

# GEOMETRIA DO ORIGAMI: INVESTIGANDO POSSIBILIDADES PARA ENSINAR GEOMETRIA

*Geometry of origami: exploring possibilities to teach geometry*

Graziele Rancan<sup>1</sup> - grazirancan@gmail.com

Lucia Maria Martins Giraffa<sup>2</sup> - giraffa@pucrs.br

## RESUMO

Este artigo apresenta algumas reflexões oriundas do resultado de uma oficina, para estudantes de Licenciatura em Matemática, integrante de um projeto de pesquisa envolvendo o uso de Origamis e Tecnologia como alternativa para o ensino de Geometria na 7ª série do ensino fundamental. O objetivo dessa oficina foi validar o conjunto de técnicas de Origami para a construção dos cinco sólidos platônicos. Acredita-se que a utilização desses recursos auxilia os estudantes a construir conceitos geométricos por meio de dobraduras e encaixe das peças. A análise das discussões e o comportamento dos participantes durante a realização das atividades demonstraram o potencial das dobraduras como elementos apoiadores do ensino de conteúdos de Geometria Plana e Espacial.

**PALAVRAS-CHAVE:** ensino de geometria, origami, educação matemática.

## ABSTRACT

*This paper presents some considerations and results from a set of activities developed with elementary teachers in a workshop related to a research project involving the use of origami and technology as an alternative to the teaching and learning geometry concepts on 7th grade of elementary school. The goal of this workshop was to validate a set of techniques to build origami of the five Platonic solids. We believe the use of origami can help students to acquire geometric concepts through folding and fitting the pieces. The analysis of the discussions and participants' behavior during the activities had demonstrated us the potential of folding elements have as elements to aid how to teach contents related to Plane and Space Geometry.*

**KEYWORDS:** teaching geometry, origami, mathematics education.

---

<sup>1</sup> Mestrado em Educação Ciências e Matemática da PUCRS (MEDUCEM)

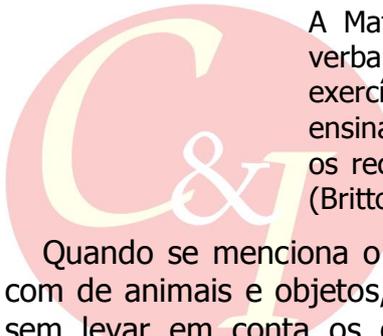
<sup>2</sup> Bolsista de Pós-Doutorado UT/CAPES – Projeto Universidade do Texas (Austin)/ PUCRS (Brasil)

Pesquisadora Permanente Programa de Pós-Graduação em Educação- FAGED/PUCRS vinculada ao Centro de Estudos em Educação Superior – CEES/FAGED/PUCRS e Pesquisadora Colaboradora do (MEDUCEM)

## INTRODUÇÃO

A Geometria pertence a uma das mais antigas ciências que a humanidade conhece, a Matemática, e ela teve um papel importante no seu desenvolvimento cultural. Surgiu em decorrência da necessidade humana de desenvolver mecanismos para estruturar a realidade ao seu redor.

As formas geométricas foram decisivas no processo de evolução do pensamento do ser humano, permitindo a constituição de inúmeros instrumentos que contribuíram para o domínio da natureza e facilitação de atividades do cotidiano. No entanto, a importância da Geometria para a vida cotidiana, para a tecnologia e para o desenvolvimento da criatividade tem sido pouco trabalhada nas escolas, especialmente no Ensino Fundamental. Isso possivelmente se deve ao fato de que métodos sintéticos, presentes na Geometria, foram gradualmente substituídos por métodos analíticos da Álgebra, seja por estes serem mais eficazes e exatos na solução de alguns problemas, seja por serem mais adaptáveis à generalização. Aos poucos, a linguagem estática das figuras geométricas foi substituída pela, aparentemente mais dinâmica, linguagem da Álgebra. De acordo com Britto (1984),



A Matemática sempre foi ensinada; porém, sempre foi um ensino verbalístico, preso à memorização de símbolos e formas, que exigia o exercício da memória sem as vantagens da compreensão. Os ensinamentos tinham base no método dedutivo, não contando com os recursos da curiosidade, da experimentação ou da concretização. (Britto 1984, p. 151)

Quando se menciona o termo Origami, há uma associação imediata com figuras com de animais e objetos, geralmente planos, construídos por meio de dobraduras, sem levar em conta os objetos tridimensionais que podem ser elaborados e as diversas maneiras desse recurso ser utilizado na exploração de propriedades geométricas.

No processo de construção e de desconstrução de um Origami, são desenvolvidos aspectos como a observação, o raciocínio, a lógica, a visão espacial e artística, a perseverança, a paciência e a criatividade. Ao analisar os passos de construção de um Origami, percebe-se que diversas dobraduras foram utilizadas para se chegar ao resultado. Quando se observa mais atentamente os passos utilizados e suas combinações, verifica-se que novos padrões foram gerados. Definições como plano, ponto, retas paralelas, retas concorrentes, bissetriz, diagonal, etc. podem ser compreendidas por meio da visualização dos ângulos e das linhas vincadas no papel.

Essa rica fonte de elementos diversificados possui um potencial intrínseco para se trabalhar o raciocínio matemático, especialmente os conteúdos relacionados à Geometria, uma vez que podemos questionar os estudantes acerca dos diversos aspectos de cada construção, bem como a sequência em que foram feitas determinadas dobraduras, ou a relevância de tal etapa para o resultado. É uma maneira de colocar em prática a afirmação dos PCNs de Matemática:

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (Brasil, 1997,p. 127)

Os Origamis tridimensionais, também conhecidos por Origamis estruturais desenvolvem a percepção virtual e tridimensional dos objetos que são construídos, geralmente fundamentados em peças (módulos) encaixados. Podem ser investigados por meio de novas metodologias e descobertas de relações entre sólidos, características de cada figura e visualização de conceitos geométricos.

Existe uma infinidade de Origamis que representam sólidos geométricos e que, por si sós, possuem um grande potencial no ensino e na aprendizagem de Geometria Espacial. Tradicionalmente são definidos de maneira bastante abstrata por meio de representações planas de figuras tridimensionais. Sabe-se que o desenvolvimento das noções de espaço e da forma é um processo. Logo, pode-se afirmar que o trabalho com Geometria, na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, deveria ocorrer em atividades ao longo de todo o período letivo, pois somente assim a criança desenvolveria suas potencialidades espaciais, necessárias para interpretar, compreender e apreciar o mundo, o qual é intrinsecamente geométrico. Para que isso se efetive, é necessária a exploração de relações de tamanho, a comparação de objetos, tanto de figuras geométricas planas quanto espaciais.

Especialmente na área da Matemática, a formação dos docentes ainda é muito tradicional no que tange aos recursos associados às suas metodologias de ensino, uma vez que elas não acompanham a velocidade e as oportunidades oferecidas pela tecnologia.

Na Geometria, existe a opção por um ensino que valoriza a estimulação da participação ativa do aluno, construindo suas próprias percepções em relação aos conteúdos. Essa participação pode ser feita por meio de construção de desenhos, medições, visualizações, comparações, transformações e construções, que permitem uma interação ampla com os conteúdos focalizados. Essa opção possibilita ao aluno perceber e valorizar a presença de elementos da natureza em criações humanas.

Para a criança, a estruturação espacial inicia-se cedo, pois se constitui em um sistema de coordenadas relativas ao seu próprio corpo. O espaço se apresenta de forma prática, pois a criança constrói suas noções espaciais por meio dos sentidos e movimentos. Sendo assim, o pensamento geométrico se desenvolve por meio da observação e da experimentação, permitindo assim a diferenciação de figuras, uma vez que elas são reconhecidas por suas formas.

O trabalho com atividades envolvendo a Geometria possibilita o desenvolvimento de competências como as de experimentar, representar e argumentar, além de instigar a imaginação e a criatividade. A utilização de materiais diversificados que demonstram visualmente a aplicabilidade dos teoremas relacionados aos conteúdos geométricos faz com que haja o favorecimento da participação plena, bem como

estimula o senso exploratório dos estudantes, componente relevante ao seu aprendizado. A recorrência à manipulação de materiais faz com que a geometria se torne propícia a um ensino baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas.

Uma alternativa para esse estudo centrado na sala de aula é o uso dos Origamis, que podem auxiliar o estudante a fazer observações de formas geométricas em flores, animais, obras de arte, mosaicos, pisos, pinturas e tantos outros exemplos.

## **A ARTE DE DOBRAR PAPÉIS**

Origami é a arte tradicional japonesa de dobrar papéis. Trata-se de uma forma de representação visual/escultural definida principalmente pela dobradura de papéis. De uma ou mais folhas simples de papel, emerge um universo de formas. Genova (2008) afirma que o Origami é uma forma de expressão. Quem manipula o papel abre uma porta de comunicação com o outro, além de valorizar o movimento das mãos, estimular as articulações e o cérebro.

As atividades com dobraduras manuais possuem uma dinâmica que valoriza a descoberta, a conceituação, a construção manipulativa, a visualização e a representação geométrica. O Origami cuja denominação é *ori* (dobrar) e *kami* (papel), pode ser utilizado, de várias maneiras, como um recurso para a exploração das propriedades geométricas das figuras planas e espaciais. Ao indicar as vantagens de se utilizar o origami em sala de aula, Genova (2008) destaca que o trabalho com dobraduras estimula habilidades motoras, proporcionando o desenvolvimento da organização, com as sequências das atividades, da memorização de passos e coordenação motora fina do aluno.

A construção e a utilização de exemplos de origamis e sua análise se constituem como alternativa de trabalho no ensino da Geometria, uma vez que a manipulação de objetos permite a construção dos modelos mentais dos diversos elementos geométricos. Para Lang (2003), muito do fascínio que o Origami nos proporciona está na sua simplicidade, por se tratar de, geralmente, um quadrado de papel que é transformado por meio de dobraduras manuais, dispensando a utilização de cortes e colagens.

Dessa maneira, é possível, para o professor, incluir o origami como um importante recurso metodológico no ensino da Geometria. Conforme Foelker (2003), somente no século XIX essa arte foi introduzida na educação. Um dos pioneiros foi o educador Friederich Froebel, criador do Jardim de Infância, que utilizava a dobradura em sua prática pedagógica.

O trabalho com dobraduras permite inúmeras possibilidades nos diversos ramos da Matemática, desde a exploração geométrica por meio de conceitos básicos relacionados a ângulos, planos, vértices, até noções de proporcionalidade, frações, aritmética, álgebra e funções.

Por outro lado, os brinquedos, na sua maioria, estão prontos e, portanto, não exigem nenhum esforço de construção por parte das crianças. As dobraduras

tornam-se produções repletas de significado e, por meio delas, podem ser explorados conhecimentos geométricos formais. De acordo com Rêgo, Rêgo e Gaudêncio (2004):

O Origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que os cercam. Com uma atividade manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Arte. (Rêgo, Rêgo e Gaudêncio 2004,p. 18)

Ao dobrarmos o papel, executamos verdadeiros atos geométricos, pois construímos retas, ângulos, polígonos, poliedros, figuras bidimensionais e tridimensionais. Podem ser vistos ou revistos conceitos de Geometria Euclidiana Plana, e até mesmo Espacial, através do uso do Origami, sendo possível construir triângulos equiláteros, tetraedros regulares, cubos, sólidos estrelados, sem o uso de compasso, tesoura e cola; apenas com dobraduras.

Os professores, na sua maioria, por desconhecerem que essas produções geram conhecimento, acabam não explorando essa possibilidade. A utilização da ludicidade e da manipulação estão associadas aos recursos pedagógicos, sendo facilitadores da aprendizagem.

As dobraduras feitas pelas crianças como os chapéus, os barquinhos e os aviõezinhos, material que geralmente não é considerado didático, pode se tornar um bom aliado para descobertas, estudos e construção do conhecimento. Os professores e os estudantes podem ressignificar, dessa forma, o mesmo objeto anteriormente tido como indesejável, e, ao mesmo tempo, tornar a aula um momento agradável e divertido para a aprendizagem de conceitos geométricos.

As atividades lúdicas são aquelas que proporcionam prazer por meio das ações que mobilizam quem delas participa. Assim, os estudantes aprendem brincando, de uma maneira agradável, ao mesmo tempo em que desenvolvem aspectos cognitivos, afetivos e motores. Friedmann (2006) enfatiza que, ao se trabalhar com atividades lúdicas de forma consciente, com o conhecimento da abrangência de sua ação, o educador deve perceber o caráter prazeroso que possuem na vida dos estudantes.

## **DESAFIANDO OS FUTUROS PROFESSORES**

Foi realizada uma oficina no espaço físico de uma instituição de ensino superior que contou com a participação de dois professores dessa Universidade, vinte estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática e cinco estudantes do curso de Pedagogia. Como alguns estudantes já trabalhavam como regente em escolas, pôde ser criado um agradável ambiente de trocas de ideias e experiências entre os envolvidos.

Assim que os estudantes se organizaram, basicamente por grupos de afinidade, uma apresentação oral foi feita pela ministrante da oficina, abordando tópicos da história do Origami e da arte da dobradura em papel. Dando relevância ao trabalho com sólidos para a descoberta e a determinação de conceitos geométricos planos e espaciais, algumas figuras tridimensionais confeccionadas com dobraduras foram apresentadas pela ministrante para que a curiosidade dos participantes fosse aguçada.

Nesse momento, foi ofertado um espaço para questionamentos, e alguns participantes comentaram sobre algumas ideias e experiências com Origami nas turmas em que eram regentes ou em turmas onde realizaram estágios. Porém, informaram que as experiências que conheciam eram aquelas em que se confeccionaram dobraduras consideradas simples, sem um caráter tridimensional embutido. Então, anunciaram que estavam entusiasmados por poderem participar da oficina e aprender novas maneiras de incluir trabalhos manuais como recursos pedagógicos, procurando, assim, de maneira prazerosa e divertida, facilitar a aprendizagem de Matemática, tão discutida e questionada nos últimos tempos.

Muita ansiedade foi percebida através dos comentários curiosos de alguns participantes que demonstravam uma enorme vontade de iniciar as dobraduras e visualizar o resultado final dos módulos encaixados. Sendo assim, aos grupos foram distribuídas algumas folhas de ofício coloridas para confecção dos módulos e entregue um material desenvolvido pela primeira autora deste artigo, onde constavam os passos de construção dos cinco sólidos platônicos. O material foi distribuído aos participantes para que, individualmente, fossem acompanhando os passos da construção dos objetos.

Enquanto a ministrante do curso mostrava as dobraduras a serem realizadas, em folha consideravelmente maior que a de ofício, os participantes acompanhavam os passos indicados no material disponibilizado, conforme as figuras 1, 2 e 3 a seguir, ilustradas pela autora. Assim que surgiam dúvidas e questionamentos, o auxílio era fornecido por parte de algum colega do grupo e/ou da ministrante.

Os sólidos platônicos (ou poliedros de Platão) são figuras geométricas tridimensionais que se dividem em tetraedro (4 faces triangulares), cubo (6 faces quadradas), octaedro (8 faces triangulares), dodecaedro (12 faces pentagonais) e icosaedro (20 faces triangulares). Todos foram construídos durante a oficina, e o primeiro módulo confeccionado foi o tetraedro, que é o mesmo módulo utilizado para confeccionar o octaedro e o icosaedro. Os passos para a confecção destes sólidos platônicos estão apresentados na Figura 1.

Durante a oficina, um dos assuntos levantados para discussão foi o tipo de papel que deve ser utilizado para a confecção das peças. A atenção para o tipo de papel utilizado para o origami é recomendável. Existem papéis difíceis de dobrar por serem muito rígidos (papel-cartão, papelão, cartolina); outros são muito flexíveis (crepom, seda), e não proporcionam boa sustentação. Existem papéis específicos para Origami, mas para o trabalho em sala de aula, pode ser utilizado material mais economicamente favorável, como papel sulfite ou ofício, folhas de revistas, jornal.

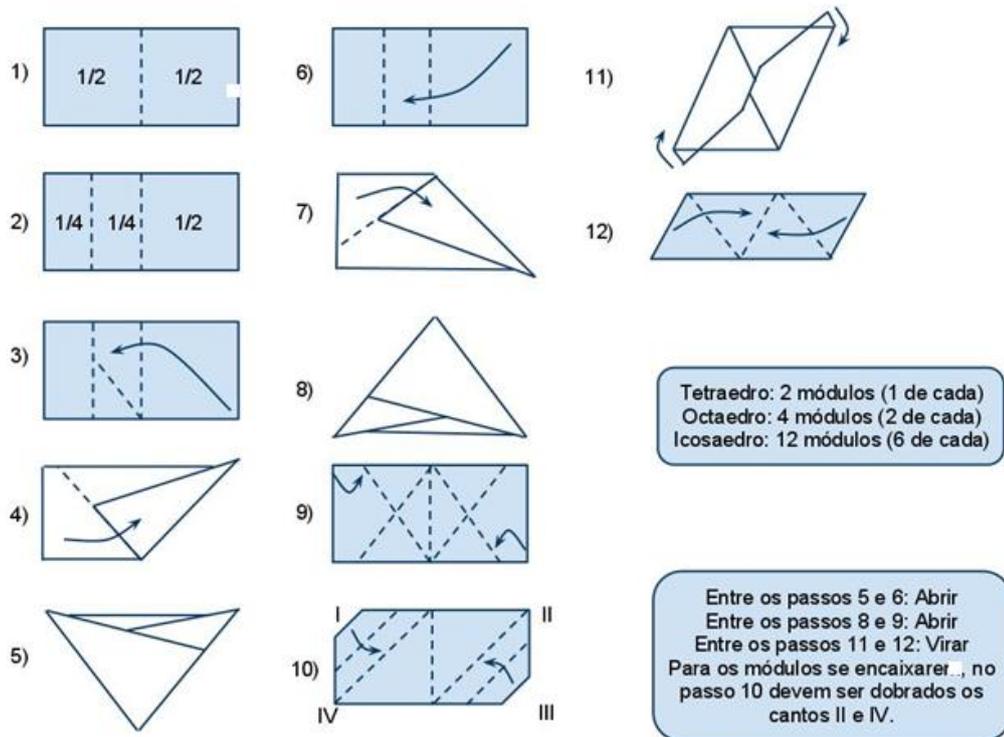


Figura 1. Passo a passo do módulo dos sólidos tetraedro, octaedro e icosaedro.

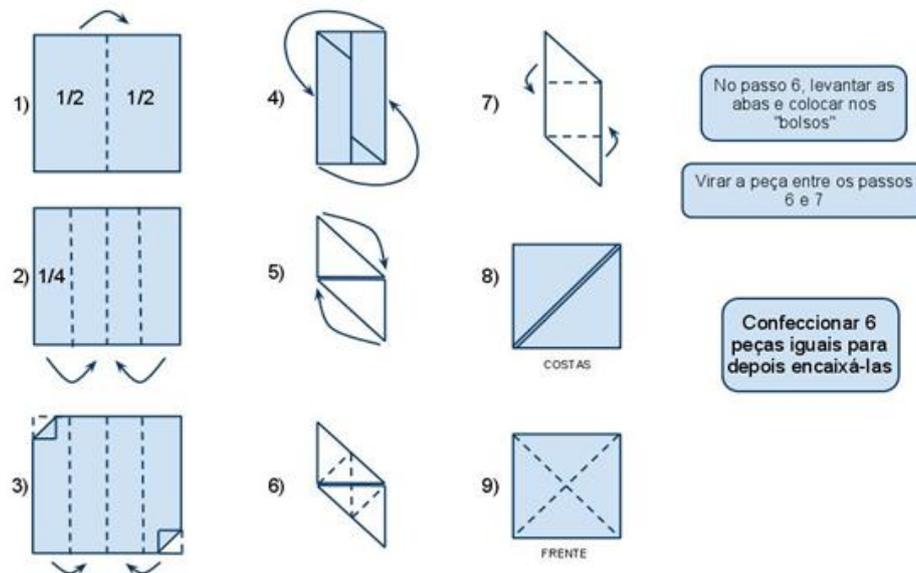
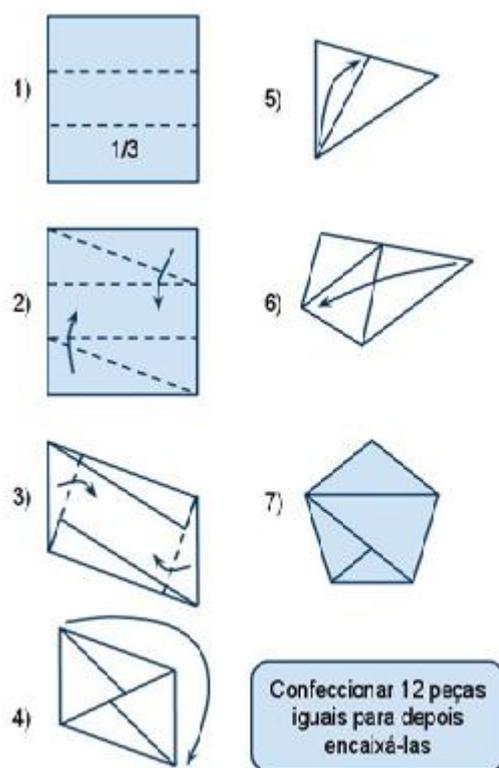


Figura 2. Passo a passo do módulo do cubo.

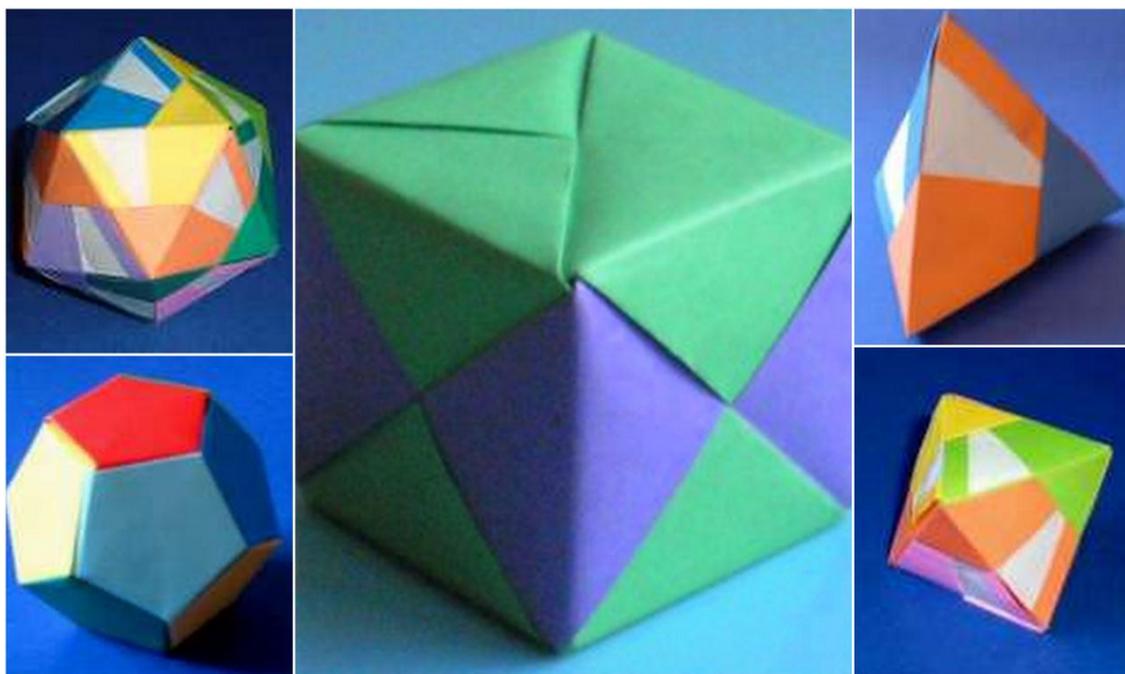


**Figura 3. Passo a passo do módulo do dodecaedro.**

A maior dificuldade apresentada pelos participantes esteve relacionada aos encaixes dos módulos do primeiro sólido (tetraedro). Esse módulo gerou maior dificuldade aos participantes do que as demais, por se tratar da primeira experiência para muitos participantes, no manuseio de papel. Alguns estudantes se disponibilizaram a auxiliar a ministrante no monitoramento e desenvolvimento das construções dos sólidos, o que agilizou o processo, fazendo com que todos pudessem receber auxílio adequado.

Após o término da confecção dos sólidos platônicos, passou-se aos módulos do cubo (Figura 2) e do dodecaedro (Figura 3).

Assim que os módulos iam sendo encaixados, os participantes demonstravam interesse e animação em continuar executando as atividades, por observarem o sólido sendo montado. Por meio da desmontagem dos sólidos e dos módulos, puderam visualizar a quantidade de conceitos geométricos envolvidos nos vincos do papel. Assim, os participantes traçaram retas, marcaram a medida dos ângulos, seus tipos, identificaram retas paralelas, concorrentes, mediatrizes, bissetrizes, figuras semelhantes. O encaixe e o manuseio dos objetos levaram a perceber relações entre vértices, faces, arestas, medidas, entre outros elementos. A Figura 4, a seguir, apresenta alguns dos objetos construídos pelos participantes da oficina.



**Figura 4. Sólidos platônicos encaixados.**

Ao final da oficina, os cinco poliedros confeccionados por cada participante foram reunidos; então se pôde perceber uma uniformidade na construção, com raras exceções. Assim, foi discutida a importância de serem feitas dobras com cautela e paciência, corroborando com a ideia de que as dobraduras executadas com precisão auxiliam o ensino e a aprendizagem de conteúdos geométricos; bem como conhecimentos fundamentais de Geometria facilitam o bom resultado das obras.

### **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

As discussões surgidas e o comportamento dos participantes da pesquisa demonstraram que o uso de técnicas de dobraduras como instrumento pedagógico é bem sucedido no que tange ao ensino de Geometria.

Mesmo com as dificuldades que alguns tiveram com as dobraduras, os participantes permaneceram calmos e persistentes, apresentando determinação e real desejo de aprender. Pôde-se perceber a motivação e a curiosidade durante todo o tempo da oficina, além de uma forte integração de todo o grupo. Ao final das atividades, todos os participantes estavam com seus poliedros encaixados e ansiosos por aplicar esses novos conhecimentos em sala de aula.

A experiência de inserir a dobradura como alternativa para o ensino e a aprendizagem de conceitos geométricos oportunizou a ampliação do conhecimento e a interação com estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia, além de ter proporcionado trocas de experiências enriquecedoras.

Os relatos dos estudantes e das orientadoras de estágio durante a realização das atividades levaram a concluir que os resultados atingiram as expectativas dos

participantes, além de os terem envolvido em um ambiente agradável e acolhedor. Percebeu-se que a utilização de materiais de apoio nas aulas de Matemática pode se tornar uma maneira criativa e atrativa de ensino e de aprendizagem por despertar no aluno o estímulo de criar, divertir-se e aprender.

Esta experiência demonstrou que o uso de dobraduras é uma metodologia considerada envolvente no que se refere à maneira como são desenvolvidas aprendizagens de conceitos geométricos. O trabalho colaborativo proporcionou momentos de trocas de experiência entre os envolvidos, podendo assim ser comprovado que o Origami é um material de trabalho capaz de envolver alunos em sua própria aprendizagem, bem como no trabalho em grupo.

Atividades com dobraduras favorecem o aumento do conhecimento sobre os elementos geométricos, além de estimular a participação, a criatividade e a motivação, tornando as aulas mais prazerosas e produtivas. Diretrizes curriculares atuais têm enfatizado que a matemática escolar deve permitir que os estudantes não só adquiram uma ampla compreensão racional e conceitual, como também desenvolvam a habilidade própria para o pensamento matemático, fornecendo experiências que os encorajem e que lhes permitam solucionar problemas, comunicarem-se e desenvolverem diferentes maneiras de raciocinar matematicamente.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRITTO, N. C. de. **Didática especial**. São Paulo: Editora do Brasil, 1984.

FOELKER, R. **Objetos decorativos em origami**. São Paulo: Editora Global, 2003.

FRIEDMANN, A. **O desenvolvimento da criança através do brincar**. São Paulo: Moderna, 2006.

GENOVA, C. **Origami, contos e encantos**. São Paulo: Escrituras Editora, 2008.

LANG, R. J. **Origami design secrets: mathematical methods for an ancient art**. Natick, MA: A. K. Peters, 2003.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; GAUDÊNCIO, S. **A geometria do Origami: atividades de ensino através de dobraduras**. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2004.