* \quad (2)$$

Where $\bar{y}_{km} = g_{km} + jb_{km}$ is the series admittance, a_{km} is the transformer voltage ratio (for transmission lines $a_{km} = 1$ pu) and b_{km}^{sh} is the shunt admittance of the pi-model of the transmission line (for transformers $b_{km}^{sh} = 0$).

Given that the steady state currents and voltages are represented by phasors (complex numbers), in equations (1) and (2), current and power flows are described by non-linear equations in terms of amplitude and phase angle of their terminal voltages. For instance, the real part of the current and power flow (active power) from node k to m are defined as follows:

$$\text{Re}\{\bar{I}_{km}\} = a_{km}^2 V_k [g_{km} \cos \theta_k - (b_{km} + b_{km}^{sh}) \sin \theta_k] - a_{km} V_m (g_{km} \cos \theta_m - b_{km} \sin \theta_m) \quad (3)$$

$$\text{Re}\{\bar{S}_{km}\} = P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (4)$$

In the last expression the definition $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ was used. Applying the Kirchhoff's Current Law (KCL) for each node, the following matrix relationship between current injections and nodal voltages can be obtained [2]:

$$\underline{I} = Y\underline{V} \quad (5)$$

where \underline{I} is a vector of nodal current injections, \underline{V} is a vector of nodal voltages, and Y is the nodal admittance matrix whose elements are given by:

$$\begin{aligned} Y_{kk} &= jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km}^2 \bar{y}_{km} + jb_{km}^{sh}) \\ Y_{km} &= -a_{km} \bar{y}_{km} & m \in \Omega_k \\ Y_{km} &= 0 & m \notin \Omega_k \end{aligned} \quad (6)$$

where b_k^{sh} is the susceptance joining node k and the reference node (ground node), Ω_k is the set of all neighboring nodes of node k .

Applying equation (5) to a network with N nodes results in vectors with dimension N for voltages and currents, it also results in an admittance matrix of dimension $N \times N$. Finally, it must be pointed out that all voltages are referred to the ground node, whose order number is $N+1$.

B. Linearized Load Flow Model

The linearized load flow model can be viewed as an approximation of the conventional load flow model. It was developed to represent high and extra high voltage networks, it is typically applied in cases such as: solution of a number of load flow problems, problems where the convergence is difficult to achieve, simplified representation of load flow equations in optimization problems [3]. The approximations carried out in this model aim primarily avoiding the use of the non-linear equations given by (1) and (2). Furthermore, this model has been widely used in the analysis of contingences and in optimization models applied to planning, expansion and operation of power system [7]. The linearized load flow model is obtained introducing the following approximations in the equations of the conventional load flow model [2]: the voltage amplitudes are assumed to be equal to their rated values ($V_k \approx V_m \approx 1$ pu); active power losses are disregarded; load angles are assumed small, implying $\sin \theta_{km} \approx \theta_{km}$; branch resistance are much lower than the branch reactance ($b_{km} \approx -(x_{km})^{-1}$). These approximations lead to the linearized model, in which each node has now only two variables: nodal voltage phase angle (θ_k) and net active power injection (P_k). Each branch has an associated active power flow (P_{km}) that is determined from the terminal voltage phase angle and from the branch reactance (x_{km}) applying the following equation:

$$P_{km} = (x_{km})^{-1} \theta_{km} \quad (7)$$

$$P_{mk} = -P_{km} = (x_{km})^{-1} \theta_{mk} \quad (8)$$

In this way, the relationship between active power flow and load angle becomes linear. In addition, this relationship is similar to that one existing between current flow and nodal voltages of a DC circuit. The name DC Load Flow comes from this similarity. As the losses are neglected the system of equations is singular. Therefore, it is necessary to eliminate one equation and assume one node as being the angular

reference. As a consequence a system of $N-1$ non-singular equations and $N-1$ unknown variables arises [2].

III. SIMPLIFIED MODELS FOR DISTRIBUTION NETWORKS

In general for power transmission lines the relationship between branch resistance and branch reactance (R/X) lies between 0.1 and 0.3. In addition, the power flow is strongly dependent on the phase angle of the nodal voltage. On the other hand, for distribution lines R/X is higher than 1.0 and the power flow is strongly dependent on the magnitude of the nodal voltage. Considering this fact, the approximations commonly used to derive the linearized model are not valid for distribution networks because the R/X ratio is different from the assumed value. This can be better understood considering Fig. 1 where the correct values of the phase angle are plotted together with the phase angles calculated with the linearized model and for a varying ratio R/X. Fig. 1 was based on a distribution network with 23 nodes, for which the ratio R/X of each branch was allowed to vary. For the case shown in Fig. 1(a) the mean value of R/X is 0.22 and for the case in Fig. 1(b) the mean value is 2.2. Moreover, the first case (Fig. 1(a)) represents the typical case of transmission lines. In this

case a good agreement between both results can be observed. In the second case (Fig. 1(b)) very different results are obtained, making the linearized model inadequate for such cases.

The models described in what follows are modified versions of the linearized network model. They have been specifically developed to represent distribution networks with high ratio R/X. The conventional linearized model uses constant power injections, phase angles of the node voltages and branch reactances. Instead of using these parameters, the two simplified models presented here use constant current injections – determined under assumption that the node voltages are at their rated values -, node voltage amplitude, and branch impedances. In both models, loads are represented by current injections. This way of representing loads can be considered as a new approach, given that, in general, power injection – as in the case of conventional load flow – or constant impedances is used to represent load [8]. This new kind of approach has as main advantage the fact that the current injections become independent from the nodal voltages, simplifying the set of equations.

A. Simplified Model 1

This model has been primarily developed to simplify the determination of the nodal voltages in distribution networks. In addition, the model should also allow determining the effect of the installation of capacitor banks along the network feeders. In this model the complex nodal voltages are replaced by real voltages representing their amplitudes. The currents, however, keep their complex form, having both real and imaginary parts. As detailed in what follows, the voltage drops (ΔV_{km}) are calculated using only the real part of the product from the complex branch impedance (z_{km}) and the complex branch current (f_{km}). Thus, the following expression can be defined for ΔV_{km} :

$$\Delta V_{km} = z_{km} \cdot f_{km} = (r_{km} + jx_{km}) \cdot (\text{Re}\{f_{km}\} + j \text{Im}\{f_{km}\}) \quad (9)$$

$$\Delta V_{km} = r_{km} \cdot \text{Re}\{f_{km}\} - x_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} + j(r_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} + x_{km} \text{Re}\{f_{km}\}) \quad (10)$$

In distribution networks the imaginary part of the voltage drop ΔV_{km} has practically no influence on the amplitude of ΔV_{km} . Therefore, only the real part of ΔV_{km} is accounted, resulting in an approximate expression given by:

$$\Delta V_{km} \cong \text{Re}\{z_{km} \cdot f_{km}\} = r_{km} \text{Re}\{f_{km}\} - x_{km} \text{Im}\{f_{km}\} \quad (11)$$

According to the preceding expression the voltage drop ΔV_{km} in each branch of the network can be determined by adding the effects of the real and imaginary part of the complex current. Each part of the current can be considered as circulating in two separate circuits, one formed by the branch resistance (r_{km}) and the other formed by the branch reactance (x_{km}):

$$\Delta V_{km} \cong \Delta V_{km}^A + \Delta V_{km}^B \quad (12)$$

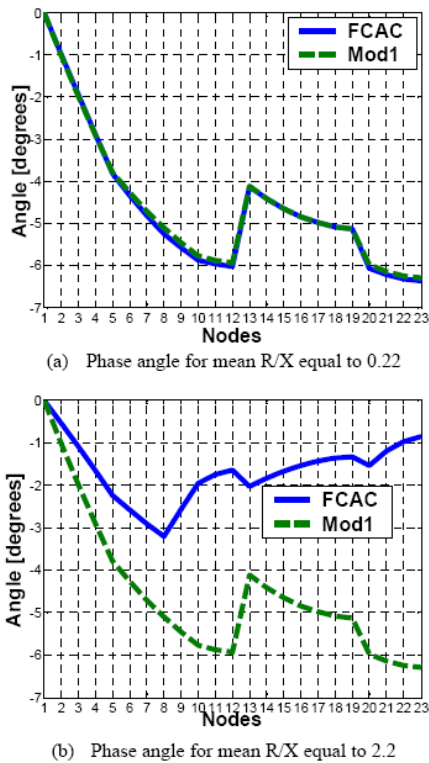


Fig. 1 Comparison of the results obtained with the linearized model (Mod1) and the exact model (FCAC) considering a varying ratio R/X and a distribution network with 23 nodes

The individual voltage drop is defined as:

$$\Delta V_{km}^A = r_{km} \cdot \text{Re}\{f_{km}\} = V_k^A - V_m^A \quad (13)$$

$$\Delta V_{km}^B = -x_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} = V_k^B - V_m^B \quad (14)$$

The amplitude of the nodal voltages can be obtained as follows:

$$\underline{V} = \underline{V}^A + \underline{V}^B \quad (15)$$

The terms \underline{V}^A and \underline{V}^B are obtained through the application of the Kirchhoff's Current Law to each network node, as stated by equation (5). Using the modified admittance matrix results in:

$$\underline{V}^A = [Y_R]^{-1} \cdot \text{Re}\{-\underline{d}\} \quad (16)$$

$$\underline{V}^B = -[Y_X]^{-1} \cdot \text{Im}\{-\underline{d}\} \quad (17)$$

$$d_k = \left(\frac{\bar{S}_k}{V_k} \right)^* \bar{V}_{k=1,0} \frac{0}{S_k} \quad (18)$$

where Y_R is the network modified admittance matrix that is obtained when only the branch resistances are considered; in a similar fashion Y_X is the modified admittance matrix which includes only branch reactances. With these definitions, equations (13) and (14) can now be rewritten in terms of nodal voltages:

$$\Delta V_{km}^A = V_k^A - V_m^A = \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^A \quad (19)$$

$$\Delta V_{km}^B = V_k^B - V_m^B = \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^B \quad (20)$$

The vector \underline{e}_{km}^T has zeros in all elements except in the positions k and m that have values $+1$ and -1 , respectively.

B. Simplified Model 2

Through several tests, performed with a number of different networks and under different conditions, it was observed that the accuracy of model 1 can be improved introducing a correction factor K_{km}^R into the real part of the impedance. The factor K_{km}^R is determined from the voltage drops calculated with the simplified model 1 (ΔV_{km}^{MA1}) and also from the exact voltage drops given by the solution of the non-linear load flow (ΔV_{km}^{FCAC}):

$$\Delta V_{km} = K_{km}^R \cdot r_{km} \cdot \text{Re}\{f_{km}\} + x_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} = K_{km}^R \cdot \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^A + \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^B \quad (21)$$

$$\Delta V_{km}^{FCAC} = \underline{e}_{km}^T \cdot (K_{km}^R \cdot \underline{V}^A + \underline{V}^B) \quad (22)$$

$$K_{km}^R = \frac{\Delta V_{km}^{FCAC} - \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^B}{\underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^A} \quad (23)$$

For a given network, the exact values of voltage amplitudes can be obtained, if the factor K_{km}^R is determined for each individual network branch. In optimization problems aiming to determine the best location for the capacitor banks, node voltages are sought for distinct network topologies and branch configurations. In such problems the node voltages have to be determined by an efficient algorithm, which allows the optimization problem to achieve a solution in reasonable time

and with affordable computational effort. Thus, the factors K_{km}^R are determined just once for the initial configuration of the network. They are then kept fixed for the whole optimization process.

IV. MODEL PERFORMANCE AND PRACTICAL RESULTS

The accuracy of the proposed simplified models has been evaluated based on two distribution networks: a theoretical network with 23 nodes and a real network with 217 nodes. The problem considered here is the optimal location of capacitor banks along the feeders of the distribution network. In fact, node voltage are an essential information for the optimization process, because the main reason to install capacitors in the network is namely to improve the voltage level at each node (voltage profile). The test consists in placing capacitor banks of 600 and 1,200 kVAr in several distinct network nodes and evaluating the model performance. After placing a capacitor bank, the errors in the node voltages are obtained through a comparison with the exact values from the AC flow solution. In what follows, the results for each example networks are presented and discussed.

A. Test Network with 23 Nodes

This network is analyzed in [9] and has 13.8 kV as rated voltage; its nodes are numbered from 2 to 23, as shown schematically in Fig. 2. For the sake of test each node is loaded with 189 kW and 124 kVAr summing up 4.158 MW e 2.728 MVAR in the whole network. The network branches are all 2 km long and are wired with three different aluminum cable types: 336.4 AAC, 2/0 AAC e 1 AAC. The impedance of each cable type is $0.348+j0.854 \Omega$, $0.946+j0.844 \Omega$ and $1.528+j0.916 \Omega$, respectively.

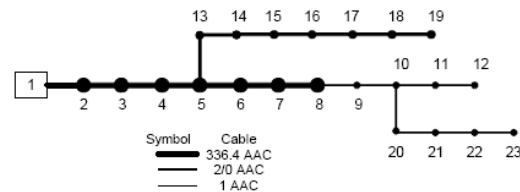


Fig. 2 Example network with 23 nodes

The first test consisted in placing a single capacitor bank of 600 kVAr in one of the 22 network nodes. For this network the correction factors calculated with equation (23) are within the range going from 1.2210 to 1.5089. The capacitor bank was located initially at node 2 and moved successively to the next, until all 22 nodes have been evaluated with the capacitor placed once at each node. Each time the capacitor bank was moved all node voltages were calculated and compared with their exact values obtained with the exact load flow. The plot in Fig. 3 shows the mean percent error – obtained considering all 23 nodes - for each of the 22 capacitor bank locations along the network. The biggest percent errors found in all the 22 situations analyzed were 3.19% and 0.19% for the

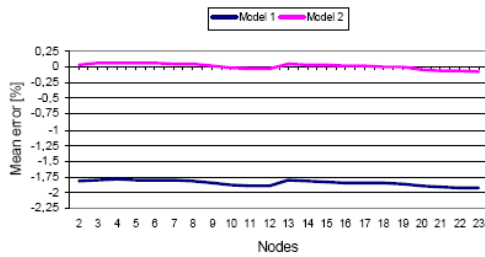


Fig. 3 Mean error in nodal voltages for the example network with 23 nodes and a capacitor bank of 600 kVAr placed one time at each node

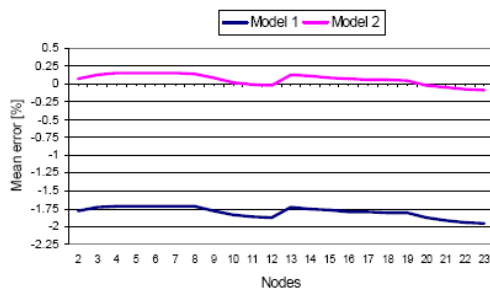


Fig. 4 Mean error in nodal voltages for the example network with 23 nodes and a capacitor bank of 1,200 kVAr placed one time at each node

simplified model 1 and 2 respectively and with the capacitor bank located at node 23. The errors resulting from model 1 are significantly bigger when compared to the errors obtained with the use of model 2. The latter performed very well, leading to errors below 0.25% in comparison to the exact node voltages in all situations studied. Furthermore, the mean error is about the same irrespective the capacitor location in the network.

Similar to the first test, for the second test a single capacitor bank of 1,200 kVAr was successively placed at each node. The same correction factors as in the preceding test have been used for this test. In this case, the biggest mean errors are 3.29% e 0.30% for the simplified model 1 and 2 respectively and with the capacitor bank located at node 23. Fig. 4 illustrates the mean percent errors which were obtained considering the voltage of all nodes for each capacitor bank location.

Also in this test the simplified model 2 performed better in terms of accuracy, as the errors are much smaller in comparison to the model 1. In all situations evaluated the error was less than 0.5% in relation to the exact value. Finally, it is worthwhile to note that Fig. 3 and 4 have practically the same shape but at different scales.

B. Test Network with 217 Nodes

This network is part of a real distribution network made up of a three phase distribution feeder which is 8.519 km long and operates at 13.8 kV as rated the voltage [9]. The feeder

total load is 7.46 MW and 2.64 MVAR. The topology of this network is represented in Fig. 5, while a three dimensional view of the load distribution can be seen in Fig. 6.

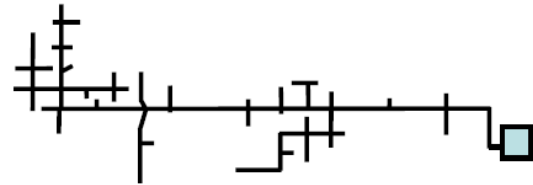


Fig. 5 Diagram of the example network with 217 nodes

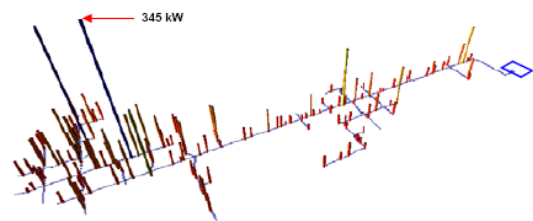


Fig. 6 Three dimensional view of the active load distribution along the network

Similar to the procedure adopted for the example network with 23 nodes, first the correction factors K_{km}^R for this network have been determined based on equation (23). This procedure resulted in values for the correction factors ranging from 1.0249 to 1.3554. In Fig. 7 the mean percent errors are plotted for the case of a single capacitor bank of 600 kVAr. The capacitor bank was successively placed at each of the network nodes, as proceeded before. The biggest errors in this case have been found as 1.14% for the simplified model 1 and 0.045% for the simplified model 2.

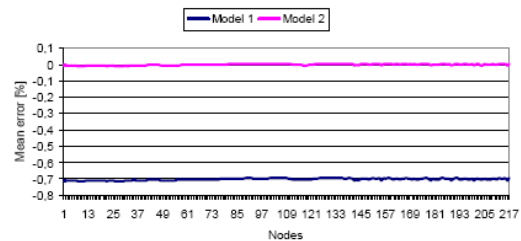


Fig. 7 Mean error in nodal voltages for the example network with 217 nodes and a capacitor bank of 600 kVAr placed one time at each node

It can be recognized from Fig. 7 that the model 2 performed better than model 1, as the mean errors are much smaller. Even for networks with a large number of nodes the mean percent errors are within acceptable limits.

For the next test a capacitor bank of 1,200 kVAr was used and the same procedure already outlined was repeated. The

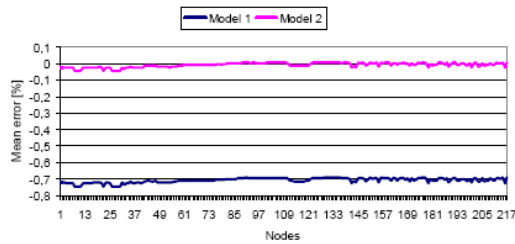


Fig. 8 Mean error in nodal voltages for the example network with 217 nodes and a capacitor bank of 1,200 kVAR placed one time at each node

mean errors for this case are reproduced in Fig. 8. The biggest mean error obtained with the simplified model 1 is 1.21%; using the model 2 the error becomes 0.11%. As in the preceding cases, the errors obtained with the model 2 are very low, they are, however, bigger for the capacitor bank of 1,200 kVAR than for 600 kVAR.

A further test has been carried out using this network, this time using two capacitor banks of 1,200 kVAR each one. Their locations have been chosen in such a way to improve the node voltages or to reduce the active power losses in the feeder, as described in [9]. The mean percent errors under this condition are reproduced in Table I. For both models the mean errors increased in comparison to the case of only one capacitor bank. However, the errors can still be considered acceptable considering the main purpose of the model. The first three rows in Table I refer to the choice of the capacitor location aiming at voltage level improvement. This strategy lead to bigger errors compared to the choice of the location aiming to reduce active power loss, given by the four last rows in Table I. The results obtained with model 2 are far better than those obtained with model 1, being the errors significantly smaller. The biggest mean error for the case of two capacitor banks was 1.26% for the model 1 and 0.16% for the model 2. These errors correspond to the location of the capacitor at nodes 7 and 27 respectively.

V. CONCLUSION

The simplified linear models of distribution network presented in this paper showed excellent results when applied to determine the node voltage amplitudes, as the practical test with example networks demonstrated. The differences in the voltage values obtained with the simplified models and the exact values obtained with the non-linear load flow are well acceptable, keeping in mind the context of optimization problems and approximate network representation. Thus, using the proposed models in optimization problems it is possible to handle voltage limit constraints and at the same time to keep the optimization problem linear. Non-linear optimization problems are far more complex than linear problems, being the solution more difficult to obtain, in some cases it is even impossible to obtain a solution.

The practical tests showed that the simplified model 2 give

better results than the model 1 due the difference in the correction factor used. The correction factors are determined only once and using the initial network topology with no capacitor banks. These factors are then kept the same during the whole optimization process despite the installation of capacitor banks at some nodes. The application of the model to example networks showed that the influence of capacitor banks in the correction factor is in practice very small, which validates the procedure adopted. These issues make the models very appropriated for using in optimization problems aiming to determine the best location for the capacitor banks to improve the network voltage profile. The use of the models allows solving a linear optimization problem instead of a non-linear problem, which is a very important advantage.

TABLE I
MEAN ERRORS IN THE NODE VOLTAGES CALCULATED WITH SIMPLIFIED MODELS. ERRORS ARE EXPRESSED IN PERCENT IN RELATION TO EXACT VALUES DETERMINED FROM THE SOLUTION OF THE LOAD FLOW

Nodes	Node voltage error (%)			
	Model 1		Model 2	
	Mean	Maximum	Mean	Maximum
23, 30	0.7834	1.2426	0.0845	0.1456
7, 27	0.7886	1.2588	0.0898	0.1607
7, 22	0.7883	1.2571	0.0895	0.1591
31, 77	0.7299	1.1154	0.0311	0.0397
20, 77	0.7289	1.1130	0.0301	0.0388
17, 77	0.7307	1.1172	0.0319	0.0404
52, 77	0.7282	1.1113	0.0294	0.0382

REFERENCES

- [1] Willis, H. L. (2004). "Power distribution planning reference book", Second Edition, Marcel Dekker, Inc. 1217 pag.
- [2] Monticelli, A. e Garcia, A. (2003). Introduction to Electric Power Systems (in portuguese). Editora da Unicamp, 251p.
- [3] Romero, R, Monticelli, A., Garcia, A. e Haffner, S. (2002). "Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning", IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol 149, No. 1, January, pp. 27-36.
- [4] Marquesan, M. M., Haffner, S., Lemos, F.A.B., Pereira, L.A. e Gasperim L.V. (2005). "Simplified models of distribution networks for use in optimization problems" (in portuguese), "Book of Abstracts and Proceeding of the 6th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission".
- [5] Haffner, S., Pereira, L. F. A., Pereira, L. A., Barreto, L., (2008). "Multistage Model for distribution Expansion Planning with Distributed Generation - Part I: Problem Formulation", IEEE Transactions on Power Delivery".
- [6] Haffner, S., Pereira, L. F. A., Pereira, L. A., Barreto, L., (2008). "Multistage Model for distribution Expansion Planning with Distributed Generation - Part II: Numerical Results", IEEE Transactions on Power Delivery".
- [7] Lauby, M. G. (1988). "Evaluation of a local DC load flow screening method for branch contingency selection of overloads", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 3, August, pp. 923-928.
- [8] Haque, M. H. (1996). "Load flow solution of distribution systems with voltage dependent load models", Electric Power Systems Research, 36, pp. 151-156.
- [9] Alves, M. L. (2005). "System for Optimal Capacitors and Voltage Regulators Allocation in Electric Power Distribution Networks" (in portuguese) - Msc Dissertation - PUCRS, Brazil.
- [10] Haffner, S., Alves, M. L. (2005). "Optimal allocation of capacitor banks and voltage regulator in electric power distribution networks" (in

portuguese), "Book of Abstracts and Proceeding of the 6th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission".

Luis Alberto Pereira received the B.E. degree in electrical engineering from the Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brazil. He received the Msc. degree from the Santa Catarina Federal University, Florianópolis, Brazil in 1992 and the Dr.-Ing. degree from the University of Kaiserslautern, Kaiserslautern, Germany, in 1997. Currently, He is a Professor of Electrical, Control and Computer Engineering at the Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul. His main research fields are design and analysis of electrical machines and power system planning.

Sérgio Haffner received the B.E. degree in electrical engineering from the Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul (PUCRS), Porto Alegre, Brazil, in 1987, and the M.S. and Dr. degrees in electrical engineering from Universidade de Campinas (UNICAMP), Campinas, Brazil, in 1990 and 2000. Currently, he is an Associate Professor of Electrical Engineering in the Electrical Engineering Department of the State University of Santa Catarina (UDESC). His research interests are in the area of power systems planning, operation and optimization areas.

Leonardo Varaschin Gasperin received the B.E. degree in electrical engineering from the Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul (PUCRS), Porto Alegre, Brazil, in 2006. Currently, he is a graduate student of Electrical Engineering at PUCRS.



XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica

SENDI 2008 - 06 a 10 de outubro

Olinda - Pernambuco - Brasil

Modelos Alternativos para Determinação das Tensões Nodais em Redes de Distribuição de Energia em Problemas de Alocação Ótima de Bancos de Capacitores

L. V. Gasperin GSEE – FENG – PUCRS ¹ leonardo.gasperin@puers.br	S. Haffner UDESC – CCT – DEE ² haffner@ieee.org	L. A. Pereira GSEE – FENG – PUCRS lpereira@puers.br
---	---	--

¹Grupo de Sistemas de Energia Elétrica (GSEE) – FENG – PUCRS
Av. Ipiranga, 6681 – Prédio 30 – Sala 150 – 90.619-900 – Porto Alegre – RS – BRASIL
Tel: +55 (51) 3320-3594 – Fax: +55 (51) 3320-3540

²Universidade do Estado de Santa Catarina – CCT – DEE
Campus Universitário Prof. Avelino Marcante s/n - Bairro Bom Retiro
89223-100 - Joinville - SC - Brasil
Tel: +55 (47) 4009-7898 – Fax: +55 (47) 4009-7940

Palavras-chave

Modelos Lineares
Otimização
Planejamento
Redes de Distribuição

Resumo

Neste artigo são apresentados modelos simplificados para a obtenção da tensão nodal em redes de distribuição de energia elétrica para a determinação do impacto causado pela inclusão de equipamentos de compensação de reativos, como os bancos de capacitores fixos ou chaveados. Os modelos foram desenvolvidos usando procedimentos análogos aos empregados no fluxo de potência linear para redes de transmissão, bastante utilizados em problemas de otimização no planejamento da operação e expansão. As equações não lineares do fluxo de carga em notação fasorial são aproximadas por equações lineares que relacionam a magnitude da tensão com os fluxos de corrente considerando a alta relação R/X, característica das redes de distribuição de energia elétrica. A performance dos modelos são avaliados através da comparação entre os resultados obtidos com os modelos propostos e os valores exatos, obtidos pelo fluxo de carga em duas redes: uma rede teórica de 23 barras e outra real com 217 barras.

1. Introdução

A atividade de planejamento tem grande importância já que antecede a aplicação de investimentos significativos numa empresa de distribuição de energia elétrica, no caso específico aqui considerado, a decisão da instalação de bancos de capacitores. Esse tipo de ação visa atender ao sempre crescente mercado consumidor de energia elétrica, assim como aumentar a qualidade do produto e respeitar os índices de desempenho exigidos pela legislação. Os custos e benefícios devem ser avaliados de forma

criterosa já que terão grande influência na tomada de decisão. Tais benefícios decorrem basicamente de: postergação de investimentos, redução de perdas elétricas, melhoria no perfil da tensão, aumento da capacidade e da confiabilidade de atendimento ao mercado (Willis, 2004). Daí a importância do desenvolvimento de ferramentas que auxiliem nessa tomada de decisão com base em critérios técnicos e econômicos, sendo o modelo elétrico da rede imprescindível para tanto.

Na análise de sistemas elétricos, geralmente a carga é representada por injeções de potência constante e as linhas de transmissão e os transformadores são representados por impedâncias, fazendo com que as equações de balanço de potência constituam um problema denominado fluxo de carga, descrito por expressões não lineares que relacionam as injeções de potência com as magnitudes e ângulos de fase das tensões nodais (Monticelli, A. & Garcia, A., 2003). A consideração explícita destas relações torna os modelos de otimização associados complexos, por lidarem com restrições não lineares que relacionam os fluxos de potência com os fasores que representam as tensões nodais. Para contornar esta dificuldade, no problema de planejamento da expansão de sistemas de alta e extra-alta tensão são empregados modelos bem mais simples para representar a rede, com resultados satisfatórios (Romero, R, Monticelli, A., Garcia, A. & Haffner, S., 2002, pp. 27-36). Baseando-se nesta idéia, foram desenvolvidos modelos simplificados para representar as redes de distribuição no problema de expansão dos alimentadores (Marquesan, M. M., Haffner, S., Lemos, F.A.B., Pereira, L.A. & Gasperin L.V., 2005), sendo obtidos excelentes resultados para as mais variadas alterações de carga, topologia ou de bitola de condutor. Embora bastante abrangentes os modelos simplificados desenvolvidos não permitiam considerar a influência dos bancos de capacitores, pois as injeções nodais eram representadas por uma parcela única relacionada com a potência aparente (ou seja, não havia como diferenciar a potência ativa da reativa). Neste artigo é apresentada uma extensão dos modelos linearizados, desenvolvidos em (Marquesan, M. M., Haffner, S., Lemos, F.A.B., Pereira, L.A. & Gasperin L.V., 2005), que resolve o problema por intermédio da superposição dos efeitos da potência ativa e reativa, sendo capaz de representar com grande fidelidade o efeito dos bancos de capacitores.

No artigo são inicialmente apresentados os modelos clássicos utilizados para representação da rede. A seguir apresentam-se os modelos simplificados desenvolvidos para a obtenção da tensão nodal em redes de distribuição, bem como os testes e os resultados da comparação entre os modelos propostos e os resultados exatos obtidos em duas redes de distribuição, de 23 e de 217 barras, respectivamente. Ao final, são apresentadas as conclusões e análise dos resultados obtidos.

2. Modelos Clássicos de Rede

O sistema elétrico é constituído por um conjunto de nós (onde as cargas e os geradores são concentrados) e ramos (representando as linhas e os transformadores) que realizam as conexões entre os nós. Na análise em regime permanente do sistema são usualmente empregados dois modelos para representar as relações entre as variáveis associadas aos nós e aos ramos: um exato, denominado modelo do fluxo de carga convencional; outro aproximado, denominado modelo linearizado (ou CC).

2.1. Modelo de Fluxo de Carga Convencional

No modelo do fluxo de carga convencional, são associadas quatro variáveis a cada nó: a magnitude (V_k) e o ângulo de fase (θ_k) da tensão nodal e as injeções líquidas (geração menos carga) de potência ativa (P_k) e reativa (Q_k). Aos ramos da rede associam-se os fluxos de corrente e potência que são obtidos a partir das tensões terminais e dos parâmetros do circuito equivalente. Em um ramo qualquer da rede, no qual existe uma linha de transmissão ou um transformador, os fluxos de corrente (\bar{I}_{km}) e de potência ativa e reativa (\bar{S}_{km}) são dados por:

$$\bar{I}_{km} = -a_{km} \bar{y}_{km} \bar{V}_k + (\bar{y}_{km} + jb_{km}^{sh}) \bar{V}_m \quad (1)$$

$$\bar{S}_{km} = P_{km} + jQ_{km} = \bar{V}_k \bar{I}_{km}^* \quad (2)$$

onde $\bar{y}_{km} = g_{km} + jb_{km}$ é a admitância série, a_{km} é a relação de transformação do transformador (para linhas de transmissão, $a_{km} = 1$ pu) e b_{km}^{sh} é a admitância em derivação do modelo π da linha de transmissão (para transformadores, $b_{km}^{sh} = 0$).

Considerando que as correntes e tensões são grandezas fasoriais, representadas por números, nas equações (1) e (2), os fluxos de corrente e potência são descritos por relações não lineares com relação às magnitudes e ângulos de fase de suas tensões terminais. Por exemplo, as partes reais dos fluxos de corrente e de potência (potência ativa) de k para m , são dadas por:

$$\text{Re}\{\bar{I}_{km}\} = a_{km}^2 V_k \left[g_{km} \cos \theta_k - (b_{km} + b_{km}^{sh}) \text{sen} \theta_k \right] - a_{km} V_m (g_{km} \cos \theta_m - b_{km} \text{sen} \theta_m) \quad (3)$$

$$\text{Re}\{\bar{S}_{km}\} = P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (4)$$

sendo $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$. Como resultado da aplicação da análise nodal, chega-se à seguinte relação matricial entre as injeções de corrente e tensões nodais (Monticelli, A. & Garcia, A., 2003):

$$\underline{I} = Y \underline{V} \quad (5)$$

onde \underline{I} é o vetor dos fasores que representam as injeções de corrente nodais; \underline{V} é o vetor dos fasores que representam as tensões nodais e Y é a matriz admitância nodal, cujos elementos são dados por:

$$\begin{aligned} Y_{kk} &= jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km}^2 \bar{y}_{km} + jb_{km}^{sh}) \\ Y_{km} &= -a_{km} \bar{y}_{km} & m \in \Omega_k \\ Y_{km} &= 0 & m \notin \Omega_k \end{aligned} \quad (6)$$

sendo b_k^{sh} a susceptância conectada entre o nó k e a terra e Ω_k o conjunto de todas as barras vizinhas da barra k . Na Eq. (5), para uma rede com N nós, os vetores corrente e tensão possuem N elementos e a matriz admitância possui dimensão $N \times N$. Deve-se observar que todas as tensões são referidas ao nó terra que é o nó $N+1$.

2.2. Modelo Fluxo Linearizado

O modelo linearizado consiste em uma aproximação do fluxo de carga convencional que foi desenvolvida para representação de redes de alta e extra-alta tensão, sendo empregada nas situações que envolvem: a solução de inúmeros problemas de fluxo de carga, a solução de problemas de difícil convergência ou a representação simplificada das equações do fluxo de carga em problemas de otimização (Romero, R., Monticelli, A., Garcia, A. & Haffner, S., 2002, pp. 27-36). Esta aproximação visa a evitar o emprego das relações não lineares das equações (1) e (2). Este modelo simplificado tem sido amplamente utilizado na análise de contingências (Lauby, 1988, pp. 923-928) e em modelos de otimização para o planejamento da expansão ou operação de sistemas energia elétrica.

Nas equações do fluxo de carga convencional são introduzidas as seguintes aproximações (Monticelli, A. & Garcia, A., 2003): as magnitudes das tensões são iguais aos valores nominais ($V_k \approx V_m \approx 1$ pu); as perdas de potência ativa são desprezadas; as aberturas angulares são pequenas (logo, $\text{sen} \theta_{km} \approx \theta_{km}$); as resistências série dos ramos são muito menores que suas reatâncias (logo, $b_{km} \approx -(x_{km})^{-1}$). Disto resulta um modelo linearizado, no qual a cada nó da rede são associadas duas variáveis: o ângulo de fase da tensão nodal (θ_k) e a injeção líquida de potência ativa (P_k). Aos ramos da rede associam-se os fluxos de potência ativa (P_{km}), ao quais são obtidos a partir dos ângulos de fase das tensões terminais e da reatância do circuito (x_{km}):

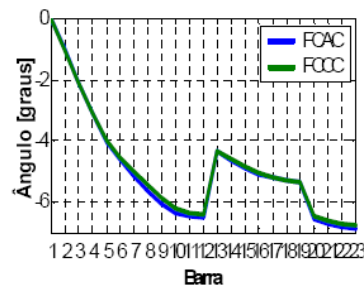
$$P_{km} = (x_{km})^{-1} \theta_{km} \quad (7)$$

$$P_{mk} = -P_{km} = (x_{km})^{-1} \theta_{mk} \quad (8)$$

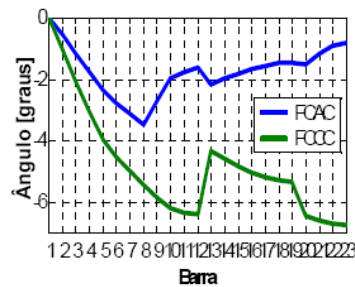
Deste modo, a relação entre os fluxos de potência ativa e as aberturas angulares é linear e similar a existente entre os fluxos de corrente e as tensões nodais de um circuito em corrente contínua, o qual é a origem da denominação “fluxo de carga CC”. Como as perdas são desprezadas, o sistema de equações é singular, sendo necessário eliminar uma de suas equações e adotar a barra correspondente como referência angular, resultando em um sistema não-singular com $N-1$ equações e variáveis (Monticelli, A. & Garcia, A., 2003).

3. Modelos Alternativos para Redes de Distribuição

Enquanto nas redes de transmissão de energia a relação entre as resistências e reatâncias série dos ramos (relação R/X) é da ordem de 0,1 a 0,3 e o fluxo de potência se relaciona fortemente com os ângulos de fase das tensões nodais, nas redes de distribuição de energia esta relação é tipicamente maior ou igual a 1, sendo que neste caso os fluxos de potência se relacionam mais fortemente com as magnitudes das tensões nodais do que com seus ângulos de fase. Desta forma, as aproximações utilizadas no desenvolvimento do modelo linearizado não são válidas para redes de distribuição, como se pode observar na Figura 1, onde são apresentados os valores dos ângulos de fase exatos e os calculados pelo modelo linearizado para uma mesma rede de 23 barras, com relação R/X variável. Quando a relação R/X média é igual a 0,22 (valor típico de redes de transmissão), observa-se na Figura 1(a) uma forte concordância entre os valores obtidos pelo modelo aproximado do fluxo de carga linearizado (FCCC) com o resultado exato (fluxo de carga AC ou FCAC). Por outro lado, quando a relação R/X média é igual a 2,2, observa-se na Figura 1(b) uma grande diferença entre os valores obtidos pelo modelo aproximado e o resultado exato.



(a) Relação R/X média igual a 0,22



(b) Relação R/X média igual a 2,2

Figura 1: Modelo linearizado *versus* valor exato para rede de distribuição (23 barras), com relação R/X variável.

Os modelos de carga e de rede a seguir descritos correspondem a adaptações do modelo linearizado de rede, desenvolvidas para representar redes com elevadas relações R/X. No modelo linearizado tradicional, são utilizadas injeções constantes de potência, ângulos de fase das tensões nodais e reatâncias dos ramos; na formulação desenvolvida, ao invés destas grandezas, são utilizadas injeções constantes de corrente (determinadas supondo tensão igual ao seu valor nominal), magnitudes das tensões nodais e a impedância dos ramos. Nos três modelos as cargas são representadas por injeções de corrente, modelo intermediário entre injeções de potência constante (empregado no fluxo de carga convencional) e impedâncias constantes (Haque, 1995, pp. 151-156). Esta abordagem apresenta como vantagem o fato de que as injeções de corrente na rede tornam-se independentes das tensões nodais.

3.1. Modelo Alternativo 1

Este modelo alternativo foi desenvolvido com a finalidade de se obter as tensões nodais da uma rede de distribuição capaz de representar impacto da inserção de bancos de capacitores ao longo da mesma. O modelo tem suas tensões complexas substituídas por grandezas reais que representam as suas magnitudes, porém as correntes têm suas componentes reais e imaginárias consideradas. Conforme descrito a seguir, neste modelo as quedas de tensão (ΔV_{km}) são calculadas utilizando apenas a parte real do produto entre a impedância complexa do ramo (z_{km}) e a corrente complexa do ramo (f_{km}).

Para um ramo qualquer do circuito, tem-se:

$$\Delta V_{km} = z_{km} \cdot f_{km} = (r_{km} + jx_{km}) \cdot (\text{Re}\{f_{km}\} + j \text{Im}\{f_{km}\}) \quad (9)$$

$$\Delta V_{km} = r_{km} \cdot \text{Re}\{f_{km}\} - x_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} + j(r_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} + x_{km} \text{Re}\{f_{km}\}) \quad (10)$$

Tendo em vista a pequena influência da parte imaginária na representação da magnitude da tensão em redes de distribuição, no cálculo da queda de tensão em um ramo, pode-se considerar apenas a parte real, ou seja:

$$\Delta V_{km} \cong \text{Re}\{z_{km} \cdot f_{km}\} = r_{km} \text{Re}\{f_{km}\} - x_{km} \text{Im}\{f_{km}\} \quad (11)$$

De acordo com a equação (11), a queda de tensão em um ramo pode ser determinada pela superposição dos efeitos das partes real ($\text{Re}\{f_{km}\}$) e imaginária ($\text{Im}\{f_{km}\}$) da corrente, percorrendo dois circuitos distintos, que são formados exclusivamente pela resistência (r_{km}) e pela reatância (x_{km}) do ramo, respectivamente:

$$\Delta V_{km} \cong \Delta V_{km}^A + \Delta V_{km}^B \quad (12)$$

sendo

$$\Delta V_{km}^A = r_{km} \cdot \text{Re}\{f_{km}\} = V_k^A - V_m^A \quad (13)$$

$$\Delta V_{km}^B = -x_{km} \cdot \text{Im}\{f_{km}\} = V_k^B - V_m^B \quad (14)$$

As magnitudes das tensões nodais também podem ser obtidas da seguinte forma:

$$\underline{V}_k = \underline{V}_k^A + \underline{V}_k^B \quad (15)$$

com as parcelas \underline{V}_k^A e \underline{V}_k^B obtidas por intermédio da aplicação da análise nodal, como mostrado na equação (5), empregando matrizes similares a matriz admitância:

$$\underline{V}_k^A = [Y_R]^{-1} \cdot \text{Re}\{-\underline{d}_k\} \quad (16)$$

$$\underline{V}_k^B = -[Y_X]^{-1} \cdot \text{Im}\{-\underline{d}_k\} \quad (17)$$

$$\underline{d}_k = \left(\frac{\bar{S}_k}{\bar{V}_k} \right)^* \bar{V}_{k-1} \frac{-}{S_k} \quad (18)$$

sendo Y_R a matriz admitância da rede considerando apenas a resistência dos ramos e Y_X a matriz admitância da rede considerando apenas a reatância dos ramos.

Redefinindo as equações (13) e (14) utilizando as tensões nodais:

$$\underline{\Delta V}_{km}^A = \underline{V}_k^A - \underline{V}_m^A = \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^A \quad (19)$$

$$\underline{\Delta V}_{km}^B = \underline{V}_k^B - \underline{V}_m^B = \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^B \quad (20)$$

sendo \underline{e}_{km}^T é um vetor elementar formado por zeros, com exceção dos elementos k e m, com valores 1 e -1, respectivamente.

3.2. Modelo Alternativo 2

Como forma de melhorar os resultados do modelo anterior, percebeu-se a necessidade de colocar um coeficiente de ajuste K_{km}^R multiplicando apenas a parte real da impedância. Esse coeficiente é obtido a partir dos valores das quedas de tensão calculadas com o Modelo Alternativo 1 (ΔV_{km}^{MA1}) e dos valores obtidos na solução do fluxo de carga não-linear (ΔV_{km}^{FCAC}):

$$\Delta V_{km} = K_{km}^R \cdot r_{km} \operatorname{Re}\{f_{km}\} + x_{km} \operatorname{Im}\{f_{km}\} = K_{km}^R \cdot \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^A + \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^B \quad (21)$$

$$\Delta V_{km}^{FCAC} = \underline{e}_{km}^T \cdot (K_{km}^R \cdot \underline{V}^A + \underline{V}^B) \quad (22)$$

$$K_{km}^R = \frac{\Delta V_{km}^{FCAC} - \underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^B}{\underline{e}_{km}^T \cdot \underline{V}^A} \quad (23)$$

Caso este fator seja determinado para cada ramo de uma rede específica, as magnitudes das tensões obtidas pelo modelo linearizado serão exatas. Os coeficientes de ajuste K_{km}^R serão obtidos através do fluxo de carga da rede no seu estado original, sendo mantido os valores encontrados para a solução do modelo utilizando a rede com os bancos de capacitores já dispostos.

4. Testes e Resultados Obtidos

Para testar os modelos alternativos apresentados utilizou-se das redes de distribuição sendo uma rede fictícia de 23 barras e outra real de 217 barras. Como teste inseriu-se bancos de capacitores de 600 e 1200 kvar nas redes e em lugares diversos comparando os desvios em relação a os valores exatos obtidos através do fluxo de carga.

4.1. Rede de 23 Barras

O sistema de 23 barras (Alves, M. L., 2005) opera em 13,8 kV e possui em cada uma das barras, numeradas de 2 a 23, uma carga de 189 kW e 124 kvar, totalizando 4.158 kW e 2728 kvar. Os ramos são constituídos por segmentos de 2 km de condutores com impedâncias de $0,348 + j0,584 \Omega$, $0,946 + j0,844 \Omega$ e $1,528 + j0,916 \Omega$, respectivamente para os cabos 336,4 CA, 2/0 CA e 1 CA, dispostos como na Figura 2.

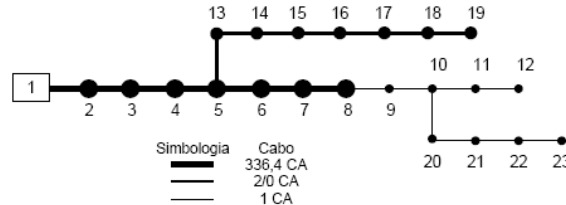


Figura 2: Topologia da rede de 23 barras.

O primeiro teste constou em alocar um banco de capacitor de 600 kvar na rede, sendo uma vez em cada uma das barras, e em seguida comparar os valores de tensão nodal com os valores encontrados no fluxo de carga. Os valores para os fatores de ajuste obtidos pela equação (23) variaram entre 1,2210 a

1,5089. No gráfico da Figura 3 são apresentados os valores médios dos desvios em percentual encontrados em todas as barras para cada alocação do capacitor de 600 kvar. Os maiores desvios percentuais encontrados nas 22 simulações foram de 3,1903 e 0,1907 quando o capacitor estava alocado na barra 23 para os modelos alternativos 1 e 2, respectivamente.

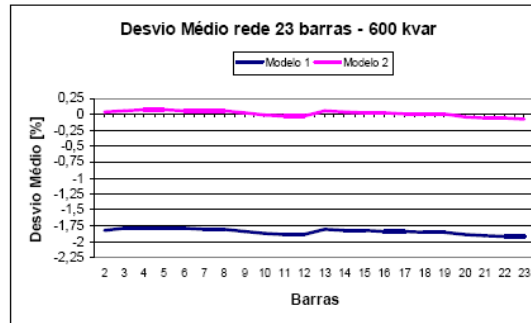


Figura 3: Desvio médio das tensões nodais para a rede de 23 barras.

Os desvios apresentados pelo modelo alternativo 1 são significativamente maiores que os apresentados pelo modelo alternativo 2, o qual apresentou bons resultados já que se manteve sempre abaixo de 0,25 ponto percentual de desvio com relação ao valor exato. Além disso, pode-se observar que o desvio médio não apresenta grande variação com a mudança da barra de alocação do capacitor.

O teste seguinte constou em colocar um capacitor de 1200 kvar e mantendo os mesmos fatores obtidos anteriormente. Para esse caso, os maiores desvios percentuais obtidos foram de 3,2881 e 0,2975 quando o capacitor estava alocado na barra 23 para os modelos alternativos 1 e 2, respectivamente. No gráfico da Figura 4 são apresentados os valores médios dos desvios em percentual, encontrados em todas as barras para cada alocação do capacitor de 1200 kvar.

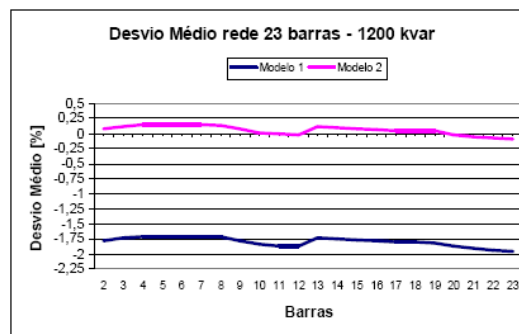


Figura 4: Desvio médio das tensões nodais para a rede de 23 barras.

Neste teste, o modelo alternativo 2 também apresentou valores satisfatórios com desvios significativamente menores que os apresentados pelo modelo alternativo 1, com meio ponto percentual de desvio com relação ao valor exato. Podemos observar que o desvio médio para o capacitor de 1200 kvar apresentou a mesma forma do gráfico anterior apenas variando em amplitude.

4.2. Rede de 217 Barras

A rede de 217 barras corresponde a uma parte de um sistema real de distribuição sendo formado por um alimentador trifásico com extensão de 8,519 km de rede que opera com tensão nominal de 13,8 kV (Alves, M. L., 2005). A carga do alimentador é de 7465,06 kW e 2643,52 kvar. O diagrama unifilar da

rede está apresentado na Figura 5. Na Figura 6 é também apresentada uma vista tridimensional da potência ativa demandada em cada barra.

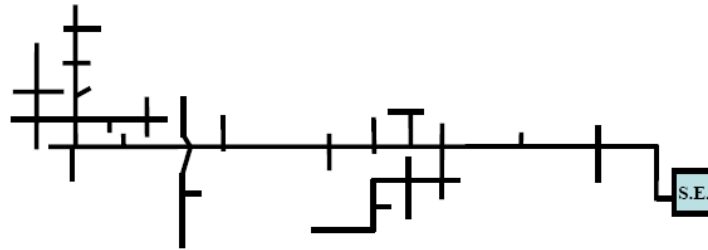


Figura 5: Diagrama unifilar da rede de 217 barras.

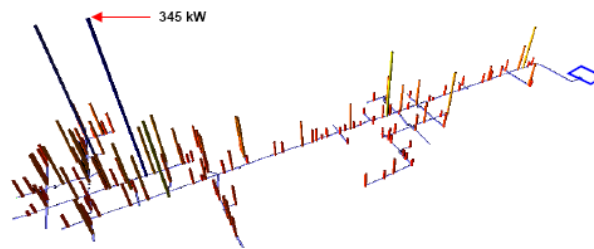


Figura 6: Vista tridimensional com a potência ativa demandada em cada barra.

Repetindo os testes realizados com a rede anterior, os coeficientes de ajuste K_{km}^R obtidos para essa rede, também calculados pela equação (23), variaram entre 1,0249 e 1,3554. No gráfico da Figura 7 estão apresentados os valores dos desvios médios em percentual quando utilizado o capacitor de 600 kvar. Os desvios máximos em percentual encontrados foram de -1,13852 e -0,045 para os modelos alternativos 1 e 2 respectivamente.

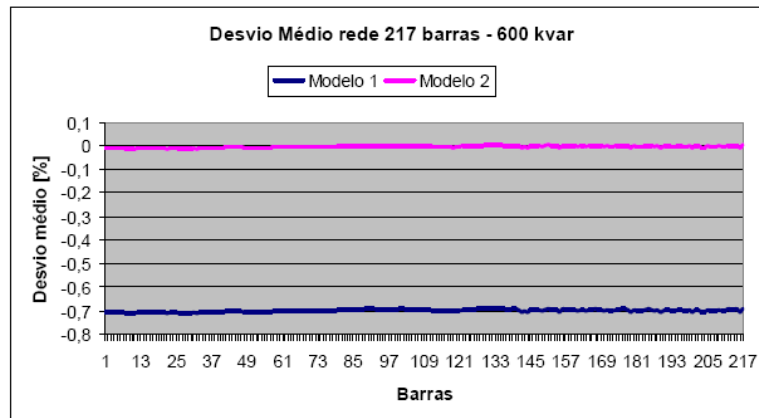


Figura 7: Desvio médio das tensões nodais para a rede de 217 barras.

O modelo alternativo 2 apresentou melhores resultados em relação a modelo alternativo 1 mantendo valores de desvios próximos de zero. Mesmo em redes de grandes dimensões os desvios se mantiveram em valores toleráveis. O teste seguinte consistiu em utilizar um capacitor de 1200 kvar repetindo o mesmo processo do anterior. No gráfico da Figura 8 são apresentados os valores de desvios médios encontrados. Os maiores desvios encontrados para os modelos alternativos 1 e 2 foram de -1,2079 e -0,1099, respectivamente.

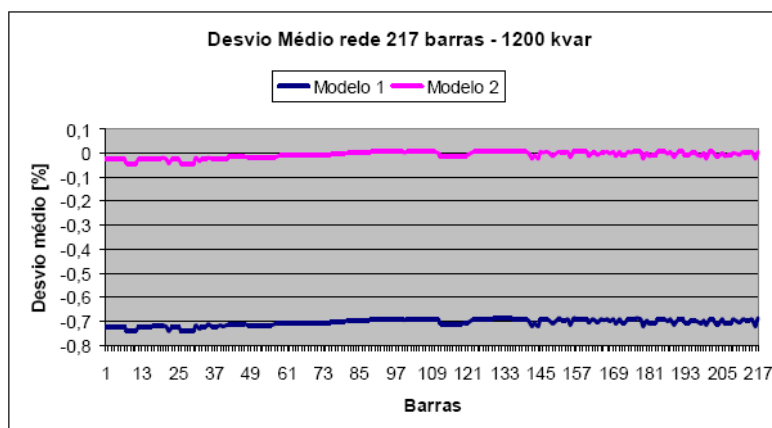


Figura 8: Desvio médio das tensões nodais para a rede de 217 barras.

Assim como nos testes anteriores os resultados se mantiveram com valores de desvios diminutos para o modelo alternativo 2, os valores dos desvios para o capacitor 1200 kvar foram maiores que os desvios encontrados pra o capacitor de 600 kvar.

Outro teste realizado utilizando esta rede consistiu na inserção de dois bancos de capacitores. Utilizaram-se capacitores de potência de 1200 kvar e foram dispostos de maneira que produzissem uma melhoria no perfil da tensão e redução de perdas no alimentador (Alves, M. L., 2005). Os valores dos desvios são apresentados na Tabela 1 em percentual.

Em ambos os casos os valores dos desvios apresentaram um aumento em relação aos desvios obtidos para apenas um capacitor, porém os valores permaneceram satisfatórios. As três primeiras alocações são referentes à melhoria da tensão.

Tabela 1 – Desvio da tensão nodal obtida pelos modelos alternativos em relação aos valores exatos do fluxo de carga.

Barras	Desvio de tensão			
	Modelo 1		Modelo 2	
	Media [%]	Max [%]	Media [%]	Max [%]
23 e 30	0,7834	1,2426	0,0845	0,1456
7 e 27	0,7886	1,2588	0,0898	0,1607
7 e 22	0,7883	1,2571	0,0895	0,1591
31 e 77	0,7299	1,1154	0,0311	0,0397
20 e 77	0,7289	1,1130	0,0301	0,0388
17 e 77	0,7307	1,1172	0,0319	0,0404
52 e 77	0,7282	1,1113	0,0294	0,0382

Estas modificações conduziram a desvios maiores em comparação às alocações para redução das perdas. O modelo alternativo 2 levou a resultados melhores que o modelo alternativo 1 e com desvios de tensão significativamente pequenos. O maior valor de desvio máximo em percentual encontrado para as situações com dois bancos foi de 1,2588 e 0,1607, para os modelos alternativos 1 e 2, respectivamente, sendo ambos para a alocação nas barras 7 e 27.

5. Conclusões

Os modelos alternativos apresentados neste trabalho para representar redes de distribuição apresentaram excelentes resultados na determinação da magnitude das tensões nodais de redes de distribuição de energia elétrica. As diferenças entre os valores obtidos pelos modelos simplificados e os resultados do fluxo de carga são pequenas e bastante aceitáveis para o propósito do modelo que é a representação da rede em problemas de otimização. Desta forma, é possível incorporar restrições de limites de tensão sem a necessidade de introduzir equações não-lineares que tornam os problemas de otimização mais complexos e de solução mais difícil.

O Modelo alternativo 2 apresentou melhores resultados devido ao coeficiente de ajuste. Este coeficiente é de fácil obtenção, podendo ser determinado para a configuração básica da rede sem bancos de capacitores. Contudo, conforme os resultados mostram, ele pode ser utilizado na mesma rede com bancos de capacitores. Esta característica facilita a resolução dos problemas de otimização da alocação dos bancos de capacitores, permitindo obter o melhor ponto da rede para uma melhoria no perfil da tensão, empregando um modelo linearizado.

6. Agradecimentos

O desenvolvimento deste trabalho foi parcialmente apoiado pela Companhia Estadual de Energia Elétrica (CEEE), através de seus programas P&D ANEEL. Os autores agradecem a colaboração do Eng. Jeferson de Oliveira Gonçalves, da Divisão de Planejamento e Engenharia do Departamento de Planejamento do Sistema Elétrico da CEEE.

7. Referências Bibliográficas

- Alves, M. L. (2005).** “Módulo de Alocação Otimizada de reguladores de tensão e bancos de capacitores em alimentadores de distribuição”. Dissertação de mestrado – PUCRS.
- Haffner, S., Alves, M. L. (2005).** “Alocação ótima de bancos de capacitores e reguladores de tensão em redes de distribuição de energia elétrica”, “Book of Abstracts and Proceeding of the 6th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission”.
- Haque, M. H. (1996).** “Load flow solution of distribution systems with voltage dependent load models”, *Electric Power Systems Research*, 36, pp. 151-156.
- Lauby, M. G. (1988).** “Evaluation of a local DC load flow screening method for branch contingency selection of overloads”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, No. 3, August, pp. 923-928.
- Marquesan, M. M., Haffner, S., Lemos, F.A.B., Pereira, L.A. e Gasperin L.V. (2005).** “Modelos simplificados para otimização de redes de distribuição de energia elétrica”, “Book of Abstracts and Proceeding of the 6th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission”.
- Monticelli, A. e Garcia, A. (2003).** *Introdução a sistemas de energia elétrica*. Editora da Unicamp, 251p.
- Romero, R., Monticelli, A., Garcia, A. e Haffner, S. (2002).** “Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning”, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol 149, No. 1, January, pp. 27-36.
- Willis, H. L. (2004).** “Power distribution planning reference book”, Second Edition, Marcel Dekker, Inc. 1217 pag.