

Leandro Pfuller Lisboa

Controlador Não-Linear para Veículo Aéreo Não Tripulado

Porto Alegre - RS, Brasil

2014

Leandro Pfuller Lisboa

Controlador Não-Linear para Veículo Aéreo Não Tripulado

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sinais, Sistemas e Tecnologia da Informação

Linha de Pesquisa: Automação e Sistemas.

Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul – PUCRS

Faculdade de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Aurélio Tergolina Salton

Coorientador: Ariel Lutenberg

Porto Alegre - RS, Brasil

2014



CONTROLADOR NÃO-LINEAR PARA VEÍCULO AÉREO NÃO TRIPULADO

CANDIDATO: LEANDRO PFULLER LISBOA

Esta Dissertação de Mestrado foi julgada para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

DR. AURELIO TERGOLINA SALTON - ORIENTADOR

DR. ARIEL LUTENBERG - CO-ORIENTADOR

BANCA EXAMINADORA

DRA. LUCÍOLA CAMPESTRINI - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - UFRGS

DR. FABIAN LUIS VARGAS - PPGEE - FENG - PUCRS

À Kadani, meu pai, minha mãe e minha irmã por todo amor, carinho e compreensão ao longo desta jornada.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Prof. Aurélio Salton, por todo suporte prestado tornando possível a realização deste trabalho, ao meu coorientador Prof. Ariel Lutenberg, por me receber e auxiliar durante o período de intercâmbio realizado na Universidade de Buenos Aires e ao Prof. Jeferson Flores pelas valiosas dicas concedidas durante o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço também toda a comissão coordenadora e a equipe administrativa do PPGEE.

Agradeço aos mestrando, bolsistas e voluntários os quais tive o prazer de trabalhar no GACS. Um agradecimento especial ao Nelso, Henrique e Rafael pelos conselhos, ajudas e parceria sem as quais não teria seguido esta pesquisa;

Finalmente, um agradecimento especial a minha família pelo apoio, incentivo e dedicação para concluir esta etapa de minha vida.

“Difícilmente pode-se negar que o objetivo supremo de todas teorias é fazer com que os elementos básicos irreduzíveis sejam tão simples quanto possível, sem ter que se render a uma representação adequada de um único dado de experiência.”

(Albert Einstein)

Resumo

Com a popularização do uso de Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT's) cresce a necessidade do uso de controladores mais sofisticados, mais robustos e mais eficazes, de forma a aprimorar sua performance de voo. Este trabalho tem como objetivo a implementação de uma técnica de controle não linear para ser aplicada em VANT's do tipo quadróptero, reduzindo o tempo de voo e aprimorando a estabilidade do sistema. A técnica de controle comumente usada consiste em uma lei de controle linear conhecida como PID (Proportional Integrador Derivador) que, embora proporcione estabilidade e deslocamento para essa classe de sistema, esta técnica apresenta certas limitações de desempenho e performance por não considerar parâmetros construtivos, tais como a saturação do próprio atuador e momentos inerciais associados à distribuição de massa no sistema. Neste cenário, é proposto a implementação de uma lei de controle, baseada em uma formulação de tempo de resposta quase ótimo denominada *Proximate Time Optimal Servomechanism* (PTOS), a ser aplicada nos graus de liberdade relativos a rotação e translação do veículo. Não obstante, é proposta uma técnica de controle bidirecional para atuar no controle da trajetória georreferenciada do sistema, alicerçada no conceito de tempo ótimo, tal como PTOS. Como metodologia, primeiramente é apresentado o modelo da dinâmica do sistema, tal como uma representação linear para fins de projeto de controle, para que então sejam desenvolvidos os controladores propostos. O desenvolvimento é validado *offline*, via simulações dos algoritmos.

Palavras-chaves: Veículo Aéreo Não Tripulado, Quadróptero, Controlador de Tempo Ótimo, Controlador Não-Linear, PTOS.

Abstract

With the popularization of the use of Unmanned Aerial Vehicles (UAV's) grows the need to use more sophisticated, robust and effective controllers in order to enhance its flight performance. This work aims the development of a non-linear control to be applied on a quadrotor aircraft, reducing flight time and improving system stability. The most commonly control technique used consist of a linear control law known as Proportional Integrate Derivative (PID), which provides stability and displacement for this class of system. However, this technique has certain limitations in performance by not considering construction parameters such as actuator's saturation and inertial moments, associated with the mass distribution of the system. Given this scenario, it is proposed the implementation of a control law, based on a formulation of optimal response time named Proximate Time Optimal Servomechanism (PTOS) to be applied on the degrees of freedom for rotation and translation of the vehicle. Furthermore, it is proposed a new approach to operate on a bidirectional displacement of a geo-referenced trajectory control system, based on the concept of optimal time, such as PTOS. Firstly it is presented the system dynamics, then a linearization, for purpose of control design, is achieved so that the proposed controllers are developed.

Key-words: Time optimal control, nonlinear control, servomechanisms, PTOS

Lista de ilustrações

Figura 1 – Veículo Aéreo Não Tripulado - Quadcóptero.	18
Figura 2 – Diagrama de blocos dos principais componentes do quadcóptero.	19
Figura 3 – Sistema de coordenadas, onde: a) Sistema Referencial Local; b) Sistema Referencial Global.	20
Figura 4 – Diagrama de blocos do sensor do sistema.	22
Figura 5 – Diagrama de blocos do atuador do sistema.	23
Figura 6 – Sinal de controle teórico do controle de tempo ótimo.	25
Figura 7 – Saída em posição do sistema integrador duplo controlado pelo TOC.	26
Figura 8 – Resposta ao degrau do controlador PTOS para diversos valores de coeficiente α	29
Figura 9 – Comparativo entre a resposta temporal do TOC com o PTOS.	30
Figura 10 – Diagrama de blocos do modelo do quadcóptero.	31
Figura 11 – Estratégias de acionamento do quadcóptero.	33
Figura 12 – Circuito equivalente de um motor.	34
Figura 13 – Momento gerado pela diferença de empuxo entre motores de um mesmo eixo.	35
Figura 14 – Principais estratégias de acionamento do quadcóptero.	35
Figura 15 – Representação da estrutura física do sistema	40
Figura 16 – Diagrama de blocos de um sistema integrador duplo com controle limitado pela saturação.	42
Figura 17 – Linearização do empuxo gerado pelo atuador, considerando como ponto de equilíbrio a velocidade de <i>hovering</i>	44
Figura 18 – Linearização do arrasto gerado pelo atuador, considerando como ponto de equilíbrio a velocidade de <i>hovering</i>	44
Figura 19 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controle em cascata.	49
Figura 20 – Diagrama de blocos do controle em cascata e do controle de altitude.	50
Figura 21 – Sistema de conversão dos sinais de controle.	51
Figura 22 – Sistema rotacionando a uma dada referência R_{Θ}	52
Figura 23 – Ângulo e sinal de controle da rolagem para uma referência em degrau de 10° aplicada com o controle PD e PTOS.	54
Figura 24 – Resposta normalizada das referências 1° , 10° e 20° aplicadas com o controle PD e PTOS.	54
Figura 25 – Resposta temporal da rolagem, para uma entrada de referência nula, sob efeito de distúrbios.	55

Figura 26 – Ângulo e sinal de controle da guinada para uma referência em degrau de 10° aplicada com o controle PD e PTOS.	56
Figura 27 – Resposta normalizada das referências 1° , 10° e 20° aplicadas com o controle PD e PTOS.	57
Figura 28 – Resposta temporal da guinada, para uma entrada de referência nula, sob efeito de distúrbios.	57
Figura 29 – Resposta temporal da guinada, considerando referência nula, sob atuação da rolagem e arfagem.	58
Figura 30 – Sistema rotacionando a uma dada referência desejada.	59
Figura 31 – Posição e sinal de controle do eixo X quando o sistema é controlado pelo PD e PTOS a uma referência de 10 metros.	60
Figura 32 – Resposta normalizada para os degraus de 10m, 30m e 60m para ambos controladores.	61
Figura 33 – Resposta do sistema quando controlador com PD e PTOS, para a referência $r(r_x, r_y) = (30, 20)$	62
Figura 34 – Posição e sinal de controle dos eixo X e Y quando o sistema é controlador pelo PD e PTOS para referência de $r_x = 30$, e dois segundos após uma referência de $r_y = 20$	63
Figura 35 – Diagrama do controlador PID com anti <i>Wind-UP</i> , pelo método <i>Back Calculation</i>	64
Figura 36 – Resposta temporal da altitude e sinal de controle quando o sistema é controlado com PID sem anti <i>Wind-UP</i> e com anti <i>Wind-UP</i>	65
Figura 37 – Resposta do sistema e sinal de controle PTOS gerado pelo controle rotacional com sua referencia originada pelo controle de trajetória.	66
Figura 38 – Trajetória XY gerada quando aplicadas as referências r_x e r_y , onde $r_x < r_y$, utilizando o controlador PTOS.	68
Figura 39 – Sistema cartesiano XY, com o sistema posicionado nas condições iniciais (x_0, y_0) seguindo linearmente as referências (r_x, r_y)	69
Figura 40 – Sinal de controle do eixo X e do eixo Y com um degrau em ambas as referências, considerando $r_x > r_y$ e $b_x < b_y$	73
Figura 41 – Entradas de controle do PTOS e TDPTOS quando aplicadas as referências onde $r_x < r_y$	75
Figura 42 – Resposta temporal e sinal de controle dos eixos X e Y, quando inserida as referências $r_x = 15m$ e $r_y = 5m$	76
Figura 43 – Posição dos eixo X e Y, quando inserido referências $r_x = 15m$ m e $r_y = 5m$ m.	76

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros inerciais do sistema.	40
Tabela 2 – Parâmetros do atuador.	41
Tabela 3 – Algoritmo de controle PTOS, sendo os estados x_1 e x_2 a posição e a velocidade, respectivamente.	51
Tabela 4 – Algoritmo do controle TDPTOS.	74
Tabela 5 – Exemplo de um sistema bidimensional e parâmetros do controle TDP- TOS.	74

Lista de abreviaturas e siglas

HDD	<i>Hard Disk Drive</i>
PD	Proporcional-Derivativo
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PRBS	<i>Pseudorandom Binary Sequence</i>
PTOS	<i>Proximate Time Optimal Servomechanism</i>
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
TOC	<i>Time Optimal Control</i>
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
DOF	<i>Degree of Freedom</i>
VTOL	<i>Vertical Take-Off and Landing</i>
ESC	<i>Electronic Speed Control</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
CPU	<i>Central Processor Unit</i>
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
DMP	<i>Digital Motion Processor</i>
μC	<i>Micro Controlador</i>

Lista de símbolos

\vec{P}^L	posição linear do sistema referente ao frame local
$\vec{\vartheta}^L$	velocidade linear do sistema referente ao frame local
$\vec{\lambda}^L$	velocidade angular do sistema referente ao frame local
\vec{P}^G	posição linear do sistema referente ao frame global
$\vec{\Theta}^L$	posição angular do sistema referente ao frame global
U_j	tensão elétrica do atuador j , onde $j = 1, 2, 3, 4$
ω_j	velocidade angular do atuador j , onde $j = 1, 2, 3, 4$
E_j	empuxo do atuador j , onde $j = 1, 2, 3, 4$
A_j	arrasto do atuador j , onde $j = 1, 2, 3, 4$
b_n	coeficiente intrínseco do sistema n
u	sinal de controle
$sat(\cdot)$	função saturação
\bar{u}	saturação de u
$sgn(\cdot)$	função sinal
\dot{y}	a primeira derivada de y em relação ao tempo
\ddot{y}	a segunda derivada de y em relação ao tempo
$ a $	valor absoluto do escalar a
\mathbb{N}	conjunto de números naturais
\mathbb{R}	conjunto dos números reais

Sumário

	Sumário	12
1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Estado da Arte	14
1.2	Proposta	16
1.3	Organização	16
2	PRELIMINARES	18
2.1	Introdução	18
2.2	Sistema	19
2.2.1	Sensores	21
2.2.2	Atuadores	22
2.3	Controle de Tempo Quase Ótimo	23
2.3.1	<i>Controle de Tempo Ótimo</i>	25
2.3.2	<i>Controle de Tempo Quase Ótimo</i>	26
3	MODELAGEM	31
3.1	Introdução	31
3.2	Cinemática	32
3.3	Dinâmica do Atuador	32
3.4	Dinâmica Rotacional	36
3.5	Dinâmica Translacional	38
3.5.1	Transformação de Sistema de Coordenadas	38
3.6	Parâmetros do sistema	39
3.6.1	Estrutura	39
3.6.2	Atuador	40
3.7	Modelo Linear para Controle	41
3.7.1	Linearização do Atuador	42
3.7.2	Linearização da Dinâmica Rotacional	45
3.7.3	Linearização da Dinâmica Translacional	46
3.8	Sumário	46
4	CONTROLE UNIDIMENSIONAL	48
4.1	Introdução	48
4.2	Controlador PTOS	50
4.3	Controle Rotacional	52

4.3.1	Controle de Rolagem e Arfagem	52
4.3.1.1	Implementação do Controlador PTOS	53
4.3.1.2	Resultado Numérico	53
4.3.2	Controle para Guinada	55
4.3.2.1	Implementação do Controlador PTOS	55
4.3.2.2	Resultado Numérico	56
4.4	Controle Translacional	58
4.4.1	Controle para Navegação Horizontal	58
4.4.1.1	Implementação do Controlador PTOS	59
4.4.1.2	Resultado Numérico	60
4.4.2	Controle de Altitude	61
4.4.2.1	Implementação do Controlador PID com Anti <i>Wind-Up</i>	62
4.4.2.2	Resultado Numérico	65
4.5	Conclusão	65
5	CONTROLE BIDIMENSIONAL	67
5.1	Introdução	67
5.2	Controle Bidimensional	68
5.2.1	Modelo Linear para Controle	69
5.2.2	Desenvolvimento do Controlador TDPTOS	69
5.2.2.1	Classificação dos Eixos	71
5.2.3	Continuidade	71
5.2.4	Implementação do Controlador TDPTOS	74
5.2.5	Resultado Numérico	75
5.3	Conclusão	77
6	CONCLUSÃO	78
	Referências	79

1 Introdução

Atualmente, o desenvolvimento de Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT's) vem se difundindo no meio acadêmico e profissional, tendo como motivação a vasta aplicabilidade que este sistema pode oferecer. Essa classe de aeronave representa um avanço tecnológico por se tratar de sistemas completamente autônomos, não requerendo intervenção humana para executar uma determinada tarefa ou, reduzindo esta intervenção ao manuseio de um controle conectado a um rádio.

Remotos ou autônomos, estes veículos apresentam vantagens frente às aeronaves tripuladas: apresentam manobrabilidades mais agressivas, com forças muito acima das toleradas pelo ser humano, permitindo assim, maiores acelerações e voos em locais de difícil acesso para aeronaves convencionais; permitem longas jornadas de voo, a exemplo, o modelo Global Hawk utilizado pela NASA que pode realizar voos ininterruptos por até 42 horas (OSTWALD, 2007); eliminam prováveis riscos que uma aeronave tripulada possa expor a sua tripulação e possui baixo custo relativo de produção e manutenção.

Dentre os VANT's existentes, o quadrimotor, conhecido como quadróptero, vem demonstrando uma vasta aplicabilidade por se tratar de uma aeronave com quatro propulsores alinhados em cruz, que possibilita decolagens e aterrissagens verticais, (VTOL, do inglês *Vertical Take-Off and Landing*). Essa aeronave se assemelha aos helicópteros, porém, não é necessário variar o passo de suas hélices, além de possuir uma controlabilidade superior devido aos quatro atuadores, ao invés de dois.

O conceito quadróptero foi primeiramente abordado por Charles Richet no início do século XX, quando em 1907 criou o primeiro quadróptero que se tem registro (PAULA, 2012). Embora não seja classificado como VANT (pois necessitava de um piloto) o seu mecanismo simples o tornou criador do conceito quadróptero, além de contribuir para a descrição da teoria dos pares de hélices que giram em sentidos opostos, conceito ainda hoje utilizado para evitar o torque giroscópico.

1.1 Estado da Arte

Os VANT's evoluíram rapidamente nas últimas décadas com o advento da tecnologia embarcada, incorporando dispositivos como processadores e sensores compactos e eficientes. Em 1995 foi desenvolvido um dos modelos militares mais avançados, o *MQ-1 Predator*, fabricado pela *General Atomics* e fornecido à Força Aérea Americana. Este modelo possui dois modos de operação: controle autônomo e controle remoto, que podem realizar missões de reconhecimento e ataque ar-terra. Em 2002 esse modelo foi o primeiro

VANT a realizar uma missão de ataque terrestre na guerra do Afeganistão.

Nos últimos anos o avanço na tecnologia vem tornando acessível o uso destes veículos para fins comerciais e até mesmo para fins recreativos. O quadricóptero, por se tratar de um VTOL de baixo custo, é um modelo que gera notável destaque, onde os segmentos de atuação mais difundidos que se beneficiam com tal desenvolvimento são: inspeção de linhas de transmissão de energia (WANG; CHEN; WANG, 2010), segurança pública e privada (WENG; ABIDIN, 2006), fotografias aéreas (LI; YANG, 2012), busca e resgate (ERDOS; ERDOS; WATKINS, 2013), agricultura (THAMRIN; ARSHAD; ADNAN, 2012), entre outras tantas finalidades (AUSTIN, 2010).

Os quadricópteros são sistemas instáveis, necessitando de uma malha de controle com realimentação de seus estados para garantir sua estabilidade. Para isso, é imprescindível o uso de sensores adequados, tais como giroscópio e acelerômetros, para garantir estabilidade, e GPS para realizar rotas pré-estabelecidas.

Muitas técnicas de controle foram desenvolvidas para atuar neste tipo de sistema, as quais citam-se: Proporcional-Integral-Derivativo (PID) (LI; LI, 2011), Regulador-Linear-Quadrático (LQR) (REYES-VALERIA; ENRIQUEZ-CALDERA; CAMACHO-LARA, 2013), Controle-Modelo-Preditivo (MPC) (ALEXIS; TZES, 2012), entre outros controladores não lineares (BOUABDALLAH; SIEGWART, 2007; AL-YOUNES; AL-JARRAH; JHEMI, 2010). Contudo, nenhuma técnica de controle foi desenvolvida tendo como objetivo: atingir o tempo ótimo no deslocamento evitando sobressinal na rastreabilidade da referência e garantir estabilidade do sistema sujeito a saturação nos atuadores.

Considerado o limite teórico para o alto desempenho em sistemas tipo integrador duplo sujeito a saturação no atuador, o controlador *Time-Optimal Control* (TOC) (ARTHUR; BRYSON; HO, 1975) também conhecido como *Bang-Bang Control*, foi desenvolvido. Contudo, como outros controladores comutáveis, o TOC sofre efeito indesejável do *chattering* (KHALIL, 2002a), ou seja, a saída do sistema apresenta oscilação sustentável em torno da referência por consequência do sinal de controle alternar entre os níveis de saturação. Esse problema prático acarretou na busca de técnicas que se aproximem da performance de tempo ótimo excluindo estes efeitos indesejados.

Proposto por Workman, Kosut e Franklin (1987a), o *Proximate Time-Optimal Control* (PTOS) apresenta uma resposta próxima ao desempenho de tempo ótimo sem a presença do efeito indesejado do *chattering*. Sua estratégia de controle é uma adaptação da lei TOC, onde primeiramente é utilizada uma função não-linear originada do TOC e, conforme o sistema aproxima-se da referência, essa função é trocada para um controle linear Proporcional-Derivativo (PD). Esta troca faz com que o sistema tenha uma maior estabilidade, garantindo uma performance assintótica em uma dada coordenada, assim, este controlador se torna implementável pelo fato de não apresentar o efeito *chattering*, podendo ser aplicado em diversos servomecanismos, tais como (HREDZAK; HERRMANN;

GUO, 2006) e (LISBOA; SALTON; FLORES, 2013b).

1.2 Proposta

Sendo o quadrcóptero um sistema que possui motores elétricos como atuadores e sensores que medem sua posição e velocidade relativas, este pode ser tratado como um sistema integrador duplo sujeito à saturação com baixo fator de atrito, o que possibilita a implementação do controlador PTOS, o que resulta em um aprimoramento na resposta temporal do deslocamento ponto-a-ponto. Devido à demanda especializada que surge a cada dia, estes atributos tornam-se cada vez mais importantes para o sistema.

A partir destas premissas, o objetivo deste trabalho é aplicar a lei de controle não linear PTOS para controlar a rotação e a translação do VANT. Isto se dará por meio do desenvolvimento de um ambiente virtual para realizar simulações do controlador em um modelo com base no formalismo de Newton-Euler, tendo como premissa a dinâmica e cinemática apresentada por Daniel (2012). Para isso, procede-se uma linearização do modelo do quadrcóptero, dando suporte ao desenvolvimento do controle. Esta abordagem é motivada devido ao fato desta técnica garantir ao sistema uma performance em tempo quase ótimo, mesmo quando submetido a referenciais de baixa ou alta amplitudes, mantendo assim, a resposta do sistema estável e sem sobre sinal significante, garantias essas não alcançadas pelo controlador PD.

É proposta, também, uma nova abordagem de controle na trajetória georreferenciada que garante rastreabilidade em trajetórias lineares, tendo como meta o deslocamento ponto-a-ponto do sistema. Em outras palavras, é apresentada uma técnica de controle bidirecional derivada do conceito de tempo quase ótimo (SALTON; ZHENG; FLORES, 2014).

1.3 Organização

Inicialmente, no Capítulo 2 são apresentados conceitos básicos e uma revisão bibliográfica. Neste capítulo destacam-se definições fundamentais, tais como o sistema de coordenadas, sensores, atuadores e uma revisão do controlador de tempo ótimo, seguido do controlador PTOS.

É apresentado no Capítulo 3 a cinemática e o modelamento matemático do quadrcóptero, abordando as dinâmicas rotacionais e translacionais. Após, uma parametrização da estrutura e atuadores é apresentado seguido de uma linearização adequada para o desenvolvimento do controlador proposto. As simulações são realizadas no software *MatlabTM*, com o auxílio da ferramenta *SimulinkTM*.

O Capítulo 4 introduz as malhas de controle que agem no sistema, controlando sua rotação e translação em uma estrutura conhecida como cascata. Neste capítulo implementa-se o controle PTOS individualmente eixo a eixo e obtêm-se resultados numéricos que consolidam a abordagem de controle de tempo quase ótimo em sistemas do tipo quadróptero. Por último, é implementado um controlador PID com anti *windup* para controlar a altitude.

O Capítulo 5 apresenta uma nova abordagem de controle bidimensional para navegação horizontal do quadróptero. Para esta abordagem, dá-se o nome de Controle Bidimensional de Tempo Quase Ótimo, por se tratar de uma extensão do controlador PTOS e ser dedicado a sistemas de posicionamento servo-motorizados em um referencial cartesiano reticulado planar.

A presente tese se deu início a partir do Programa de Associação de Pós-Graduação entre a Universidade de Buenos Aires, tendo como responsável o Prof. Dr. Ariel Lutenberg, e a Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, tendo como responsável o Prof. Dr. Fabian Luis Vargas. O programa é uma parceria entre as universidades proporcionado pela Capes, projeto 033/11, onde a integração dos grupos de pesquisa possibilitou o desenvolvimento deste trabalho.

Durante o desenvolvimento do trabalho foi publicado o artigo (LISBOA; SALTON; FLORES, 2013b) apresentando um desenvolvimento de tempo ótimo para sistemas bidimensionais simétricos de corpo rígido no simpósio *Embedded Systems SASE/CASE, 2013 Fourth Argentine Symposium and Conference*. Em seguida, o artigo (LISBOA; SALTON; FLORES, 2013a) foi publicado apresentando um controlador bidimensional para sistemas assimétricos no Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI), 2013 Décimo Primeiro Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. Por último o artigo (SALTON; ZHENG; FLORES, 2014), referente a um controlador de posicionamento de uma mesa XY publicado no *Australian Journal of Electrical and Electronics Engineering (AJEEE)* 2013.

2 Preliminares

Este capítulo tem por finalidade explorar os conceitos básicos referentes ao sistema quadróptero, assim como explorar os componentes fundamentais e os controladores de tempo ótimo para sistemas servo motorizados. O quadróptero, por possuir motores elétricos como atuadores e sensores de posição e velocidade, pode ser tratado como um sistema integrador duplo sujeito a saturação com baixo fator de atrito, viabilizando o uso dos controladores de tempo ótimo. Será apresentado também um controlador PID com anti *wind-up* para controlar a altitude do quadróptero.

2.1 Introdução

Primeiramente é apresentado o sistema quadróptero, introduzindo os sistemas referenciais e os principais componentes ativos responsáveis pela atuação e sensoriamento do sistema (subsídio para o desenvolvimento do modelo matemático do quadróptero). Por último apresenta-se o controle de tempo ótimo, desenvolvida por Workman, Kosut e Franklin (1987b), que detalha o seu mecanismo e funcionamento. A Fig. 1 mostra o quadróptero considerado no desenvolvimento deste trabalho.

Figura 1 – Veículo Aéreo Não Tripulado - Quadróptero.



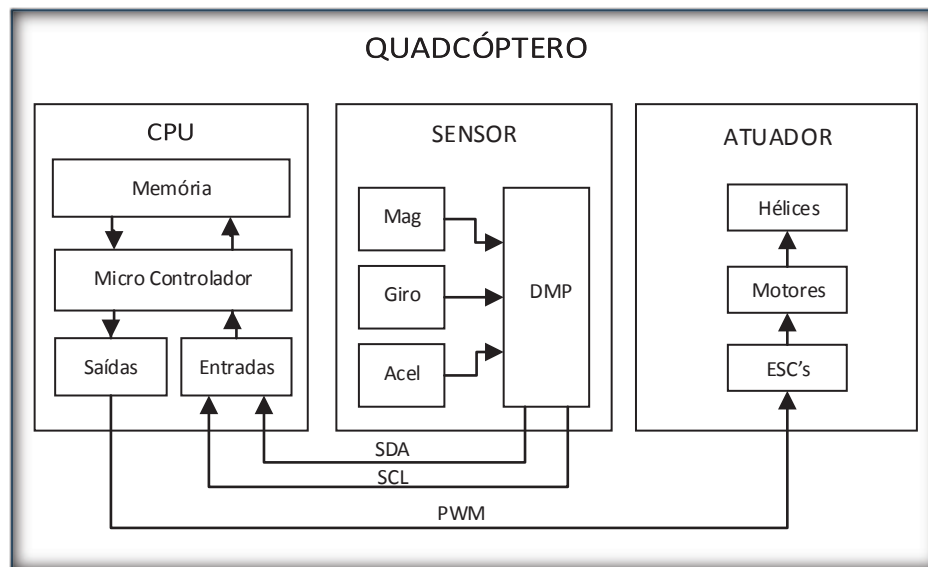
Fonte: O autor.

2.2 Sistema

Dentre os VANT's existentes, o quadricóptero, conhecido como quadcópetero, possui uma vasta aplicabilidade por se tratar de uma aeronave com quatro propulsores alinhados em cruz, possibilitando decolagens e aterrissagens verticais, (VTOL, do inglês *Vertical Take-Off and Landing*). Os VANT's evoluíram rapidamente nas últimas décadas com o advento da tecnologia embarcada, incorporando dispositivos como processadores, sensores e motores elétricos compactos e eficientes.

A Fig. 2 apresenta um diagrama contendo os principais componentes responsáveis pelo bom funcionamento do sistema. Sendo a unidade central de processamento (CPU, do inglês *Central Processor Unit*) responsável por realizar a integração dos sensores e atuadores, bem como executar o algoritmo de controle, estabilizando e guiando o veículo.

Figura 2 – Diagrama de blocos dos principais componentes do quadcópetero.



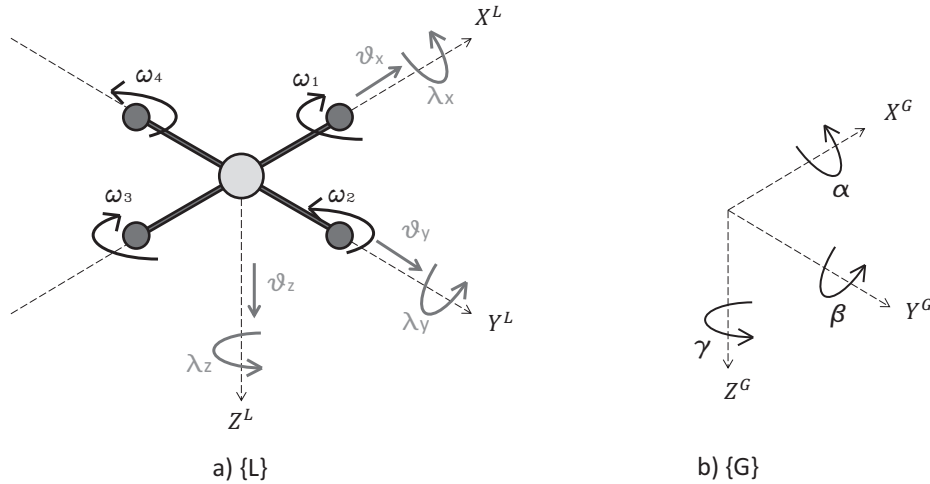
Fonte: O autor.

Responsável pela aquisição, em tempo real, dos estados do sistema, o sensor deve ser capaz de mensurar o posicionamentos espacial, a angulação e suas velocidades relativas. Para isso, é imprescindível o uso de sensores adequados, tais como magnetômetro, giroscópio e acelerômetro, e um sistema de posicionamento global (GPS, do inglês *Global Position System*) para realizar rotas pré-estabelecidas.

Já o atuador é responsável por fornecer o empuxo e o torque necessários, possibilitando o voo e a manobrabilidade do veículo. Como mencionado, o quadcópetero possui quatro atuadores simetricamente posicionados ao extremo de cada braço, conforme mos-

trado na Fig. 3, onde cada atuador é composto por um controlador eletrônico de velocidade (ESC, do inglês *Electronic Speed Controller*), um motor e uma hélice.

Figura 3 – Sistema de coordenadas, onde: a) Sistema Referencial Local; b) Sistema Referencial Global.



Fonte: O autor.

Os sistemas de coordenadas utilizados são apresentados na Fig. 3, sendo 3.a, um sistema de referência local, fixo e centrado à estrutura, indicado por L , onde estão integrados os sensores, registrando forças e velocidades relativas à sua orientação - normalmente denominado *frame* do corpo. Por fim, define-se um sistema de referência global, em 3.b, fixo à terra, indicado por G , onde seus eixos horizontais são alinhados conforme o polo magnético terrestre e seu eixo vertical apontado para o centro da terra - normalmente denominado *frame* inercial. Nota-se que as Leis de Newton usadas no modelamento fazem menção a este sistema de referência.

Com estas premissas e considerando que o sistema possui seis graus de liberdade, três rotacionais e três translacionais, definem-se:

- *Frame* Local \vec{L}
 - Posição linear: $\vec{P}^L = [x^L \ y^L \ z^L]^T$
 - Velocidade linear: $\vec{v}^L = [v_x \ v_y \ v_z]^T$;
 - Velocidade angular: $\vec{\lambda}^L = [\lambda_x \ \lambda_y \ \lambda_z]^T$;
- *Frame* Global \vec{G}
 - Posição linear: $\vec{P}^G = [x^G \ y^G \ z^G]^T$
 - Posição angular: $\vec{\Theta}^G = [\theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T$;

Não é necessário uma definição exclusiva da posição angular, referente ao frame local, por não compor o modelamento do sistema. Da mesma forma, as velocidades lineares e angulares, concernentes ao frame global, também não são definidas.

2.2.1 Sensores

O sistema de navegação é tão antigo quanto a própria humanidade, sendo o reconhecimento visual de marcos a raiz do sistema moderno. Primeiramente, a navegação consistia em utilizar pontos de referência para estabelecer posição. Conforme a evolução deste sistema, foram incorporadas estimativas de velocidade de bordo, assim, ao conhecer o ponto de partida, suas condições iniciais, pôde-se estimar a posição dado algum tempo.

Em 1950, foi desenvolvido um sistema de navegação inercial (em inglês, *Inertial Navigation System, INS*), impulsionado pela necessidade em estabilizar mísseis que tinham sua trajetória prejudicada devido a irregularidades do terreno durante o lançamento e mudanças de inclinação durante a sua trajetória, permitindo assim, obter um plano de referência estabilizado. Este sistema permitiu determinar a posição e a atitude de um veículo de forma autônoma. Utilizando sensores e os princípios das leis de Newton, pôde-se determinar a posição do sistema em relação ao ponto de partida em latitude e longitude.

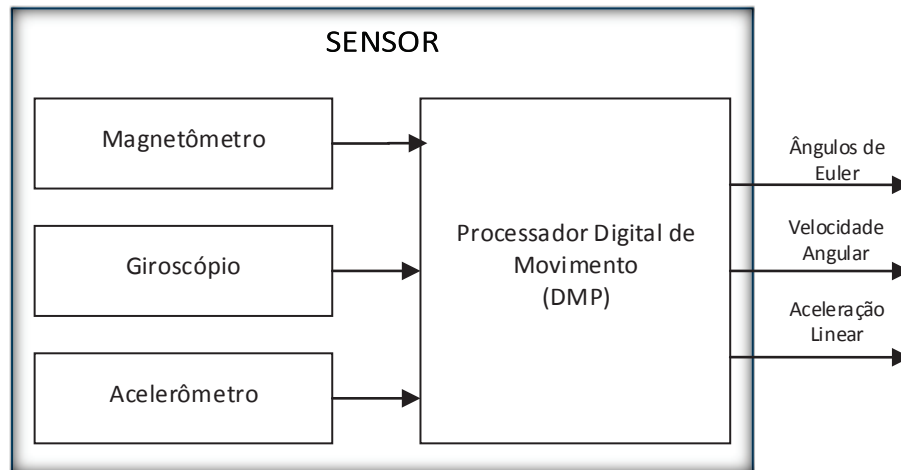
Sistema de referência inercial é um sistema de coordenada onde as leis de movimento de Newton são válidas. Sendo a definição de inércia como a propriedade de um corpo permanecer com velocidades translacionais e rotacionais constantes a menos que seja perturbado por uma força ou torque (Primeira Lei de Newton).

Assim, a navegação inercial baseia-se em medições das acelerações e das velocidades angulares do corpo em movimento em relação a determinado sistema de referência. Tais medições são obtidas por instrumentos que empregam as leis Newtonianas de movimento. Giroscópios e acelerômetros podem fornecer os sinais necessários para uma navegação autônoma, sendo que os giroscópios medem as velocidades angulares e os acelerômetros medem as acelerações lineares. Através de processos de integração, torna-se possível obter velocidade e posição, bem como determinar a orientação do corpo.

Unidade de medida inercial (IMU, do inglês *Inertial Measurement Unit*) é um sistema que contém acelerômetros e giroscópios, normalmente três de cada. Assim, uma IMU é suficiente para medir a variação de rotação e deslocamento nos três eixos cartesianos. O MPU-6050 é um dispositivo *Motion Tracking* de seis eixos, com baixo consumo de energia, baixo custo e alta performance. Este dispositivo incorpora uma tecnologia denominada *InvenSense's MotionFusionTM*, e um *firmware* de calibração em tempo real. Esta tecnologia consiste em uma fusão dos sensores, acelerômetro e giroscópio, garantindo uma entrega de alta performance dos ângulos, eliminando assim, a necessidade de projetar

uma complexa integração discreta do dispositivo, bem como reduzir o tempo de execução do microcontrolador (μC), tornando o sistema mais eficiente.

Figura 4 – Diagrama de blocos do sensor do sistema.



Fonte: O autor.

Combinando um giroscópio e um acelerômetro de três eixos cada em um único chip integrados com um processador digital (DMP, do inglês *Digital Motion Processor*), capaz de realizar algoritmos complexos de fusão de sinais, é possível que o algoritmo acesse um magnetômetro externo através de uma comunicação I^2C , permitindo que o dispositivo possa reunir um conjunto completo de dados sem a intervenção do μC .

As forças e os momentos, concernentes ao *frame* local, são obtidas pela IMU, tendo como componentes os vetores de velocidade linear e angular definidos por: \vec{v}^L e $\vec{\lambda}^L$, respectivamente. Conforme mencionado, o DMP com sua tecnologia *InvenSense's MotionFusionTM* disponibiliza a posição angular concernente ao *frame* global, definida por: $\vec{\Theta}^G$.

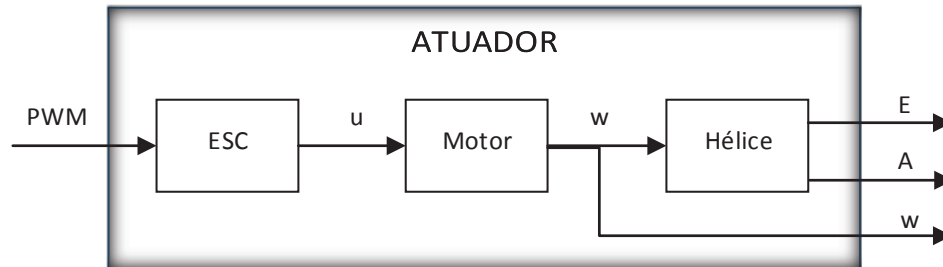
2.2.2 Atuadores

Simetricamente distribuídos nos extremos da estrutura mecânica, o sistema conta com quatro conjunto de atuadores. Cada par gira em sentidos opostos, o que evita o efeito de torque giroscópico, fornecendo empuxo e torque necessários a sustentação e manobrabilidade do veículo.

O atuador é composto por um controlador eletrônico de velocidade (ESC, do inglês *Electronic Speed Controller*), um motor trifásico sem escova (em inglês *BrushLess*) e uma

hélice, conforme apresentado no diagrama da Fig. 5. Assim, cada atuador tem como saída empuxo (E), arrasto (A) e velocidade angular (ω).

Figura 5 – Diagrama de blocos do atuador do sistema.



Fonte: O autor.

ESC's são controladores que possibilitam uma comunicação direta e linear entre o μC e os motores trifásicos, sendo o sinal gerado no μC modulado por largura de banda (PWM, do inglês *Pulse-width modulation*). Este sinal alimenta o ESC, bem como uma bateria, controlando assim, o nível de tensão dos motores, que por sua vez são responsáveis por converter a força elétrica, provida pelo ESC, em força mecânica necessária para acionar as hélices, gerando empuxo e arrasto. Sua velocidade é regulada pelo sinal PWM calculado pelo μC .

A operação de um motor trifásico *BrushLess* pode ser aproximada pelo modelo de um motor de corrente contínua, o qual fundamenta-se na interação entre condutores percorridos por correntes elétricas e campos magnéticos. Para o estudo desta máquina elétrica deve-se considerar a lei da indução eletromagnética de Faraday que afirma que quando um fluxo magnético varia através de uma espira, nela é induzida uma tensão, chamada de força eletromotriz (E). Deve-se considerar também a lei de Ampère, a qual assume que quando os condutores da bobina de armadura são submetidos a forças, o rotor tende a girar (KINGSLEY; UMANS; FITZGERALD, 2006).

2.3 Controle de Tempo Quase Ótimo

A maior parte dos atuadores usados na engenharia de precisão são modelados com equações de dinâmica de corpo rígido, tais como motores eletromagnéticos (BACHER; WALDHART; GRABNER, 2010), sistemas HDD's de simples estágio (CHEN; LEE; PENG, 2006) bem como duplo estágio (ZHENG; FU, 2008), entre outros.

Conforme (ZHENG; FU, 2008), desempenho em tempo ótimo, ou, tempo mínimo de movimentação de um ponto inicial a um ponto final é o principal objetivo de

inúmeros sistemas de controle. Assim, a técnica que obtém o melhor desempenho em servomecanismo é o Controle de Tempo Ótimo (TOC). Este controlador normalmente é chamado de *Bang-Bang Control* devido a sua atuação ser baseada em uma máxima aceleração seguida de uma máxima desaceleração possível. Esta ação é consideravelmente agressiva, o que resulta em um fenômeno conhecido como *Chattering* (KHALIL, 2002b), tornando o controlador TOC incapaz de fornecer uma solução com sentido prático. Dado este cenário, diferentes técnicas de controle têm sido sugeridas na literatura para a obtenção de uma aproximação de tempo ótimo, das quais inclui Controle de Tempo Quase Ótimo (PTOS), (PASCOAL; KOSUT; FRANKLIN, 1989), (SALTON; CHEN; FU, 2012) e (WORKMAN, 1987a); Controle Deslizante, (UTKIN, 1992); Controlador Não Linear, (CHEN; LEE; PENG, 2003); Controle de Troca, (YAMAGUCHI; NUMASATO; HIRAI, 1998); Controle de Dois Graus de Liberdade, (OSAKA; NAGANAWA; SAKURADA, 2012); Controle Gaussiano Linear (LQG), (CHIZECK; JI, 1988) e Controle Adaptativo, (SERIKITKANKUL; SEKI; HIKIZU, 2005).

Do ponto de vista prático, a técnica de controle mais usual é o PTOS, a qual fornece uma solução relativamente simples e elegante para uma aproximação de tempo ótimo em uma movimentação ponto-a-ponto. A técnica PTOS foi desenvolvida com o objetivo de resolver o fenômeno de *chattering*. Esta técnica consiste em uma troca suave da lei TOC, no instante em que o sinal se aproxima da referência, para uma lei de controle linear, evitando assim, uma mudança abrupta no sinal de controle. Como consequência, esta lei de controle utiliza a máxima aceleração do atuador apenas quando lhe é conveniente.

O interesse em sistemas de corpo rígido resulta da ampla variedade de plantas que estão descritas por este modelo dinâmico específico, dado pôr:

$$m\ddot{y} = \text{sat}(u) - f - d$$

onde y é a posição do atuador, u representa a força de entrada aplicada ao sistema, m é a massa do sistema, f é o atrito e d é qualquer possível perturbação que atua no sistema. Além disto, “sat” é função de saturação simétrica, definida como:

$$\text{sat}(u) = \text{sgn}(u) \cdot \min\{|u|, \bar{u}\},$$

e “sgn” é a função sinal, definida pela equação que segue:

$$\text{sgn}(e) = \begin{cases} +1, & e \geq 0 \\ -1, & e < 0 \end{cases} . \quad (1)$$

Muitos sistemas dinâmicos de segunda ordem possuem baixo amortecimento (atrito desprezível), ou utilizam algum tipo de compensador com o objetivo de minimizar os efeitos do atrito e de perturbações indesejadas. A partir desta suposição, o sistema de interesse é descrito por,

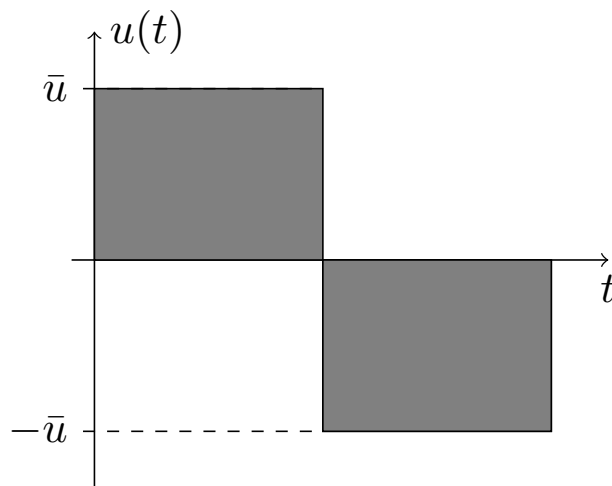
$$\ddot{y} = b \text{sat}(u), \quad (2)$$

onde b é dado pelo inverso da massa.

2.3.1 Controle de Tempo Ótimo

A teoria de controle de tempo ótimo (TOC) visa obter um deslocamento com a melhor performance possível, considerando uma referência do tipo degrau. Em outras palavras, este controle visa obter o menor tempo de movimentação entre um ponto inicial e um ponto final, comumente referindo-se a uma resposta ótima. Para isso, sua lei de controle faz com que o sistema obtenha a máxima aceleração seguido da máxima desaceleração a fim de seguir a trajetória de velocidade ótima predefinida para alcançar o destino final no menor tempo.

Figura 6 – Sinal de controle teórico do controle de tempo ótimo.



Fonte: O autor.

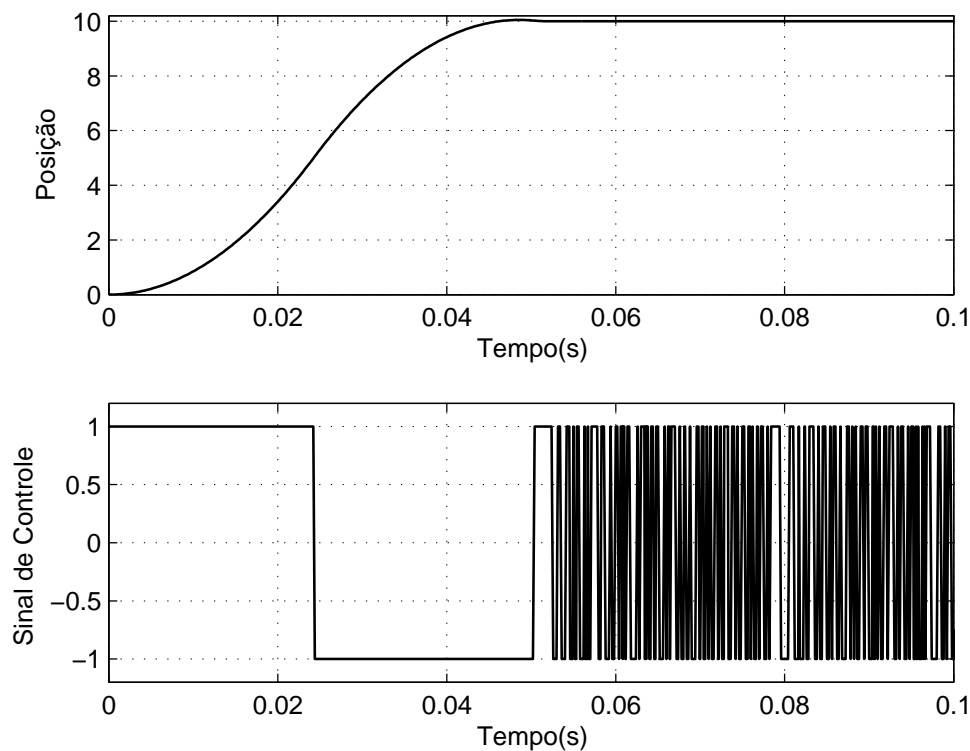
A Fig. 6 apresenta o sinal do controle TOC, onde o sinal de controle comuta entre os níveis de saturação $\pm\bar{u}$, o qual é a fonte do efeito *chattering*, que consiste em uma oscilação em torno da referência. Para um sistema descrito pela equação (2), tendo como sinal de referência r , sua lei do controle é descrita por:

$$u = -\bar{u} \operatorname{sgn} \left(\operatorname{sgn}(e) \sqrt{2\bar{u}|e|b + x_2} \right), \quad (3)$$

$$e = y - r.$$

A resposta temporal do sistema, quando utilizado este controlador, é mostrada na Fig. 7, onde é possível observar o efeito oscilatório em torno da referência gerado na resposta devido o problema de oscilação ocasionado pelo *chattering*. Este fenômeno é causado pela mudança abrupta entre os níveis de saturação máximo e mínimo no controle, provocando uma oscilação sustentável na saída, conforme a Fig. ???. Este é um fenômeno

Figura 7 – Saída em posição do sistema integrador duplo controlado pelo TOC.



Fonte: O autor.

indesejável, pois diminui a precisão do controlador, provoca desgaste mecânico nas partes do sistema e gera grandes perdas de calor nos circuitos elétricos (UTKIN; LEE, 2006). A principal razão da ocorrência deste fenômeno são as dinâmicas rápidas não modeladas, as quais podem ser provenientes do servomecanismo, dos sensores ou do processador utilizado no sistema.

Generalizando, o problema do *chattering* na saída do sistema fez com que a ideia do controlador de tempo ótimo (TOC) apresentasse uma série de desvantagens, inviabilizando a sua aplicação prática. A fim de contornar este problema, surgiram controladores de tempo quase ótimo, ou seja, leis de controle baseadas na ideia do TOC alteradas de forma a serem aplicadas em servomecanismos.

2.3.2 Controle de Tempo Quase Ótimo

Para o tornar implementável, a principal mudança a ser feita no controlador TOC é evitar que a saída do controle assuma apenas os níveis de saturação. Considerando esta premissa, Workman (1987b) desenvolveu o *Proximate Time Optimal Servomechanism* (PTOS), de forma a evitar os problemas do TOC, alcançando um ótimo desempenho para sistemas do tipo integrador duplo. A grande vantagem no uso do PTOS em relação

a outras técnicas de controle é seu projeto ser dedicado para servomecanismos, obtendo uma melhor resposta quando comparado com controladores lineares.

O controlador *Proximate Time Optimal Servomechanism* tem como principal objetivo obter uma saída do sistema que se aproxime do tempo ótimo para servomecanismos sem apresentar o efeito de *chattering*. Sua grande importância dentro desta classe de sistemas dá-se devido à alta performance obtida no tempo de acomodação e, principalmente, por considerar a saturação do atuador na sua lei de controle. Com o projeto do controlador considerando a limitação na entrada do controle, esta técnica não apresenta dependência do sinal de referência no processo de ajuste dos ganhos do controlador, diferentemente de outras técnicas que não consideram a saturação e apresentam esta dependência, a exemplo: LQG, CNF e PID.

Lembrando que o objetivo do PTOS consiste em atingir um desempenho similar ao do TOC para o sistema descrito na equação (2), reescrito aqui na forma de espaço de estados:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= b \operatorname{sat}(u), \\ y &= x_1\end{aligned}$$

Para melhor entender o PTOS, pode-se dividir o raciocínio em três etapas, sendo eles:

1. Elimina-se a função $\operatorname{sgn}(\cdot)$ da função TOC (equação 3), onde possível, minimizando o efeito *chattering*. Após, adiciona-se um parâmetro livre k para regular a entrada de controle, resultando em:

$$u = k(-f(e) - x_2),$$

onde:

$$f(e) = \operatorname{sgn}(e)\sqrt{2b\bar{u}|e|}$$

sendo e o erro de seguimento de referência, definido como $e = x_1 - r$.

Esta lei de controle é um alto ganho que satura o controle e faz o mesmo convergir para a curva de troca em tempo ótimo, $x_2 = -f(x_1)$, com máxima aceleração. Contudo, quando alcançada a curva de troca, a entrada de controle torna-se zero. Sendo assim, deve-se adicionar outro termo para que a entrada de controle varie de um nível de saturação para outro, ou seja, de \bar{u} para $-\bar{u}$.

2. Satura-se o controlador durante a desaceleração adicionando um termo $sgn(e)\bar{u}$ na função não linear, corrigindo a desaceleração do controlador:

$$u = k(-f(e) - x_2) + sgn(e)\bar{u}$$

ou, de forma mais familiar:

$$u = sat[k(-f_p(e) - x_2)]$$

com $f_{ptos}(e)$ definido por:

$$f_{ptos}(e) = sgn(e)(\sqrt{2b\bar{u}|e|} - \frac{\bar{u}}{k}). \quad (4)$$

Embora o controle garanta a saturação durante aceleração e desaceleração, o mesmo não pode garantir o seguimento da referência. Portanto, o ponto de equilíbrio resultante é dado por:

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0 \rightarrow u = x_2 = 0 \rightarrow f_p(x_1) = 0,$$

resultando em

$$|e| = \frac{\bar{u}}{2bk^2}.$$

3. Para garantir a estabilidade assintótica, é feita uma troca de função no controlador conforme o sistema se aproxima da referência. Assim, alterna-se da função não-linear agressiva (4) para o controle proporcional derivativo (PD), pouco agressivo. Como consequência dessa troca, a saída do sistema apresentará sobressinal. Para superar este problema foi incluído na função $f_p(e)$ um fator de desconto da aceleração, α . Esse coeficiente faz com que o sistema permaneça um menor tempo acelerando, fazendo com que o sistema possa desacelerar mais e entre na faixa em que o $x_1 < y_l$, com menos energia, onde y_l é uma distância relativa da referência desejada.

Assim a lei de controle do PTOS é dada por:

$$u = k_2(-f_{ptos}(e) - x_2) \quad (5)$$

onde:

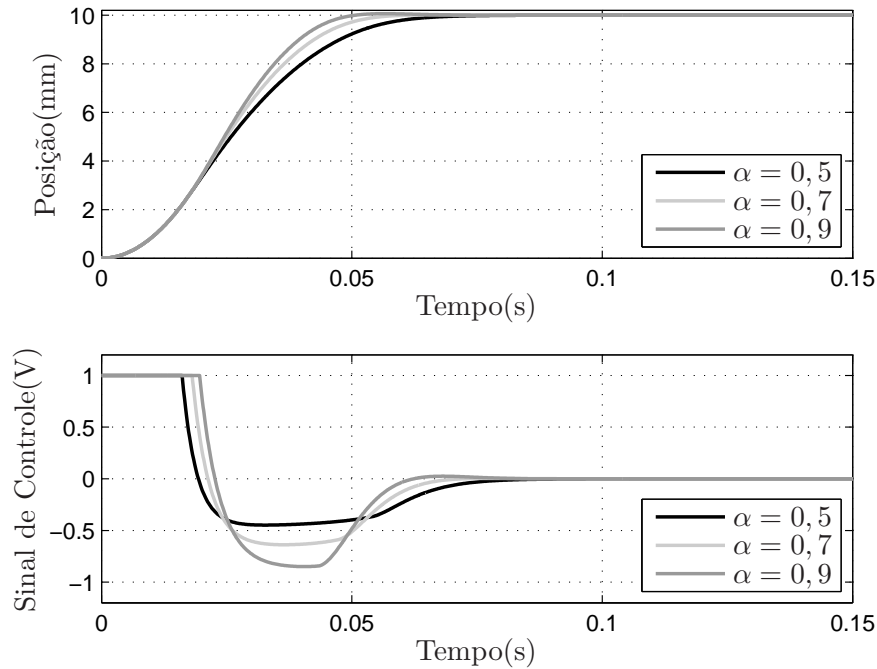
$$f_{ptos}(e) = \begin{cases} \frac{k_1}{k_2}e & , |e| \leq y_l \\ sgn(x_1)(\sqrt{2b\bar{u}\alpha|e|} - \frac{\bar{u}}{k_2}) & , |e| > y_l, \end{cases} \quad (6)$$

e os ganhos k_1 e k_2 são, respectivamente, o ganho proporcional e o ganho derivativo decorrentes da adição do controlador PD.

A presença do fator de aceleração $0 < \alpha < 1$ permite ajustar o desempenho do sistema na presença de dinâmicas não-modeladas, tais como: atraso no envio de sinal por qualquer dispositivo eletrônico e falhas na estrutura mecânica. A Fig. 8 apresenta a resposta ao degrau característico do sistema controlado pelo PTOS, com diferentes valores de α . Para finalizar, garante-se a continuidade do controlador quando:

$$\begin{aligned} f_{ptos}^-(e) &= f_{ptos}^+(x_1) \\ \frac{d f_{ptos}^-(e)}{dt} &= \frac{d f_{ptos}^+(e)}{dt}, \end{aligned}$$

Figura 8 – Resposta ao degrau do controlador PTOS para diversos valores de coeficiente α .



Fonte: O autor.

onde f_{ptos}^- e f_{ptos}^+ representam a linha superior e inferior da equação (6), respectivamente.

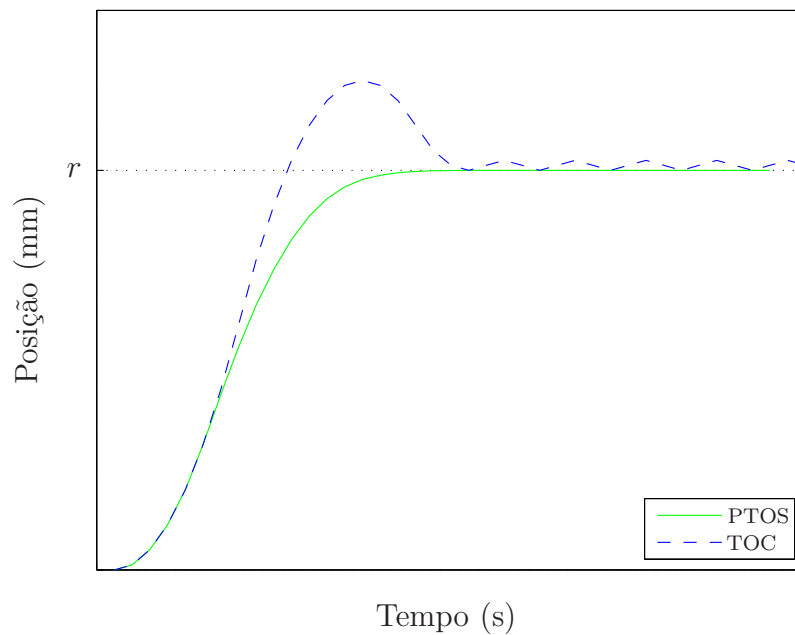
Estas condições resultam nas restrições:

$$y_l = \frac{\bar{u}}{k_1} \quad (7)$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{2k_1}{b\alpha}}. \quad (8)$$

A prova de estabilidade do controlador PTOS aplicado ao sistema (2) é apresentada por Workman (1987b), resultando em uma restrição na escolha do parâmetro $0 > \alpha > 1$.

Figura 9 – Comparativo entre a resposta temporal do TOC com o PTOS.



Fonte: O autor.

Analisando a resposta temporal e o sinal de controle, Fig. 9, de ambos os controladores, nota-se que o controlador TOC é mais agressivo que o controlador PTOS, possuindo um tempo de subida menor. Contudo, o sistema atuando com o controlador PTOS é capaz de estabilizar sem oscilação. Em outras palavras, o TOC alcança a referência antes do PTOS, porém, o estado estacionário com erro nulo é adquirido apenas com o PTOS, sendo este mais robusto a incertezas da planta e de ruídos no sinal de realimentação (WORKMAN; KOSUT; FRANKLIN, 1987b).

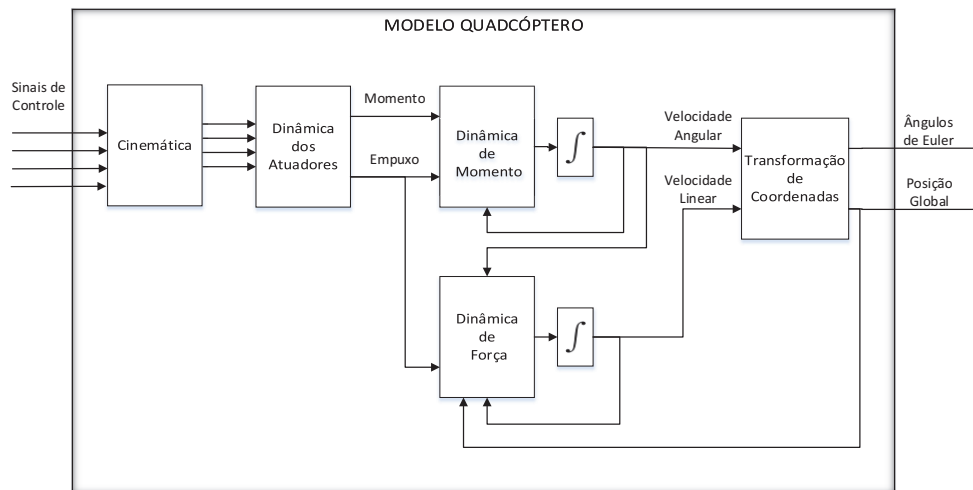
3 Modelagem

São apresentados neste capítulo a cinemática e o modelamento matemático do quadróptero, abordando as dinâmicas rotacionais e translacionais. Após, é apresentada uma parametrização da estrutura e atuadores seguido de uma linearização adequada para o desenvolvimento do controlador proposto.

3.1 Introdução

O quadróptero consiste de uma estrutura rígida simétrica em formato de cruz com seis graus de liberdade. Cada extremidade da estrutura possui um atuador constituído de uma hélice acoplada a um motor elétrico, gerando empuxo e torque. O modelo matemático que descreve a dinâmica do sistema é baseado no formalismo de Newton-Euler (BOUAB-DALLAH, 2007). Para estabelecer as equações da dinâmica do quadróptero considera-se coincidente a origem do sistema de coordenadas inercial com o centro de gravidade do quadróptero, sendo este o centro das coordenadas locais.

Figura 10 – Diagrama de blocos do modelo do quadróptero.



Fonte: O autor.

Conforme introduzido na sessão 2.2 o sistema possui dois sistemas de coordenadas, um local, tendo como vetores: \vec{v}^L representando sua velocidade linear e $\vec{\lambda}^L$ representando sua velocidade angular, e um global, tendo como vetor: $\vec{\Theta}^G$ representando sua posição angular.

É apresentado na Fig. 10 um diagrama do modelo completo do quadróptero, realçando o funcionamento e a relação existente entre as dinâmicas que compõem o sistema. Cada bloco, constituinte do diagrama, é explorado de forma detalhada resultando em seis equações diferenciais que descrevem a dinâmica dos graus de liberdades. Ademais, é apresentado nesta sessão, os parâmetros usados na simulação do modelo, bem como uma linearização destas equações de forma a viabilizar o desenvolvimento do controlador proposto neste trabalho.

3.2 Cinemática

A cinemática do sistema é apresentada aqui com o propósito de elucidar a estratégia de acionamento dos atuadores, tendo como objetivo o controle da orientação do veículo. Para tal, será apresentado nas próximas sessões o desenvolvimento de controladores dedicados para cada eixo de rotação e translação. A Fig. 11 exemplifica a estratégia de movimentação do quadróptero, em função da velocidade dos atuadores.

Observa-se que o veículo tem a capacidade de mover-se em qualquer direção, dependendo exclusivamente das velocidade de seus atuadores. Assim, define-se ω_0 como sendo a velocidade necessária para manter o veículo pairando a uma determinada altura, ou em outras palavras, a velocidade de *hovering*. O aumento ou a redução desta velocidade, de forma estratégica, implica em um determinado movimento.

3.3 Dinâmica do Atuador

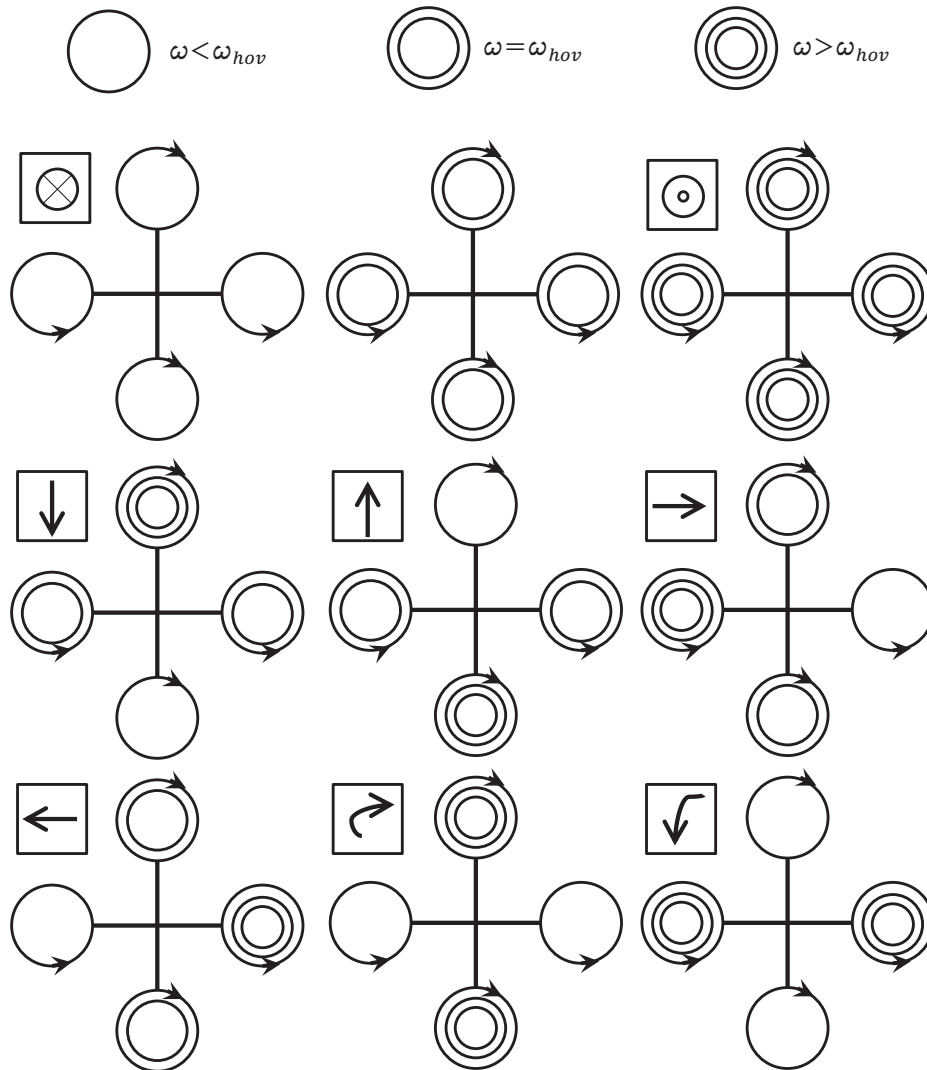
A dinâmica proposta aqui é uma análise detalhada do funcionamento dos atuadores, apresentada na sessão 2.2.2, tendo como principais componentes os motores elétricos, responsáveis pela geração de trabalho na forma de velocidade angular (ω_j) e hélices responsáveis pela geração de empuxo (E_j) e arrasto do ar (A_j). Ambos os efeitos são funções dos sinais elétricos (U_j) provenientes dos ESC's. Este por sua vez é acionado por um sinal PWM enviado pelo μC , contudo, o sinal de entrada do sistema será tratado sempre como U_j , visto que há um mapeamento direto entre o sinal PWM enviado aos ESC's e o sinal U_j enviado aos motores. Ademais, o subíndice $j = 1, 2, 3, 4$, indica o atuador, conforme a sequência definida na Fig. 3. A Fig. 12, apresenta o circuito implementado do atuador.

A velocidade angular do motor pode ser obtida pela relação da tensão elétrica com uma constante k_v de forma linear, conforme:

$$\omega_j = k_v \cdot U_j.$$

Define-se empuxo como sendo a força de sustentação gerada pelo atuador deslocando-o através do ar, sendo sua formulação descrita quantitativamente pelas segunda e terceira

Figura 11 – Estratégias de acionamento do quadróptero.



Fonte: O autor.

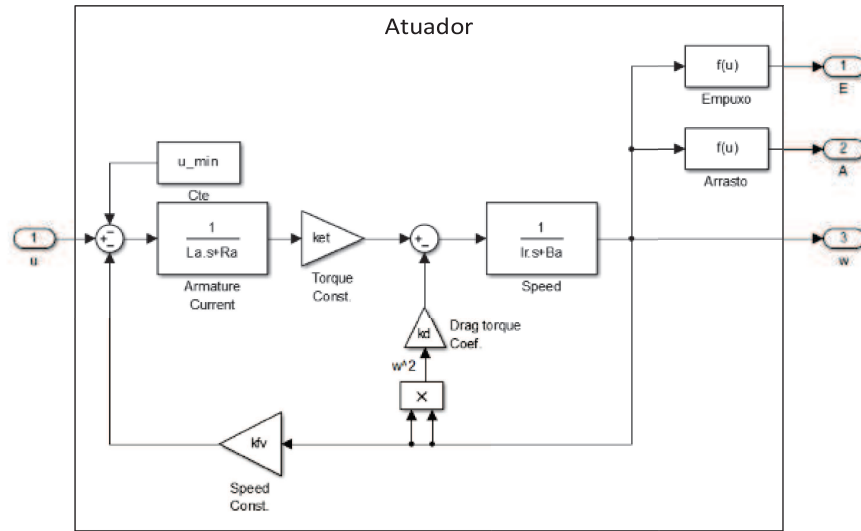
leis de Newton. Assim, quando um sistema expelle uma massa de ar em uma direção, a massa acelerada causa uma força de igual magnitude em sentido oposto. Este efeito é uma relação direta do formato da hélice, da viscosidade do ar e principalmente da velocidade angular ao qual este gira. Então, define-se empuxo como:

$$E_j = f_{\omega_1}(\omega_j),$$

resultando em uma força exercida no *frame* local definida por:

$$\begin{aligned} F_x^L &= 0 \\ F_y^L &= 0 \\ F_z^L &= \sum_{j=1}^4 E_j. \end{aligned} \tag{9}$$

Figura 12 – Circuito equivalente de um motor.



Fonte: O autor.

Já o efeito de arrasto de cada hélice introduz um torque de sentido contrário ao da rotação, e é definido por:

$$A_j = f_{\omega^2}(\omega_j),$$

sendo necessário o uso de dois pares de hélices com angulações opostas e conseqüentemente rotações complementares, possibilitando assim, que o empuxo de ambos atuadores tenham a mesma direção e o arrasto neutralizado quando ambos motores estiverem com a mesma velocidade angular.

Considerando a estrutura apresentada na Fig. 3, nota-se que os atuadores estão distribuídos em cruz e fixados ao extremo dos braços, cujo comprimento é denominado l_a . Assim, quando as hélices giram, estas empurram o ar na direção $-Z^L$ gerando empuxo. Quando existir uma diferença no empuxo de atuadores em um mesmo eixo, este produzirá um momento, conforme a Fig. 13, descrito pela seguinte equação:

$$M_x^L = l_a(E_4 - E_2)$$

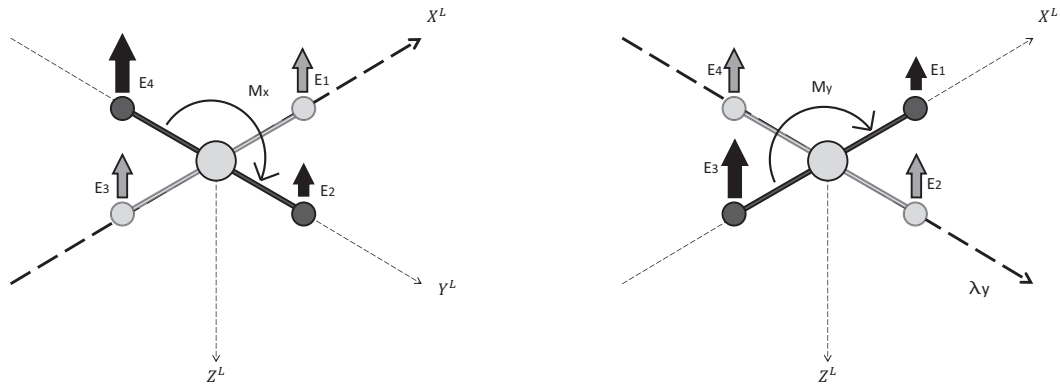
$$M_y^L = l_a(E_1 - E_3)$$

Já o momento gerado no eixo Z^L é função do arrasto (A) gerado pelas hélices, conforme a Fig. 14, e é descrito pela equação:

$$M_z^L = A_1 - A_2 + A_3 - A_4.$$

Deve-se considerar também o efeito giroscópico de cada motor, ocasionado pelo efeito de Coriolis, o qual resulta em um momento adicional à estrutura do veículo. Este

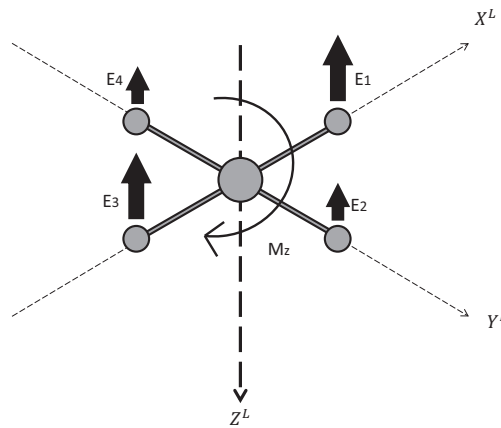
Figura 13 – Momento gerado pela diferença de empuxo entre motores de um mesmo eixo.



- (a) Momento em X, gerado pelo aumento e decréscimo do empuxo nos atuadores 4 e 2, respectivamente.
 (b) Momento em Y, gerado pelo aumento e decréscimo do empuxo nos atuadores 3 e 1, respectivamente..

Fonte: O autor.

Figura 14 – Principais estratégias de acionamento do quadróptero.



Fonte: O autor.

momento é modelado em referência ao *frame* local do sistema e é descrito pela seguinte equação:

$$M_j^L = \vec{I}_j \cdot \dot{\vec{\omega}}_j + \vec{\lambda}^L \times (\vec{I}_j \cdot \vec{\omega}_j)$$

onde I_j representa o momento giroscópico do sistema, dado pelas partes giratórias dos motores e hélices (OLIVEI, 2011). Desenvolvendo a equação, obtêm-se o momento giroscópico que cada motor gera em cada eixo, conforme:

$$M_j^L = \begin{bmatrix} I_x^j \dot{\omega}_x^j \\ I_y^j \dot{\omega}_y^j \\ I_z^j \dot{\omega}_z^j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_x \\ \lambda_y \\ \lambda_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_x^j \omega_x^j \\ I_y^j \omega_y^j \\ I_z^j \omega_z^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x^j \dot{\omega}_x^j + I_z^j \omega_z^j \lambda_y - I_y^j \omega_y^j \lambda_z \\ I_y^j \dot{\omega}_y^j + I_x^j \omega_x^j \lambda_z - I_z^j \omega_z^j \lambda_x \\ I_z^j \dot{\omega}_z^j + I_y^j \omega_y^j \lambda_x - I_x^j \omega_x^j \lambda_y \end{bmatrix}$$

Considerando que o eixo de rotação dos motores é paralelo ao eixo vertical Z^L , a velocidade angular ω_j será nula nos eixos X^L e Y^L , em outras palavras $\omega_x^j = \omega_y^j = 0$, e considerando que todos motores possuem uma inércia giroscópica I_r , obtém-se com a soma de todas as velocidade angulares, o momento em cada eixo, conforme segue:

$$\begin{aligned} M_x^L &= -I_r \lambda_y \sum_{j=1}^4 \omega_j (-1)^j \\ M_y^L &= +I_r \lambda_x \sum_{j=1}^4 \omega_j (-1)^j \\ M_z^L &= -I_r \sum_{j=1}^4 \dot{\omega}_j (-1)^j \end{aligned}$$

Resultando, assim, no momento total gerado pelos atuadores em cada eixo, dado pela equação (10).

$$\begin{aligned} M_x^L &= l_a (E_4 - E_2) - I_r \lambda_y \sum_{j=1}^4 \omega_j (-1)^j \\ M_y^L &= l_a (E_1 - E_3) + I_r \lambda_x \sum_{j=1}^4 \omega_j (-1)^j \\ M_z^L &= A_1 - A_2 + A_3 - A_4 - I_r \sum_{j=1}^4 \dot{\omega}_j (-1)^j \end{aligned} \quad (10)$$

Portanto, a dinâmica completa dos atuadores pode ser definida pelas equações de forças (equação 9), e momentos (equação 10), sendo estas usadas no desenvolvimento da dinâmica rotacional e translacional.

3.4 Dinâmica Rotacional

A expressão da dinâmica rotacional, em um *frame* inercial, é obtida pela Segunda Lei de Euler, a qual relaciona momento de força (torque) com momento angular, grandeza física que associa a distribuição de massa com a sua velocidade angular (DVORAK.I, 2011) - que resulta a seguinte expressão:

$$\sum \vec{M}^G = \frac{d}{dt} (\vec{I} \cdot \vec{\lambda}) \quad (11)$$

sendo $\sum \vec{M}^G$ o somatório de todos momentos agindo no centro geométrico do sistema, $\vec{\lambda}$ é a velocidade angular, também denominada vetor de rotação e por fim \vec{I} representa o momento de inércia, ou seja, a distribuição de massa da estrutura do quadróptero, definida pela matriz:

$$\vec{I} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde a simplificação $\forall i \neq j \rightarrow I_{ij} = 0$ é originário da simetria física existente, possibilitando girar livremente um eixo sem que ocorra interferência nos demais. Em outras palavras, pode-se aplicar um momento, gerando uma variação na velocidade angular apenas em seu próprio eixo.

Transpondo a equação de momento (11), para o sistema de referência local, surge uma componente derivada do efeito Coriolis, devidamente justificada em (STEVENS; LEWIS, 2003), resultando em uma equação vetorial de Euler dada por:

$$\sum \vec{M}^L = \vec{I} \cdot \dot{\vec{\lambda}}^L + \vec{\lambda}^L \times (\vec{I} \cdot \vec{\lambda}^L) \quad (13)$$

Reagrupando e resolvendo as equações (12) e (13) obtêm-se as equações de momento:

$$\begin{aligned} M_x^L &= I_x \dot{\lambda}_x + (I_z - I_y) \lambda_y \lambda_z \\ M_y^L &= I_y \dot{\lambda}_y + (I_x - I_z) \lambda_z \lambda_x \\ M_z^L &= I_z \dot{\lambda}_z + (I_y - I_x) \lambda_x \lambda_y \end{aligned} \quad (14)$$

onde $[\dot{\lambda}_x \ \dot{\lambda}_y \ \dot{\lambda}_z]^T$ correspondem às acelerações angulares, resposta do sistema, resultantes do momento \vec{M}^L gerado pelos motores e transferido a estrutura do quadróptero, conforme apresentado na equação (10), que resulta nas equações completas que descrevem a rotação do sistema.

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_x &= \frac{I_z - I_y}{I_x} \lambda_y \lambda_z + \frac{l_a}{I_x} (E_4 - E_2) + \frac{I_r}{I_x} \lambda_y \sum_{j=1}^4 \omega_j (-1)^j \\ \dot{\lambda}_y &= \frac{I_x - I_z}{I_y} \lambda_z \lambda_x + \frac{l_a}{I_y} (E_1 - E_3) + \frac{I_r}{I_x} \lambda_x \sum_{j=1}^4 \omega_j (-1)^j \\ \dot{\lambda}_z &= \frac{I_x - I_y}{I_x} \lambda_x \lambda_y - \frac{1}{I_x} (A_1 - A_2 + A_3 - A_4) - \frac{I_r}{I_x} \sum_{j=1}^4 (\dot{\omega}_j) (-1)^j \end{aligned} \quad (15)$$

Estas equações são implementadas na plataforma de desenvolvimento, viabilizando simulações fiéis da dinâmica rotacional do quadróptero. Entretanto, estas equações não servem para o projeto do controle, pelo fato de não serem lineares. Posteriormente, será introduzida uma representação adequada para tal objetivo.

3.5 Dinâmica Translacional

Para a dinâmica translacional, procede-se de forma semelhante ao desenvolvido na dinâmica rotacional, contudo a Segunda Lei de Newton é quem rege este equacionamento, relacionando força e acelerações lineares. A expressão da dinâmica para o *frame* inercial é dada por:

$$\sum \vec{F}^G = \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v})$$

sendo $\sum \vec{F}^G$ a soma de todas as componentes de força que agem no centro de gravidade, \vec{v} a aceleração linear e m a massa total do sistema. Novamente, ao transpor para o *frame* local, a expressão da dinâmica resulta em:

$$\sum \vec{F}^L = m \cdot \dot{\vec{v}}^L + \vec{\lambda}^L \times (m \cdot \vec{v}^L)$$

Resolvendo o produto vetorial e reagrupando os termos obtêm-se:

$$\begin{aligned} F_x^L &= m(\dot{v}_x + \lambda_y v_z - \lambda_z v_y) \\ F_y^L &= m(\dot{v}_y + \lambda_z v_x - \lambda_x v_z) \\ F_z^L &= m(\dot{v}_z + \lambda_x v_y - \lambda_y v_x) \end{aligned} \quad (16)$$

onde $[\dot{v}_x \ \dot{v}_y \ \dot{v}_z]^T$ são as acelerações angulares. resposta do sistema, resultantes da força \vec{F}^L geradas pelos motores e transferidos à estrutura do quadróptero, conforme apresentado na equação (9), e da força gravitacional \vec{F}_g^L .

3.5.1 Transformação de Sistema de Coordenadas

O efeito do campo gravitacional da terra sobre o quadróptero resulta em uma força $\vec{F}_g^G = [0 \ 0 \ mg]^T$, onde g é aceleração da gravidade. Para aplicar esta força na equação (16) é necessário mudar o *frame* inercial para o *frame* local, para isso é necessária uma transformação no sistema de coordenadas, dada por:

$$\vec{F}_g^L = R_{G \rightarrow L} \cdot \vec{F}_g^G$$

Onde $R_{G \rightarrow L}$ representa a matriz de rotação de Euler, definida pela matriz:

$$R_{G \rightarrow L} = \begin{pmatrix} c_{\theta_y} c_{\theta_z} & c_{\theta_y} s_{\theta_z} & -s_{\theta_y} \\ s_{\theta_y} s_{\theta_x} c_{\theta_z} - c_{\theta_x} s_{\theta_z} & c_{\theta_x} c_{\theta_z} + s_{\theta_x} s_{\theta_z} & s_{\theta_x} c_{\theta_y} \\ s_{\theta_x} s_{\theta_z} + c_{\theta_x} s_{\theta_y} c_{\theta_z} & c_{\theta_x} s_{\theta_y} s_{\theta_z} - s_{\theta_x} c_{\theta_z} & c_{\theta_x} c_{\theta_y} \end{pmatrix}$$

Resultando em

$$\begin{aligned} F_x^L &= -mgsin(\theta_y) \\ F_y^L &= mgsin(\theta_x)cos(\theta_y) \\ F_z^L &= mgcos(\theta_x)cos(\theta_y) \end{aligned} \quad (17)$$

Ademais, substitui-se a equação (17) e a força resultante do somatório dos empuxos, equação (9) em (16), resultando nas equações completas que descrevem a translação do sistema.

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}_x &= \vartheta_y\lambda_z - \vartheta_z\lambda_y - gsin(\theta_y) \\ \dot{\vartheta}_y &= \vartheta_z\lambda_x - \vartheta_x\lambda_z + gsin(\theta_x)cos(\theta_y) \\ \dot{\vartheta}_z &= \vartheta_x\lambda_y - \vartheta_y\lambda_x + gcos(\theta_x)cos(\theta_y) + \frac{1}{m} \sum_{j=1}^4 T_j \end{aligned} \quad (18)$$

Estas equações são implementadas na plataforma de desenvolvimento, viabilizando simulações fieis da dinâmica translacional do quadróptero. Entretanto, estas equações não servem para o projeto do controle, pelo fato de não serem lineares. Adiante, será visto uma representação adequada para tal objetivo.

3.6 Parâmetros do sistema

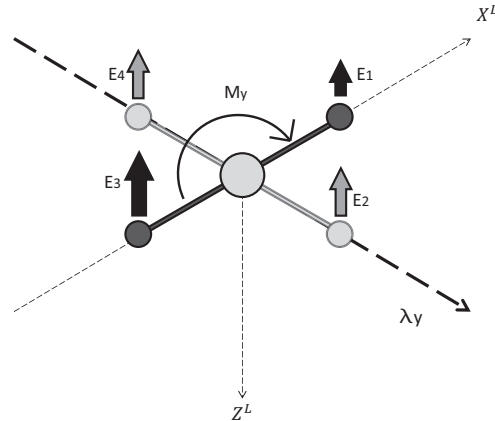
Esta sessão apresentará os parâmetros do sistema considerados no desenvolvimento desta pesquisa. Primeiramente é apresentado os parâmetros da estrutura e em seguida os parâmetros do atuador.

3.6.1 Estrutura

Para identificar a massa da estrutura do sistema foi pesado o quadróptero em uma balança digital resultando em uma massa $m_e = 0,8kg$ (referente a estrutura) e uma massa $m_a = 0.07kg$ para cada atuador, resultando em uma massa total $m = 1,08kg$. A estrutura é constituída de duas hastes perpendiculares, formando quatro braços de comprimento $l_a = 0,18m$, ao longo dos eixos X^L e Y^L , com um ponto de massa em cada ponta, que representa a massa do motor. Assume-se que a massa m_e é distribuída uniformemente dentro da esfera de raio $R = 8cm$ centrada na origem dos eixos, conforme Fig. 15.

Devido à simetria, o momento de inércia em torno dos eixos X^L e Y^L , é obtido da mesma forma. Sendo o momento de inércia de uma esfera sólida, relativo ao centro da estrutura, definido por $I_e = 2m_s R^2/5$ e o momento de inércia referente ao atuador, distante em l_a do eixo de rotação, é dado por $I_a = m_r l_a^2$, resultando no momento de inércia

Figura 15 – Representação da estrutura física do sistema



Fonte: O autor.

total:

$$I_x = I_y = 2(m_a l_a^2) + \frac{2}{5} m_e R^2 = 6.6 \cdot 10^{-3} Kgm^2$$

Para o eixo Z^L o momento inercial dos quatro atuadores são considerados, resultando em:

$$I_z = 4(m_a l_a^2) + \frac{2}{5} m_e R^2 = 11.1 \cdot 10^{-3} Kgm^2$$

Assim os parâmetros da estrutura, para fins de projeto de controle, são sumarizados na tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros inerciais do sistema.

Simbolo	Valor	Descrição
m	$1.08Kg$	Massa total do sistema
$I_x = I_y$	$6.6 \cdot 10^{-3} Kgm^2$	Momento de inercia dos eixos X e Y
I_z	$11.1 \cdot 10^{-3} Kgm^2$	Momento de inercia do eixo Z
l_a	$0.18m$	Comprimento do braço

Fonte: O autor.

3.6.2 Atuador

O motor foi modelado baseando-se no apresentado em Olivei (2011), conforme mostrado na Fig. 12, tendo como parâmetros intrínsecos apresentados na tabela 2, informações estas obtidas pelo fabricante do motor e via identificação experimental. Assim, resumem-se os parâmetros na tabela 2.

Considerando uma relação linear entre tensão elétrica aplicada U e velocidade angular do motor ω , dada por: $\omega = k_v \cdot U$, obtém-se o ganho k_v , simplesmente aplicando

Tabela 2 – Parâmetros do atuador.

Simbolo	Valor	Descrição
K_{et}	$3.7 \cdot 10^{-3} Nm/A$	Constante elétrica de torque
K_d	$3.7 \cdot 10^{-3} Nm/A$	Constante de arrasto
B_a	$3.7 \cdot 10^{-3} Nm/A$	Constante de atrito
K_{fv}	$7.8 \cdot 10^{-3} Vs$	Constante de realimentação da velocidade
L_a	$1.9 \cdot 10^{-3} H$	Impedância da armadura
I_r	$1.5 \cdot 10^{-5} Kgm^2$	Inercia do motor
R_a	$260 \cdot 10^{-3} \Omega$	Resistência da armadura

Fonte: O autor.

uma tensão conhecida ao motor e observando o estado estacionário da velocidade obtida. Assim, define-se o ganho de velocidade como:

$$k_v = 71.8 rad/Volt.$$

Para identificar o empuxo e o arrasto obtido pelas hélices do atuador, foi realizado um experimento por Olivei (2011), onde obteve-se uma relação cubica para o empuxo e uma quadrática para o arrasto, ambas relacionadas à velocidade angular, dadas por:

$$\begin{aligned} E(\omega) &= 1.3 \cdot 10^{-3}\omega - 1.4 \cdot 10^{-6}\omega^2 + 5.2 \cdot 10^{-9}\omega^3 - 47.7 \cdot 10^{-3}[N] \\ A(\omega) &= 1.21 \cdot 10^{-6}\omega^2[N] \end{aligned} \quad (19)$$

3.7 Modelo Linear para Controle

O modelo do sistema quadróptero, da forma apresentado, não é adequado para projetar o controlador PTOS, portanto é apresentado nesta sessão uma linearização do modelo, aproximando-o por uma abordagem do tipo integrador duplo sujeito a saturação e atrito, viabilizando o desenvolvimento do controlador proposto. Sendo em sua essência um servomecanismo, o quadróptero é modelado considerando a equação diferencial de um integrador duplo, assim descrito como:

$$\frac{\ddot{y}}{b} = sat(u) - c\dot{y} \quad (20)$$

sendo y a posição do atuador, b é um parâmetro intrínseco do sistema, c é o coeficiente de atrito e u é a força de entrada aplicada ao sistema sujeita a uma saturação,

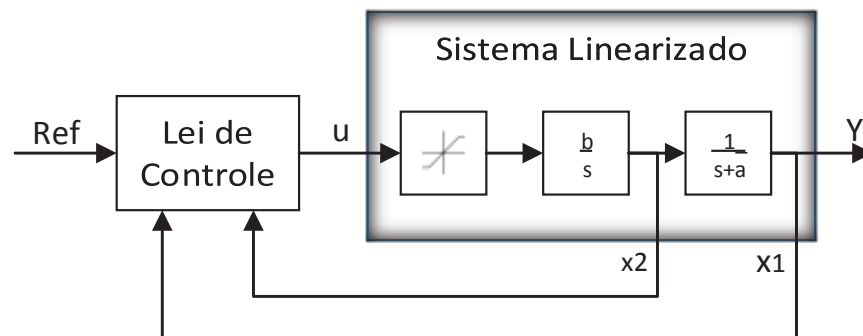
$$sat(u) = \begin{cases} \bar{u} & se u > \bar{u} \\ u & se -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}, \\ -\bar{u} & se u < -\bar{u} \end{cases} \quad (21)$$

onde $\bar{u} > 0$ representa o nível de saturação do sistema. Reescrevendo a equação (20) na forma de espaço de estados, obtém-se:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= b \cdot \text{sat}(u) - bc \cdot x_2 \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (22)$$

A equação (22) representa um servomecanismo em sua forma genérica com uma entrada de controle saturada, conforme mostrado na Figura 16.

Figura 16 – Diagrama de blocos de um sistema integrador duplo com controle limitado pela saturação.



Fonte: O autor.

Assumindo o uso de um compensador de atrito (ZHENG; FU, 2008), (SALTON; CHEN; ZHENG, 2011), (CHOI; KIM; SUH, 1998) e (TAO; KOKOTOVIC, 1994), ou levando em consideração que o atrito c é desprezível, a equação (22) é reescrita como:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= b \cdot \text{sat}(u). \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (23)$$

Assim, o objetivo é linearizar a dinâmica do sistema, reduzindo cada grau de liberdade a um modelo descrito pelo espaço de estados dado pela equação (23).

3.7.1 Linearização do Atuador

Para obter linearidade entre velocidade angular do atuador com o empuxo e arrasto dos atuadores, é imprescindível uma linearização adequada das funções apresentadas na

equação (19).

A linearização de um sistema dinâmico não linear é feita em torno de uma condição nominal de operação, aqui considerado o ponto de *hovering*. Em outras palavras, a linearização é realizada considerando que cada atuador terá sua velocidade angular normalmente a uma velocidade $\omega_{hovering}$. Assumindo pequenas variações em torno desta condição, o sistema pode ser tratado como linear.

Primeiramente é necessário identificar o empuxo que mantém o quadróptero pairando no ar, ou seja, determinar E_{hov} . Considerando que o sistema conta com quatro atuadores, o empuxo de cada atuador deve ter o equivalente a um quarto do necessário para que seja neutralizado o peso do VANT, ou seja, $E_{hov} = mg/4 = 2,65N$, onde m é a massa total do sistema e g a aceleração da gravidade dado por $g = 9,8m/s^2$.

Encontra-se a velocidade de *hovering*, ω_{hov} , através das raízes da equação (19) para $E_{hov} = 2,65N$. A velocidade resultante é dada por $\omega_{hov} = 791rad/s$, visto que as raízes negativas não possuem significado físico. Assim, o ganho que relaciona linearmente a velocidade com o empuxo é obtido realizando $\delta E = k_e \delta \omega$, onde $k_e = \frac{dE(\omega)}{d\omega}$, para $\omega = \omega_{hov}$.

Sendo a derivada do empuxo:

$$\frac{dE(\omega)}{d\omega} = 1.3 \cdot 10^{-3} - 2.8 \cdot 10^{-6}\omega + 15.57 \cdot 10^{-9}\omega^2 [N] \quad (24)$$

Assim, pode-se dizer que o empuxo relaciona-se linearmente com a velocidade através do coeficiente $k_e = 0.0088$. Entretanto, por ser uma função cúbica, a variação admissível da velocidade angular em torno de $\omega_{hov} = 791rad/s$ deve ser restrita para garantir linearidade. A Fig. 17 apresenta a função não linear do empuxo e sua linearização no ponto de *hovering*. Nota-se que para uma variação de $\delta\omega = 90rad/s$ o sistema linearizado mapeia fielmente o comportamento do empuxo não linear. Conforme esta variação aumenta o sistema linear começa a divergir. Logo o sistema é saturado em $\bar{\omega} = \pm 90rad/s$, o qual é obtido saturando o sinal de alimentação dos motores em $\bar{u} = 1.25volts$.

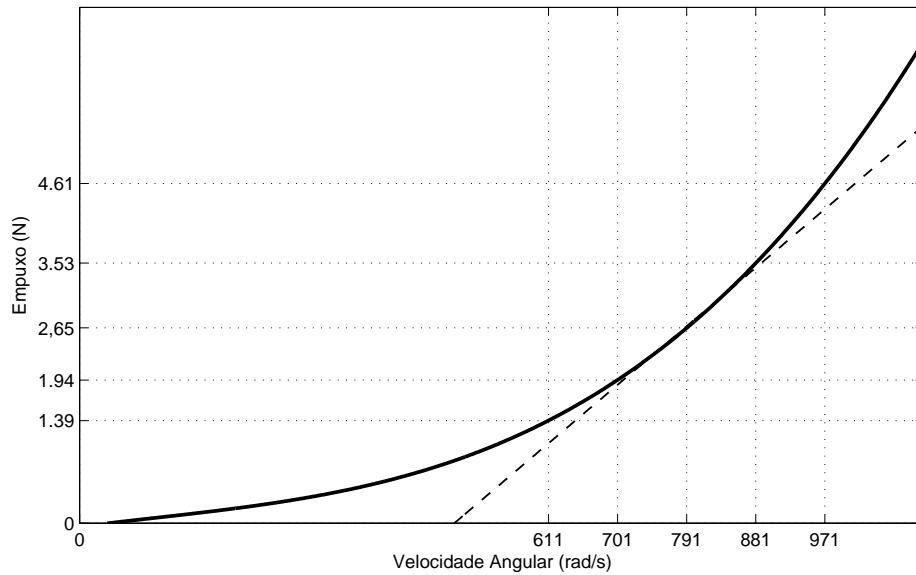
Arrasto é função da velocidade e deve ser linearizado da mesma forma como o empuxo. O ponto de linearização ocorre na velocidade de *hovering*, ou seja, em $\omega_{hov} = 791rad/s$. Assim, o ganho que relaciona linearmente a velocidade com o arrasto é obtido realizando $\delta A = k_a \delta \omega$, onde $k_a = \frac{dA(\omega)}{d\omega}$, para $\omega = \omega_{hov}$.

Sendo a derivada do arrasto:

$$\frac{dA(\omega)}{d\omega} = 2.41 \cdot 10^{-6}\omega^2 [N] \quad (25)$$

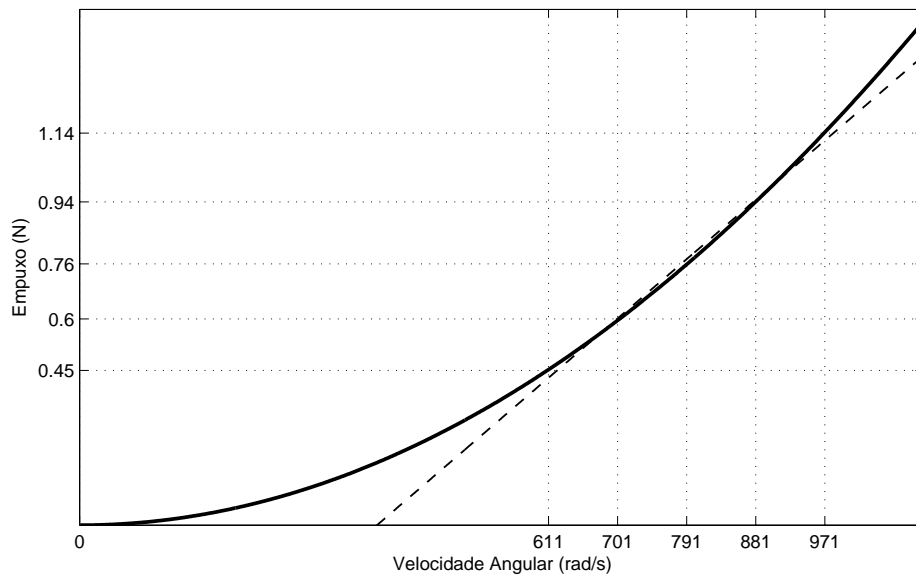
Pode-se dizer que o arrasto relaciona-se linearmente com a velocidade através do coeficiente $k_a = 0.0019$. De forma semelhante, a Fig. 18, apresenta a função não linear do arrasto e sua linearização no ponto de *hovering*, evidenciando a linearidade

Figura 17 – Linearização do empuxo gerado pelo atuador, considerando como ponto de equilíbrio a velocidade de *hovering*.



Fonte: O autor.

Figura 18 – Linearização do arrasto gerado pelo atuador, considerando como ponto de equilíbrio a velocidade de *hovering*.



Fonte: O autor.

para $\delta\omega = 90\text{rad/s}$, na verdade o arrasto tem um comportamento linear até mesmo para $\delta\omega = 180\text{rad/s}$, o que reforça a linearização no ponto de *hovering*.

As linearizações apresentadas, servem para o desenvolvimento do controle PTOS,

onde tem como parâmetros uma variável que relaciona linearmente o sinal de controle com o estado a ser controlado e a própria saturação do sistema, sendo estes parâmetros interno à sua lei de controle.

3.7.2 Linearização da Dinâmica Rotacional

A linearização referente à equação (15) é desenvolvida considerando uma aproximação de Taylor. Além disso, devido a simetria existente na estrutura mecânica, pode-se dizer que $I_x = I_y \approx I_z$, reduzindo o primeiro termo a zero devido a diferença entre momentos inerciais. Por fim, o efeito giroscópio de cada motor pode ser desprezado, por ser muito pequeno em comparação ao momento dos eixos, $I_r \ll I_x = I_y \approx I_z$, assim elimina-se o terceiro termo, devido a divisão entre os momentos inerciais, resultando no sistema:

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_x &= \frac{l_a \cdot k_e \cdot k_v}{I_x} (U_4 - U_2) \\ \dot{\lambda}_y &= \frac{l_a \cdot k_e \cdot k_v}{I_y} (U_1 - U_3) \\ \dot{\lambda}_z &= - \frac{k_a \cdot k_v}{I_z} (U_1 - U_2 + U_3 - U_4)\end{aligned}\tag{26}$$

Para obter a orientação do veículo, com base nas medições das velocidade angulares do mesmo, deve-se considerar que os ângulos para fins de projeto de controle referem-se ao sistema de referência global, enquanto as medições referem-se ao sistema de referência local. Para adequar estas diferenças de referencias, deve-se estabelecer uma relação aplicando a matriz de rotação de Euler. Entretanto, assumindo pequenas variações na angulação em torno da origem e uma aproximação de Taylor, pode-se dizer que $\dot{\Theta} = \lambda$

Assim, cada equação é tratada como um sistema independente, descrito pela espaço de estados,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= b_n \text{ sat}(u_n) \\ y &= x_1\end{aligned}$$

Sendo que cada sub-sistema possui um coeficiente b e um sinal de controle u específico, dado por:

$$\begin{aligned}b_{\lambda_x} &= \frac{l_a \cdot k_e \cdot k_v}{I_x} & u_{\lambda_x} &= U_4 - U_2 \\ b_{\lambda_y} &= \frac{l_a \cdot k_e \cdot k_v}{I_y} & u_{\lambda_y} &= U_1 - U_3 \\ b_{\lambda_z} &= \frac{k_a \cdot k_v}{I_z} & u_{\lambda_z} &= U_1 - U_2 + U_3 - U_4\end{aligned}$$

Nota: O sinal de controle u é implementado em cada atuador através da cinemática, onde para fins de controle é gerado um sinal de controle para cada grau rotativo,

totalizando três sinais de controle. O coeficiente b é uma constante que relaciona o sinal de controle com o estado da dinâmica rotacional.

3.7.3 Linearização da Dinâmica Translacional

A linearização referente à equação (18) é desenvolvida considerando uma aproximação de Taylor da mesma forma que na dinâmica rotacional. Entretanto a equação relativa ao deslocamento vertical não será linearizada, pelo fato de que este grau será controlado por um PID com anti-*windup*, não necessitando de uma representação linear. Assim, anulam-se os dois primeiros termos das equações e aproxima-se o terceiro termo com a seguinte consideração:

$$\delta\theta \rightarrow 0 \rightarrow \begin{cases} \text{sen}(\delta\theta) = \delta\theta \\ \text{cos}(\delta\theta) = 1 \end{cases} .$$

Resultando no sistema linear, descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}_x &= -g\theta_y \\ \dot{\vartheta}_y &= g\theta_x \end{aligned} \quad (27)$$

onde cada equação é tratada como um sistema independente, descrito por um espaço de estados, e cada sub-sistema possui um coeficiente b e um sinal de controle u específico, conforme:

$$\begin{aligned} b_{\vartheta_x} &= -g & u_{\vartheta_x} &= \theta_y \\ b_{\vartheta_y} &= g & u_{\vartheta_y} &= \theta_x \end{aligned}$$

Nota: A aceleração linear é função do sinal de controle u , sendo este a posição angular do sistema, relacionado pelo coeficiente b .

3.8 Sumário

Possuindo seis graus de liberdades, o modelo da dinâmica do quadróptero conta com seis equações diferenciais, uma para cada DOF, sumarizadas na equação (28), sendo

esta a representação completa não linear do sistema quadróptero.

$$\begin{aligned}
\dot{\lambda}_x &= \frac{I_z - I_y}{I_x} \lambda_y \lambda_z + \frac{l_a}{I_x} (T_4 - T_2) + \frac{I_r}{I_x} \lambda_y \sum_{j=1}^4 \vartheta_j (-1)^j \\
\dot{\lambda}_y &= \frac{I_x - I_z}{I_y} \lambda_z \lambda_x + \frac{l_a}{I_y} (T_1 - T_3) + \frac{I_r}{I_x} \lambda_x \sum_{j=1}^4 \vartheta_j (-1)^j \\
\dot{\lambda}_z &= \frac{I_x - I_y}{I_x} \lambda_x \lambda_y - \frac{c}{I_x} (T_1 - T_2 + T_3 - T_4) - \frac{I_r}{I_x} \sum_{j=1}^4 (\dot{\vartheta}_j) (-1)^j \\
\dot{u} &= vr - qw - g \sin(\theta_y) \\
\dot{v} &= wp - ru + g \sin(\theta_x) \cos(\theta_y) \\
\dot{w} &= qu - pv + g \cos(\theta_x) \cos(\theta_y) + \frac{1}{m} \sum_{j=1}^4 T_j
\end{aligned} \tag{28}$$

Este modelo serve para a execução de simulações, com o objetivo de validar os controladores propostos neste trabalho. Entretanto, para o desenvolvimento de tal controlador é requerido um modelo linearizado, descrito pela equação (29).

$$\begin{aligned}
\dot{\lambda}_x &= \frac{l_a \cdot k_e \cdot k_v}{I_x} (U_4 - U_2) \\
\dot{\lambda}_y &= \frac{l_a \cdot k_e \cdot k_v}{I_y} (U_1 - U_3) \\
\dot{\lambda}_z &= - \frac{k_a \cdot k_v}{I_x} (U_1 - U_2 + U_3 - U_4) \\
\dot{\vartheta}_x &= -g\theta_y \\
\dot{\vartheta}_y &= g\theta_x
\end{aligned} \tag{29}$$

Para a simulação deste modelo foi utilizado o software MATLAB, que consiste em uma ferramenta de linguagem de alto nível e a ferramenta Simulink que possibilita o desenvolvimento de algoritmos, visualizações de dados, computações numéricas, além de possuir um ambiente gráfico baseado em diagramas de blocos. A simulação é uma etapa fundamental que tem como objetivo verificar o funcionamento das dinâmicas do sistema e testar o desempenho dos sistemas de controles.

4 Controle Unidimensional

Esta sessão tem por finalidade apresentar o controle unidimensional responsável pela rotação e translação do sistema considerando uma malha de controle em cascata. Será apresentado também a implementação do controlador PTOS tanto na rotação quanto na translação do veículo.

4.1 Introdução

Sistemas em malha aberta, como o caso do quadróptero, são instáveis e não lineares, incapazes de funcionar corretamente por si só. Assim, é essencial o uso de uma malha de controle que seja eficiente e confiável, tanto para garantir estabilidade quanto para garantir rastreabilidade na trajetória desejada.

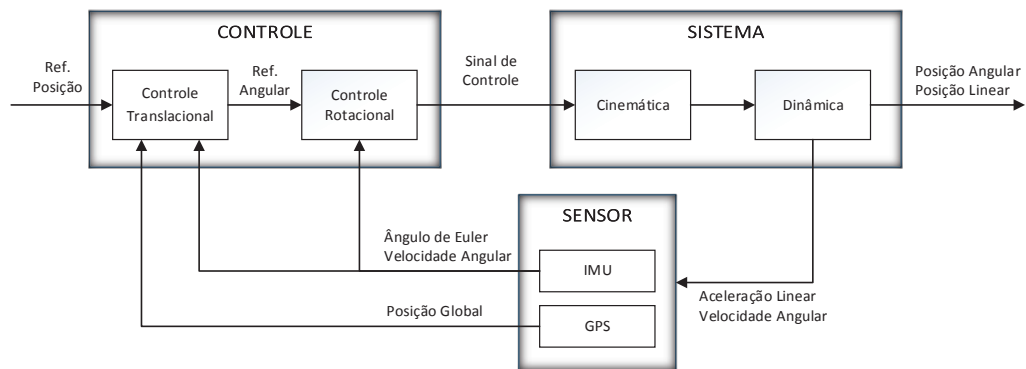
Diversas leis de controle já foram propostas no meio acadêmico para atuar neste tipo de sistema, das quais citam-se: Proporcional Integrador Derivativo (PID) (LI; LI, 2011), Regulador Linear Quadrático (LQR) (REYES-VALERIA; ENRIQUEZ-CALDERA; CAMACHO-LARA, 2013), Controle Preditivo (MPC) (ALEXIS; TZES, 2012), dentre outras leis de controles não lineares (BOUABDALLAH; SIEGWART, 2007; AL-YOUNES; AL-JARRAH; JHEMI, 2010).

Com uma atuação amplamente difundida, o controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) combina simplicidade e facilidade em sua implementação, tornando-o popular no segmento profissional. Entretanto este método apresenta dois problemas: não considera a saturação dos atuadores em sua lei de controle (o que não garante estabilidade quando o sistema entra na zona de saturação), nem ganhos ajustados para que o sistema trabalhe de forma ótima em uma dada referência, ou seja, se a referência desejada for alterada para baixo ou para cima, o sistema poderá apresentar sobre-sinal ou perda de performance.

Sabe-se que o sistema em questão, bem como tantos outros, é limitado pela potência máxima fornecida pelos atuadores e seu deslocamento varia conforme a pretensão do objetivo de voo. Portanto, é proposto a implementação do controlador *Proximate Time Optimal Servomechanism*, que garante estabilidade na zona saturada de operação e mantém uma resposta transitória sem sobre sinal e sem perda de performance para quaisquer referência desejada, atribuindo ao sistema eficiência e robustez.

Tendo como saída do sistema os estados relativos aos seis graus de liberdade, e como entrada do sistema as tensões elétricas dos quatro motores, o quadróptero é tratado como um sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, do inglês *Multiple*

Figura 19 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controle em cascata.



Fonte: O autor.

Input Multiple Output). Em outras palavras, se controla os DOF do sistema ajustando a tensão dos motores, que por sua vez faz variar a velocidade angular das hélices, responsável pelo empuxo e torque necessários para o bom funcionamento do sistema.

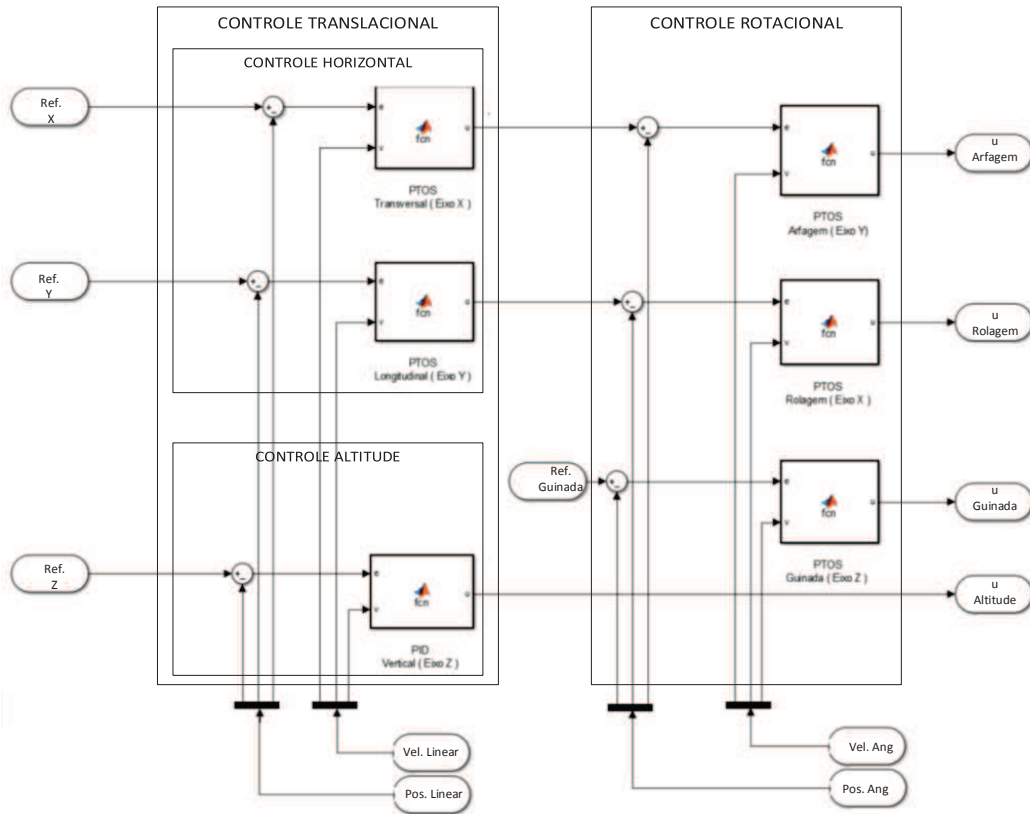
A malha de controle é feita em duas camadas distintas e coesivas, denominada controlador em cascata, conforme demonstrado no diagrama da Fig. 19. Na primeira instância, atuando na atitude do sistema, encontra-se o Controle Rotacional, responsável em garantir estabilidade do sistema. Na segunda instância, atuando no deslocamento do sistema, tem-se o Controle Translacional, responsável por deslocar o VANT em uma dada referência.

Estruturado em cascata, o sinal de controle efetivo que entra nos atuadores provém diretamente da malha de Controle Rotacional, tendo como referência angular o sinal de controle originado pelo Controle Translacional, que por sua vez tem sua referência definida conforme a meta de deslocamento.

Nota-se que o controle em cascata, Fig. 20, é concernente ao deslocamento nos eixos X e Y do sistema, sendo o deslocamento no eixo Z controlado por uma malha simples de realimentação de estados, que age diretamente nos atuadores, aumentando ou diminuindo a potência em ambos, conforme deseja-se subir ou descer respectivamente.

Para os graus relativos à malha de controle em cascata é implementado o controlador PTOS individualmente e para o grau relativo à altitude implementa-se um controlador PID com anti *Wind-UP*, em virtude deste grau de liberdade sofrer influência direta da gravidade, necessitando de uma ação integral.

Figura 20 – Diagrama de blocos do controle em cascata e do controle de altitude.



Fonte: O autor.

4.2 Controlador PTOS

De acordo com o conteúdo apresentado na sessão 2.3, o controlador PTOS garante estabilidade em sistemas de segunda ordem sujeitos a saturação e possui um sinal de controle derivado da técnica TOC, sustentando uma performance de tempo quase ótimo. A lei de controle é rerepresentada a seguir, facilitando o desenvolvimento e implementação no sistema.

$$u = k_2(-f_{ptos}(e) - \dot{\vartheta}), \quad (30)$$

onde:

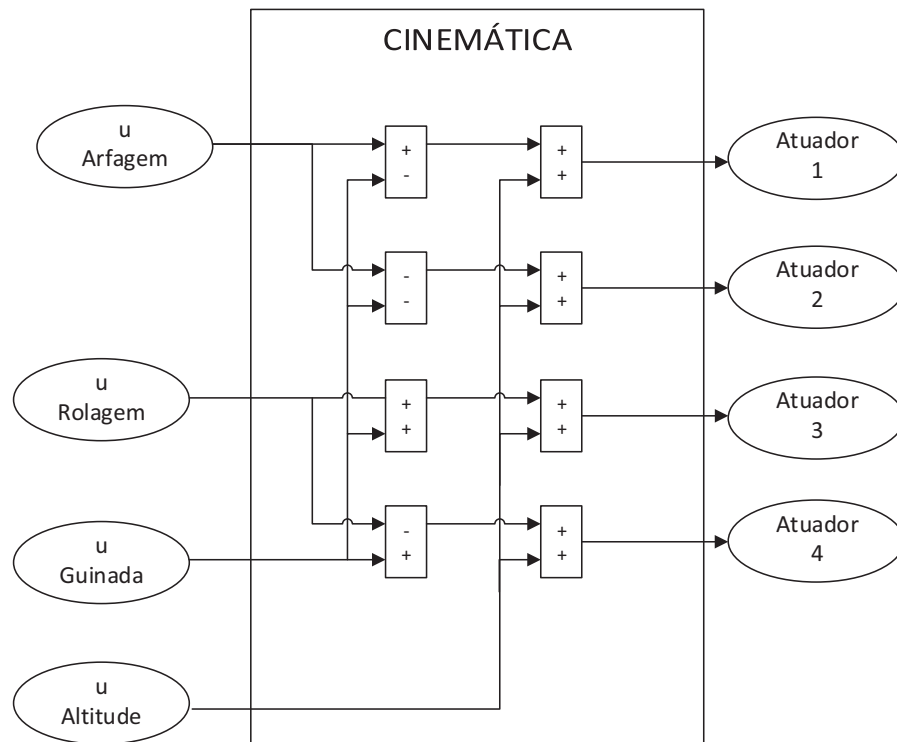
$$f_{ptos}(e) = \begin{cases} \frac{k_1}{k_2}e & , |e| \leq y_l \\ \text{sgn}(e)(\sqrt{2b\bar{u}\alpha}|e| - \frac{\bar{u}}{k_2}) & , |e| > y_l \end{cases}$$

sendo \bar{u} a máxima tensão admissível dos atuadores, b um parâmetro concernente a dinâmica do sistema e

$$y_l = \frac{\bar{u}}{k_1}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2k_1}{b\alpha}},$$

restrições que garantem a continuidade e suavidade na troca de funções que apresenta o controlador.

Figura 21 – Sistema de conversão dos sinais de controle.



Fonte: O autor.

Tabela 3 – Algoritmo de controle PTOS, sendo os estados x_1 e x_2 a posição e a velocidade, respectivamente.

$u = \text{controle}(ref, x_1, x_2)$	
1	$e = ref - x_1$
2	if $ e > y_l$
3	$f_e = \text{sgn}(e) \left(\sqrt{2b\alpha\bar{u}} e - (\bar{u}/k_2) \right)$
4	$u = k_2(-f_e - x_2)$
5	$u = \text{sat}(u, \bar{u})$
6	else
7	$u = -k_1e - k_2x_2$
8	return $[u]$

Fonte: O autor.

Essa lei de controle possui dois parâmetros livres de ajuste, sendo k_1 um ganho proporcional e α um fator de aceleração que permite ajustar o desempenho do sistema na presença de dinâmicas não modeladas, tais como: atraso no envio de sinal por qualquer

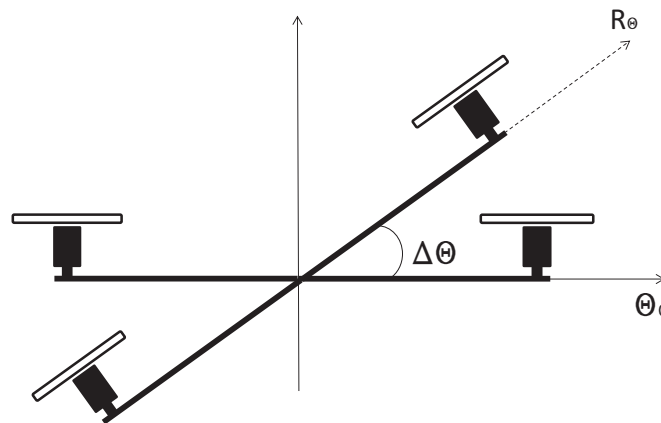
dispositivo eletrônico e não-linearidades desconsideradas. Assim, o algoritmo que implementa este controle é descrito pela Tabela 3, sendo esta estrutura utilizada em todos controles, com exceção do controle de altitude.

4.3 Controle Rotacional

Controle rotacional comumente conhecido como controle de atitude é o controle da orientação do veículo em relação a um sistema inercial de referência, onde um algoritmo recebe os dados dos sensores do veículo e calcula os comandos apropriados para os atuadores, rotacionando o veículo para a atitude desejada.

O controlador PTOS é aplicado individualmente em cada eixo de rotação, de tal maneira que cada eixo é tratado como sendo um sistema independente e desacoplado. Assim, essa sessão é dividida em Controle de Rolagem e Arfagem, por se tratar de um sistema simétrico, tornando o controlador destes ângulos idênticos, e Controle de Guinada por possuir uma dinâmica diferente.

Figura 22 – Sistema rotacionando a uma dada referência R_{Θ} .



Fonte: O autor.

4.3.1 Controle de Rolagem e Arfagem

Define-se rolagem como o movimento em torno do eixo horizontal, paralelo ao eixo longitudinal e arfagem como o movimento em torno do eixo horizontal, perpendicular ao eixo longitudinal. Conforme mencionado, o controle a ser implementado na rolagem e arfagem possui a mesma estrutura e os mesmos parâmetros, logo, resume-se esta análise

com a implementação do controle de rolagem, sabendo que o resultado obtido é estendido, sem alterações, para o controle de arfagem.

A Fig. 22 apresenta o quadróptero no sistema de referência global, tendo como condições iniciais $\theta_x = 0$ e $\lambda_x = 0$, e referência setada em graus como R_{θ_x} . Deste modo, a implementação do controle visa a obtenção do sinal u_{θ_x} que garanta o deslocamento angular da posição inicial para a posição desejada.

4.3.1.1 Implementação do Controlador PTOS

Para implementar o controle PTOS considera-se o modelo linear apresentado na sessão 3.7.2, tendo como coeficiente:

$$b_{\lambda_x} = \frac{l_a \cdot k_e \cdot k_v}{I_x} = 17.24,$$

e saturação $\bar{u} = 1.25V$, definida em função da máxima variação admissível na tensão elétrica aplicada aos motores, de forma a garantir linearidade na faixa de operação do sistema.

A partir destas premissas aplica-se a lei de controle, apresentada na Tabela 3, tendo como parâmetros livres os ganhos $k_1 = 120$ e $\alpha = 0.5$, definidos de forma empírica via simulações. Ademais, consideram-se os estados do sistema x_1 e x_2 como sendo a posição angular dado pelo sistema referencial global e a velocidade angular dada pelo sistema referencial local.

Nota: A referência desejada é inserida manualmente apenas durante o projeto do controle, sendo posteriormente uma função do sinal de controle da trajetória, sendo este sinal gerado dinamicamente para cada referência de posição.

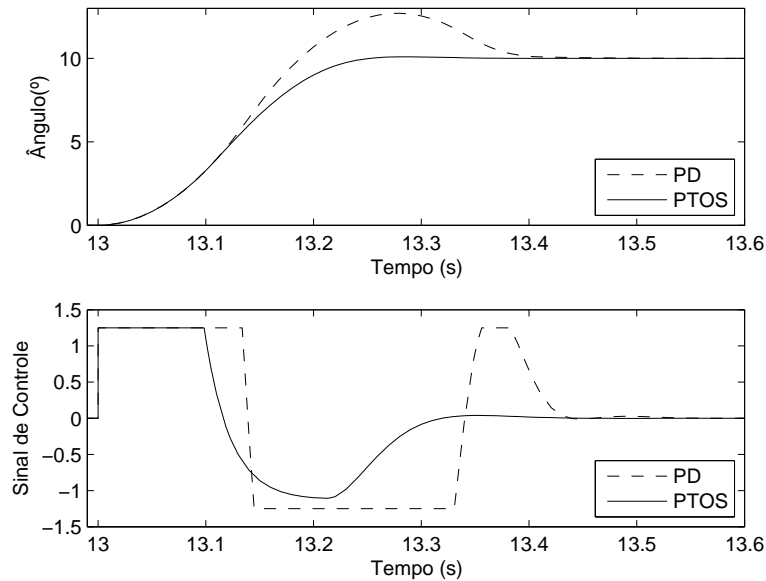
4.3.1.2 Resultado Numérico

A validação do controle PTOS é obtida pela análise comparativa da resposta temporal do sistema quando controlada pelo PTOS e quando controlada por um PD. Assim, o controlador PD é ajustado, de modo a obter o melhor desempenho possível, considerando uma referência angular desejada de 10° , que resulta nos ganhos proporcional ($K_p = 120$) e derivativo ($K_d = 5.3$).

A resposta temporal do sistema em malha fechada com o controlador PTOS e com o controlador PD é apresentada na Fig. 23, bem como os sinais de controle, onde uma referência desejada de 10° é aplicada ao sistema. Nota-se que o sistema atuando com o controlador PTOS atinge a referência mais rápido que o controlador PD. Para consolidar a validação, é efetuado o mesmo procedimento descrito, porém para referências de 1° , 10° e 20° , conforme apresentado na Fig. 24. Comprovando a eficácia do controlador PTOS para uma gama de referências.

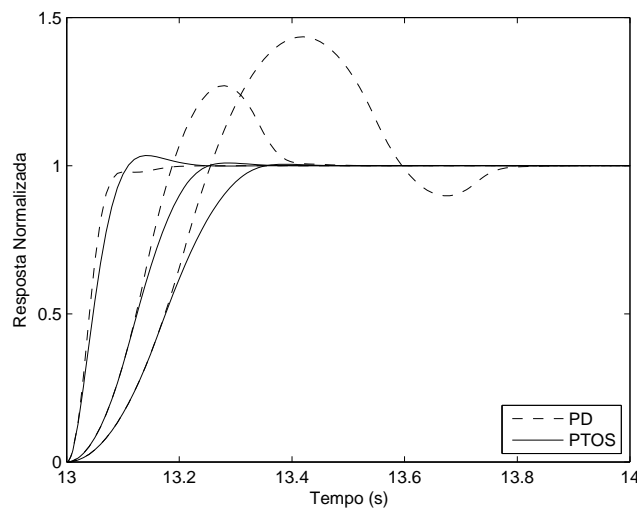
Quanto à robustez do controle, é apresentado na Fig. 25, o sistema sob influência de distúrbios. Sendo distúrbio qualquer efeito derivado de perturbações externas, tais como rajadas de vento e pequenas colisões e/ou não linearidades desprezadas, tais como acoplamento entre eixos e torque giroscópico residual.

Figura 23 – Ângulo e sinal de controle da rolagem para uma referência em degrau de 10° aplicada com o controle PD e PTOS.



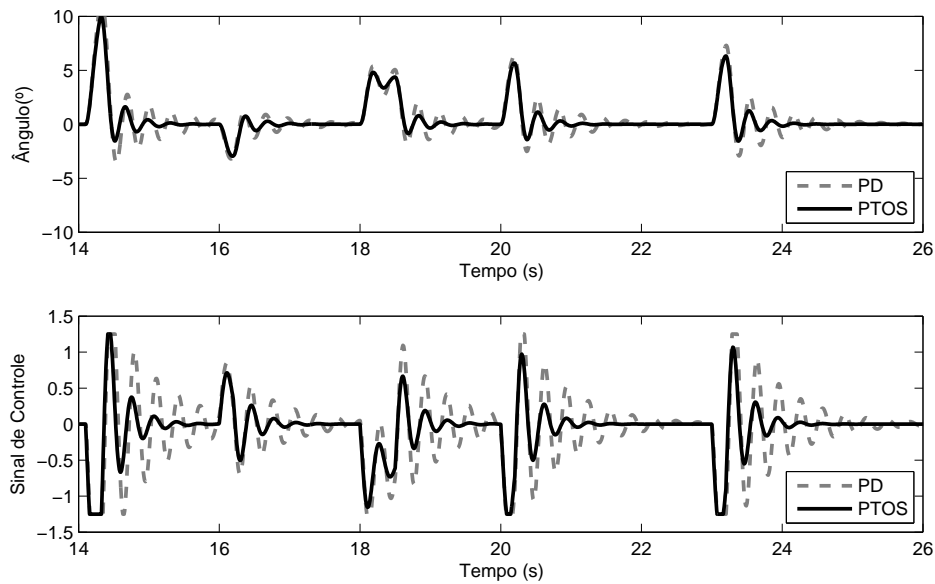
Fonte: O autor.

Figura 24 – Resposta normalizada das referências 1° , 10° e 20° aplicadas com o controle PD e PTOS.



Fonte: O autor.

Figura 25 – Resposta temporal da rolagem, para uma entrada de referência nula, sob efeito de distúrbios.



Fonte: O autor.

4.3.2 Controle para Guinada

Guinada é o movimento que o VANT realiza em torno do eixo vertical imaginário, que passa pelo centro de gravidade da estrutura, sendo perpendicular aos eixos transversal e longitudinal. A guinada pode ocorrer de forma involuntária, devido a rajadas durante o voo ou até mesmo por irregularidades aerodinâmicas, ou, de forma voluntária, quando se deseja aprimorar o poder de curva em uma aeronave. A guinada ocorre também inerentemente ao realizar uma inclinação, tanto na rolagem quanto na arfagem, conforme pode ser observado na dinâmica do modelo. Para garantir que o veículo permaneça no curso desejado, é fundamental o uso de um controle eficaz que tenha a melhor performance possível.

4.3.2.1 Implementação do Controlador PTOS

No controle para guinada, é aplicado a mesma estrutura de controle PTOS apresentada, entretanto o parâmetro intrínseco que rege este grau de liberdade é definido como

$$b = \frac{k_a \cdot k_v}{I_z} = 12.4.$$

Quanto à saturação, considera-se a mesma saturação empregada para rolagem e arfagem: $\bar{u} = 1.25V$, e os parâmetros livres $K_1 = 140$ e $\alpha = 0.3$, determinados de forma empírica via simulações.

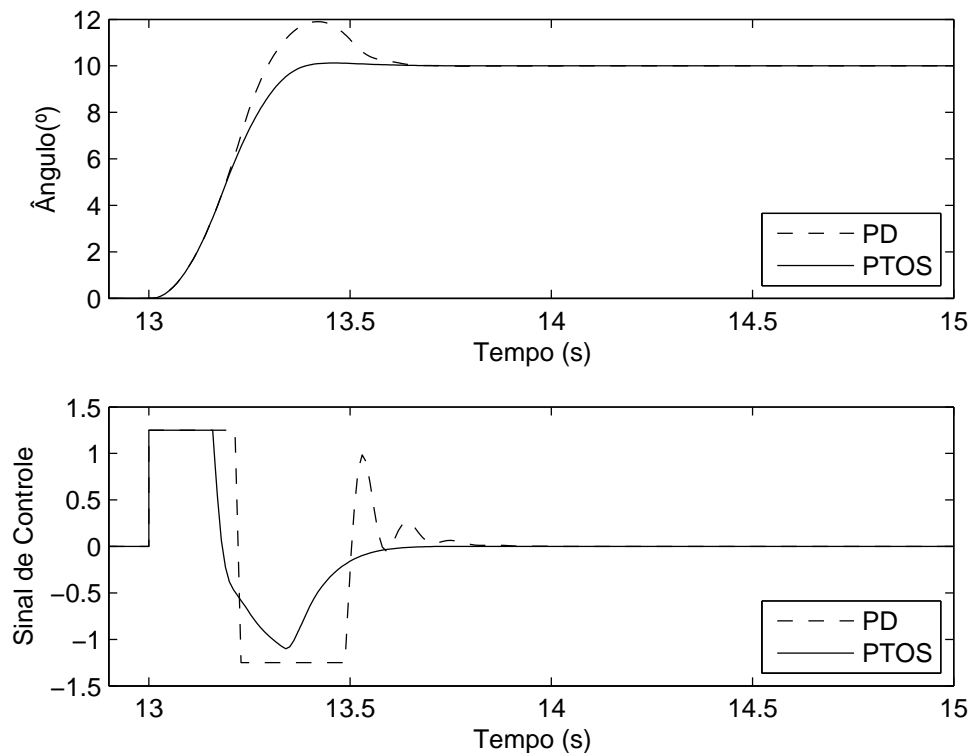
Nota: A referência desejada é inserida manualmente durante o projeto do controle, sendo posteriormente posicionada em zero, de forma a corrigir os desvios gerados pelo efeito de acoplamento do sistema, ocasionados pela angulação nos eixos de rolagem e arfagem.

4.3.2.2 Resultado Numérico

Análogo a rolagem e arfagem, o resultado é comparado com um controlador PD, tendo seus parâmetros definidos empiricamente como $K_p = 140$ e $K_d = 8.8$. Então, pode-se observar na Fig. 26 a saída do sistema quando aplicada uma referência desejada de até 10° bem como os sinais de controle de ambos controladores. Analisando, juntamente com a Fig. 27 uma simulação normalizada para referências de 1° , 10° e 20° , conclui-se que o sistema atuando com o controlador PTOS apresenta melhor desempenho e não apresenta sobre-sinal significativo.

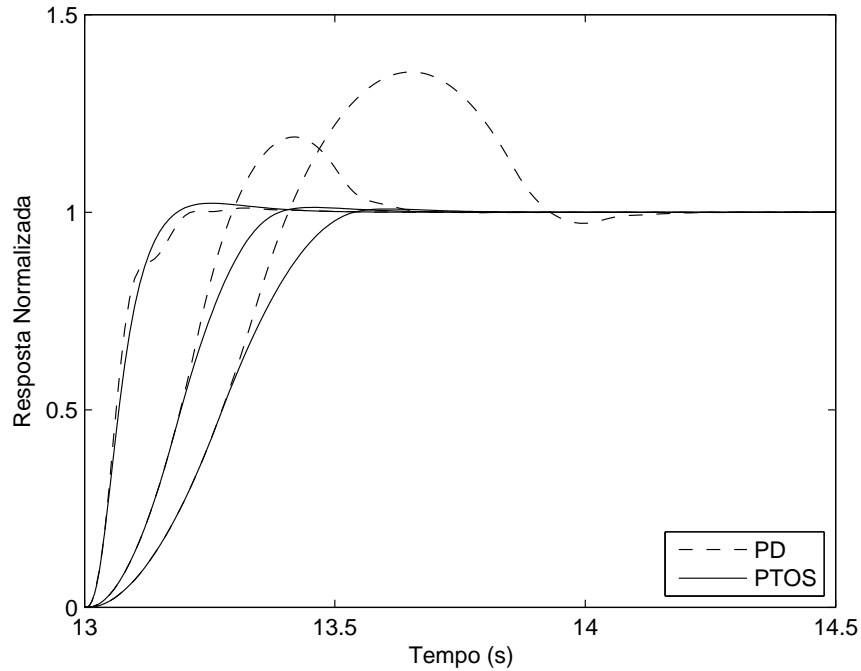
Quanto à robustez do controle, é apresentado na Fig. 28, o sistema sob influência de distúrbios da mesma ordem e magnitude que o demonstrado na rolagem. Já a Fig. 29 mostra a resposta temporal da guinada quando o sistema angula nos demais eixos, demonstrando a eficácia e robustez deste controlador.

Figura 26 – Ângulo e sinal de controle da guinada para uma referência em degrau de 10° aplicada com o controle PD e PTOS.



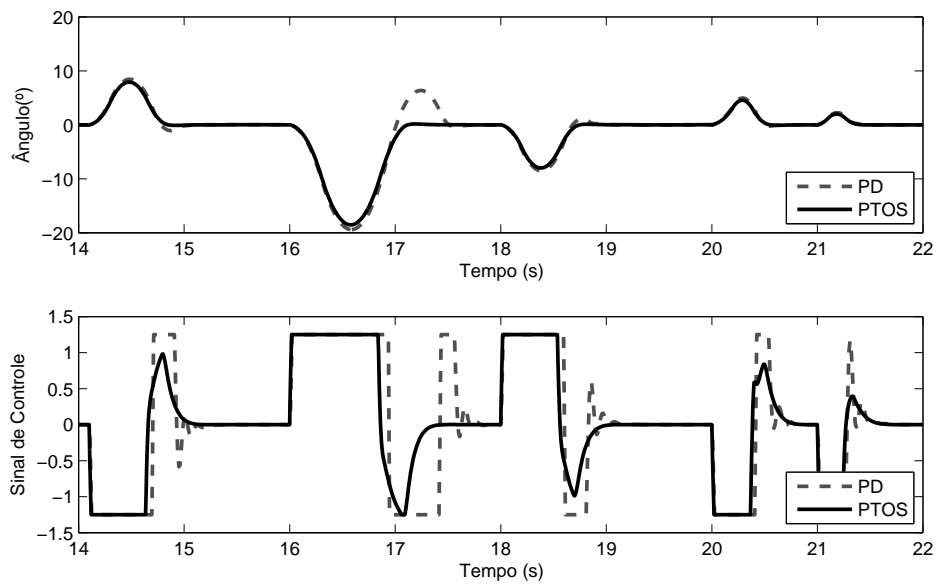
Fonte: O autor.

Figura 27 – Resposta normalizada das referências 1°, 10° e 20° aplicadas com o controle PD e PTOS.



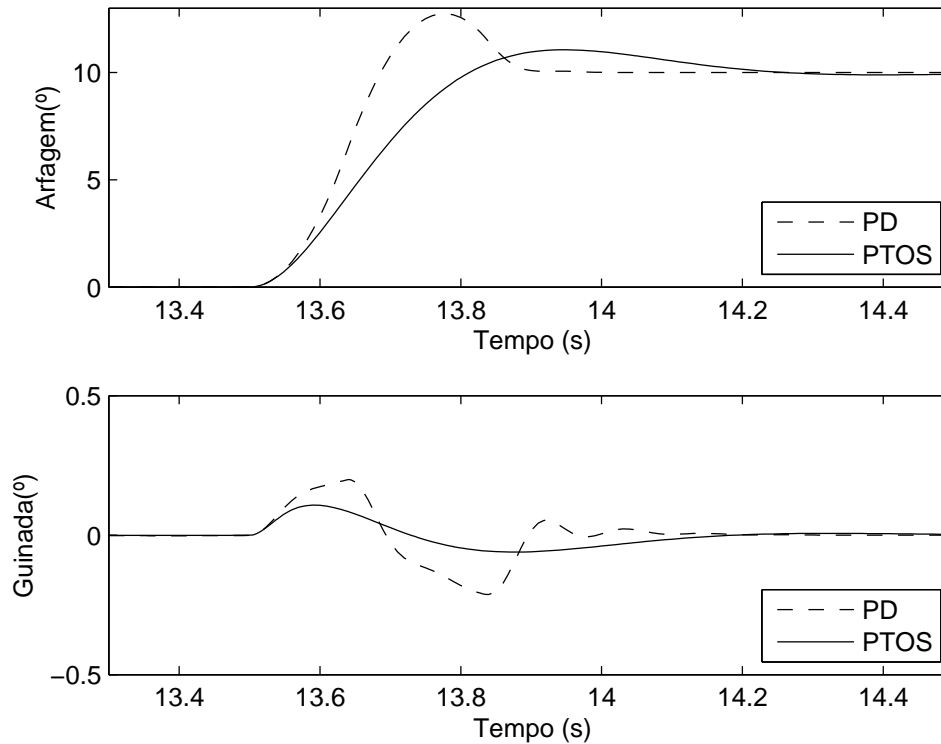
Fonte: O autor.

Figura 28 – Resposta temporal da guinada, para uma entrada de referência nula, sob efeito de distúrbios.



Fonte: O autor.

Figura 29 – Resposta temporal da guinada, considerando referência nula, sob atuação da rolagem e arfagem.



Fonte: O autor.

4.4 Controle Translacional

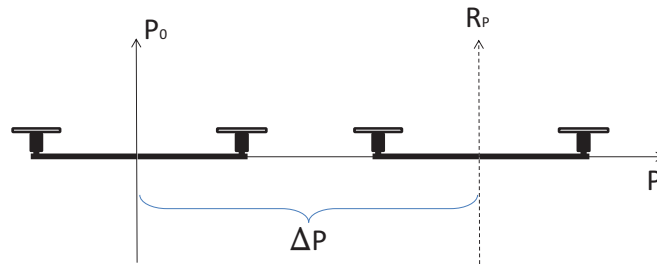
Controle translacional, comumente chamado de controle de trajetória, é o controle da navegação do veículo em relação a um sistema inercial de referência. O algoritmo recebe os dados dos sensores IMU e GPS, e calcula os comandos apropriados para servir de referência ao controle rotacional, no caso do deslocamento horizontal, e para subir ou descer o veículo conforme desejado, conforme apresentado na Fig. 19.

O controlador PTOS é aplicado individualmente nos deslocamentos transversal e longitudinal, sendo a altitude controlada por um PID com anti *Wind-UP*. Assim, essa sessão é dividida em Controle para Navegação Horizontal e Controle para Altitude.

4.4.1 Controle para Navegação Horizontal

A dinâmica concernente ao deslocamento horizontal é tratada como sendo desacoplada, mesmo não sendo, de modo a simplificar a implementação do controle. Todavia, o acoplamento não é ignorado, este é tratado como um distúrbio externo, capaz de instabilizar o sistema caso o controle não seja realizado adequadamente.

Figura 30 – Sistema rotacionando a uma dada referência desejada.



Fonte: O autor.

Esta conjectura de desacoplamento se torna possível devido à simetria do sistema e à linearização realizada. Em outras palavras, a navegação horizontal é controlada individualmente em cada eixo, onde cada subsistema comporta-se como um servomecanismo simples, deslocando-se linearmente ponto-a-ponto, conforme Fig. 30 demonstra o deslocamento da posição inicial P_0 até uma dada referência R_p . Portanto, será apresentado o desenvolvimento do controle PTOS implementado ao grau de liberdade relativo ao deslocamento em X. Ademais, o controle para o eixo Y é exatamente o mesmo, sendo desnecessária uma apresentação formal. Entretanto, com o objetivo em obter confiabilidade, são apresentadas nos resultados as simulações feitas em ambos os eixos, trabalhando simultaneamente validando a premissa do desacoplamento e simetria.

4.4.1.1 Implementação do Controlador PTOS

A estrutura do controle implementada é a mesma utilizada até então, conforme tabela 3. No entanto, agora será considerada a dinâmica dada pela sessão 3.7.3, onde o coeficiente intrínseco do sistema é definido como:

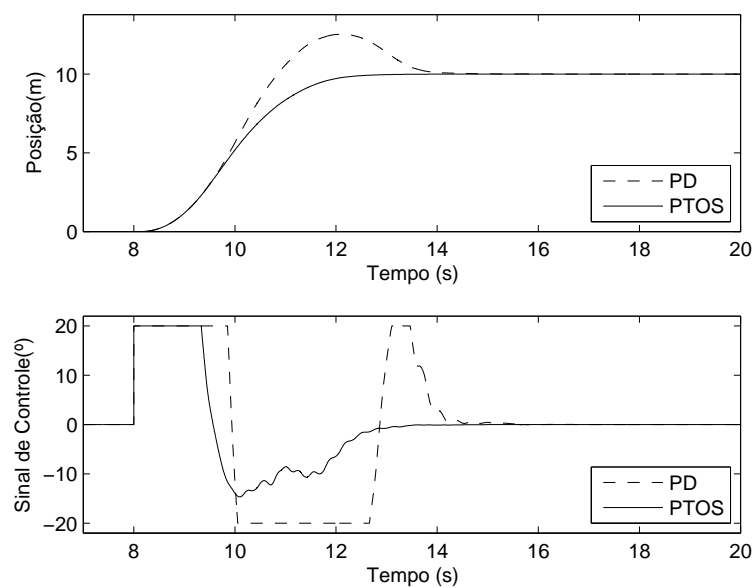
$$b = g = 9.8$$

Já a saturação é definida em função da máxima variação admissível da inclinação que o VANT pode realizar, sendo definida como $\bar{u} = 20^\circ$. Com estas premissas aplica-se o controlador PTOS tendo como parâmetros livres definidos como $K_1 = 0.5$ e $\alpha = 0.6$, definidos de forma empírica via simulações de modo a obter o melhor desempenho possível. Ademais, considera-se as entradas do controle os estados do sistema, onde x_1 é a posição georreferenciada dada pelo sistema referencial global, x_2 é a velocidade linear dada pelo sistema referencial local e a referência é a posição final desejada.

4.4.1.2 Resultado Numérico

Para validar o controle PTOS compara-se a resposta temporal do sistema quando controlado pelo PTOS e quando controlado por um PD, onde os ganhos do PD são ajustados de forma empírica, de forma a obter o melhor desempenho possível, considerando uma referência desejada de 100 metros, resultando nos ganhos proporcional $K_p = 0.5$ e derivativo $K_d = 0.4$.

Figura 31 – Posição e sinal de controle do eixo X quando o sistema é controlado pelo PD e PTOS a uma referência de 10 metros.



Fonte: O autor.

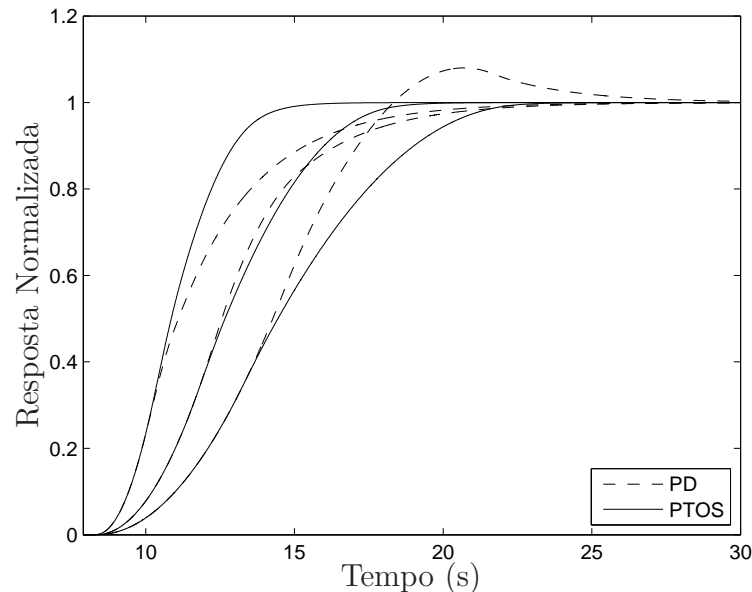
A Fig. 31 apresenta a saída do sistema e o sinal de controle quando aplicada uma referência desejada de 100 metros para ambos os controladores. Observa-se que a saída do sistema controlado pelo PTOS não apresenta sobre-sinal, diferente do controle PD, podendo-se concluir que o sistema atuando com o PTOS possui um melhor uso da energia disponível, devido ao fato de incluir em sua lei de controle o valor da saturação do sistema. Para validação, são apresentadas na Fig. 32 simulações normalizadas para diferentes referenciais, comprovando as qualidades exploradas até então deste controle de tempo quase ótimo.

Aplicando este mesmo controle apresentado no eixo Y, e atuando simultaneamente em ambos os graus, comprova-se que a deliberação feita referente ao desacoplamento é válida, para fins de controle, e que o efeito do acoplamento não passa de um mero distúrbio facilmente corrigível, conforme pode ser observado na Fig. 33, onde uma referência desejada foi aplicada tanto no deslocamento transversal quanto longitudinal.

O acoplamento apresenta um máximo efeito quando o sistema encontra-se em

movimento em um dado eixo e então inicializa uma movimentação em um outro eixo, porém, mesmo considerando a pior hipótese o sistema mantém-se estável. A Fig. 34 valida esta afirmativa, e demonstra a soberania do controlador PTOS sobre o PD, no quesito robusteza dado perturbações.

Figura 32 – Resposta normalizada para os degraus de 10m, 30m e 60m para ambos controladores.



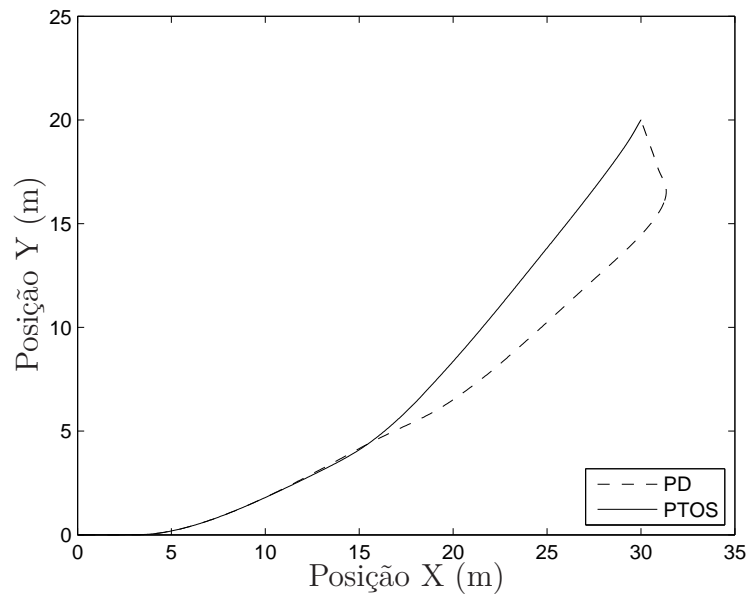
Fonte: O autor.

4.4.2 Controle de Altitude

O deslocamento vertical é perpendicular aos eixos transversal e longitudinal, podendo ocorrer de forma involuntária - devido a rajadas de vento - ou de forma voluntária - quando se deseja subir ou descer a aeronave. Importante ressaltar que quando o sistema realiza um deslocamento horizontal, este gera uma angulação, o que reduz a componente de força vertical. É responsabilidade do controle da altitude equacionar a potência nos atuadores para manter a altitude constante.

Conforme mencionado anteriormente, o controlador PTOS não é adequado a este grau de liberdade, pois este possui uma componente gravitacional agindo constantemente sobre o sistema. Tal como PD, o PTOS não têm efeito sobre o erro de estado estacionário do sistema a menos que o erro seja variante no tempo. Em aplicações onde se deseja anular erros em regime, que é o caso da gravidade agindo, uma ação integral deve ser incorporada ao controlador, ou seja, um controlador PID.

Figura 33 – Resposta do sistema quando controlador com PD e PTOS, para a referência $r(r_x, r_y) = (30, 20)$



Fonte: O autor.

4.4.2.1 Implementação do Controlador PID com Anti *Wind-Up*

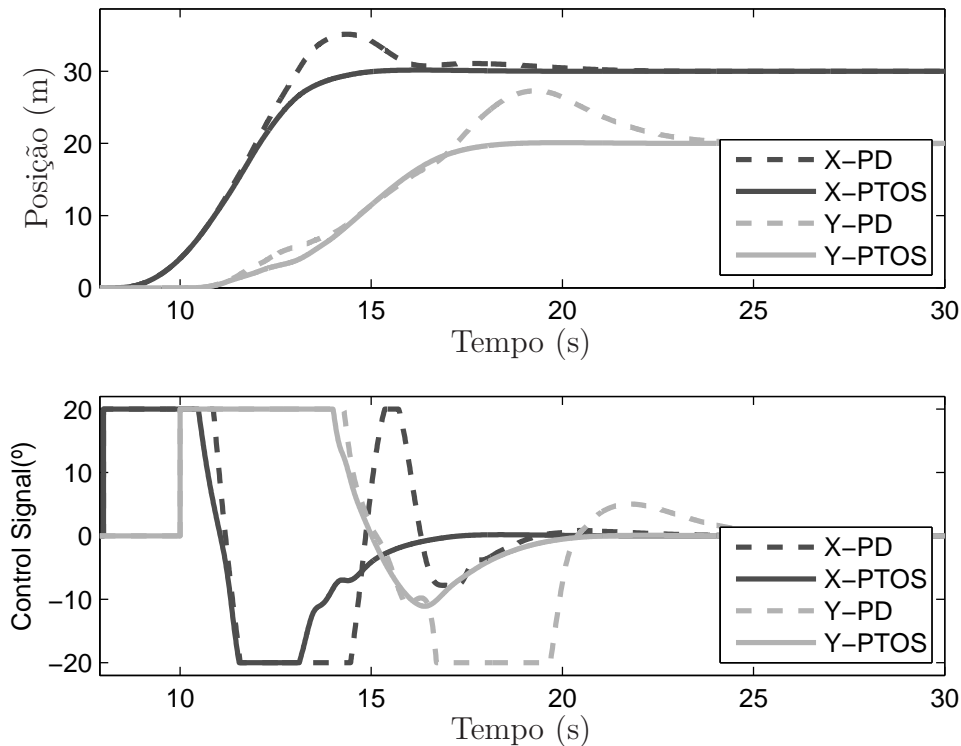
Basicamente o controlador PID pode ser dividido em três componentes. A primeira é a componente proporcional P, que tem como função a correção proporcional do erro, ou seja, quanto maior o erro maior será seu valor. Esta componente é dependente apenas do estado atual do processo. O segundo componente é a integral I, que tem como função eliminar o erro em regime permanente, esta componente é dependente do acumulativo dos erros passados. A terceira e ultima componente é a derivativa D, e tem como função atenuar variações do sistema, sendo assim capaz de melhorar o desempenho do processo durante os transitórios de estado. Esta componente é dependente da taxa de variação do erro. Estas três componentes são ajustadas através de ganhos individuais que podem aumentar ou diminuir a ação delas. Esses ganhos são importantes por que são eles que definem todo o comportamento do sistema de controle. Assim, o PID é descrito como:

$$u = k_p \cdot e + k_i \cdot \int e + k_d \cdot \frac{de}{dt} \quad (31)$$

O integrador garante erro nulo em regime permanente no caso de seguimento de referência do tipo degrau, sendo essa uma das grandes vantagens da estrutura PID.

Na prática os atuadores estão sujeitos a uma restrição no sinal de controle. Quando o valor da variável de controle atinge o limite máximo (ou mínimo) do atuador, ocorre a saturação do sinal de controle, definida como \bar{u}_z . Este fato faz com que a malha de rea-

Figura 34 – Posição e sinal de controle dos eixo X e Y quando o sistema é controlador pelo PD e PTOS para referência de $r_x = 30$, e dois segundos após uma referência de $r_y = 20$.



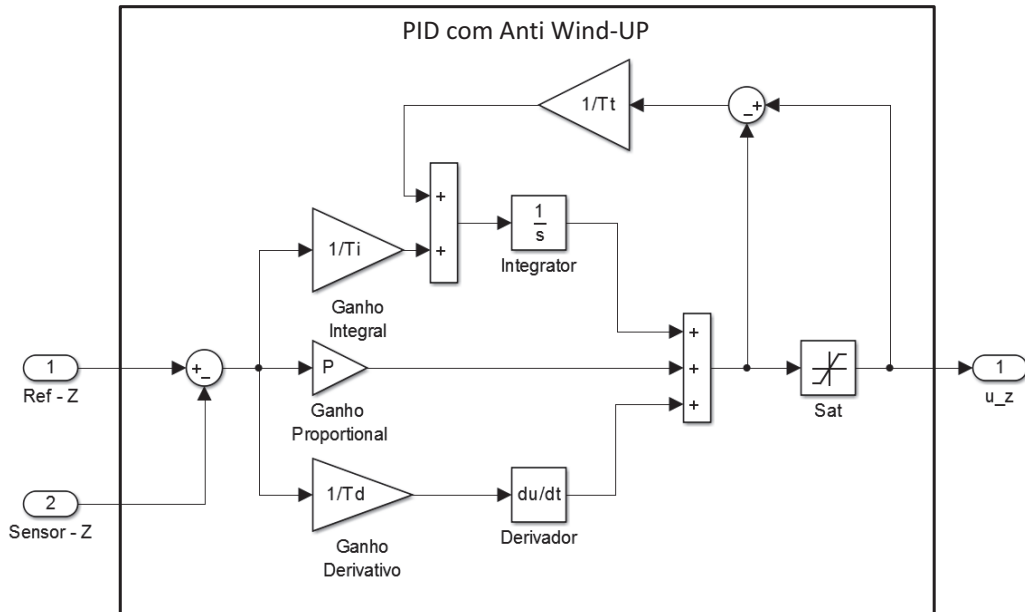
Fonte: O autor.

limentação seja interrompida, pois o atuador permanecerá saturado independentemente da saída do processo. Entretanto, se um controlador com ação integral é utilizado, o erro continuará a ser integrado e o termo integral tende a se tornar muito grande, ou seja, tende a carregar-se demasiadamente, surgindo o efeito *wind-up* (BOHN; ATHERTON, 1995). Neste caso, a continuação da integração do erro do sistema faz com que o termo integral alcance valores elevados sem qualquer efeito sobre a saída do sistema, logo, o erro deve ter sinal negativo durante um longo intervalo de tempo para que o termo integral possa ser trazido de volta ao estado estacionário, o que ocasiona um elevado sobre sinal e um tempo de acomodação relativamente longo. Neste caso, para que o sistema possa ter um desempenho satisfatório, alguma forma de mecanismo anti *wind-up* deve ser implementado no controlador PID.

Existem várias maneiras de se evitar o *wind-up* da ação integral, sendo o *Back Calculation* o método clássico de prevenção do fenômeno abordado por vários autores (BOHN; ATHERTON, 1995) (VISIOLI, 2003) (HODEL; HALL, 2001). Este método consiste em gerar um sinal de realimentação, uma vez que o controlador exceda os limites do atuador, de forma a reduzir a magnitude da entrada integradora. Este sinal de realimen-

tação é gerado pela diferença entre o sinal saturado de controle e o sinal não-saturado, conforme mostra o diagrama em bloco apresentado na Fig. 35.

Figura 35 – Diagrama do controlador PID com anti *Wind-UP*, pelo método *Back Calculation*.



Fonte: O autor.

Assim o controlador é reescrito como:

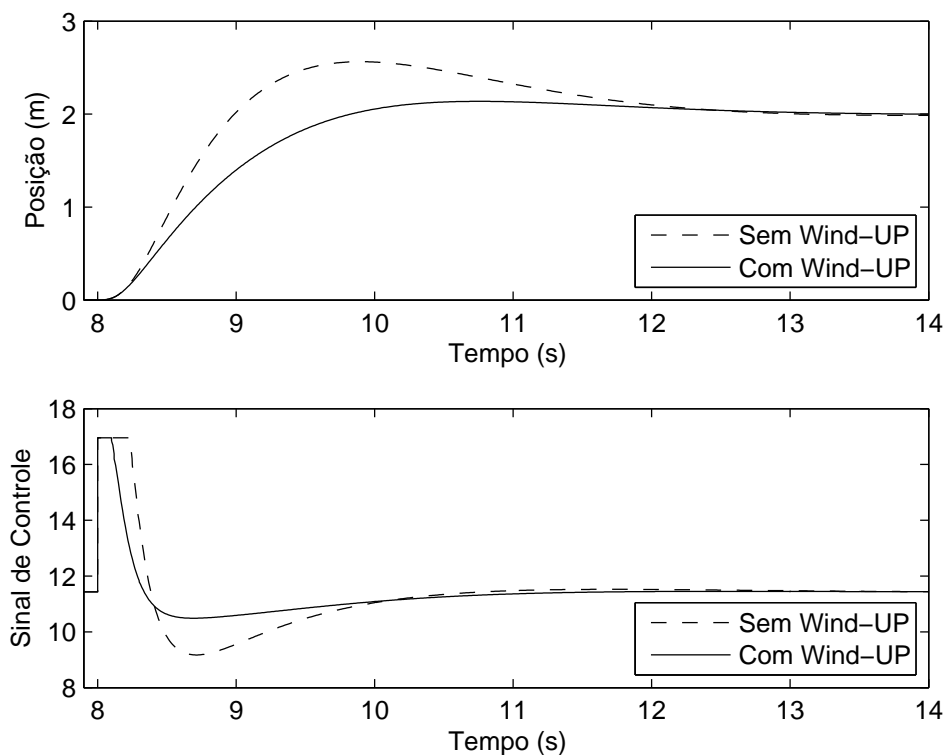
$$u = k_p \cdot e + k_i \cdot \int e + k_t \cdot \int (\bar{u}_z - u_z) + k_d \cdot \frac{de}{dt} \quad (32)$$

No projeto do controlador, os parâmetros $k_p = 12$, $k_i = 1/T_i = 10$ e $k_d = 1/T_d = 4$ são obtidos com o auxílio do método de *Ziegler-Nichols* com devidas correções empíricas, realizadas em simulações. O parâmetro k_t determina quão rápido a ação integral é zerada. Quanto maior esta constante mais rápido ocorre o zeramento. Seu valor pode ser determinado em função dos ganhos integrais e derivativos (HODEL; HALL, 2001), conforme:

$$k_t = \sqrt{k_i \cdot k_d \cdot k_a}$$

onde k_a é um termo adicional, livre, que serve de ajuste no tempo de rastreamento definido empiricamente como $k_a = 2.5$ resultando em um ganho $K_t = 15.8$.

Figura 36 – Resposta temporal da altitude e sinal de controle quando o sistema é controlado com PID sem anti *Wind-UP* e com anti *Wind-UP*.



Fonte: O autor.

4.4.2.2 Resultado Numérico

A Fig. 36 apresenta a resposta temporal da altitude do VANT quando controlado com em PID, com e sem anti *Wind-UP*, evidenciando a importância desse tipo de compensador de integração.

É importante salientar que a técnica *Back Calculation* resulta em uma diminuição do sobre sinal conforme aumenta-se o ganho de realimentação k_t . Entretanto, um aumento demasiado do parâmetro pode tornar a resposta transitória demasiadamente lenta.

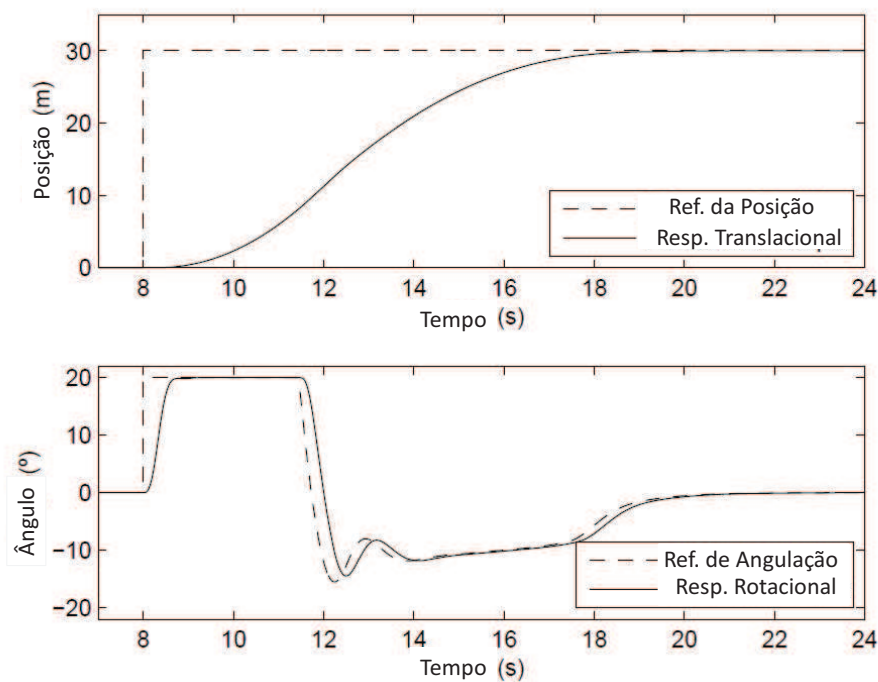
4.5 Conclusão

A malha de controle em cascata apresentada possui dois controladores com realimentação negativa, com saída do controlador externo que estabelece o *setpoint* variável do controle interno. O controle em cascata é então constituído de dois controladores, formando duas malhas fechadas que atuam apenas em uma única variável física: a tensão elétrica do motor. A malha externa é geradora de sinal de referência angular para a malha interna, que por sua vez gera a referência de tensão implementada nos motores. A sintonia

dos controladores é realizada de dentro para fora, o controle rotacional foi configurado considerando entradas do tipo degrau, com amplitudes variadas de forma manual. Consolidado o controle rotacional, tornou-se possível a implementação da malha de controle translacional, gerando assim o sinal de referência, dinâmico, autônomo, para o controle rotacional.

A Fig. 37 demonstra o comportamento do sistema atuando com este controlador em cascata, sendo o gráfico superior o deslocamento horizontal, realizado em apenas um eixo, e o gráfico inferior o comportamento da angulação necessário para realizar este movimento.

Figura 37 – Resposta do sistema e sinal de controle PTOS gerado pelo controle rotacional com sua referencia originada pelo controle de trajetória.



Fonte: O autor.

Em ambos os controles apresentados nesta sessão constatou-se que o controlador PTOS apresentou uma maior eficiência em relação ao controlador PD, onde este aprimoramento pode ser quantizado com uma análise mais detalhada na resposta temporal do deslocamento ponto-a-ponto do sistema. A exemplo, a Fig. 34 apresenta o deslocamento bidimensional do quadróptero quando inserido uma referência de 30 metros para o eixo X e 20 metros para o eixo Y, assim determina-se o tempo de translado como sendo o tempo necessário para que ambos eixos atinjam a referência desejada. Dessa forma, o tempo de acomodação do sistema atuando com o controle PTOS foi de 18 segundos em contra partida, o sistema atuando com o controle PD foi de 25 segundos. Essa diferença expõe um aprimoramento de 28 % na velocidade média de translado.

5 Controle Bidimensional

Esta sessão tem por finalidade apresentar o controle bidimensional responsável pela translação do sistema garantindo uma trajetória linear ponto-a-ponto. Será apresentado o desenvolvimento e a implementação do controlador denominado Controle Bidimensional de Tempo Quase Ótimo.

5.1 Introdução

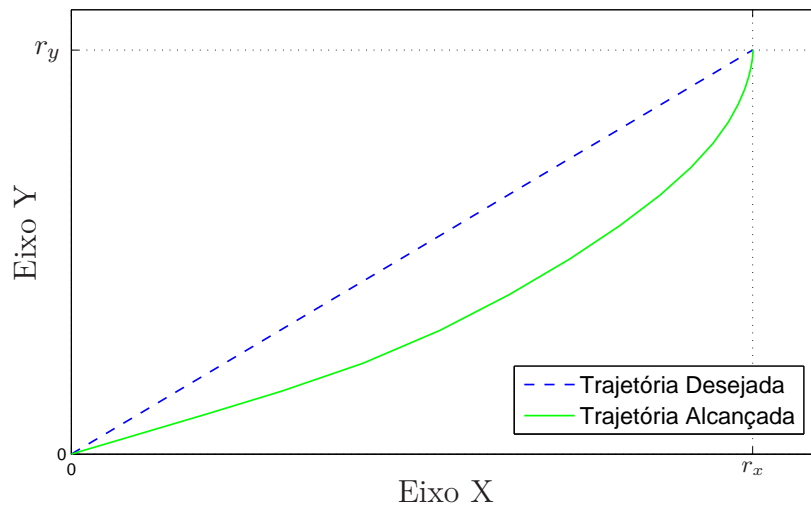
Um sistema de referência tridimensional consiste em um ponto de origem, direção e sentido, sendo o sistema cartesiano um esquema reticulado capaz de especificar pontos num espaço. Com base neste princípio, o VANT é um sistema que se movimenta em relação a este referencial, ou seja, sua posição pode variar, no decorrer do tempo, verticalmente, horizontalmente e transversalmente.

O deslocamento vertical do quadróptero é associado principalmente com a sua capacidade em decolar e aterrizar verticalmente (VTOL) sem movimentar-se longitudinalmente nem transversalmente. Assim, sua movimentação vertical pode ser tratada como um sistema independente da sua movimentação horizontal que é associado com o deslocamento georreferenciado ponto-a-ponto. Não obstante, o deslocamento vertical não exerce influência na dinâmica rotacional do VANT, não pertencendo ao sistema de controle em cascata. A lei de controle do VANT age subtraindo ou somando potência em todos os atuadores, conforme demonstrado na cinemática da Fig. 11. É considerado nesta sessão, o controle de altitude desenvolvido anteriormente, logo, assume-se que o quadróptero manterá o voo pairado a uma dada altitude sem variações significativas, não influenciando no deslocamento horizontal.

As leis de controle aplicadas em mecanismos servo-motorizados possuem como principal objetivo a alta performance, a precisão e a estabilidade, todavia estas leis são concernentes a uma atuação unidirecional, sendo simplesmente duplicada quando implementadas em sistemas bidimensionais, como o caso apresentado no capítulo 4. Entretanto, esta não é a melhor metodologia de controle, pois não garante linearidade no deslocamento. Em outras palavras, a trajetória realizada num plano horizontal, quando controlada individualmente, eixo a eixo, tenderá a executar uma trajetória curva, em resposta à falta de correlação entre as leis de controle dos eixos.

Para ilustrar a situação, considera-se um sistema inicialmente em repouso na sua origem, de coordenadas X e Y. Em seguida, aplica-se uma referência desejada (r_x, r_y) , assumindo $r_y > r_x$, conforme Fig. 38. O atuador do eixo X, que possui uma trajetória

Figura 38 – Trajetória XY gerada quando aplicadas as referências r_x e r_y , onde $r_x < r_y$, utilizando o controlador PTOS.



Fonte: O autor.

menor, alcança primeiramente a referência em relação ao atuador do eixo Y, ou seja, a velocidade de cada atuador é função única e exclusivamente de sua própria referência e erro.

Em Chen e Wu (2007), o autor explora um controle de contorno para trajetórias bidimensionais suaves, melhorando a precisão na rastreabilidade da trajetória. Esta técnica consiste em uma malha de controle com realimentação do erro de contorno na trajetória, ao invés dos erros individuais de cada eixo, tendo como saída um sinal de controle para cada atuador. Outro método é o controle de rastreabilidade do erro de fase zero (ZPETC, do inglês *Zero Phase Error Tracking Controller*) (LEE; TOMIZUKA, 1996), o qual consiste de um controlador para sistemas de alta velocidade, usado na recuperação de atrasos da dinâmica.

A despeito de existir técnicas que visam o rastreamento de trajetórias bidimensionais, estas não consagram rastreamento linear em tempo ótimo, assim sendo, esta sessão tem como objetivo o desenvolvimento de um controle que garanta linearidade em tempo ótimo na trajetória de sistemas bidimensionais, que é o caso da translação georreferenciada do quadróptero.

5.2 Controle Bidimensional

Para esta abordagem, dá-se o nome de Controle Bidimensional de Tempo Quase Ótimo (TDPTOS, do inglês *Two-Dimensional Proximate Time-Optimal Control for Servomechanism*) (LISBOA; SALTON; FLORES, 2013b),(LISBOA; SALTON; FLORES,

2013a),(SALTON; ZHENG; FLORES, 2014), por se tratar de uma extensão do controlador PTOS e ser dedicado a sistemas de posicionamento servo-motorizados em um referencial cartesiano reticulado planar. Este controle bidimensional consiste em uma identificação dinâmica dos eixos, classificando-os como Eixo Mestre (EM) e Eixo Escravo (EE). Assim para cada referência inserida no sistema o controle executa um algoritmo em tempo real, identificando qual direção corresponde ao eixo mestre e qual direção corresponde ao eixo escravo.

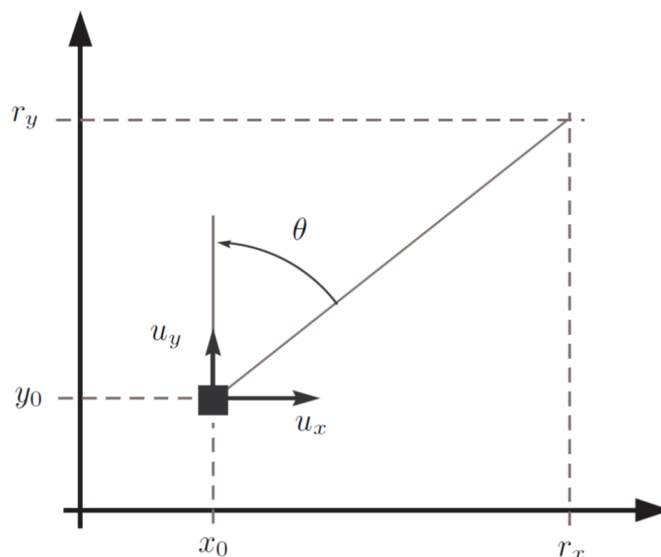
5.2.1 Modelo Linear para Controle

Primeiramente faz-se necessário uma apresentação do modelo de um sistema bidimensional de corpo rígido. Seguindo a lógica apresentada na sessão 3 para sistemas unidimensionais, a equação para sistemas bidimensionais é dada por :

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= b_y u_y, \\ \ddot{x} &= b_x u_x \end{aligned} \quad (33)$$

sendo $b_{x,y}$ os parâmetros intrínsecos de cada eixo de atuação e $u_{x,y}$ o sinal de controle.

Figura 39 – Sistema cartesiano XY, com o sistema posicionado nas condições iniciais (x_0, y_0) seguindo linearmente as referências (r_x, r_y) .



Fonte: Salton, Zheng e Flores (2014).

5.2.2 Desenvolvimento do Controlador TDPTOS

Esta abordagem consiste em aplicar o controlador PTOS, na sua forma original apresentada na equação (5), no eixo mestre e em aplicar uma nova abordagem de controle no eixo escravo - adiante será mostrado como identificar os eixos. De forma análoga ao

apresentado na sessão 4, considera-se os eixos desacoplados, tratando o acoplamento como um distúrbio.

A classificação dos eixos será explorada adiante, por ora considera-se como eixo mestre o eixo Y, facilitando a compreensão da metodologia de controle do eixo escravo. Assim, conforme mencionado, o controle PTOS é implementado no eixo Y.

$$u_{mestre} = u_y = k_2(f_{ptos}(e_y) + \dot{y})$$

Para controlar o eixo escravo X, garantindo rastreabilidade de uma trajetória linear, a aceleração de ambos os atuadores deve ser proporcional ao ângulo θ , conforme Fig. 39, resultando na expressão:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \ddot{y} \cdot \tan(\theta) \\ u_x b_x &= u_y b_y \cdot \tan(\theta), \end{aligned} \quad (34)$$

onde

$$\tan(\theta) = \frac{e_x}{e_y},$$

sendo os erros definidos como a distância da posição atual em relação à referência desejada, assim descritos: $e_x = x - r_x$ e $e_y = y - r_y$.

Resolvendo a equação para u_x , obtém-se a lei de controle para o eixo escravo, dada pela função não linear:

$$u_{escravo} = u_x = \frac{b_y}{b_x} \frac{e_x}{e_y} \cdot u_y. \quad (35)$$

Contudo, esta função, por si só, não é implementável, pois possui um ponto de singularidade quando $e_y \rightarrow 0$. Para evitar este problema, comuta-se a lei de controle, equação (35), para uma lei linear, da mesma forma e no mesmo instante em que o PTOS comuta sua lei derivada da técnica TOC para um PD. Assim, este controle deve ser comutado para:

$$u_{escravo} = u_x = h_1 e_x + h_2 \dot{x} \quad (36)$$

Assim, o controlador proposto é sumarizado como:

$$\begin{aligned} u_y &= k_2(f_{ptos}(e_y) + \dot{y}), \\ u_x &= f_{2d}(e_x, \dot{x}, e_y, u_y), \end{aligned} \quad (37)$$

onde,

$$f_{ptos}(e_y) = \begin{cases} \frac{k_1}{k_2} e_y, & |e_y| \leq y_l \\ \text{sign}(e_y) (\sqrt{2b_y \bar{u}_y \alpha} |e_y| - \frac{\bar{u}_y}{k_2}), & |e_y| > y_l \end{cases} \quad (38)$$

$$f_{2d}(e_x, \dot{x}, e_y, u_y) = \begin{cases} h_1 e_x + h_2 \dot{x}, & |e_y| \leq y_l \\ \frac{b_y e_x}{b_x e_y} u_y, & |e_y| > y_l \end{cases} \quad (39)$$

Observa-se que a troca de ambas as funções ocorre no mesmo instante: $|e_y| = y_l$.

5.2.2.1 Classificação dos Eixos

A classificação dos eixos, como mestre e escravo, é função dos parâmetros e erros a serem rastreados pelo sistema. Dada a equação (34), obtém-se a seguinte relação:

$$u_x b_x = u_y b_y \cdot \frac{e_{x0}}{e_{y0}},$$

sendo $e_{y0} = y_0 - r_y$ e $e_{x0} = x_0 - r_x$.

O sinal de entrada do eixo mestre, controlado pelo PTOS, irá saturar durante a aceleração, sendo a saturação dos eixos definida como $\bar{u}_x = \bar{u}_y = \bar{u}$. A classificação do eixo escravo deve ser tal que o sinal de entrada não ultrapasse a saturação do sistema. Logo, a equação anterior resulta em:

$$u_x b_x \cdot e_{y0} = u_y b_y \cdot e_{x0}$$

Conseqüentemente, se $m_x |e_{x0}| > m_y |e_{y0}|$, a saturação em y será $\bar{u}_y = \bar{u}$ e a saturação em X nunca excederá \bar{u} , dado que

$$\bar{u}_x = \frac{b_x |e_{y0}|}{b_y |e_{x0}|} \cdot \bar{u}_y < \bar{u}$$

A classificação dos eixos, como mestre e escravo é realizada sistematicamente para cada referência inserida no sistema. Na sequência é efetuada a seguinte verificação:

- Se $\frac{b_x |e_{y0}|}{b_y |e_{x0}|} < 1$ o eixo X será o escravo, caso contrário
- Se $\frac{b_x |e_{y0}|}{b_y |e_{x0}|} > 1$ o eixo Y será o escravo.

5.2.3 Continuidade

Para obter continuidade e suavidade na lei de controle aplicada no eixo escravo, empregam-se os mesmos princípios utilizados na sessão 2.3.2. No instante de troca $|e_y| = y_l$ é alcançada continuidade realizando $f_{2d}(e_y^-) = f_{2d}(e_y^+)$, e suavidade realizando

$$\frac{f_{2d}(e_y^-)}{dt} = \frac{f_{2d}(e_y^+)}{dt}$$

Novamente é considerado o eixo X como sendo o eixo escravo, em ordem a simplificar o equacionamento, sendo o mesmo equacionamento válido para quando o eixo Y

for o eixo escravo. As restrições que relacionam o controle antes e depois da troca, são alcançadas resolvendo as equações:

$$h_1 e_x + h_2 \dot{x} = \frac{b_y e_x}{b_x e_y} u_y \quad (40)$$

$$\frac{d}{de}(h_1 e_x + h_2 \dot{x}) = \frac{d}{de} \left(\frac{b_y e_x}{b_x e_y} u_y \right) \quad (41)$$

Para resolver o sistema acima, primeiramente calcula-se a derivada temporal de ambas as partes da equação (41). Segundo a regra da cadeia de derivação:

$$\frac{df(a)}{dt} = \frac{\partial f(a)}{\partial a} \cdot \dot{a}$$

expande-se para o sistema, onde $(\xi) = (e_y, \dot{y}, e_x, u_x)$, conforme:

$$\frac{df_{2d}(\xi)}{dt} = \frac{\partial f_{2d}(\xi)}{\partial e_y} \cdot \dot{e}_y + \frac{\partial f_{2d}(\xi)}{\partial \dot{y}} \cdot \dot{\dot{y}} + \frac{\partial f_{2d}(\xi)}{\partial e_x} \cdot \dot{e}_x + \frac{\partial f_{2d}(\xi)}{\partial \dot{x}} \cdot \dot{\dot{x}} + \frac{\partial f_{2d}(\xi)}{\partial u_y} \cdot \dot{u}_y \quad (42)$$

Uma solução numérica é suficiente para se determinar os ganhos h_1 e h_2 em tempo real. Assim, considerando que $\dot{\eta} = \Delta\eta = \eta(k) - \eta(k-1)$ e T corresponde ao período de amostragem em que o controle será implementado, obtém-se:

$$\frac{1}{T} (h_1 \Delta e_y + h_2 \Delta \dot{y}) = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial f(\xi)}{\partial e_y} \cdot \Delta e_y + \frac{\partial f(\xi)}{\partial \dot{y}} \cdot \Delta \dot{y} + \frac{\partial f(\xi)}{\partial e_x} \cdot \Delta e_x + \frac{\partial f(\xi)}{\partial \dot{x}} \cdot \Delta \dot{x} + \frac{\partial f(\xi)}{\partial u_y} \cdot \Delta u_y \right) \quad (43)$$

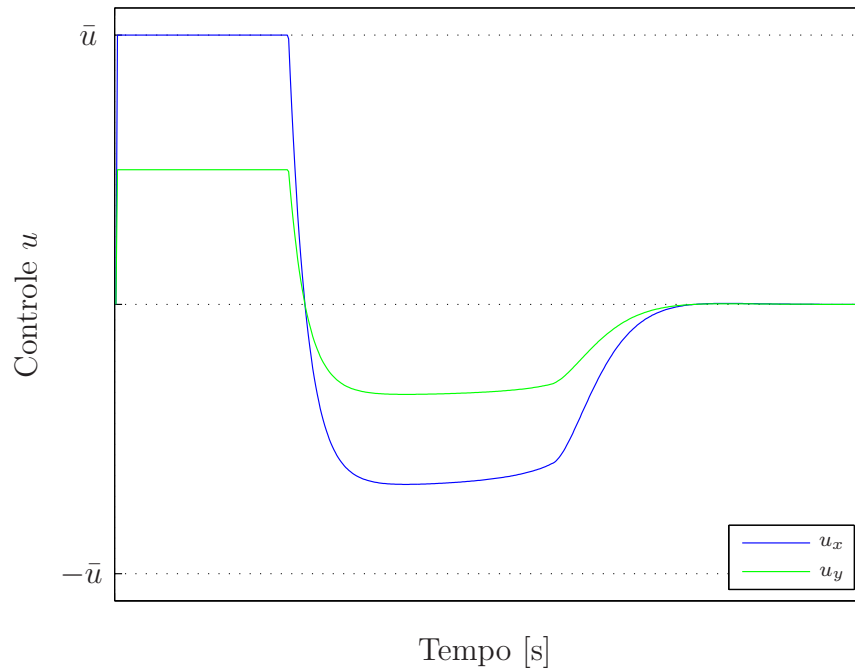
Quando é resolvido o sistema criado entre as equações 40 e 43, resultam as seguintes restrições:

$$h_1 = \frac{b_x}{b_y} \left(\frac{\frac{e_y}{e_x} \Delta \dot{y} u_x - \frac{\Delta e_y}{\Delta e_x} \dot{y} \Delta u_x}{\Delta \dot{y} e_y - \Delta e_y \dot{y}} \right) \quad (44)$$

$$h_2 = \frac{b_x}{b_y} \frac{\Delta e_y}{\Delta e_x} \frac{\Delta u_x}{\Delta \dot{y}} - h_1 \frac{\Delta e_y}{\Delta \dot{y}}$$

Nota-se que os ganhos h_1 e h_2 são dinâmicos e precisam ser atualizados no exato momento da troca da lei de controle, ou seja, quando $|e_y| = y_l$, sendo assim, o sinal de controle de ambos os eixos comutam para uma lei de controle linear de forma contínua e suave, conforme Fig. 40, onde é apresentado o sinal de controle de ambos os atuadores. Assim o algoritmo que implementa este controle é apresentado na tabela 4, onde o eixo X é tido como mestre e o eixo Y como escravo, sendo invertido conforme definido anteriormente.

Figura 40 – Sinal de controle do eixo X e do eixo Y com um degrau em ambas as referências, considerando $r_x > r_y$ e $b_x < b_y$.



Fonte: O autor.

Uma comparação entre o algoritmo de controle TDPTOS e o algoritmo de controle PTOS - aplicado individualmente eixo a eixo, é apresentada a fim de validar a capacidade dos controladores realizarem trajetórias lineares, mesmo para sistemas assimétricos, onde $b_x \neq b_y$. Foram realizadas simulações com $r_x = 1$ m e $r_y = 2$ m, em um sistema descrito pelas constantes da tabela 5.

A Fig. 41 apresenta as respostas temporais e os sinais de controle, respectivamente, de ambos os sistemas. Nota-se que, quando o sistema é controlado com dois PTOS, um em cada eixo, o deslocamento de cada eixo se torna independente realizando uma trajetória curva. Quando os eixos são controlados com o TDPTOS, ambos os atuadores funcionam em sincronismo, realizando assim uma trajetória linear. Nota-se também que não há perda de desempenho, uma vez que ambas as técnicas atingem a referência desejada no mesmo tempo T_2 .

Tabela 4 – Algoritmo do controle TDPTOS.

$u = \text{controle}(e_x, e_y, \dot{x}, \dot{y}, h_1, h_2)$	
1	if $ e_x > y_l$
2	$f_{e_x} = \text{sgn}(e_x) \left(\sqrt{2b_x \alpha \bar{u}} e_x - (\bar{u}/k_2) \right)$
3	$u_x = k_2(-f_{e_x} - \dot{x})$
4	$u_x = \text{sat}(u_x, \bar{u})$
5	$u_y = \frac{b_x}{b_y} \frac{e_y}{e_x} u_x$
6	$h_1 = \frac{b_x}{b_y} \left(\frac{\frac{e_y}{e_x} \Delta \dot{y} u_x - \frac{\Delta e_y}{\Delta e_x} \dot{y} \Delta u_x}{\Delta \dot{y} e_y - \Delta e_y \dot{y}} \right)$
7	$h_2 = \frac{b_x}{b_y} \frac{\Delta e_y}{\Delta e_x} \frac{\Delta u_x}{\Delta \dot{y}} - h_1 \frac{\Delta e_y}{\Delta \dot{y}}$
8	else
9	$u_x = -k_1 e_x - k_2 \dot{x}$
10	$u_y = -h_1 e_y - h_2 \dot{y}$
11	return $[u_x \ u_y \ h_1 \ h_2]$

Fonte: O autor.

Tabela 5 – Exemplo de um sistema bidimensional e parâmetros do controle TDPTOS.

Parâmetro	Valor
b_x	1
b_y	0.5
\bar{u}	1
k_1	50.0
α	0.7

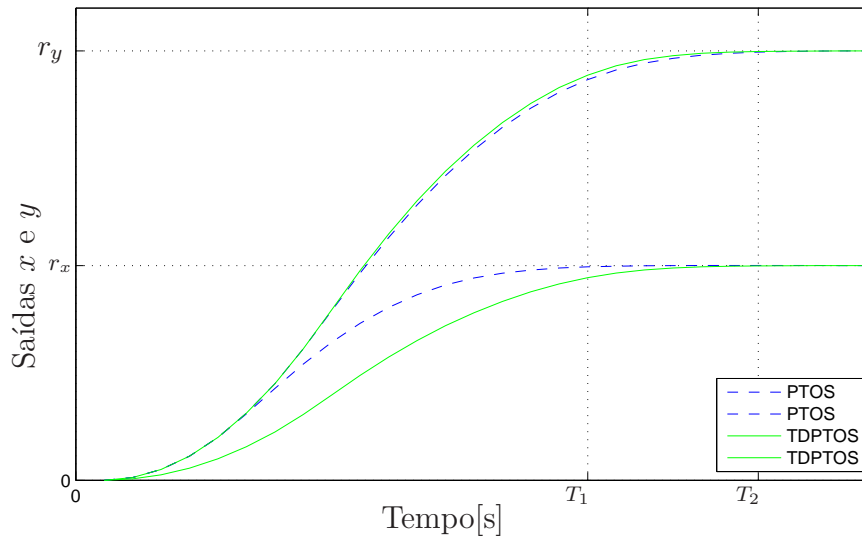
Fonte: O autor.

5.2.4 Implementação do Controlador TDPTOS

O algoritmo descrito na tabela 4 tem como entrada os estados do sistema, as referências desejadas e os valores previamente calculados para h_1 e h_2 . A primeira linha estabelece a condições onde o erro do atuador do eixo X é maior que o parâmetro constante y_l , calculado através da equação (7). Sendo assim, u_x é calculado através da lei não linear das linhas 2 e 3, e serve de base para o cálculo de u_y , na linha 5. Nota-se também que é durante este momento que os ganhos h_1 e h_2 são atualizados, como consta nas linhas 6 e 7, respectivamente. Uma vez que a condição $|e_x| \leq y_l$ é alcançada, os ganhos h_1 e h_2 se tornam constantes e os controles são comutados para as leis lineares, descritas nas linhas 8 e 9.

Este algoritmo é então implementado no quadróptero, para controlar o deslocamento horizontal do sistema. Esta lei de controle é robusta, dado que os cálculos de u_y ,

Figura 41 – Entradas de controle do PTOS e TDPTOS quando aplicadas as referências onde $r_x < r_y$.



Fonte: O autor.

h_1 e h_2 - que propendem a singularidades devido ao fato de possuírem denominadores que tendem a zero - são efetuados somente quando $|e_x| > y_l$, comutando para uma lei linear no caso de u_y e mantendo os valores de h_1 e h_2 .

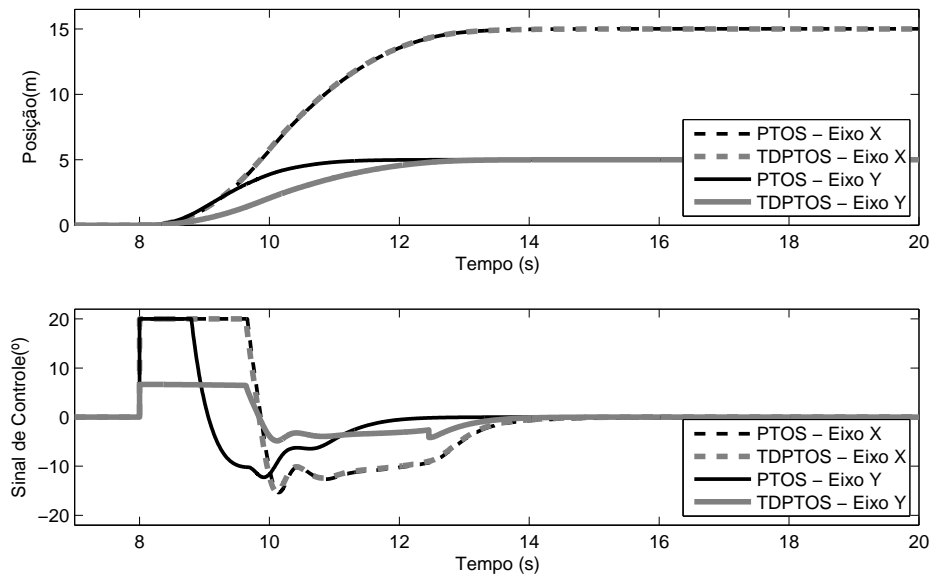
Novamente, considera-se o sistema desacoplado, entretanto, cria-se uma correlação entre os eixos X e Y. A navegação horizontal é controlada com uma única lei de controle, onde cada subsistema comporta-se como um servomecanismo simples, deslocando-se linearmente ponto-a-ponto. A estrutura do controle implementada é a descrita na tabela 4, considerando a dinâmica dada pela sessão 3.7.3, onde o coeficiente intrínseco do sistema é definido como $b = g = 9.8$ e a saturação como $\bar{u} = 20^\circ$, que é a máxima variação admissível da inclinação que o VANT pode realizar. Nota-se que o eixo que realizar o menor deslocamento, eixo escravo, terá seu sinal de controle saturado em $\bar{u} \cdot r_{escravo} / r_{mestre}$. Com estas premissas aplicam-se os mesmos ganhos determinados na sessão 4, onde $K_1 = 0.5$ e $\alpha = 0.6$.

5.2.5 Resultado Numérico

Uma comparação entre o algoritmo de controle TDPTOS e o algoritmo de controle PTOS - aplicado individualmente eixo a eixo, é apresentada a fim de validar a capacidade em realizar trajetórias lineares. Para isso, é apresentada na Fig. 42 uma simulação onde $r_x = 15m$ e $r_y = 5m$.

Note que o sinal de controle do eixo Y reduz sua intensidade no momento da saturação na razão de $r_{escravo} / r_{mestre}$ em ordem a manter o sincronismo entre os eixos.

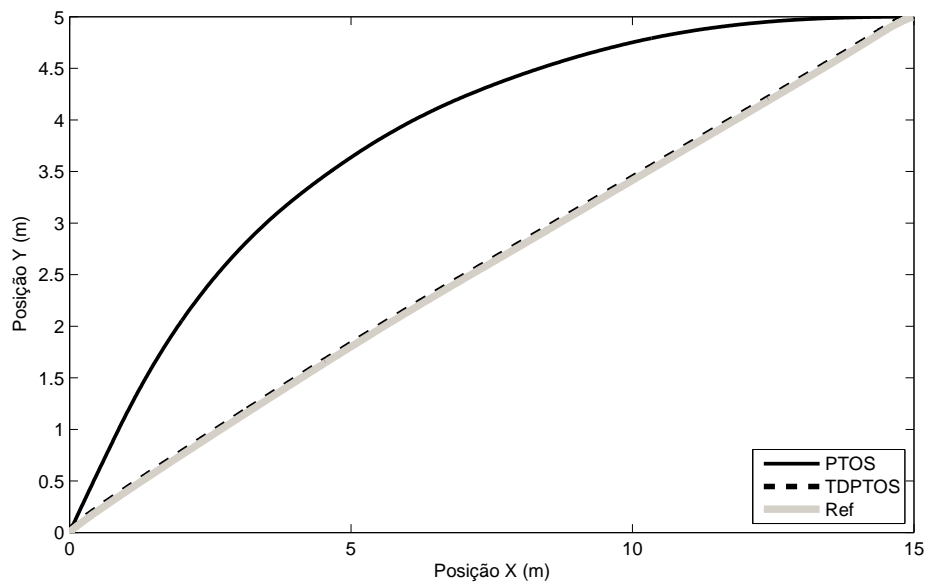
Figura 42 – Resposta temporal e sinal de controle dos eixos X e Y, quando inserida as referências $r_x = 15m$ e $r_y = 5m$.



Fonte: O autor.

A Fig. 43 mostra o deslocamento horizontal de ambas técnicas (PTOS e TDPTOS), exaltando a linearidade alcançada pelo TDPTOS.

Figura 43 – Posição dos eixo X e Y, quando inserido referências $r_x = 15m$ m e $r_y = 5m$ m.



Fonte: O autor.

Quando o sistema é atuado com controladores não correlacionados, o deslocamento

de cada uma das coordenadas independente da outra, resultando em uma trajetória curva quando as referências são assimétricas. Ao utilizar o método proposto, não se perde rendimento no rastreamento da posição desejada, visto que o eixo que delimita o tempo quase ótimo do deslocamento é o eixo mestre, atuado em sua essência por um PTOS.

5.3 Conclusão

O desenvolvimento desta nova lei de controle assegura uma trajetória linear, sem perda de desempenho, inclusive para sistemas assimétricos.

A técnica de controle apresentada tem como objetivo a aplicação da tradicional técnica PTOS para um dos atuadores, e a aplicação de uma nova lei de controle para o outro atuador. Deste modo, foi possível controlar a velocidade de ambos os atuadores de forma a sincronizar os eixos, possibilitando uma trajetória linear ponto-a-ponto, mesmo aplicando as referências $r_x \neq r_y$ e com massas $m_x \neq m_y$.

6 Conclusão

Com o objetivo de implementar o controlador PTOS no veículo, foi apresentado no Capítulo 3 o modelo do quadróptero com base no formalismo de Newton-Euler, desenvolvido em um ambiente virtual. Após, uma linearização deste modelo foi efetuada, possibilitando o desenvolvimento do controlador PTOS. Este sistema apresenta seis graus de liberdades, sendo três graus concernentes a rotação e três graus concernentes a translação, conseqüentemente este sistema possui seis equações diferenciais que descrevem sua dinâmica, assim, cada grau de liberdade é tratado como um único sistema, o que leva a implementação de seis controladores, um para cada equação diferencial.

O controlador de tempo quase ótimo foi implementado individualmente em cinco graus de liberdade, conforme o Capítulo 4, restando o grau relativo ao deslocamento vertical, o qual foi implementado um PID com anti *Wind-UP*, que emprega uma técnica denominada *Back Calculation*. Para o controle do deslocamento horizontal, uma malha de controle em cascata foi implementada, onde a saída do controlador externo estabelece o *setpoint* do controle interno, formando duas malhas fechadas, atuando apenas em uma única variável física: a tensão do motor. Assim, o controle implementado mostrou-se eficaz e robusto, garantindo uma navegação estável e um aprimoramento na resposta temporal quando comparado com a utilização de técnicas lineares, tais como o PD.

Por fim, foi abordado o desenvolvimento e a implementação de um controlador bidimensional denominado Controle Bidimensional de Tempo Quase Ótimo (TDPTOS, do inglês Two-Dimensional Proximate Time-Optimal Control for Servomechanism). Com base no controle PTOS, esta técnica garante linearidade no deslocamento em um tempo ótimo de navegação ao relacionar os sinais de controle de ambos os eixos. Com base nos resultados obtidos, pode-se citar algumas perspectivas de continuação deste trabalho, tais como:

- Implementar o controlador PTOS em protótipo, visto que obteve-se excelentes resultados na implementação simulada do sistema quadróptero.
- Implementar o controlador TDPTOS no deslocamento georreferenciado em protótipo, possibilitando uma otimização no traslado ponto-a-ponto.
- Implementar técnicas mais avançadas de controle no quadróptero, tais como: *Composite Nonlinear Feedback* (CNF) - que proporciona um maior amortecimento ao sistema durante o período transiente - e *Dynamically Damped Proximate Time Servomechanism* (DDPTOS) - que substitui a troca da função PD no PTOS para uma função não-linear baseada na ideia do CNF, melhorando o desempenho do sistema.

Referências

- AL-YOUNES, Y.; AL-JARRAH, M.; JHEMI, A. Linear vs. nonlinear control techniques for a quadrotor vehicle. In: *Mechatronics and its Applications (ISMA), 2010 7th International Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–10. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 48.
- ALEXIS, G. N. K.; TZES, A. Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies. *Control Theory & Applications, IET*, v. 6, p. 1812 – 1827, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 48.
- ARTHUR, E.; BRYSON, J.; HO, Y. *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control*. [S.l.]: Taylor & Francis Group, 1975. (Halsted Press book'). Citado na página 15.
- AUSTIN, R. *Unmanned aircraft systems : UAVS design, development and deployment*. [S.l.]: Wiley, 2010. Citado na página 15.
- BACHER, J.; WALDHART, F.; GRABNER, C. 3d-fem calculation of electromagnetic properties of single phase induction machines. In: *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–6. Citado na página 23.
- BOHN, C.; ATHERTON, D. An analysis package comparing pid anti-windup strategies. *Control Systems, IEEE*, v. 15, n. 2, p. 34–40, Apr 1995. ISSN 1066-033X. Citado na página 63.
- BOUABDALLAH, S. *Design and Control of Quadrotors with application to autonomous flying*. 2007. Citado na página 31.
- BOUABDALLAH, S.; SIEGWART, R. Full control of a quadrotor. In: *Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 153–158. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 48.
- CHEN, B.; LEE, T.; PENG, K. Composite nonlinear feedback control for linear systems with input saturation: theory and an application. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 48, n. 3, p. 427–439, 2003. ISSN 0018-9286. Citado na página 24.
- CHEN, B. M.; LEE, T. H.; PENG, K. *Hard Disk Drive Servo Systems (Advances in Industrial Control)*. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 2006. ISBN 1846283043. Citado na página 23.
- CHEN, S.-L.; WU, K.-C. Contouring control of smooth paths for multiaxis motion systems based on equivalent errors. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, v. 15, n. 6, p. 1151–1158, Nov 2007. ISSN 1063-6536. Citado na página 68.
- CHIZECK, H.; JI, Y. Optimal quadratic control of jump linear systems with gaussian noise in discrete-time. In: *Decision and Control, 1988., Proceedings of the 27th IEEE Conference on*. [S.l.: s.n.], 1988. p. 1989–1993 vol.3. Citado na página 24.

- CHOI, H.; KIM, B.; SUH, I. Design of robust high-speed motion controller for a plant with actuator saturation. *J. Dyn. Sys., Meas.,* v. 122, p. 535–541, August 1998. Citado na página 42.
- DANIEL, M. S. Diseño e implementacion de un controlador para la orientacion de un quadrotor. In: *Diseño e Implementacion de un Controlador para la Orientacion de un QuadRotor*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 01–81. Citado na página 16.
- DVORAK, I., J. *Micro quadrotor: Design, modelling, identification and control*. Tese (Doutorado) — Czech Technical University in Prague, 2011. Citado na página 36.
- ERDOS, D.; ERDOS, A.; WATKINS, S. An experimental uav system for search and rescue challenge. *Aerospace and Electronic Systems Magazine, IEEE*, v. 28, n. 5, p. 32–37, 2013. ISSN 0885-8985. Citado na página 15.
- HODEL, A.; HALL, C. Variable-structure pid control to prevent integrator windup. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 48, n. 2, p. 442–451, Apr 2001. ISSN 0278-0046. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 64.
- HREDZAK, B.; HERRMANN, G.; GUO, G. A proximate-time-optimal-control design and its application to a hard disk drive dual-stage actuator system. *Magnetics, IEEE Transactions on*, v. 42, n. 6, p. 1708–1715, June 2006. ISSN 0018-9464. Citado na página 16.
- KHALIL, H. K. *Nonlinear Systems*. 3rd. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2002. Hardcover. Citado na página 15.
- KHALIL, H. K. *Nonlinear Systems*. 3rd. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2002. Hardcover. Citado na página 24.
- KINGSLEY, C.; UMANS, S.; FITZGERALD, A. *Máquinas Eléctricas - 6.ed.: Com Introdução à Eletrônica de Potência*. Bookman, 2006. ISBN 9788577800483. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=2btoIMgOLhwC>>. Citado na página 23.
- LEE, H. S.; TOMIZUKA, M. Robust motion controller design for high-accuracy positioning systems. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 43, n. 1, p. 48–55, Feb 1996. ISSN 0278-0046. Citado na página 68.
- LI, J.; LI, Y. Dynamic analysis and pid control for a quadrotor. In: *Mechatronics and Automation (ICMA), 2011 International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 573–578. ISSN 2152-7431. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 48.
- LI, X.; YANG, L. Design and implementation of uav intelligent aerial photography system. In: *Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC), 2012 4th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2012. v. 2, p. 200–203. Citado na página 15.
- LISBOA, L.; SALTON, A.; FLORES, J. Controlador de tempo quase ótimo para sistemas bidimensionais. In: *Simposio Brasileiro de Automacao Inteligente (SBAI), 2013 Decimo Primeiro Simposio Brasileiro de Automacao Inteligente*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–6. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 69.

- LISBOA, L.; SALTON, A.; FLORES, J. Proximate time optimal control of an xy positioning table. In: *Embedded Systems (SASE/CASE), 2013 Fourth Argentine Symposium and Conference on*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–5. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 68.
- OLIVEI, M. D. L. C. de. *Modeling, Identification and Control of a Quadrotor Aircraft*. Tese (Doutorado) — Czech Technical University in Prague, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 35, 40 e 41.
- OSAKA, T.; NAGANAWA, A.; SAKURADA, A. Two-degrees-of-freedom control of a precise positioning device with a piezoelectric element. In: *SICE Annual Conference (SICE), 2012 Proceedings of*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1195–1199. ISSN pending. Citado na página 24.
- OSTWALD, P. Helping global hawk fly with the rest of us. In: *Integrated Communications, Navigation and Surveillance Conference, 2007. ICNS '07*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 1–11. Citado na página 14.
- PASCOAL, A. M.; KOSUT, R. L.; FRANKLIN, G. F. Adaptive time-optimal control of flexible structures. In: *American Control Conference, 1989*. [S.l.: s.n.], 1989. p. 19–24. Citado na página 24.
- PAULA, J. C. D. *Desenvolvimento de um VANT do tipo quadricóptero para obtenção de imagens aéreas em alta definição*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, 2012. Citado na página 14.
- REYES-VALERIA, E.; ENRIQUEZ-CALDERA, R.; CAMACHO-LARA, S. Lqr control for a quadrotor using unit quaternions: Modeling and simulation. In: *Electronics, Communications and Computing (CONIELECOMP), 2013 International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 172–178. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 48.
- SALTON, A.; CHEN, Z.; FU, M. Improved control design methods for proximate time-optimal servomechanisms. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, v. 17, n. 6, p. 1049–1058, 2012. ISSN 1083-4435. Citado na página 24.
- SALTON, A.; CHEN, Z.; ZHENG, J. Preview control of dual-stage actuator systems for superfast transition time. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 16, n. 4, p. 758–763, aug. 2011. Citado na página 42.
- SALTON, A.; ZHENG, J.; FLORES, J. Two-dimensional proximate time-optimal servomechanism. In: *Australian Journal of Electrical and Electronics Engineering, vol.11, no.3, pp. 317-326*. [S.l.: s.n.], 2014. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 69.
- SERIKITKANKUL, P.; SEKI, H.; HIKIZU, M. Adaptive near time-optimal seek control of a disk drive actuator. *Magnetics, IEEE Transactions on*, v. 41, n. 10, p. 2869–2871, Oct 2005. ISSN 0018-9464. Citado na página 24.
- STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L. Book; Book/Illustrated. *Aircraft control and simulation / Brian L. Stevens, Frank L. Lewis*. 2nd ed. ed. [S.l.]: Hoboken, N.J. ; [Great Britain] : Wiley, 2003. Previous ed.: New York : Wiley, 1992. ISBN 0471371459. Citado na página 37.

- TAO, G.; KOKOTOVIC, P. Adaptive control of plants with unknown dead-zones. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 39, n. 1, p. 59–68, 1994. ISSN 0018-9286. Citado na página 42.
- THAMRIN, N.; ARSHAD, N.; ADNAN, R. Simultaneous localization and mapping based real-time inter-row tree tracking technique for unmanned aerial vehicle. In: *Control System, Computing and Engineering (ICCSCE), 2012 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 322–327. Citado na página 15.
- UTKIN, V.; LEE, H. Chattering problem in sliding mode control systems. In: *Variable Structure Systems, 2006. VSS'06. International Workshop on*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 346–350. Citado na página 26.
- UTKIN, V. I. *Sliding Modes in Control and Optimization*. New York: Springer-Verlag, 1992. Citado na página 24.
- VISIOLI, A. Modified anti-windup scheme for pid controllers. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings -*, v. 150, n. 1, p. 49–54, Jan 2003. ISSN 1350-2379. Citado na página 63.
- WANG, B.; CHEN, X.; WANG, Q. Power line inspection with a flying robot. In: *Applied Robotics for the Power Industry (CARPI), 2010 1st International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–6. Citado na página 15.
- WENG, K. W.; ABIDIN, M. Design and control of a quad-rotor flying robot for aerial surveillance. In: *Research and Development, 2006. SCOReD 2006. 4th Student Conference on*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 173–177. Citado na página 15.
- WORKMAN, M. *Adaptive proximate time-optimal control servomechanisms*. Tese (Doutorado) — Inf. Syst. Lab., Stanford University, Stanford, CA, 1987. Citado na página 24.
- WORKMAN, M. L. *Adaptative Proximate Time-Optimal Servomechanisms*. Tese (Doutorado) — Stanford University, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 29.
- WORKMAN, M. L.; KOSUT, R.; FRANKLIN, G. Adaptive proximate time-optimal servomechanisms: Continuous time case. In: *American Control Conference, 1987*. [S.l.: s.n.], 1987. p. 589–594. Citado na página 15.
- WORKMAN, M. L.; KOSUT, R.; FRANKLIN, G. Adaptive proximate time-optimal servomechanisms: Continuous time case. In: *American Control Conference, 1987*. [S.l.: s.n.], 1987. p. 589–594. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 30.
- YAMAGUCHI, T.; NUMASATO, H.; HIRAI, H. A mode-switching control for motion control and its application to disk drives: design of optimal mode-switching conditions. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, v. 3, n. 3, p. 202–209, Sep 1998. ISSN 1083-4435. Citado na página 24.
- ZHENG, J.; FU, M. Nonlinear feedback control of a dual-stage actuator system for reduced settling time. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, v. 16, n. 4, p. 717–725, 2008. ISSN 1063-6536. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 42.